

5 Resultados Experimentais e Discussão

Com a finalidade de avaliar o desempenho do modelo computacional desenvolvido, foram analisados os mapas de campo magnético de coração isolado de coelho, obtidos para sucessivos instantes de tempo (Figura 21 à Figura 23). Avaliou-se o desempenho do problema para as três configurações do espaço de soluções descritas na seção 4.5, ou seja, dipolos *livres*, *semi-livres* e *fixos*. Cada uma destas configurações foi avaliada para problemas com n^2 dipolos, onde $n = 1, 2, \dots, 8$. Os testes foram inicialmente realizados com mapas provenientes do *PB1*, descrito na seção 4.2. Os resultados obtidos são explicitados e discutidos nas seções 5.1 a 5.3. Uma comparação entre as técnicas propostas é apresentada na seção 5.4.

Dentre as diversas configurações avaliadas, selecionou-se aquela com melhor desempenho, a fim de definir a configuração mais adequada para o espaço de soluções, bem como a quantidade ótima de dipolos. A configuração escolhida foi aquela que apresentou uma melhor relação custo-benefício, isto é, um erro baixo entre os mapas de campo experimentais e simulados pelo AG, combinado a um tempo de processamento computacional aceitável. A fim de efetuar uma avaliação mais genérica da técnica desenvolvida, a configuração ótima foi empregada na avaliação de mapas de campo experimentais provenientes dos outros dois casos (*PB2* e *PB3*), descritos na seção 4.2. Os resultados desta análise são apresentados na seção 5.5. Por fim, a seção 5.6 apresenta uma análise da confiabilidade da técnica proposta, discutindo a exatidão da mesma.

5.1. Dipolos livres

Esta seção descreve os resultados obtidos para os testes realizados, adotando-se a abordagem de dipolos *livres*. Em todos os casos descritos na seção 5.1.1, empregou-se um tamanho de população fixo e igual a 100, tanto para a situação de 1 dipolo (subseção 5.1.1.1) quanto para a de n^2 dipolos (subseção

5.1.1.2). Por outro lado, na seção 5.1.2 adota-se uma população variável, que aumenta em função do incremento do número de dipolos considerados. Por sua vez, a seção 5.1.3 apresenta uma configuração alternativa do AG, que atualiza o parâmetro R do *crossover* heurístico, ao longo do processo de evolução, a fim de possibilitar melhorias no desempenho do AG.

5.1.1. População com tamanho fixo

5.1.1.1. Um Dipolo

Nesta seção, o problema é modelado por um único dipolo de corrente equivalente. A fim de avaliar se a população inicial afeta significativamente os resultados de otimização, o AG foi testado 10 vezes para cada um dos instantes de tempo analisados, entre 100 ms e 268 ms, e a população inicial foi reinicializada aleatoriamente a cada novo teste.

Além disso, para fins de comparação, os mesmos mapas foram apresentados a um algoritmo de busca aleatória, que tem por objetivo encontrar o dipolo de corrente equivalente responsável por minimizar o erro entre o mapa normalizado de campos magnéticos experimentais (B_{ZSnorm}) e o mapa normalizado computacionalmente estimado ($B_{ZAGnorm}$), tal como definido pelas eqs. (13) e (14). Objetivando-se efetuar uma comparação justa entre estes dois métodos (AG e busca aleatória), o algoritmo de busca aleatória também foi testado 10 vezes para cada um dos instantes de tempo analisados. Em cada um destes testes, permitiu-se que o algoritmo de busca aleatória procurasse a solução ótima durante exatamente o mesmo tempo que o respectivo AG levou para convergir.

A Figura 30 compara o erro médio obtido pelos dois métodos em cada um dos 43 instantes de tempo analisados, 100 ms a 268 ms, em passos de 4 ms. Por sua vez, a Figura 31 apresenta o desvio padrão obtido em cada instante de tempo, por ambos os métodos. Adicionalmente, a Figura 32 compara o melhor erro absoluto obtido por ambos os métodos em cada instante de tempo. O melhor erro absoluto é o menor erro entre os 10 diferentes valores de erro obtidos em cada instante de tempo.

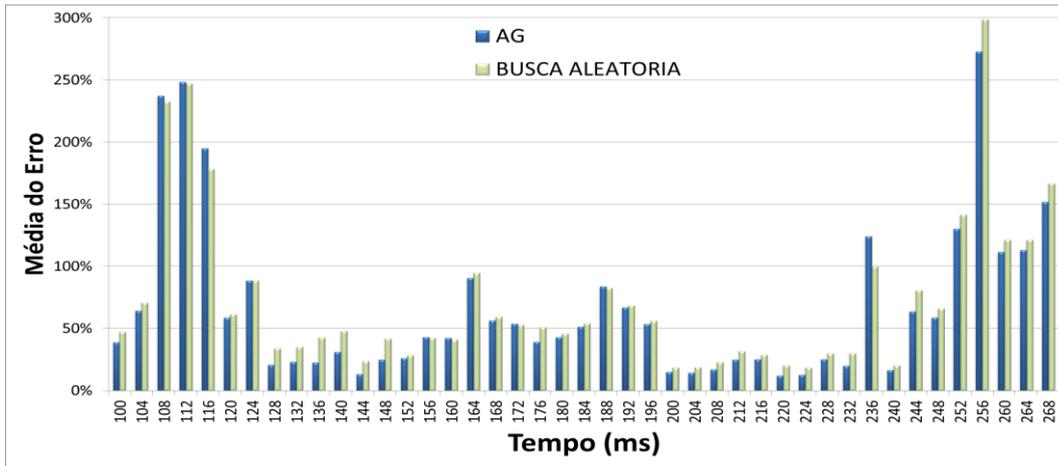


Figura 30 - Média do erro em cada um dos instantes analisados, para um dipolo livre.

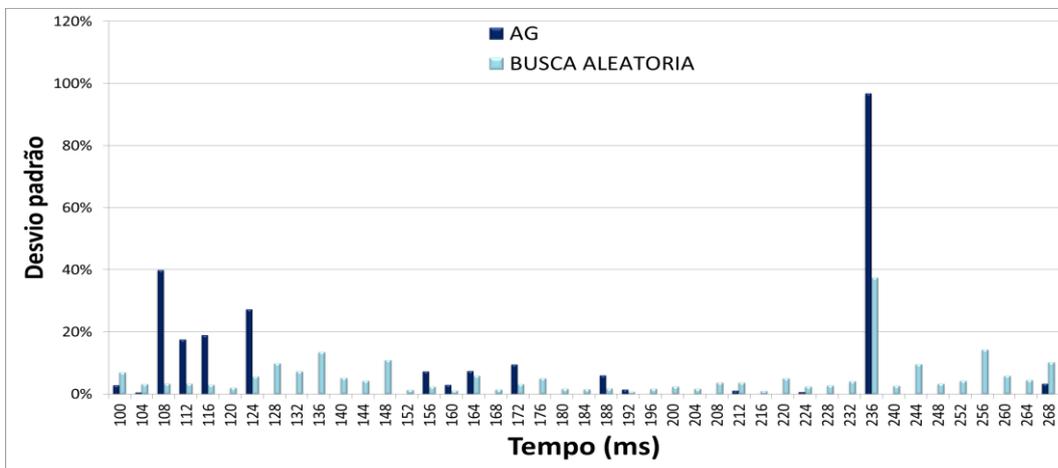


Figura 31 - Desvio padrão em cada um dos instantes analisados, para um dipolo livre.

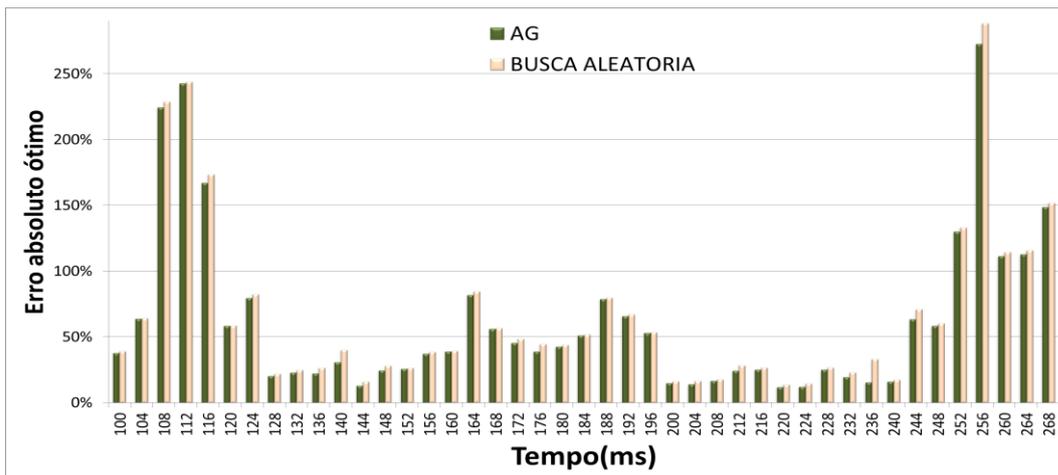


Figura 32 - Erro absoluto ótimo em cada instante de tempo analisado, para um dipolo livre.

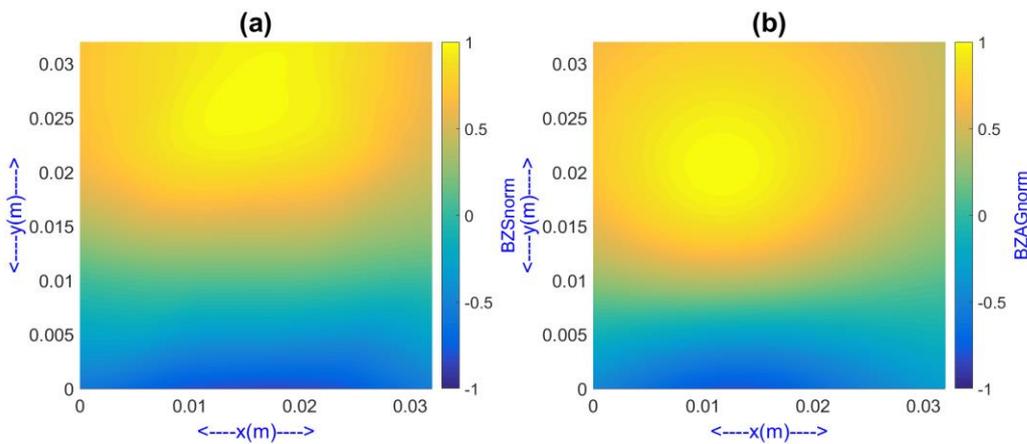
Os resultados apresentados na Figura 30 indicam que na maioria dos casos o erro médio obtido pelo AG foi melhor do que o retornado pela busca aleatória. Por outro lado, a Figura 31 mostra que, geralmente, o desvio padrão obtido pelo AG foi consideravelmente menor do que o obtido pela busca aleatória. Estes resultados eram esperados, uma vez que, ao contrário da busca aleatória, o AG é um método de busca guiada, que tipicamente tende a convergir para a mesma solução, exceto em espaços de busca complexos que podem forçar convergência para mínimos locais, dependentes da população inicial. Por sua vez, ao observar os resultados apresentados na Figura 32, é possível concluir que os melhores valores de erro obtidos pelo AG sempre foram menores do que os respectivos erros obtidos pela busca aleatória.

O AG desenvolvido foi capaz de retornar valores de erro médio absoluto aceitáveis para a maioria dos instantes de tempo analisados. Destaca-se que o problema analisado se refere notoriamente a uma distribuição de múltiplos dipolos, a qual se está modelando por meio de um único dipolo elétrico equivalente. Conseqüentemente, impede-se a redução do erro até valores muito pequenos. Portanto, podem-se notar erros consideravelmente elevados nas faixas de tempo vizinhas aos instantes iniciais (100 ms) e finais (268 ms), pois, nessas situações, os mapas magnéticos experimentalmente adquiridos são muito mal modelados por um único dipolo, considerando a média dos erros obtidos para um dipolo livre nos dez testes realizados, conforme observado na Figura 30.

Os resultados obtidos indicam que o desvio padrão da AG foi nulo ou satisfatoriamente pequeno, para a maioria dos casos analisados. Este fato evidencia que, conforme desejado, geralmente, o AG desenvolvido não foi significativamente afetado pela população inicial. No entanto, em alguns casos, o desvio padrão foi consideravelmente elevado, tal como em 236 ms. Nestes casos, o AG ficou preso em diferentes mínimos locais, tendo convergido para soluções consideravelmente distintas em alguns dos 10 testes realizados. Esta situação é evidenciada pela comparação do erro médio obtido (cerca de 125% - Figura 30) com o erro ótimo (cerca de 15% - Figura 32). Conseqüentemente, devido a estas exceções, recomenda-se avaliar o AG para algumas populações iniciais diferentes, conforme realizado nos testes aqui explicitados.

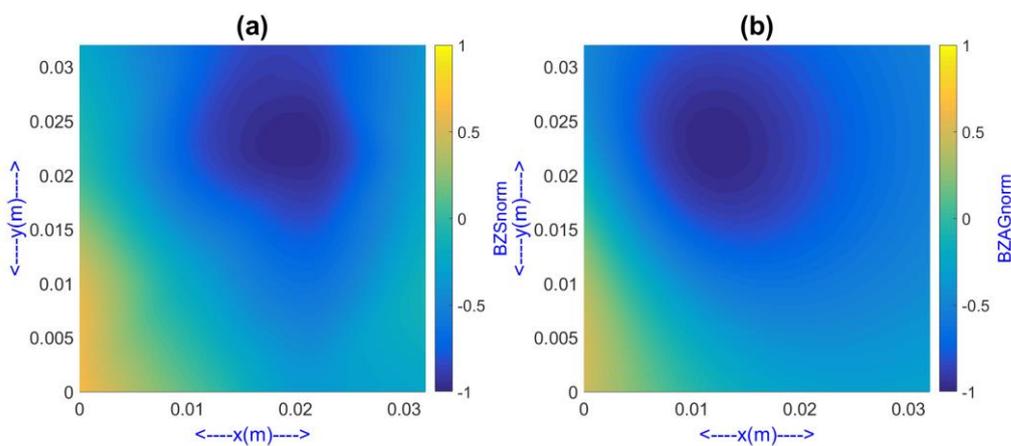
A Figura 33 à Figura 34 mostram uma comparação, em dois instantes diferentes de tempo (respectivamente, 200 ms e 100 ms), entre o mapa de campo

magnético normalizado experimental B_{Znorm} , à esquerda, e o mapa de campo magnético normalizado computacionalmente estimado $B_{ZAGnorm}$, à direita, que é obtido usando a melhor configuração do dipolo retornada pelo AG. O erro médio absoluto total, calculado por meio da eq. (14), foi de 14,997%, para os resultados apresentados na Figura 33, referentes ao instante de tempo de 200 ms. Por sua vez, foi obtido um erro de 37,94%, para os apresentados na Figura 34, referentes ao instante de tempo de 100 ms.



Tempo 200 ms ERRO 14.997 %

Figura 33 - Comparação entre os mapas normalizados de campo magnético, em 200ms: (a) mapa experimental B_{Znorm} e (b) mapa computacionalmente estimado $B_{ZAGnorm}$; para um único dipolo livre.



Tempo 100 ms ERRO 37.9383 %

Figura 34 - Comparação entre os mapas normalizados de campo magnético, em 100ms: (a) mapa experimental B_{Znorm} e (b) mapa computacionalmente estimado $B_{ZAGnorm}$; para um único dipolo livre.

A Figura 35 apresenta a representação dos dipolos equivalentes de corrente retornados pelo AG, para os casos retratados nas Figura 33 (200 ms) à Figura 34 (100 ms). O dipolo de corrente é representado pela seta preta. O comprimento da seta é proporcional à intensidade ρ do dipolo, o ângulo da seta está diretamente relacionado com o ângulo α do dipolo, e a posição do dipolo no plano xy corresponde à base da seta. Ressalta-se ainda que, a área quadrada, cujo contorno é destacado em branco, refere-se à área de medição efetiva (32 mm x 32 mm). Uma área maior é apresentada nestas Figuras, para fins de representação adequada dos dipolos. Caso contrário, observe que, por exemplo, parte da seta que representa o dipolo indicado na Figura 35(b) estaria localizada fora da Figura. O comportamento do campo magnético evidenciado nos mapas refere-se ao campo magnético calculado para o dipolo estimado pelo AG.

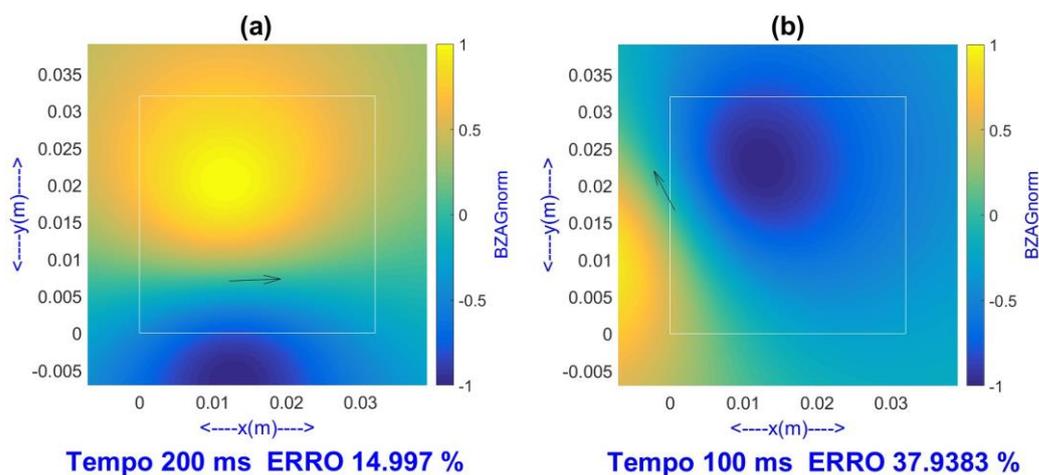


Figura 35 - Representação dos dipolos equivalentes estimado pelo AG, para os instantes de tempo analisados nas Figura 33 e Figura 34: (a) 200ms e (b) 100 ms.

Adicionalmente, destaca-se que, conforme dito anteriormente, o dipolo é representado por uma seta de cor preta, com comprimento proporcional a sua magnitude ρ . Dessa forma, para valores muito pequenos de ρ esta seta poderia se tornar imperceptível na representação gráfica. Conseqüentemente, a fim de evitar este problema, limita-se o comprimento mínimo da seta de modo a garantir que a mesma seja sempre visível. Nestes casos, a seta é representada na cor vermelha, indicando que o comprimento efetivo da mesma deveria ser inferior ao representado (limite inferior violado). Por outro lado, valores de ρ muito grandes implicam em setas muito longas, as quais podem ultrapassar os limites da região

definida para apresentação dos resultados. Dessa forma, o comprimento máximo das setas também foi limitado, a fim de garantir que a representação gráfica das mesmas esteja sempre contida na área de plotagem. Nestes casos, a seta é representada na cor roxa, indicando que o comprimento efetivo da mesma deveria ser superior ao representado (limite superior violado). A Figura 36 apresenta exemplos onde o comprimento mínimo da seta é alcançado (208 ms) e, também, onde o comprimento máximo é atingido (164 ms).

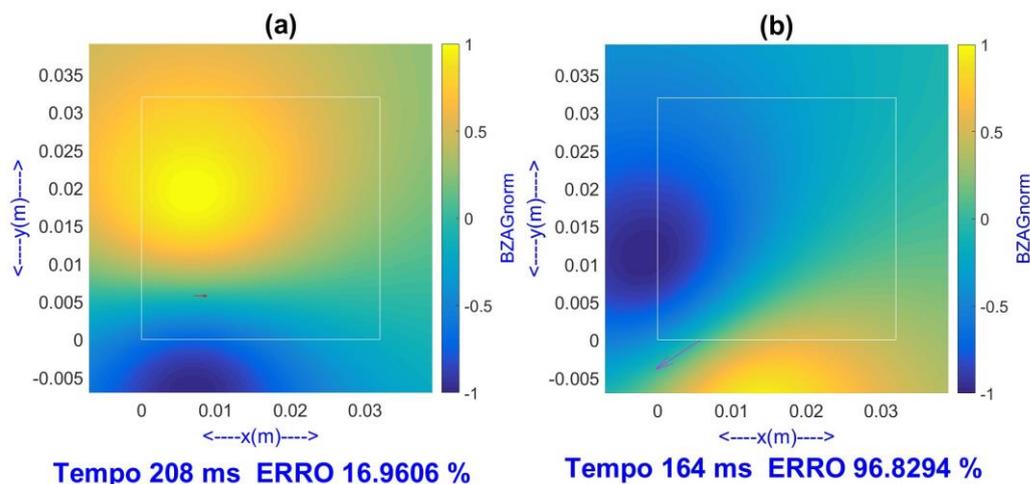


Figura 36 - Representação dos dipolos equivalentes gerados pelo AG: (a) comprimento mínimo da seta e (b) comprimento máximo da seta.

A fim de comparar qualitativamente os resultados aqui obtidos, com aqueles provenientes de uma abordagem clássica anteriormente desenvolvida [90], aplicada ao mesmo conjunto de dados, a Figura 37 apresenta uma comparação, em vários instantes de tempo, entre os mapas de campo magnético referentes aos dipolos elétricos estimados pela técnica aqui proposta, coluna direita, e os mapas de isocampo experimentalmente medidos, coluna esquerda. Os respectivos dipolos equivalentes também são apresentados na Figura 37, sendo que, à direita, se apresentam, por meio de setas, os dipolos elétricos calculados pelo AG aqui desenvolvido, enquanto que, à esquerda, são apresentados, por meio de linhas rosas, os dipolos estimados pela técnica empregada em [90].

De forma qualitativa, a inspeção dos resultados apresentados nestas figuras permite verificar uma boa adequação entre as estimativas feitas por meio de ambas as técnicas.

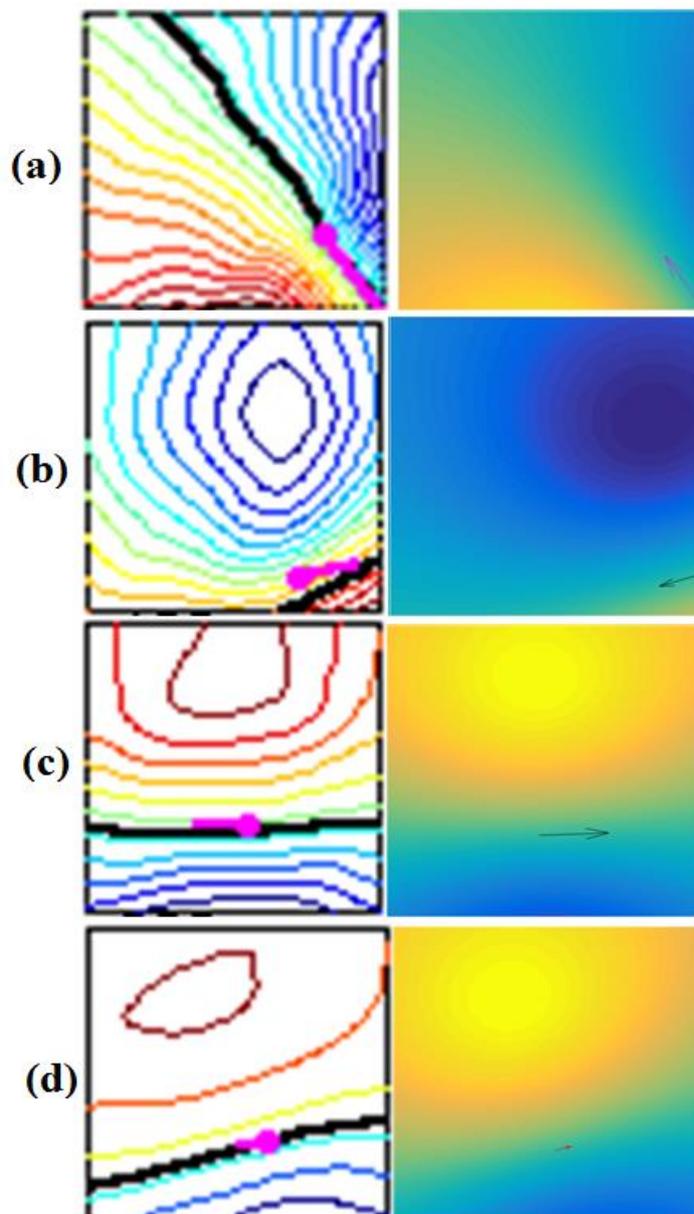
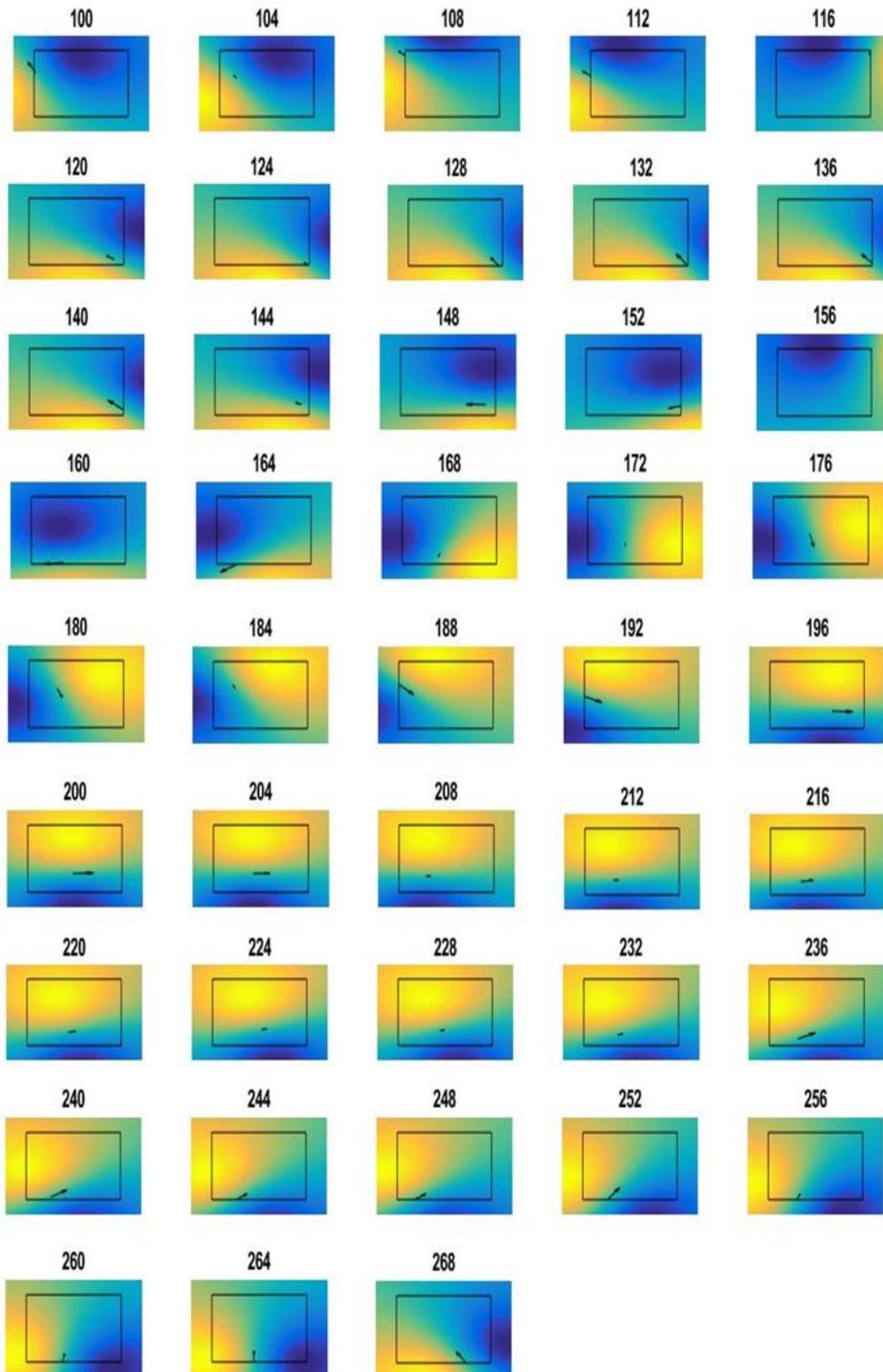


Figura 37 - Comparação entre os parâmetros do dipolo equivalente estimado por a técnica implementada em [90] (esquerda) e a técnica desenvolvida nesta dissertação (direita), nos instantes de tempo: (a) 132 ms, (b) 152 ms, (c) 200 ms, (d) 224 ms.

Por sua vez, a Figura 38 apresenta os dipolos equivalentes, obtidos por meio da aplicação da técnica computacional aqui desenvolvida, para todos os 43 mapas de campo magnético analisados, para os instantes de tempo entre 100 ms e 268 ms, em passos de 4 ms.



PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1421924/CA

Figura 38 - Representação dos dipolos estimados pelo AG em cada um dos 43 instantes de tempo, entre 100 ms e 268 ms.

5.1.1.2. Múltiplos dipolos

Conforme destacado na seção 5.1.1.1, por meio da inspeção dos resultados apresentados nas Figura 30 e Figura 32, pode-se notar que seria interessante reduzir os valores de erro obtidos em todos os instantes de tempo e, em especial, nas faixas de tempo iniciais, em torno de 100 ms, e finais, em torno de 268 ms, onde os erros assumem valores mais elevados. Tendo em vista os resultados obtidos, supôs-se não ser possível obter erros menores devido ao problema analisado (*PBI*, descrito na seção 4.2) não ser bem modelado por um único dipolo.

Dessa forma, objetivando-se reduzir os valores de erro obtidos, o AG foi ajustado a fim de conseguir associar um conjunto de n^2 dipolos, onde $n=1, 2, 3...8$, aos mapas de campo experimentalmente medidos. O comportamento do AG foi reavaliado nesta situação, para todos os valores de n aqui indicados. Destaca-se, entretanto, que o aumento do número de dipolos implica diretamente em um aumento do tempo de simulação, visto que a quantidade genes do cromossomo é dada por $4n^2$. O fator 4 deve-se ao fato de cada dipolo ter 4 parâmetros associados: posição no eixo x , posição no eixo y , ângulo α e magnitude ρ . Por sua vez, para cada valor de n , o AG foi testado 10 vezes, de forma equivalente ao procedimento adotado para o caso de dipolo único (seção 5.1.1.1).

Assim, para cada instante de tempo analisado, calculou-se o erro médio correspondente, tendo em vista os valores de erro obtidos em cada um dos 10 testes realizados. Após avaliar o erro médio associado a cada um dos 43 instantes de tempo de interesse, calculou-se a média destes erros. Este procedimento foi repetido para cada valor de n analisado. A Figura 39 apresenta os resultados referentes à média dos erros, em função da quantidade de dipolos. Este mesmo gráfico também indica o tempo médio total de processamento do AG, para avaliação de todos os 43 mapas de interesse. Para cada um destes mapas, calculou-se o tempo médio demandado para execução dos 10 testes realizados. Na sequência, somam-se os 43 tempos médios obtidos, a fim de estimar o tempo médio total.

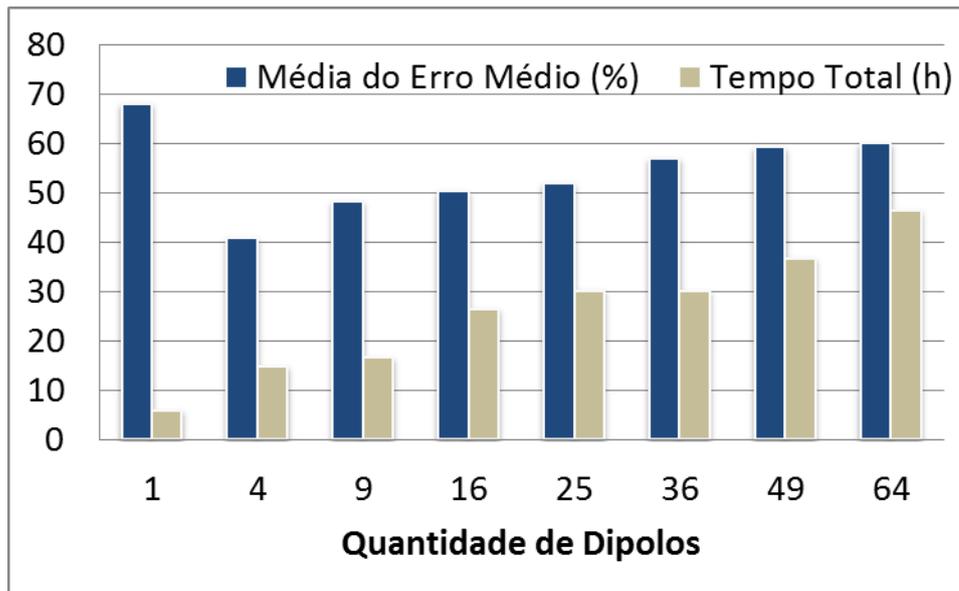


Figura 39 - Média dos erros, em valores percentuais, e tempo médio total de processamento, em horas, em função da quantidade de dipolos (n^2).

Os resultados apresentados na Figura 39 indicam que todos os casos que empregaram mais de um dipolo obtiveram uma média do erro menor do que a obtida para um dipolo. Adicionalmente, assim como esperado, verifica-se que o tempo total de processamento aumenta em função da quantidade de dipolos.

Entretanto, também se percebe um comportamento, de certa forma, inesperado. Nota-se claramente uma melhoria no erro ao se comparar os casos de 1 e 4 dipolos, sendo que a média dos erros decresce de aproximadamente 68% para cerca de 40%. Porém, ao continuar aumentando a quantidade de dipolos este comportamento não se mantém, ou seja, ao invés de diminuir, o erro passa a aumentar gradativamente. Este resultado está associado ao fato de que uma população de 100 indivíduos não propicia uma diversidade suficiente para a evolução, de modo que, para muitos dipolos, o AG fica preso em mínimos locais. Destaca-se, por exemplo, que, para 64 dipolos, cada cromossomo possuirá 256 genes.

A Figura 40 apresenta, para cada instante de tempo avaliado, o erro absoluto ótimo, selecionado entre os erros obtidos para os 10 testes realizados para cada mapa da *PBI*. Nesta Figura, são explicitados os resultados obtidos para 1 e 4 dipolos, a fim de se comparar o pior e o melhor caso, tendo em vista os valores de erro apresentados na Figura 39.

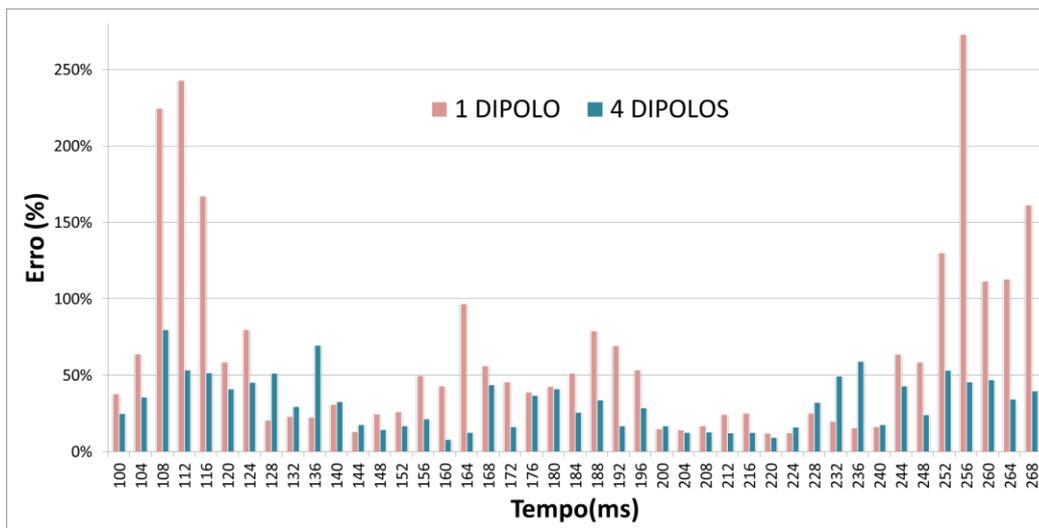


Figura 40 - Comparação entre os erros absolutos ótimos alcançados pelos AG baseados em 1 e 4 dipolos livres, em cada instante de tempo analisado.

Inspecionando-se os resultados apresentados na Figura 40, verifica-se que em praticamente todos os casos avaliados há uma redução significativa do erro, por meio do emprego de um AG baseado em 4 dipolos. Este efeito é especialmente expressivo nos instantes de tempo iniciais e finais, onde observa-se um intenso decrescimento do erro, em relação aos valores obtidos para 1 dipolo. Este comportamento era esperado e está de acordo com a hipótese levantada na seção 5.1.1.1, onde associou-se os erros elevados à impossibilidade das características dos mapas de campo serem modeladas por um dipolo único. Adicionalmente, para os instantes de tempo intermediário, também se obteve melhorias significativas, na maioria dos casos.

Nas Figura 41 e Figura 42, são representados: (a) os mapas de campo magnético experimentais, (b) o mapa correspondente obtido pelo AG baseado em 1 dipolo e (c) o mapa correspondente obtido pelo AG com 4 dipolos. Observando-se as Figuras e comparando-se os valores de erro informados, verifica-se uma grande melhoria de desempenho, sendo que o modelo torna -se consideravelmente mais fidedigno para 4 dipolos, tanto em 112 ms quanto em 164 ms.

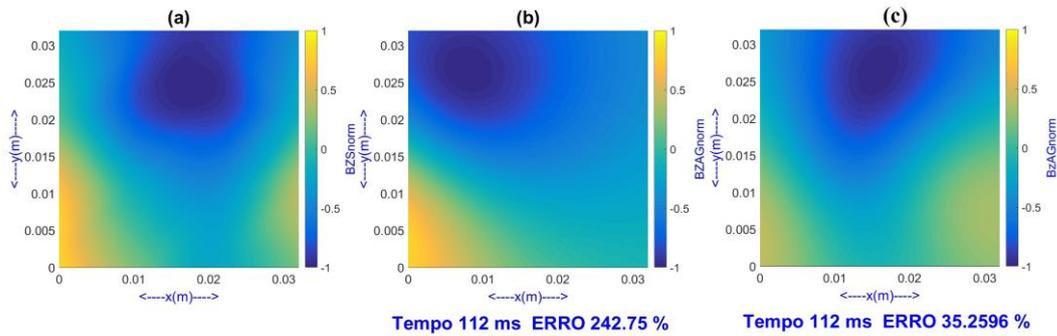


Figura 41 - Comparação dos mapas magnéticos obtidos para o instante de tempo de 112 ms: (a) mapa experimental, (b) AG com 1 dipolo livre, e (c) AG com 4 dipolos livres.

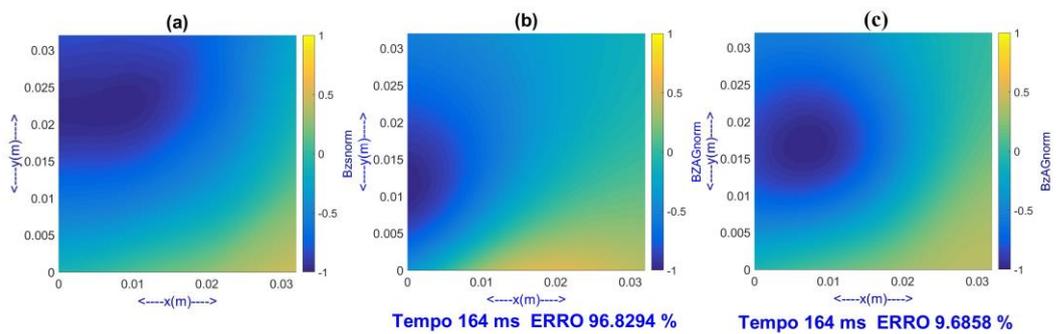


Figura 42 - Comparação dos mapas magnéticos obtidos para o instante de tempo de 164 ms: (a) mapa experimental, (b) AG com 1 dipolo livre, e (c) AG com 4 dipolos livres.

Por sua vez, na Figura 43 à Figura 44 são representados os dipolos elétricos estimados pelos AGs baseados em 1 e 4 dipolos, para os mapas de campo apresentados respectivamente nas Figura 41 e Figura 42.

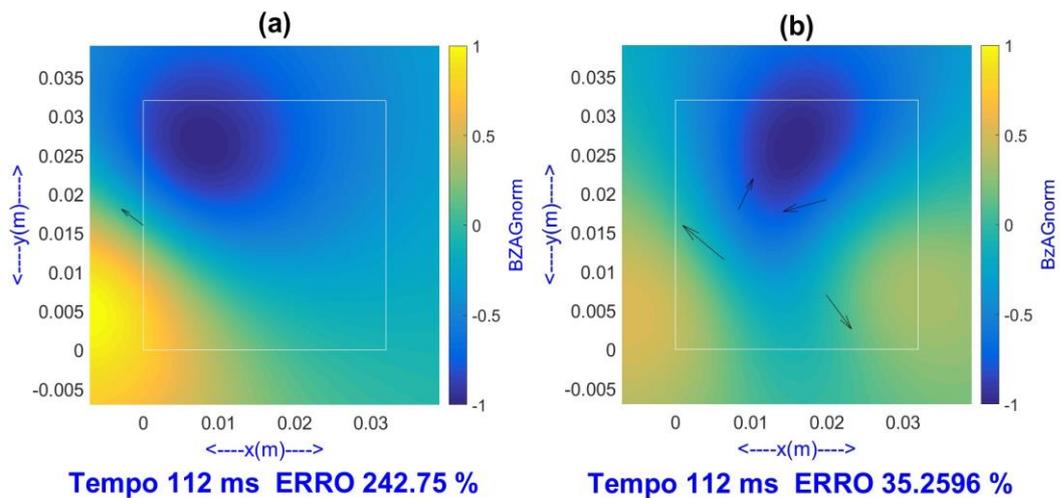


Figura 43 - Representação dos dipolos gerados pelo AG para o caso da Figura 41 com (a) 1 dipolo livre, e (b) 4 dipolos livres.

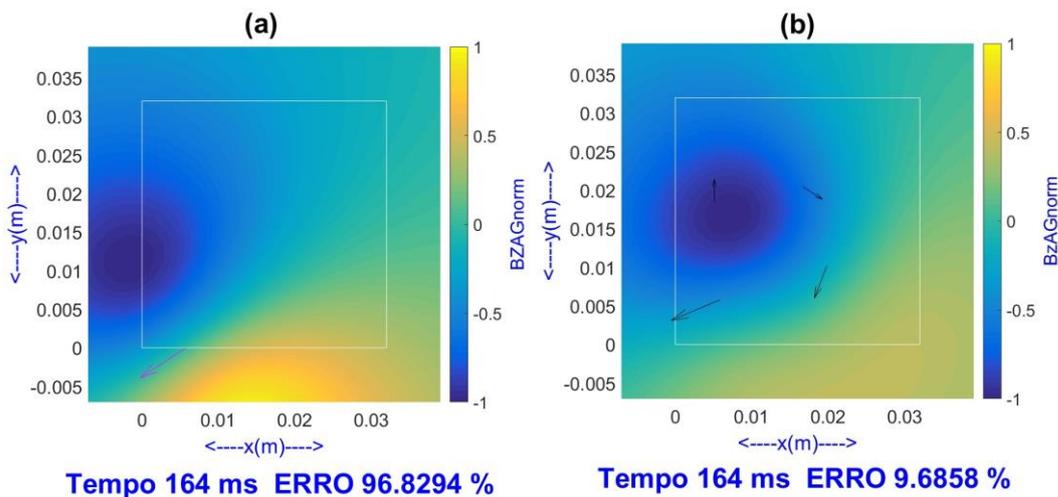


Figura 44 - Representação dos dipolos gerados pelo AG para o caso da Figura 42 com (a) 1 dipolo livre, e (b) 4 dipolos livres.

A utilização de uma quantidade maior de dipolos torna o modelo mais genérico e permite que o mesmo possa modelar comportamentos de campo magnético impossíveis de serem adequadamente modelados por um dipolo único. Entretanto, as análises apresentadas nesta subseção também indicaram que, os resultados tendem a piorar para uma quantidade excessiva de dipolos, pois aumenta-se significativamente a complexidade do espaço de buscas, sendo que o AG pode ficar preso em mínimos locais, não conseguindo convergir para soluções satisfatórias.

5.1.2. População com tamanho variável

Tendo em vista os resultados obtidos na seção 5.1.1.2, conclui-se que o aumento do erro, observado a partir de 9 dipolos, é advindo do aumento da complexidade do espaço de busca. Dessa forma, o AG fica preso em soluções locais, visto que uma população de tamanho fixo e igual a 100 indivíduos não propicia a diversidade necessária a evolução. Em particular, a Figura 39, da seção 5.1.1.2, explicita este comportamento.

Consequentemente, a fim de garantir que a diversidade populacional seja satisfatória para todas as quantidades de dipolos analisadas, definiu-se um tamanho de população variável, que varia em função da quantidade de dipolos, ou, equivalentemente, da quantidade de genes - cada dipolo é representado por 4 genes. Neste intuito, foram realizados dois testes, sendo que em um deles

estabeleceu-se o tamanho da população como 6 vezes a quantidade genes (variáveis do problema) e no outro como 10 vezes. Assim, por exemplo, para 9 dipolos ter-se-ão 36 genes e, conseqüentemente, o tamanho da população será 216, pelo primeiro critério (6 vezes) ou 360, pelo segundo critério (10 vezes).

Note que, aumentando-se o tamanho da população, aumenta-se a capacidade de exploração do espaço de busca, porém, o tempo de processamento computacional também será aumentado. Dessa forma, seu tamanho deve ser grande o suficiente, a fim de evitar que o AG fique preso em mínimos locais, porém, não muito grande, a fim de permitir que a solução seja obtida dentro de um tempo aceitável.

De modo a avaliar como o desempenho do AG é afetado pelos dois critérios de população variável aqui propostos, e a poder comparar estes novos resultados com aqueles obtidos para uma população fixa de 100 indivíduos, os testes apresentados nesta seção foram feitos para o mesmo conjunto de mapas magnéticos avaliados na seção 5.1.1.2, correspondentes às medições experimentais realizadas para a *PBI*, definido na seção 4.2. Por sua vez, todos os parâmetros do AG foram mantidos, exceto o tamanho da população, que agora deixa de ser fixo e torna-se dependente do número de variáveis (genes) do AG. A Figura 45 e a Figura 46 resumem os resultados obtidos, para cada uma das técnicas avaliadas para definição do tamanho da população: 100 indivíduos, 6 vezes a quantidade de variáveis e 10 vezes a quantidade de variáveis. Para cada conjunto de n^2 dipolos avaliados, a Figura 45 apresenta a média dos erros obtidos, considerando-se todos os 43 instantes de tempo de interesse (100 ms a 268 ms), enquanto que a Figura 46 explicita os respectivos tempos totais de processamento.

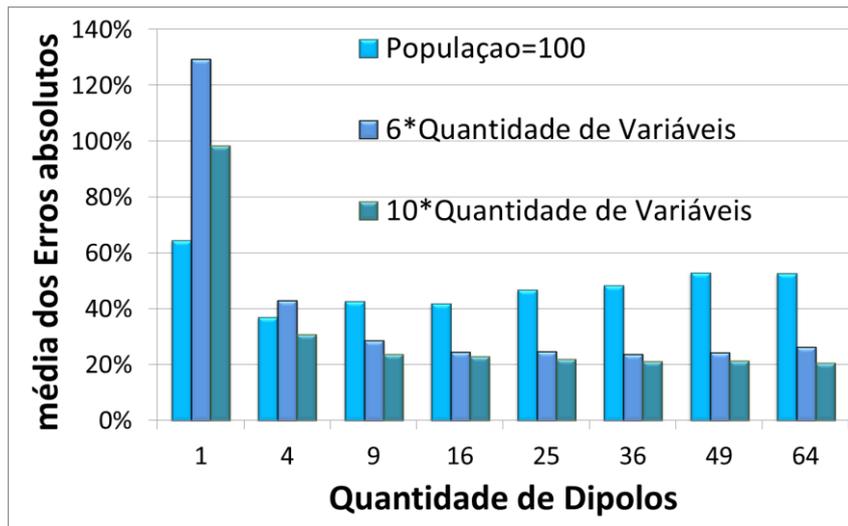


Figura 45 - Média dos erros absolutos, em valores percentuais, em função da quantidade de dipolos (n^2); para tamanhos de população iguais a (a) 100 indivíduos, (b) 6 vezes a quantidade de variáveis e (c) 10 vezes a quantidade de variáveis.

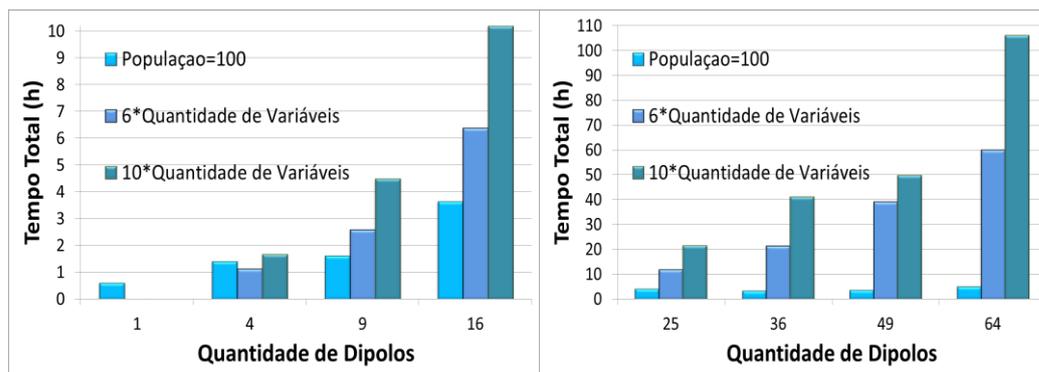


Figura 46 - Tempo médio total de processamento, em horas, em função da quantidade de dipolos: esquerda 1-16, direita 25-64; para tamanhos de população iguais a (a) 100 indivíduos, (b) 6 vezes a quantidade de variáveis e (c) 10 vezes a quantidade de variáveis.

Observando-se a Figura 45, é possível perceber que, conforme destacado na seção 5.1.1.2, para uma população fixa de 100 indivíduos, o erro melhora ao se aumentar o número de dipolos de 1 para 4. Porém, a partir deste ponto, o erro piora gradativamente com o aumento do número de dipolos. Por sua vez, o emprego de uma população com tamanho 6 vezes superior à quantidade de genes, possibilita que o erro seja continuamente reduzido em função do incremento do número de dipolos, até cerca de 16 dipolos. A partir deste ponto, os erros se mantêm aproximadamente constantes, apresentando uma ligeira piora em função da quantidade de dipolos. Finalmente, para um tamanho de população 10 vezes

superior à quantidade de genes, tem-se que o erro decai gradativamente em função do incremento do número de dipolos. Entretanto, a partir de 25 dipolos não é observada uma melhoria significativa do erro.

Adicionalmente, por meio da Figura 45, também é possível perceber que os erros obtidos com um tamanho de população igual a 10 vezes o número de variáveis foram sempre melhores do que os erros correspondentes alcançados para uma população com tamanho igual a 6 vezes o número de variáveis. Por sua vez, a partir de 9 dipolos, os erros obtidos para uma população fixa de 100 indivíduos foram sempre piores do que os alcançados pelas demais técnicas avaliadas. Entretanto, isto não é verdade para os casos de 1 e 4 dipolos.

Note que, para um dipolo, ao se definir um tamanho de população igual a 6 vezes o número de variáveis, faz-se com que o mesmo seja de 24 indivíduos. Por outro lado, definindo-o como 10 vezes o número de variáveis, faz-se com que a população seja composta por 40 indivíduos. Por sua vez, para 4 dipolos, as populações serão compostas por, respectivamente, 96 indivíduos (6 vezes) e 160 indivíduos (10 vezes). Dessa forma, verifica-se que o erro obtido por uma população com tamanho fixo de 100 indivíduos é melhor do que o obtido pelas demais técnicas de população variável, apenas quando um tamanho de população de 100 indivíduos é superior ao obtido por meio do emprego das técnicas adotadas para definição do tamanho da população de forma variável.

Dessa forma, os resultados indicam que o aumento do tamanho da população implica em uma redução do erro, sendo possível melhorar significativamente o desempenho do AG adotando-se as técnicas aqui propostas para definição do tamanho da população, em especial, para grandes quantidades de dipolos. Por outro lado, conforme esperado, para todas as quantidades de dipolos avaliadas, os resultados explicitados na Figura 46 indicam que o tempo de processamento computacional aumenta substancialmente em função do incremento do tamanho da população. Dessa forma, deve-se buscar uma relação de compromisso, que propicie a obtenção de erros satisfatoriamente baixos, dentro de tempos de processamento aceitáveis.

Tendo em vista os resultados obtidos, para as técnicas baseadas em populações com tamanho variável, é possível verificar que, acima de 16 dipolos, não é observada uma melhoria significativa no erro e, adicionalmente, também se observa que o erro obtido por ambas as técnicas (6 vezes e 10 vezes) torna-se

aproximadamente igual. Por outro lado, conforme evidenciado na Figura 58, aumentando-se a quantidade de dipolos acima de 16, o tempo de processamento computacional é substancialmente aumentado. Além disso, os tempos de processamento computacional são significativamente maiores ao se empregar uma população com tamanho 10 vezes superior à quantidade de variáveis, em relação ao tempo de processamento verificado para populações com um tamanho apenas 6 vezes maior do que a quantidade de variáveis. Dessa forma, tendo em vista a obtenção de uma relação de compromisso ótima entre erro e tempo de processamento computacional, recomenda-se a seleção do AG implementado com 16 dipolos e uma população variável com tamanho igual a 6 vezes a quantidade de variáveis.

5.1.3. **Crossover Heurístico adaptativo**

Conforme descrito na seção 4.4.1, adotou-se a função de cruzamento heurístico, denominada *Crossoverheuristic* no MATLAB®, em todos os testes apresentados no Capítulo 5. Esta função retorna descendentes localizados a uma pequena distância do progenitor com o melhor valor de aptidão e, conseqüentemente, significativamente distantes do progenitor menos apto. A distância de afastamento, em relação ao progenitor com melhor aptidão, é definida pela diferença entre os cromossomas dos progenitores, multiplicada por um parâmetro denominado Raio (R). Valores pequenos de R fazem com os descendentes gerados sejam muito parecidos com o melhor dos progenitores envolvidos na operação de cruzamento. Dessa forma, reduz-se a diversidade da população e aumenta-se a probabilidade do AG ficar preso em mínimos locais. Por outro lado, valores grandes de R aumentam o grau de aleatoriedade da busca, dificultando a evolução.

Conseqüentemente, para encontrar o valor mais adequado de R , foram realizados diversos testes, a fim de avaliar como o desempenho do AG era afetado por alterações neste parâmetro, sendo que os resultados obtidos indicaram que $R = 2$ foi um valor satisfatório para a grande maioria dos casos avaliados. Dessa forma, em todos os casos explicitados nas seções anteriores do Capítulo 5, empregou-se $R = 2$.

Entretanto, tendo em vista a descrição das características do *crossover* heurístico, é possível perceber que seria interessante iniciar a evolução com um R pequeno e permitir que R aumente ao se perceber que o AG está preso em um potencial mínimo local, a fim de possibilitar que ele escape desta falsa solução ótima. Dessa forma, nesta seção avalia-se uma nova abordagem que permite que o parâmetro R seja alterado durante o processo de evolução. Nesta nova configuração, o parâmetro R é inicializado com um valor baixo (R_1). Por sua vez, ao se perceber que o AG está preso em um mínimo local, aumenta-se o valor de R para R_2 , a fim de permitir a criação de novos indivíduos significativamente diferentes daqueles presentes na população e, conseqüentemente, possibilitar que o AG escape do ponto de mínimo. Na sequência, retorna-se R ao seu valor inicial R_1 , a fim de se permitir que a evolução prossiga de forma controlada. A Figura 47 apresenta um fluxograma da técnica proposta. Assume-se que o AG está preso em um mínimo local quando a variação relativa média da função *fitness*, ao longo de 10 gerações (*StallGenLimit*), é menor do que 10^{-3} (*TolFun*).

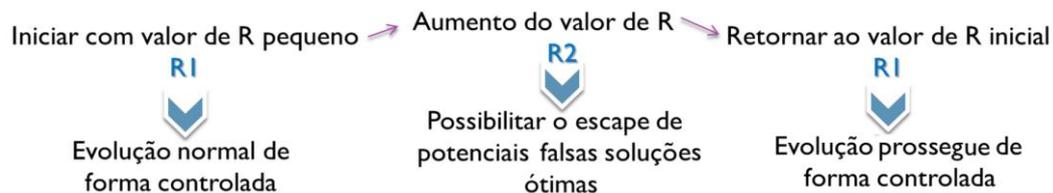


Figura 47 - Fluxograma da técnica de crossover heurístico adaptativo.

Convencionou-se denominar a versão do AG com R fixo de $R = 2$ e a versão que permite variação de R ao longo da evolução de $R = R_1-R_2-R_1$. Foram realizados testes a fim de definir os valores ideais dos parâmetros R_1 e R_2 , objetivando a obtenção de erros pequenos em tempos de processamento também pequenos. Tais análises indicaram que bons resultados são obtidos por meio da seleção de $R_1 = 2$ e $R_2 = 6$. Dessa forma, a nova configuração do AG foi denominada $R = 2-6-2$.

Esta nova abordagem ($R = 2-6-2$) foi testada e comparada com a anterior ($R = 2$), para o conjunto de dados referentes a **PBI**, apresentado na seção 4.2. Ambas as configurações foram avaliadas para n^2 dipolos e em todos os testes adotou-se uma população com tamanho variável, definida como 6 vezes a quantidade de genes. A Figura 48 e a Figura 49 apresentam respectivamente as comparações das

médias dos erros e dos tempos totais de processamento, considerando-se todos os 43 instantes de tempo analisados (100 ms a 268 ms), em função da quantidade de dipolos considerada.

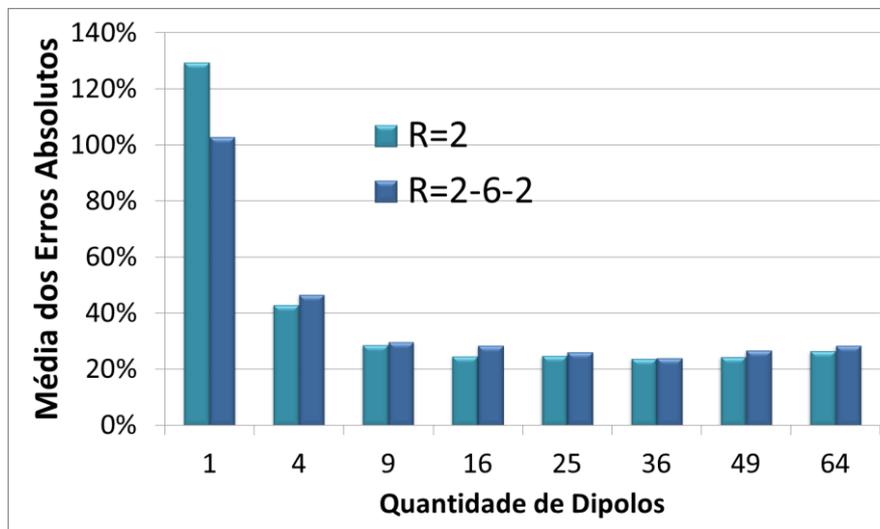


Figura 48 - Comparação dos erros médios obtidos por meio da adoção da abordagem de AG com R fixo ($R = 2$) e baseados no crossover heurístico adaptativo de $R = 2-6-2$, em função da quantidade de dipolos.

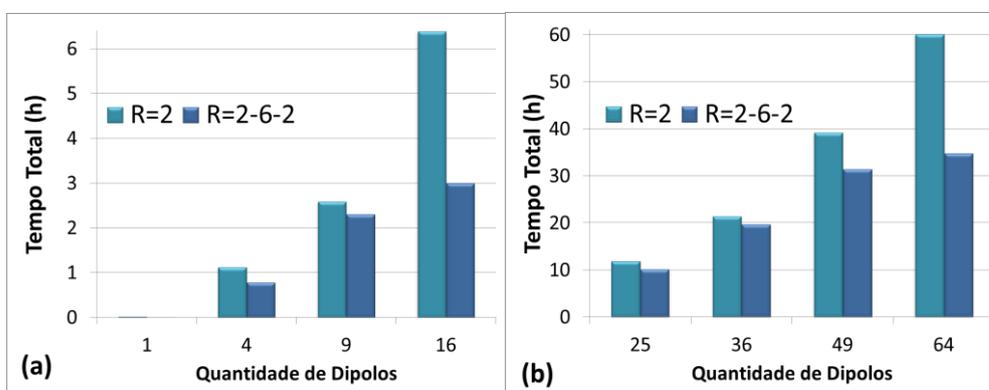


Figura 49 - Comparação dos tempos totais de processamento dos AGs implementados com $R = 2$ e $R = 2-6-2$, em função da quantidade de dipolos: (a) 1-16 (b) 25-64.

Observando os resultados apresentados na Figura 48, verifica-se que a adoção da nova técnica aqui proposta ($R = 2-6-2$) não implica em uma melhoria no erro médio, em relação aos valores alcançados para um parâmetro R fixo e igual a 2. É possível notar que, para quase todas as quantidades de dipolos analisadas, o erro obtido pela técnica $R = 2-6-2$ é pior do que o atingido ao se fazer $R = 2$. Entretanto, apesar do erro obtido por meio da técnica $R = 2-6-2$ ter

sido pior, destaca-se que os erros alcançados por ambos os métodos são muito próximos. A única exceção a esta regra foi o caso de 1 dipolo único, para o qual o erro alcançado pela técnica $R = 2-6-2$ foi mais baixo.

Dessa forma, os resultados apresentados na Figura 48 não dão uma indicação clara de que a técnica $R = 2-6-2$ apresenta desempenho superior ao atingido fazendo-se $R = 2$. Porém, ao se inspecionar a Figura 49, verifica-se que, para todas as quantidades de dipolos avaliadas, os tempos de processamento computacional são significativamente reduzidos por meio do emprego do *crossover* heurístico adaptativo ($R = 2-6-2$). Por exemplo, para 64 dipolos, o tempo de processamento é reduzido de cerca de 60 horas para menos de 35 horas, às custas de um incremento do erro de menos de 2%. Dessa forma, tendo em vista que se obtém uma expressiva redução do tempo de processamento, associada a uma inexpressiva piora do erro, recomenda-se a adoção do método de *crossover* heurístico adaptativo aqui proposto.

Os resultados dos testes realizados também indicam que, conforme esperado, em princípio, o erro é reduzido por meio do incremento do número de dipolos, para ambas as técnicas avaliadas. Entretanto, a partir de uma certa quantidade crítica de dipolos, não se consegue reduzir o erro significativamente por meio do incremento do número de dipolos. Em particular, para o caso avaliado, não são obtidas melhorias expressivas no erro aumentando-se a quantidade de dipolos acima de 9 ou 16 dipolos. Por outro lado, ao se aumentar a quantidade de dipolos, eleva-se sistematicamente o tempo de processamento computacional. Dessa forma, tendo em vista a obtenção de um custo-benefício ótimo entre erro e tempo de processamento, recomenda-se a implementação do AG com 9 ou 16 dipolos.

As Figura 50 à Figura 56, apresentam uma comparação entre o mapa de campo experimental, correspondente ao instante de tempo de 164 ms, com os mapas de campo gerados pelos dipolos elétricos retornados pelo AG. Foram avaliadas implementações do AG baseadas em 9, 16, 25, 36, 49, 64 dipolos, sendo que os dipolos retornados pelo AG são representados nas Figuras. Em todos os casos, empregou-se um tamanho de população variável (6 vezes a quantidade de genes) e um parâmetro R baseado no *crossover* heurístico adaptativo, $R = 2-6-2$.

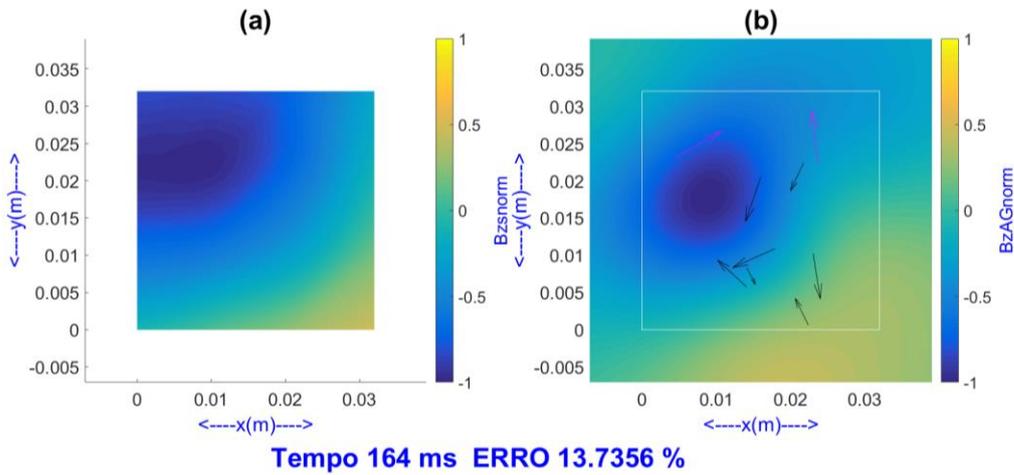


Figura 50 - Comparação entre um mapa de campo magnético experimental (a) e o mapa obtido pelos dipolos calculados pelo AG, empregando-se 9 dipolos livres (b).

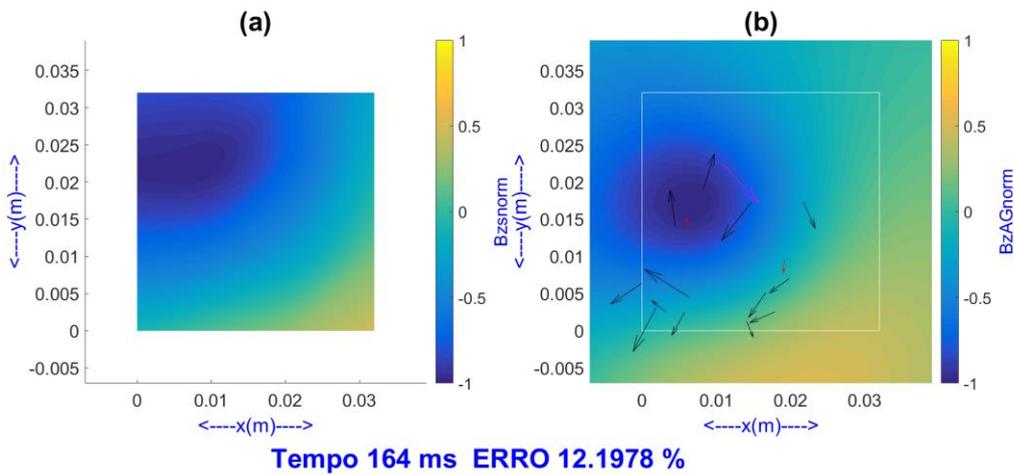


Figura 51 - Comparação entre um mapa de campo magnético experimental (a) e o mapa obtido pelos dipolos calculados pelo AG, empregando-se 16 dipolos livres (b).

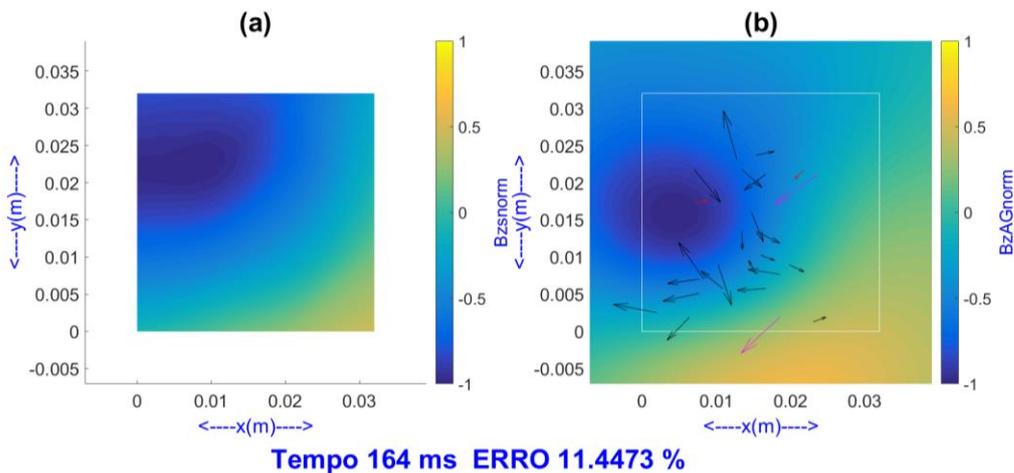


Figura 52 - Comparação entre um mapa de campo magnético experimental (a) e o mapa obtido pelos dipolos calculados pelo AG, empregando-se 25 dipolos livres (b).

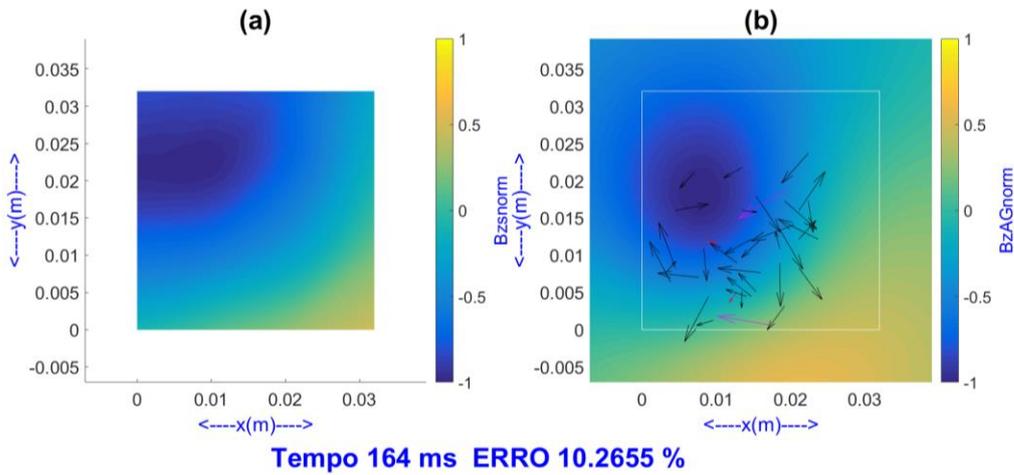


Figura 53 - Comparação entre um mapa de campo magnético experimental (a) e o mapa obtido pelos dipolos calculados pelo AG, empregando-se 36 dipolos livres (b).

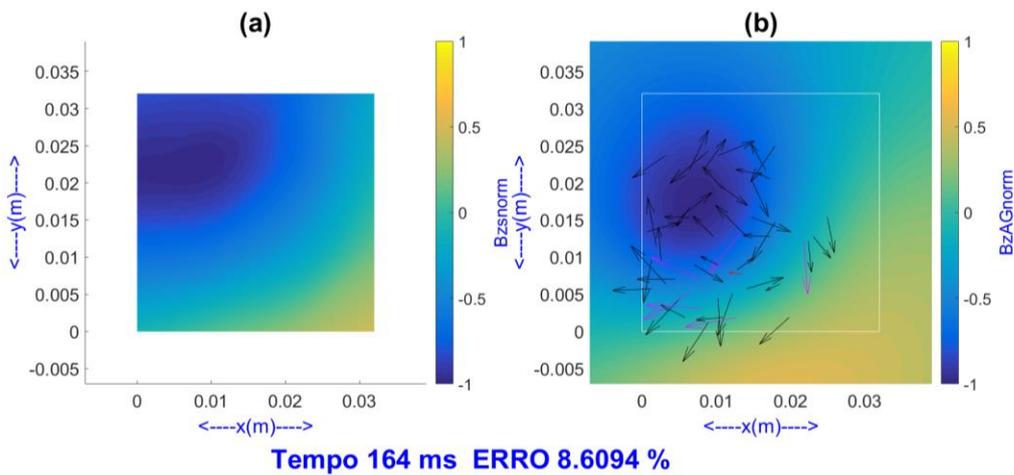


Figura 54 - Comparação entre um mapa de campo magnético experimental (a) e o mapa obtido pelos dipolos calculados pelo AG, empregando-se 49 dipolos livres (b).

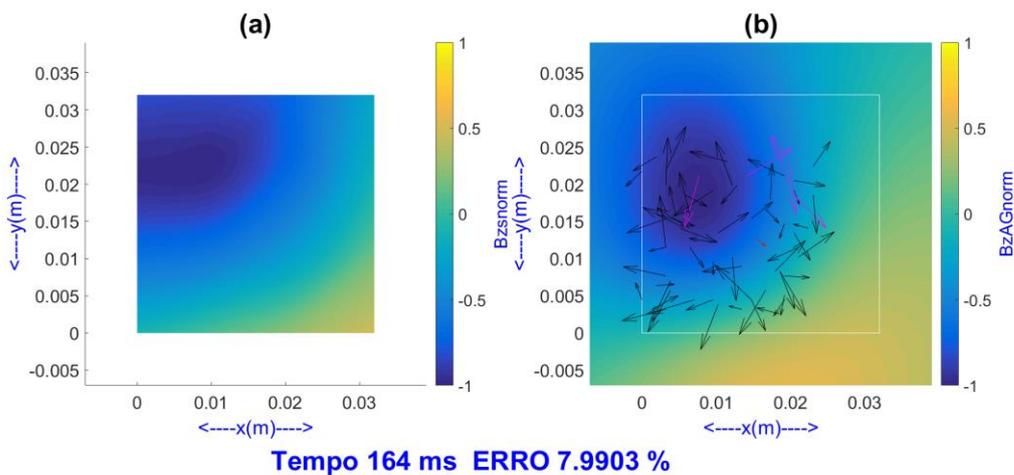


Figura 55 - Comparação entre um mapa de campo magnético experimental (a) e o mapa obtido pelos dipolos calculados pelo AG, empregando-se 64 dipolos livres (b).

Para fins de comparação, todos os 43 mapas avaliados pelo AG, para os instantes de tempo entre 100 ms e 268 ms, também foram apresentados a um algoritmo de busca aleatória, implementado a fim de identificar os parâmetros dos dipolos responsáveis pela minimização do erro. Permitiu-se que o algoritmo de busca aleatória fosse executado por um tempo de processamento igual ao tempo gasto pelo AG para convergir para uma solução. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 56.

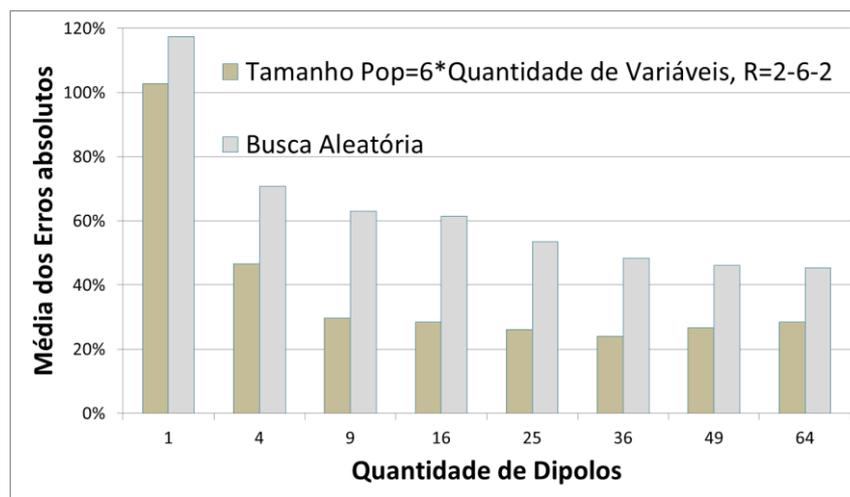


Figura 56 - Comparação entre o erro médio obtido pelo algoritmo de busca aleatória e aquele alcançado pelo AG, para diferentes quantidades de dipolos livres.

Os resultados explicitados na Figura 56 indicam que a busca aleatória resultou em erros substancialmente maiores em todos os casos avaliados. Tais resultados eram esperados, visto que, ao contrário do AG, ela não constitui um método guiado de busca. Em relação ao AG, nota-se que, a partir de 9 dipolos, não são observadas melhorias significativas no erro.

5.2. Dipolos semi-livres

Na seção 5.1, o AG foi implementado de modo a permitir que os dipolos pudessem ser posicionados em qualquer ponto do plano xy (32 mm x 32 mm). Por sua vez, nesta seção, avalia-se uma abordagem alternativa denominada dipolos *semi-livres*, onde a área total de medição é subdividida em áreas quadradas iguais e homogeneamente distribuídas sobre o plano xy , sendo que cada uma dessas subáreas deve conter um, e apenas um, dipolo. Permite-se que o dipolo seja

inserido em qualquer ponto, dentro de sua respectiva subárea. Dessa forma, para n^2 dipolos, a dimensão de cada uma destas subáreas será dada por: $32 \text{ mm}^2 / n^2$.

Tendo em vista que os resultados das seções anteriores indicam que é adequada a adoção de uma população variável com tamanho igual a 6 vezes a quantidade de genes e, também, de um crossover heurístico adaptativo ($R = 2-6-2$), tais parâmetros foram empregados no AG implementado nesta seção. A Figura 57 apresenta os resultados obtidos considerando-se 9 dipolos elétricos. Os dipolos retornados pelo AG são evidenciados nesta Figura, bem como a matriz que restringe a área onde cada dipolo pode ser posicionado.

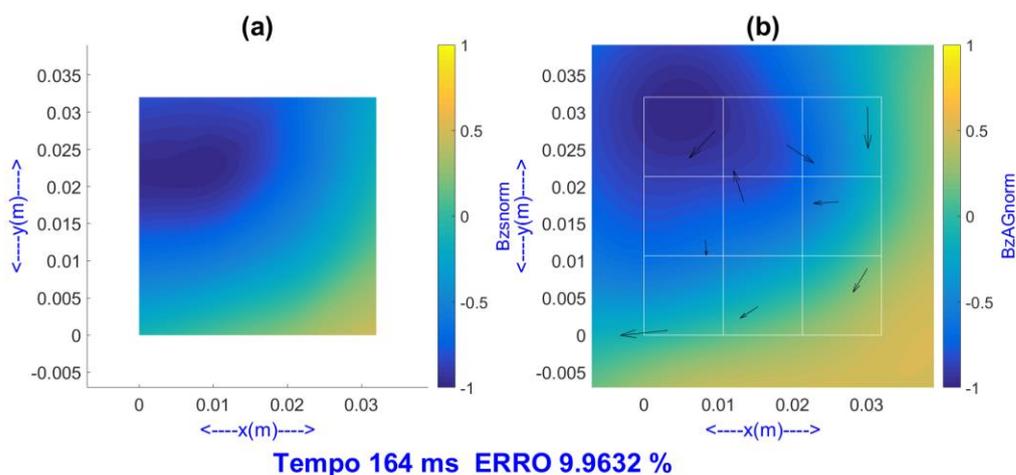


Figura 57 - Comparação entre um mapa de campo magnético experimental (a) e o mapa obtido pelos dipolos calculados pelo AG, empregando-se 9 dipolos semi-livres (b).

Certamente, esta abordagem implica em uma redução da generalidade da técnica, devido a restringir-se a posições dos dipolos. Entretanto, também se reduz a complexidade do espaço de busca e, conseqüentemente, a presença de mínimos locais, o que auxilia a convergência do AG para soluções satisfatórias em tempos de processamento menores. A Figura 58 apresenta uma comparação entre as médias dos erros obtidas pelo AG, com dipolos *semi-livres*, e aquelas retornadas por um algoritmo de busca aleatória. Foram considerados todos os 43 instantes de tempo analisados (100 ms a 268 ms) e avaliou-se como o desempenho varia em função da quantidade de dipolos considerada. Permitiu-se que o algoritmo de busca aleatória fosse executado por um tempo de processamento igual ao tempo gasto pelo AG para convergir para uma solução, os quais são apresentados na Figura 59.

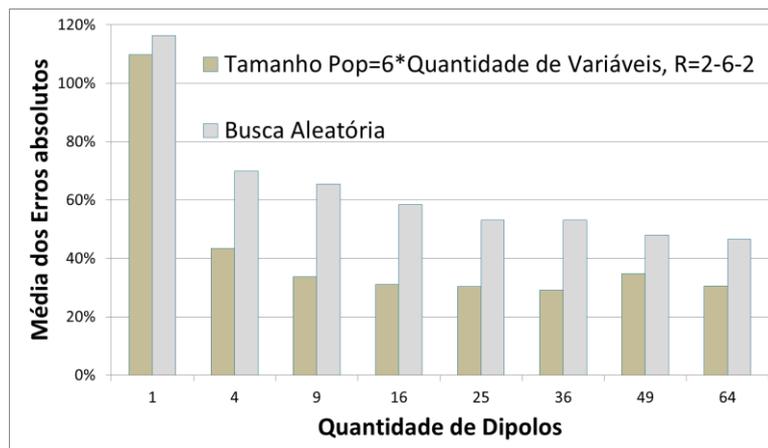


Figura 58 - Comparação entre o erro médio obtido pelo algoritmo de busca aleatória e aquele alcançado pelo AG, para diferentes quantidades de dipolos semi-livres.

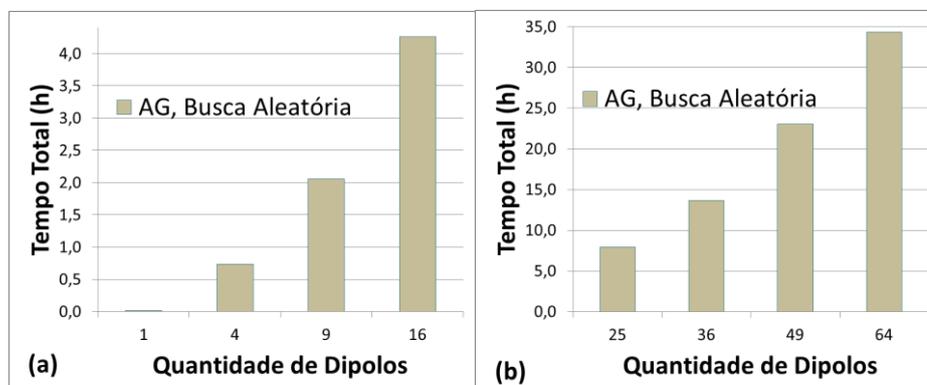


Figura 59 - Comparação dos tempos totais de processamento dos AGs e Busca Aleatória, em função da quantidade de dipolos semi-livres: (a) 1-16 (b) 25-64.

Por meio da Figura 58, é possível verificar que, em todos os casos avaliados, o AG implementado com dipolos *semi-livres* retorna erros significativamente inferiores aos alcançados por meio de um algoritmo de busca aleatória. Também, é possível observar que não são obtidas melhorias significativas nos valores de erro ao se aumentar a quantidade de dipolos acima de 9. Adicionalmente, a Figura 59 evidencia que, conforme esperado, o tempo de processamento aumenta em função do incremento da quantidade de dipolos.

Por sua vez, comparando-se os valores de erro obtidos nesta seção, para dipolos *semi-livres*, com aqueles obtidos na seção 5.1.3, para dipolos *livres*, verifica-se que, na maioria de casos, o erro foi ligeiramente aumentado. Por sua vez, comparando-se os tempos de processamento, verifica-se que para 16 ou menos dipolos, não é observada uma redução significativa do tempo de processamento decorrente da adoção de dipolos *semi-livres*.

5.3. Dipolos fixos

Nesta seção discute-se uma terceira abordagem do problema, denominada dipolos *fixos*, a qual é similar à abordagem de dipolos *semi-livres*, discutida na seção 5.2, exceto pelo fato de que na configuração de dipolos *fixos*, cada dipolo é obrigatoriamente fixado no ponto central de sua respectiva subárea. Destaca-se que um dipolo é definido por quatro parâmetros (genes): posição no eixo x , posição no eixo y , ângulo α e magnitude ρ . Entretanto, neste caso, os parâmetros de otimização são reduzidos, visto que as posições x e y de cada dipolo são bem definidas e fixas. Assim, para a abordagem de dipolos *fixos*, cada dipolo possui efetivamente apenas dois genes (ângulo α e magnitude ρ). Dessa forma, aqui, adotou-se uma população variável com tamanho igual a 12 vezes a quantidade de genes, a fim de obter tamanhos de populações equivalentes aos empregados nos testes realizados nas seções anteriores, para todas as quantidades de dipolos avaliadas. Por sua vez, assim como na seção 5.1.3 e 5.2, o AG implementado utilizou um *crossover* heurístico adaptativo ($R = 2-6-2$).

A Figura 60 apresenta os resultados obtidos considerando-se 9 dipolos elétricos. Os dipolos retornados pelo AG são evidenciados na Figura, bem como a matriz que restringe a área onde cada dipolo pode ser posicionado. Note que, ao contrário da abordagem com dipolos *semi-livres*, aqui, cada dipolo deve ser inserido obrigatoriamente no ponto central de sua respectiva subárea.

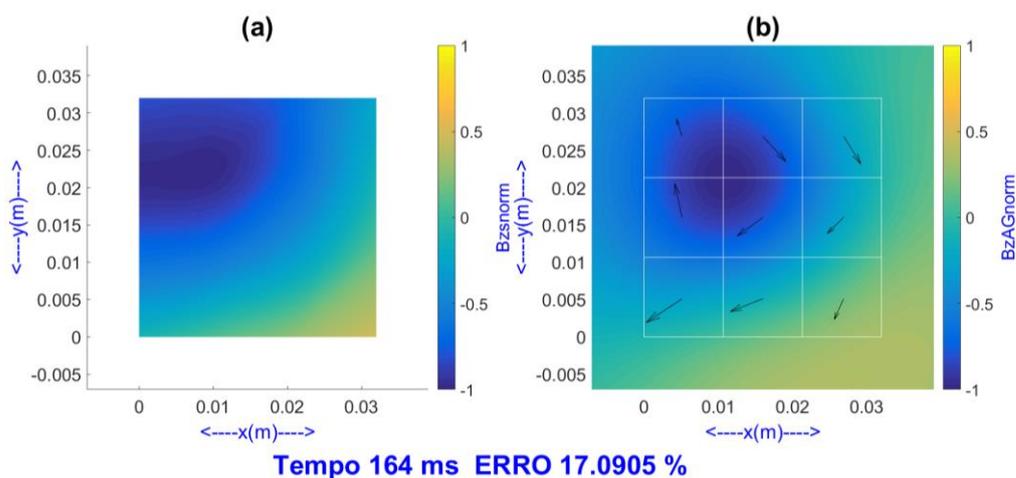


Figura 60 - Comparação entre um mapa de campo magnético experimental (a) e o mapa obtido pelos dipolos calculados pelo AG, empregando-se 9 dipolos fixos (b).

A abordagem baseada em dipolos *fixos* implica em uma redução ainda maior da generalidade da técnica, devido a restringir ainda mais as posições dos dipolos. Entretanto, também se reduz a complexidade do espaço de busca e, conseqüentemente, a presença de mínimos locais, o que auxilia a convergência do AG para soluções satisfatórias em tempos de processamento menores. Para uma quantidade pequena de dipolos são esperados erros maiores desta técnica, em relação às demais abordagens avaliadas. Entretanto, para uma quantidade grande de dipolos espera-se que a diferença dos erros deixe de ser significativa, visto que se dá a possibilidade de posicionamento de dipolos em múltiplos pontos do espaço.

A Figura 61 apresenta uma comparação entre as médias dos erros obtidas pelo AG, com dipolos *fixos*, e aquelas retornadas por um algoritmo de busca aleatória. Foram considerados todos os 43 instantes de tempo analisados (100 ms a 268 ms) e avaliou-se como o desempenho varia em função da quantidade de dipolos considerada. Permitiu-se que o algoritmo de busca aleatória fosse executado por um tempo de processamento igual ao tempo gasto pelo AG para convergir para uma solução, os quais são apresentados na Figura 62.

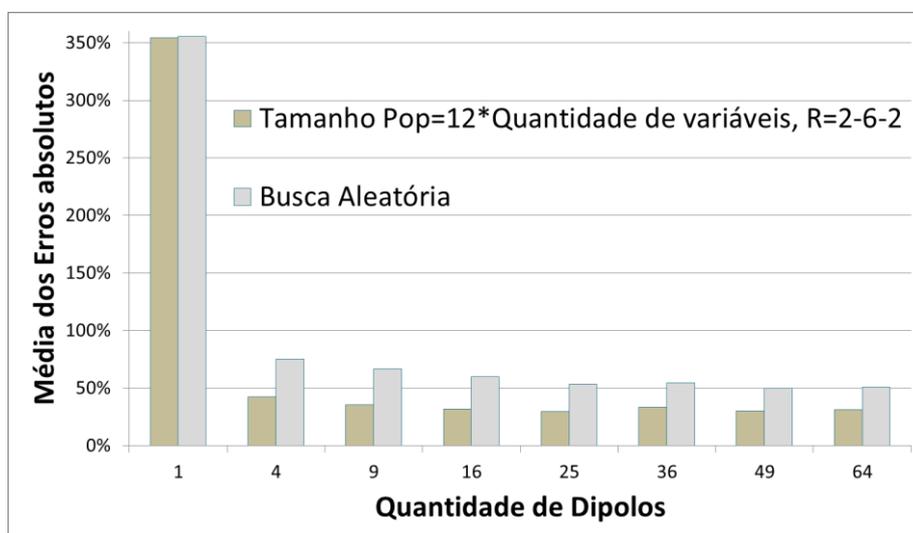


Figura 61 - Comparação entre o erro médio obtido pelo algoritmo de busca aleatória e aquele alcançado pelo AG, para diferentes quantidades de dipolos fixos.

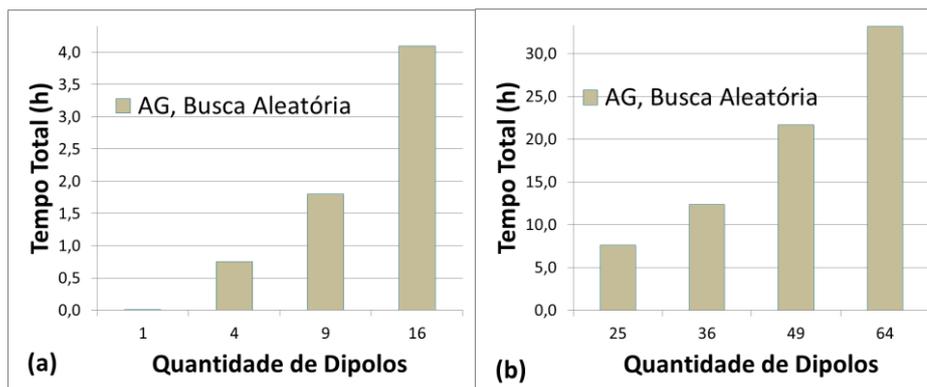


Figura 62 - Comparação dos tempos totais de processamento dos AGs e Busca Aleatória, para dipolos fixos em função da quantidade de dipolos: (a) 1-16 (b) 25-64.

Por meio da Figura 61, observa-se que o AG continua apresentando melhores resultados do que a busca aleatória. Entretanto é observável um incremento significativo do erro do AG para quantidades pequenas de dipolos. Em particular, para um dipolo, verifica-se que o erro obtido pelo AG é muito grande e aproximadamente igual ao alcançado pela busca aleatória. De forma intuitiva, este resultado era esperado, visto que nesta disposição o dipolo é fixado no ponto central do plano xy , sendo que dificilmente o mesmo conseguirá modelar apropriadamente o campo magnético experimental. Também, os resultados obtidos para a técnica de dipolos *fixos* indicam que o erro continua a ser reduzido até uma quantidade relativamente grande de dipolos, superior à quantidade crítica observada para dipolos *livres* e *semi-livres*. Adicionalmente, a Figura 62 evidencia que, conforme esperado, o tempo de processamento aumenta em função do incremento da quantidade de dipolos.

5.4. Comparação das Técnicas

Esta seção sumariza os principais resultados apresentados nas seções anteriores, a fim de possibilitar uma comparação mais eficaz entre os resultados advindos do emprego de implementações do AG baseadas em dipolos: *livres*, *semi-livres* e *fixos*. A Figura 63 apresenta uma comparação entre as médias dos erros obtidas por cada uma destas 3 versões do AG. Por sua vez, a Figura 64 explicita a comparação dos respectivos tempos de processamento computacional.

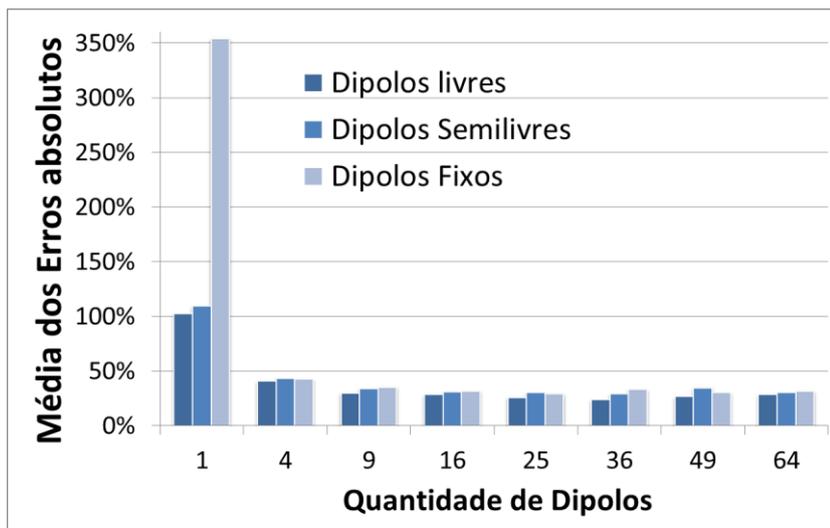


Figura 63 - Comparação do erro obtido pelas três configurações de AG avaliadas, dipolos *livres*, *semi-livres* e *fixos*.

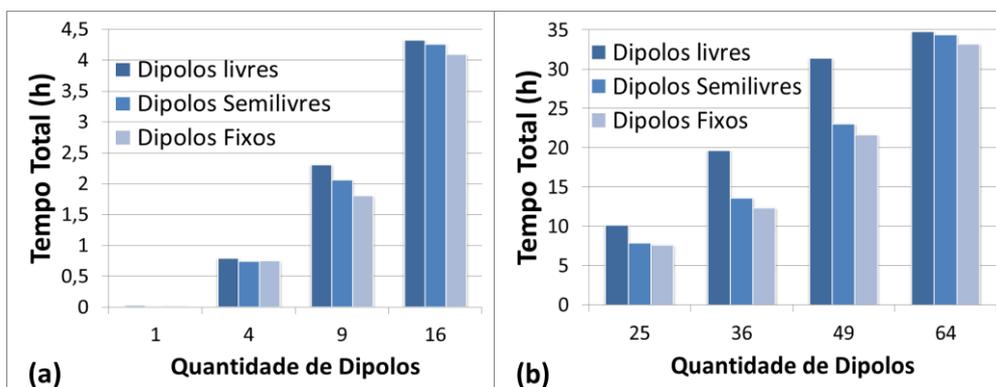


Figura 64 - Comparação do tempo total de processamento associado a cada uma das três configurações de AG avaliadas, dipolos *livres*, *semi-livres* e *fixos*: (a)1-16, (b) 25-64.

Tendo em vista os resultados apresentados na Figura 63 e na Figura 64, verifica-se que, na maioria dos casos, os menores valores de erro são alcançados por meio do emprego da técnica de dipolos *livres*. Entretanto, também se observa que, tipicamente, esta é a técnica que implica nos maiores tempos de processamento computacional.

Avaliando-se o comportamento do erro em função da quantidade de dipolos, é possível perceber que as 3 técnicas, aqui comparadas, atingem erros satisfatoriamente baixos para uma quantidade de dipolos entre 9 e 16. Para quantidades maiores de dipolos, eventuais melhorias no erro não compensam o incremento acentuado do tempo de processamento computacional. Por sua vez, para 9 e 16 dipolos, o tempo computacional gasto por meio da configuração

baseada em dipolos *livres* não é significativamente superior ao despendido pela utilização das outras configurações. Dessa forma, recomenda-se a implementação do AG com 9 ou 16 dipolos *livres*.

5.5. Avaliação da generalidade da técnica desenvolvida

As análises realizadas nas seções anteriores foram baseadas na *PB1*, descrita na seção 4.2. Por sua vez, nesta seção, objetiva-se avaliar a generalidade do AG desenvolvido, aplicando o mesmo a outras medições experimentais, *PB2* e *PB3*, também descritas na seção 4.2.

Os resultados obtidos nas seções anteriores do Capítulo 5 indicaram vantagens na implementação de AGs baseados na configuração de dipolos *livres*, empregando um tamanho de população variável e um *crossover* heurístico com parâmetro *R* adaptativo. Em particular, as análises dos resultados dos testes realizados apontam para a adoção de um tamanho de população 6 vezes maior que a quantidade de genes, conforme discutido na seção 5.1.2, e de um *crossover* heurístico com $R = 2-6-2$, conforme destacado na seção 5.1.3. Dessa forma, implementou-se o AG com tais características e avaliou-se seu desempenho quando aplicado aos mapas de campo magnético provenientes das *PB2* e *PB3*.

A Figura 65 apresenta as comparações das médias dos erros obtidos pelo AG em função da quantidade de dipolos considerada, para os conjuntos de dados referentes a *PB1*, *PB2* e *PB3*. Por sua vez, a Figura 66 apresenta as comparações dos tempos totais de processamento em função da quantidade de dipolos, para cada uma das três *Propagações Bioelétricas* de interesse. É importante ressaltar que a quantidade total de mapas experimentais associados a cada caso é diferente, conforme descrito na seção 4.2, sendo que para a *PB1* foram avaliados 43 mapas experimentais e, por sua vez, para as *PB2* e *PB3* foram analisados 61 e 41 mapas, respectivamente.

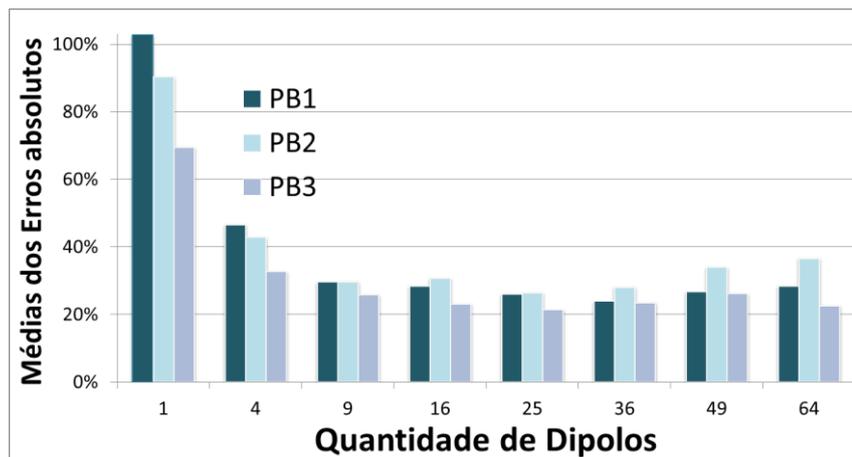


Figura 65 - Médias dos erros em função da quantidade de dipolos livres adotada, para cada um dos 3 casos analisados.

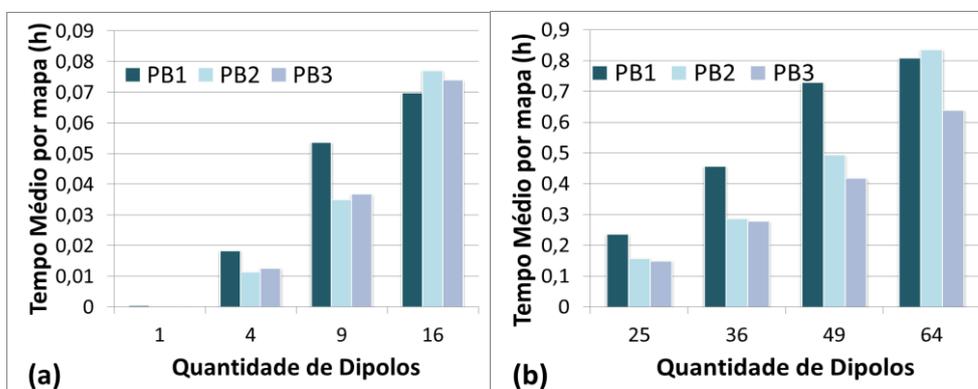


Figura 66 - Tempo médio de processamento por cada mapa para cada um dos 3 casos analisados, em função da quantidade de dipolos livres adotada: (a) 1 a 16 e (b) 25 a 64.

Observando-se os resultados apresentados nas Figura 65 e Figura 66, verifica-se que um comportamento similar ao observado para a **PB1** também ocorre para as **PB2** e **PB3**. Em particular, nota-se que, inicialmente, aumentando-se a quantidade de dipolos o erro é reduzido, porém, incrementos acima de uma quantidade crítica de dipolos não implicam em melhorias significativas do erro. Em contrapartida, os tempos de processamento aumentam substancialmente com o aumento da quantidade de dipolos.

Destaca-se ainda que podem ser observadas eventuais variações no erro médio e nos tempos de processamento, entre cada um dos três casos analisados. Tais variações são esperadas e atribuídas às diferentes características dos conjuntos de dados avaliados, os quais podem apresentar uma maior ou menor complexidade. Apesar deste fato, pode-se concluir que, para todos os três casos

avaliados, a adoção da configuração do AG baseada em 9 dipolos permite um erro satisfatoriamente baixo em tempos de processamento satisfatoriamente pequenos.

5.6. Estudos Simulados para Avaliação do Método Desenvolvido

Uma vez implementado o algoritmo genético descrito neste capítulo, em princípio, poder-se-ia aplicá-lo diretamente aos mapas magnéticos obtidos experimentalmente, a fim de avaliar a posição dos dipolos elétricos associados aos mesmos. Entretanto, tais resultados não possibilitam conclusões sobre a confiabilidade da estimativa feita dos dipolos elétricos, visto que os parâmetros dos mesmos são desconhecidos, sendo exatamente o que se deseja inferir. Dessa forma, antes de se aplicar o AG desenvolvido aos dados experimentais das medições de campo biomagnético, buscou-se avaliar o seu desempenho em situações controladas, a fim de inspecionar o grau de acerto do mesmo na estimativa dos parâmetros de dipolos elétricos conhecidos a priori.

Para tal fim, foram gerados vários mapas de campo associados a dipolos elétricos com parâmetros conhecidos (problema direto). Por sua vez, estes mapas de campo foram utilizados como parâmetros de entrada do GA, cuja solução indica os parâmetros ótimos do dipolo, ou do conjunto de dipolos, correspondente ao mapa de campos analisado. Idealmente, estes parâmetros devem ser iguais aos parâmetros utilizados para geração do respectivo mapa de campos simulado. Por outro lado, divergências entre os parâmetros retornados pelo GA e os valores conhecidos dos mesmos indicam falta de exatidão da técnica.

Na Figura 67 à Figura 69, são apresentados exemplos de mapas de campo de referência (esquerda), simulados a partir de um dipolo conhecido, e os resultantes dos dipolos elétricos calculados pelo AG (direita). Os respectivos dipolos elétricos, correspondentes aos mapas, são representados por meio de setas. Os valores de magnitude do campo foram normalizados entre 1 (máximo) e -1 (mínimo). Estas Figuras referem-se a testes realizados admitindo-se a presença de um único dipolo elétrico, adotando-se uma distância $d = 19$ mm entre o plano dos sensores e o plano do dipolo. Ressalta-se ainda que o valor do erro, indicado nas Figuras, refere-se ao erro percentual médio entre os dois mapas apresentados, à esquerda e à direita, calculado de forma análoga ao definido na eq. (14).

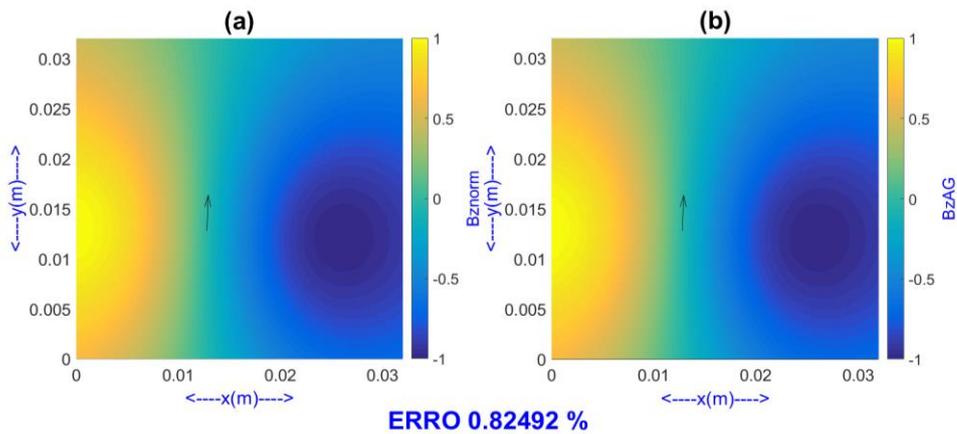


Figura 67 - Exemplo 1: Mapas de campo associados a um único dipolo de corrente: (a) mapa de referência (problema direto), (b) mapa gerado pelo dipolo elétrico retornado pelo AG (problema inverso).

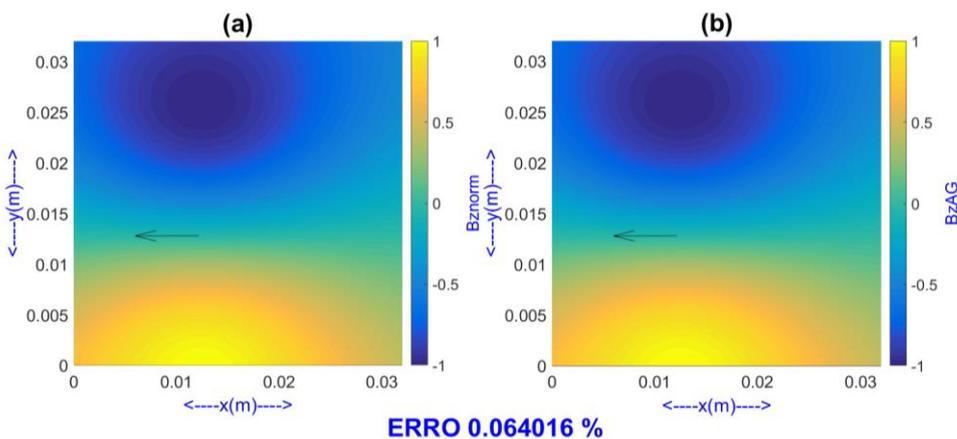


Figura 68 - Exemplo 2: Mapas de campo associados a um único dipolo de corrente: (a) mapa de referência (problema direto), (b) mapa gerado pelo dipolo elétrico retornado pelo AG (problema inverso).

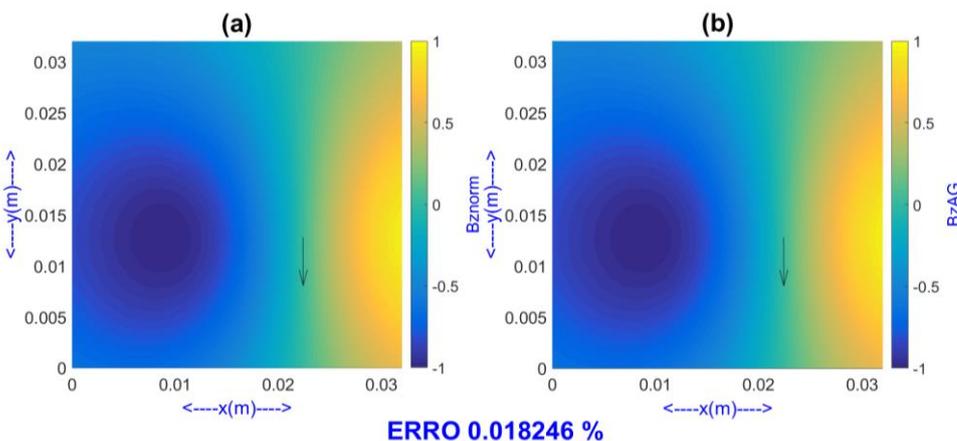


Figura 69 - Exemplo 3: Mapas de campo associados a um único dipolo de corrente: (a) mapa de referência (problema direto), (b) mapa gerado pelo dipolo elétrico retornado pelo AG (problema inverso).

Por meio de uma avaliação qualitativa das Figuras anteriores, verifica-se uma grande similaridade entre os mapas de campo magnético gerados pelo problema direto e aqueles associados ao dipolo elétrico obtido pelo AG. De forma equivalente, comparando-se as respectivas posições dos dipolos, ângulos de inclinação e magnitudes (proporcionais aos tamanhos das setas), também percebe-se uma grande adequação. Dessa forma, é possível afirmar que o algoritmo consegue modelar satisfatoriamente o mapa de campos e determinar os parâmetros do dipolo elétrico.

A fim de avaliar os resultados de forma quantitativa, apresentam-se na Tabela 2 os parâmetros arbitrados para o dipolo simulado (referência) e aqueles obtidos pelo AG, bem como o valor do erro médio entre cada par de mapas de campo analisados na Figura 67 à Figura 69. Observando-se as informações contidas na Tabela 2 é possível constatar a grande proximidade entre os resultados advindos do AG em relação aos valores de referência correspondentes ao dipolo elétrico originalmente simulado.

Tabela 2 - Comparação entre os valores de referência e aqueles obtidos pelo AG, para a situação de mapas de campo gerados por um dipolo único.

Exemplo	Parâmetros de Referência				Parâmetros obtidos pelo AG				Erro entre os Mapas de Campo (%)	Erro em $\rho(A.m)$	Erro em $\alpha (rad)$	Erro em $X (mm)$	Erro em $Y (mm)$
	$\rho(A.m)$	$\alpha(rad)$	$X(m)$	$Y(m)$	$\rho(A.m)$	$\alpha(rad)$	$X(m)$	$Y(m)$					
1	$1,56 \times 10^{-5}$	0,2444	0,0125	0,0128	$1,55 \times 10^{-5}$	0,2446	0,0125	0,0126	0,825	$3,64 \times 10^{-8}$	$1,6 \times 10^{-4}$	$5,6 \times 10^{-3}$	$1,54 \times 10^{-1}$
2	0,76229	0,5005	0,0124	0,0125	0,762293	0,5005	0,0124	0,0125	0,064	$2,55 \times 10^{-6}$	$4,95 \times 10^{-6}$	2×10^{-4}	$1,68 \times 10^{-4}$
3	0,5455	0,7505	0,0222	0,0128	0,545494	0,7505	0,0222	0,0128	0,018	$5,74 \times 10^{-6}$	$4,29 \times 10^{-6}$	$1,7 \times 10^{-4}$	$3,85 \times 10^{-3}$

Na sequência, também foi avaliado o comportamento do AG na modelagem de problemas onde os mapas de campo de referência foram gerados por mais de um dipolo elétrico de referência. Inicialmente foram considerados 2 dipolos de referência, sendo que a Figura 70 até a Figura 75 indicam exemplos dos resultados obtidos comparando-se mapas de campo de referência (esquerda), simulados a partir de dois dipolos conhecidos, e os resultantes dos dipolos elétricos calculados pelo AG (direita).

Por sua vez, para cada uma das Figuras analisadas (Figura 70 à Figura 75), a Tabela 3 apresenta tanto os valores quantitativos dos parâmetros dos dipolos elétricos de referência quanto os parâmetros correspondentes obtidos pelo AG.

Adicionalmente, a Tabela 3 informa o erro médio entre o mapa de campo de referência e o mapa de campo calculado com base nos dipolos definidos pelo AG.

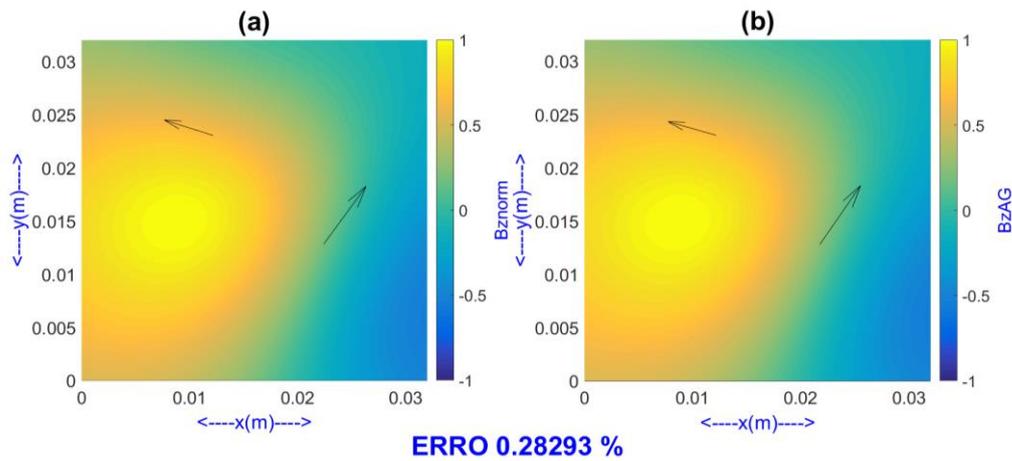


Figura 70 - Exemplo 1: Mapas de campo associados a dois dipolos de corrente: (a) mapa de referência (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

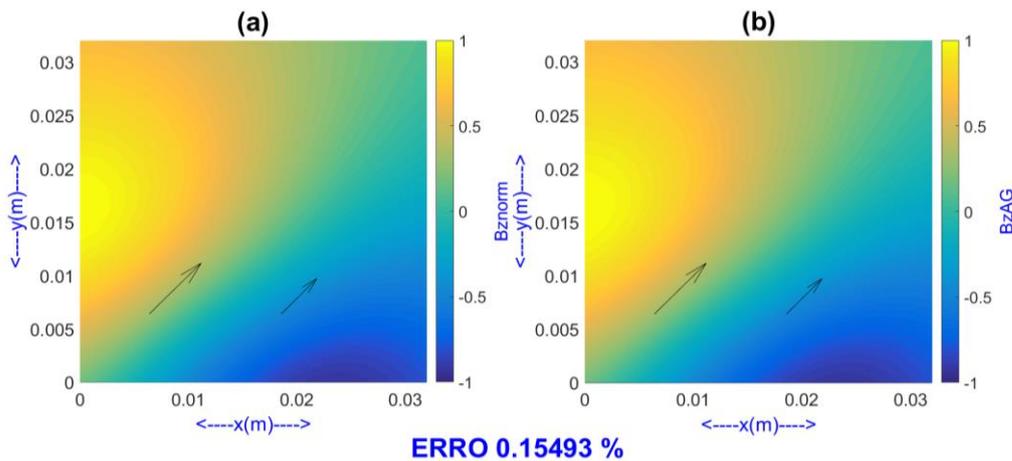


Figura 71 - Exemplo 2: Mapas de campo associados a dois dipolos de corrente: (a) mapa de referência (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

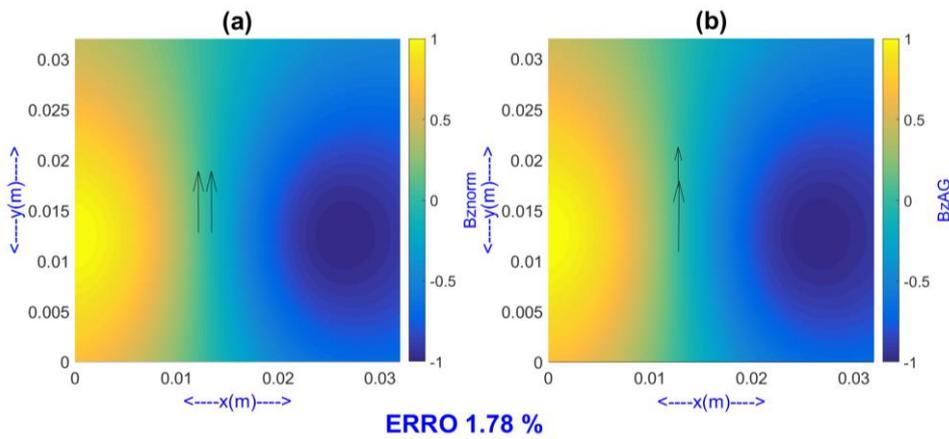


Figura 72 - Exemplo 3: Mapas de campo associados a dois dipolos de corrente: (a) mapa de referência (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

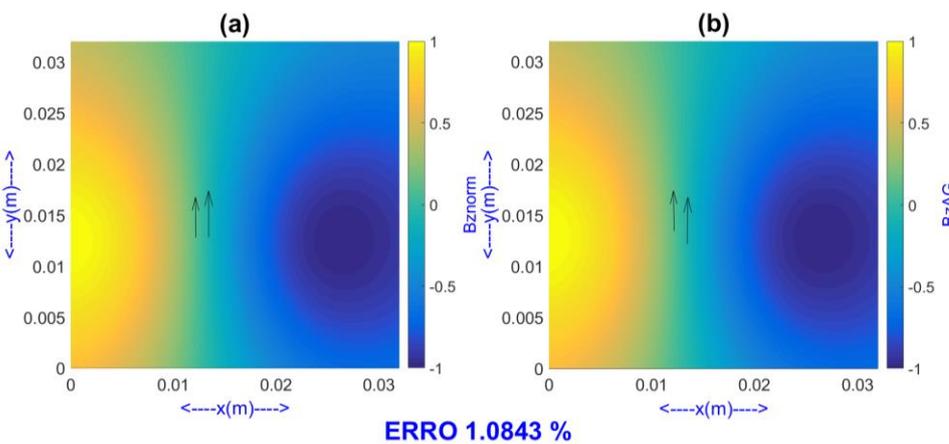


Figura 73 - Exemplo 4: Mapas de campo associados a dois dipolos de corrente: (a) mapa de referência (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

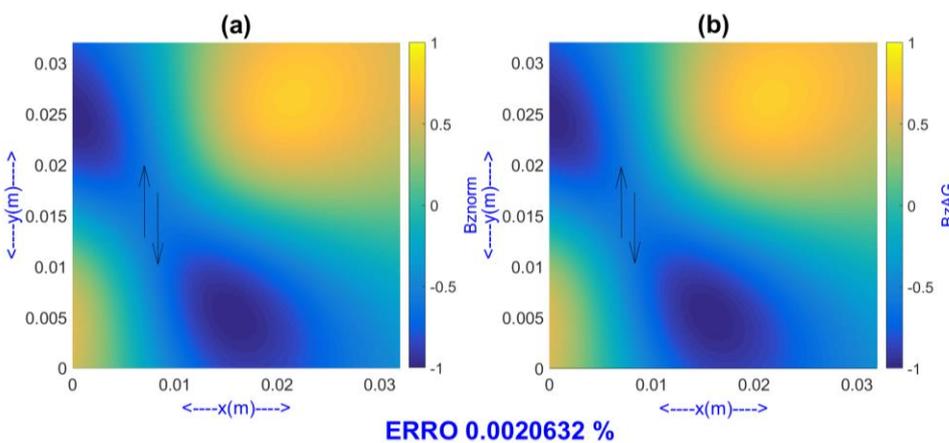


Figura 74 - Exemplo 5: Mapas de campo associados a dois dipolos de corrente: (a) mapa de referência (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

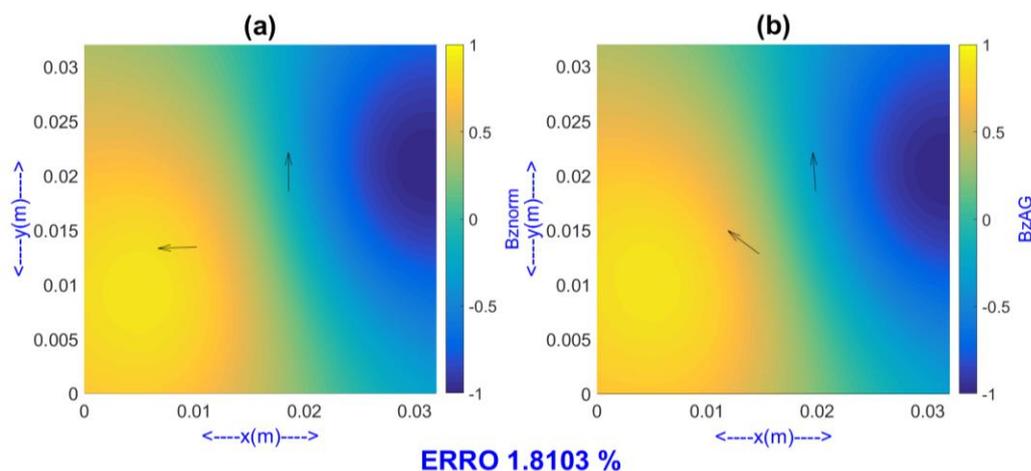


Figura 75 - Exemplo 6: Mapas de campo associados a dois dipolos de corrente: (a) mapa de referência (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

Tabela 3 - Comparação entre os valores dos parâmetros de referência e aqueles obtidos pelo AG, para a situação de mapas de campo gerados por dois dipolos.

Exemplo	Parâmetros de Referência				Parâmetros obtidos pelo AG				Erro entre os Mapas de Campo (%)	Erro em $\rho(A.m)$	Erro em $\alpha(rad)$	Erro em $X(mm)$	Erro em $Y(mm)$
	$\rho(A.m)$	$\alpha(rad)$	$X(m)$	$Y(m)$	$\rho(A.m)$	$\alpha(rad)$	$X(m)$	$Y(m)$					
1	0,8455	0,1505	0,0222	0,0128	0,837376	0,1547	0,0220	0,0125	0,28	0,008124	0,004235	$2,83 \times 10^{-1}$	$2,40 \times 10^{-1}$
	0,5455	0,4505	0,0122	0,0228	0,526679	0,4554	0,0121	0,0231		0,018821	0,004903	$1,92 \times 10^{-1}$	$3,78 \times 10^{-1}$
2	0,8455	0,1251	0,0062	0,0062	0,847767	0,1247	0,0063	0,0061	0,15	0,002267	0,00038	$2,49 \times 10^{-2}$	$9,28 \times 10^{-2}$
	0,5455	0,1251	0,0182	0,0062	0,537231	0,1255	0,0183	0,0064		0,008269	0,000401	$5,97 \times 10^{-2}$	$1,44 \times 10^{-1}$
3	0,7544	0,2505	0,0124	0,0125	0,432802	0,2519	0,0127	0,0174	1,78	0,321598	0,001416	$2,29 \times 10^{-1}$	4,89
	0,7544	0,2505	0,0134	0,0125	0,891165	0,2493	0,0130	0,0106		0,136765	0,001224	$3,81 \times 10^{-1}$	1,9
4	0,7455	0,2505	0,0124	0,0125	0,42543	0,2528	0,0119	0,0133	1,08	0,32007	0,00227	$5,18 \times 10^{-1}$	$8,42 \times 10^{-1}$
	0,7455	0,2505	0,0134	0,0125	0,52226	0,2478	0,0137	0,0123		0,22324	0,00273	$3,20 \times 10^{-1}$	$2,05 \times 10^{-1}$
5	0,9455	0,2505	0,0072	0,0125	0,99597	0,2505	0,0072	0,0125	$2,06 \times 10^{-5}$	0,05047	0	0	0
	0,9455	0,7505	0,0082	0,0175	0,99597	0,7505	0,0082	0,0175		0,05047	0	0	0
6	$5,68 \times 10^{-6}$	0,5060	0,0105	0,0138	$5,8 \times 10^{-6}$	0,3976	0,0146	0,0130	1,81	$1,19 \times 10^{-7}$	0,108446	4,11	$7,12 \times 10^{-1}$
	$1,56 \times 10^{-5}$	0,2506	0,0185	0,0188	$1,24 \times 10^{-5}$	0,2612	0,0198	0,0184		$3,18 \times 10^{-6}$	0,010617	1,24	$3,54 \times 10^{-1}$

Observando-se os mapas de campo apresentados nas Figura 70 à Figura 75 e avaliando os correspondentes valores do erro percentual médio, explicitados nestas Figuras e, também, na Tabela 3, é possível constatar que o mapa de campos gerado pelo AG é muito próximo do mapa de campos de referência, em todos os casos analisados. Dentre os exemplos avaliados na Tabela 3, tem-se que o maior erro percentual obtido foi de 1,81%, para a Figura 75, e o menor erro foi de $2,06 \times 10^{-5}$ %, para a Figura 74.

Por sua vez, comparando-se os dipolos elétricos apresentados nas Figura 70 à Figura 75, verifica-se que os dipolos de referência são muito próximos dos dipolos inferidos pelo AG nos casos retratados na Figura 70, Figura 71 e Figura

74. Entretanto, apesar dos mapas de campo inferidos pelo AG serem extremamente similares aos mapas de referência, percebe-se que os dipolos inferidos pelo AG possuem características ligeiramente diferentes dos dipolos de referência na Figura 73, e estas diferenças tornam-se ainda mais significativas nos exemplos da Figura 72 e Figura 75. Os valores numéricos dos parâmetros dos dipolos representados na Figura 72 até a Figura 75 são apresentados na Tabela 3, a fim de permitir uma comparação quantitativa dos resultados, reforçando a conclusão obtida por meio da inspeção visual das Figuras.

Destaca-se que o problema inverso magnético possui notoriamente múltiplas soluções possíveis [1, 45], isto é, existem múltiplas combinações de dipolos que podem gerar o mesmo mapa de campos magnéticos, medido a uma determinada altura entre o plano dos dipolos e o plano dos sensores. Conseqüentemente, analisando os valores de erro percentual obtidos (vide Tabela 3), percebe-se que o AG atinge o seu objetivo, visto que o mesmo foi programado a fim de minimizar o erro entre os mapas de campo. Entretanto, mesmo com erros extremamente baixos, não é possível garantir que os dipolos elétricos inferidos sejam efetivamente a associação de dipolos responsável pela geração do campo. Ressalta-se ainda que é esperado que o aumento do número de dipolos acarrete em uma maior dispersão dos resultados, visto que, conforme aumenta-se o número de dipolos, também se aumenta a quantidade de combinações de dipolos responsáveis pela geração de um mesmo mapa de campo.

A fim de comprovar esta hipótese, na seqüência, o comportamento do AG foi avaliado na modelagem de problemas onde os mapas de campo de referência foram gerados por quatro dipolos elétricos de referência, para três diferentes configurações de dipolos, descritas na Tabela 4. As Figura 76 à Figura 81 indicam exemplos dos resultados obtidos comparando-se mapas de campo de referência (mapas (b), posicionados na coluna da esquerda), simulados a partir de quatro dipolos conhecidos, com os resultantes dos dipolos elétricos calculados pelo AG (mapas (a), posicionados na coluna da direita).

Tabela 4 - Configurações dos parâmetros dos 4 dipolos utilizados para criar os mapas de referência.

Configuração	Parâmetros de Referência			
	$\rho(A.m)$	$\alpha(rad)$	$X(m)$	$Y(m)$
1	1,56E-05	0,0020	0,0124	0,0221
	1,51E-05	0,7512	0,0221	0,0124
	2,1E-06	0,5122	0,0124	0,0024
	8,1E-06	0,2501	0,0052	0,0124
2	1,56E-05	0,2550	0,0084	0,0125
	1,56E-05	0,2550	0,0104	0,0125
	1,56E-05	0,2550	0,0124	0,0125
	1,56E-05	0,2550	0,0144	0,0125
3	5,56E-06	0,2550	0,0084	0,0125
	1,16E-05	0,2550	0,0104	0,0125
	1,56E-06	0,0050	0,0124	0,0115
	3,56E-06	0,0050	0,0124	0,0095

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1421924/CA

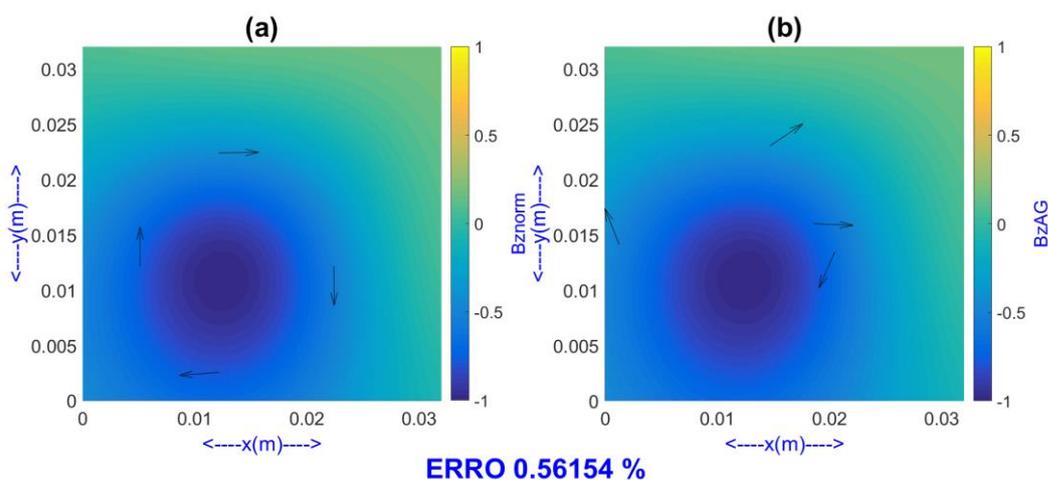


Figura 76 - Exemplo 1: Mapas de campo associados a quatro dipolos de corrente dispostos na configuração 1: (a) mapa de referência (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

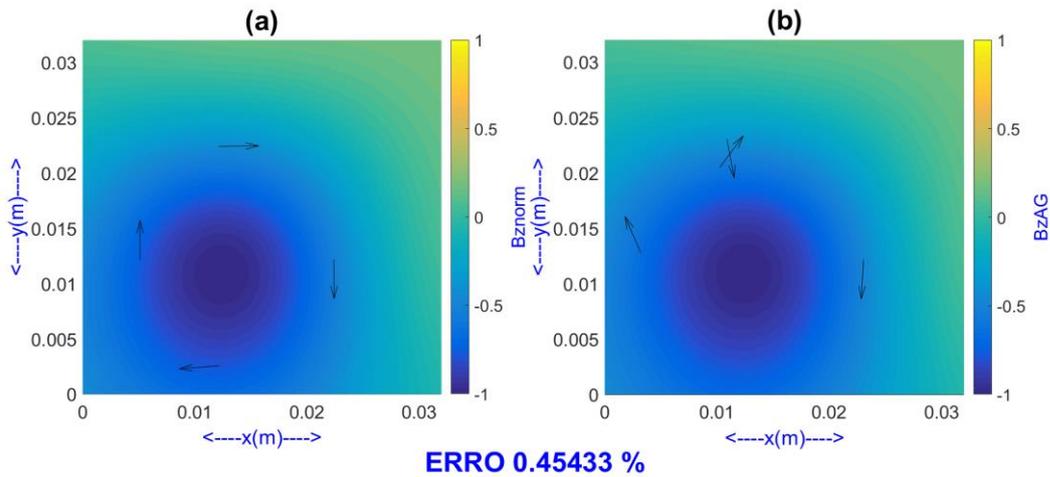


Figura 77 - Exemplo 2: Mapas de campo associados a quatro dipolos de corrente dispostos na configuração 1: (a) o mesmo mapa de referência analisado na Figura 76 (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1421924/CA

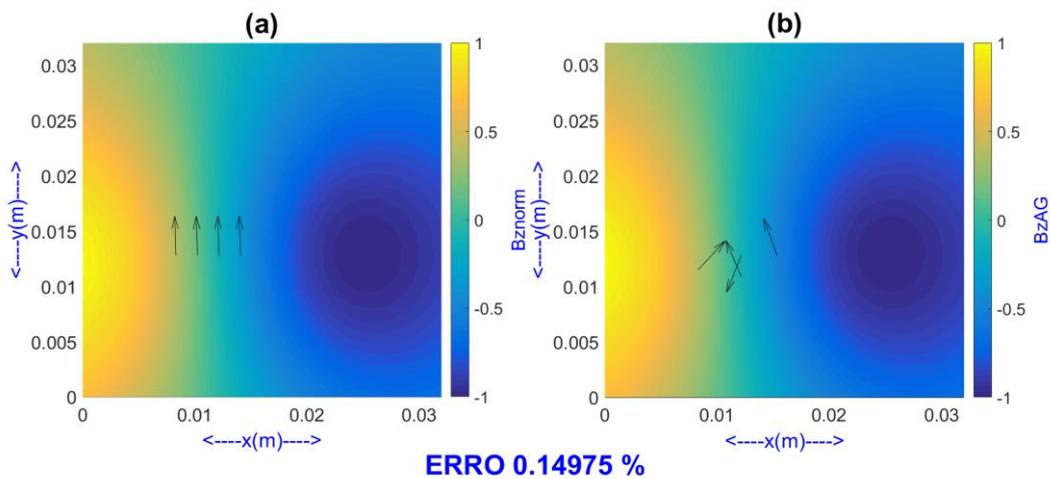


Figura 78 - Exemplo 3: Mapas de campo associados a quatro dipolos de corrente dispostos na configuração 2: (a) mapa de referência (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

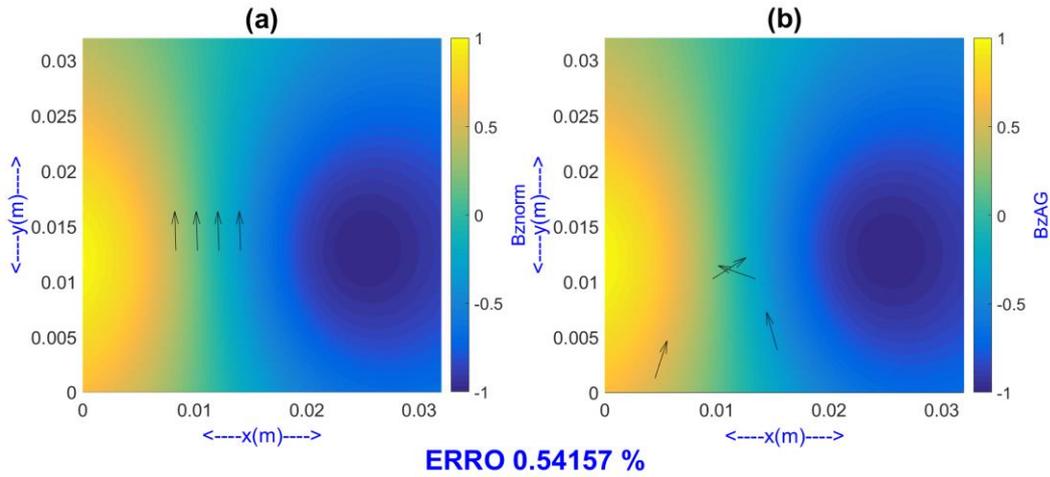


Figura 79 - Exemplo 4: Mapas de campo associados a quatro dipolos de corrente dispostos na configuração 2: (a) o mesmo mapa de referência analisado na Figura 78 (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1421924/CA

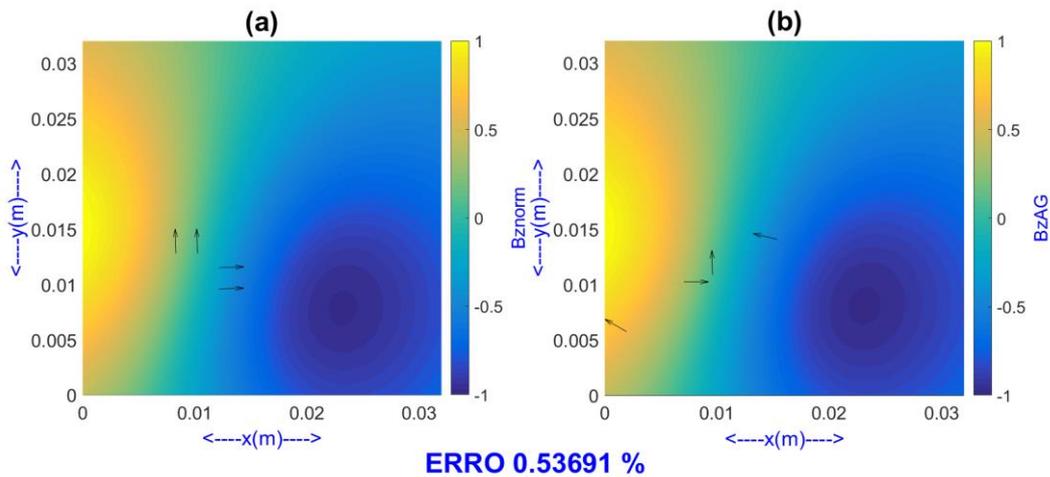


Figura 80 - Exemplo 5: Mapas de campo associados a quatro dipolos de corrente dispostos na configuração 3: (a) mapa de referência (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

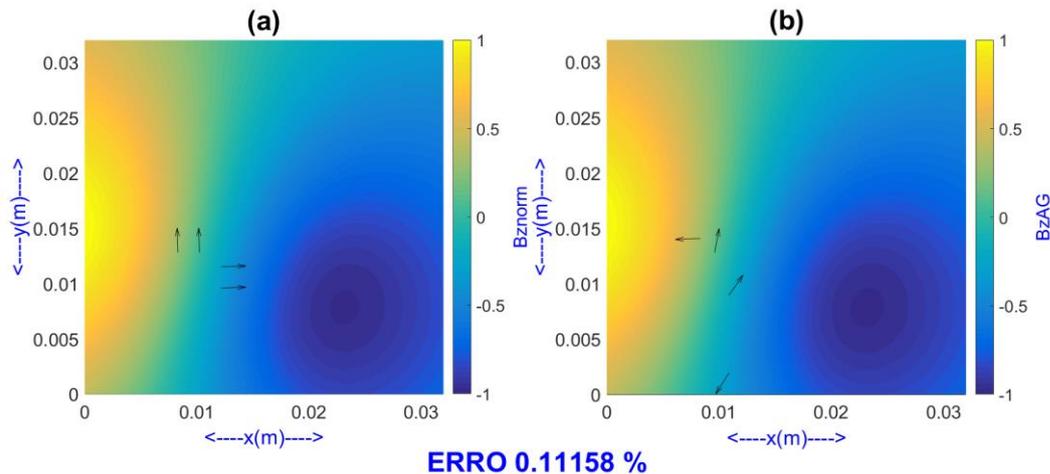


Figura 81 - Exemplo 6: Mapas de campo associados a quatro dipolos de corrente dispostos na configuração 3: (a) o mesmo mapa de referência analisado na Figura 80 (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

Observando-se os resultados apresentados nas Figura 76 à Figura 81, é possível concluir que os mapas de campo gerados pela combinação de dipolos elétricos proposta como solução do AG são sempre muito próximos dos seus respectivos mapas de campo de referência. Os valores de erro percentual informados nas Figuras corroboram esta afirmação, tendo em vista que os mesmos foram inferiores a 0,6% em todos os casos.

Por outro lado, observando-se a combinação de dipolos de referência com o conjunto de dipolos proposto como solução do AG, verificam-se discrepâncias significativas e muito mais expressivas do que as observadas nos casos de 1 e 2 dipolos. Em particular, comparando-se a Figura 76 com a Figura 77, bem como a Figura 78 com a Figura 79 e a Figura 80 com a Figura 81, é possível notar que mesmo para combinações iguais dos dipolos elétricos de referência, o AG pode gerar soluções diferentes, sempre com erros percentuais muito baixos entre o mapa de referência e o mapa simulado a partir dos dipolos calculados pelo AG.

Este resultado indica que, conforme esperado, o aumento do número de dipolos implica numa maior dispersão dos resultados, visto que passam a existir múltiplas combinações de dipolos responsáveis pela geração de mapas de campo extremamente similares. Dessa forma, em função das análises aqui realizadas, cogitou-se a hipótese do problema ter múltiplas soluções por ter mais variáveis do

que equações. Isto é, aumentando-se o número de dipolos, aumenta-se a quantidade de variáveis do problema, entretanto, a função de avaliação continua sendo baseada em uma única equação, eq. (14), a qual calcula o erro percentual médio entre os mapas de campo, em uma dada altura.

Conseqüentemente, tendo em vista os aspectos ressaltados, propôs-se uma solução alternativa onde a função de avaliação do AG passa a ser composta por um conjunto de N equações, sendo esperado, a princípio, que o aumento de N implique na redução da dispersão dos dipolos inferidos pelo AG. Para tal fim, ao invés da função de avaliação calcular o erro percentual (e), entre os mapas de campo, em uma única altura específica (d), implementou-se uma nova função de avaliação capaz de avaliar os erros percentuais entre os mapas ($e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$) em múltiplas alturas entre o plano dos dipolos e dos sensores ($d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$). A função de avaliação calcula o erro e_i a cada altura de interesse d_i , por meio da eq. (14). Na seqüência, ela avalia o erro total médio E_t , conforme definido na eq. (16). Dessa forma, o objetivo do AG passa a ser minimizar E_t . A Figura 82 apresenta uma representação gráfica da técnica proposta.

$$E_t = \frac{e_1 + e_2 + \dots + e_n}{n} \quad (16)$$

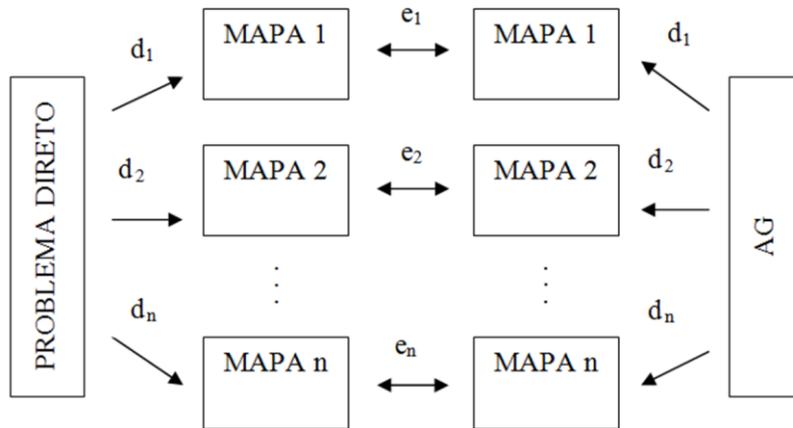


Figura 82 - Representação esquemática do método proposto para reduzir a dispersão das soluções obtidas para o problema inverso.

A fim de testar a técnica proposta, os mesmos exemplos avaliados nas Figura 76 à Figura 81 foram aqui reavaliados, trocando-se a função de avaliação original pela versão alternativa aqui proposta, definida na eq. (16). Arbitrou-se $n = 5$, ou seja, a função de avaliação compara os mapas em cinco alturas diferentes.

Por sua vez, as alturas d foram variadas de 15 mm a 19 mm, em passos de 1 mm. As Figura 83 à Figura 85 apresentam os novos resultados obtidos indicando, à esquerda, os mapas de campo de referência, simulados a partir de quatro dipolos conhecidos, e, à direita, os resultantes dos dipolos elétricos calculados pelo AG. Destaca-se ainda que os valores de erro explicitados nestes gráficos referem-se ao erro E_t , definido na eq. (16).

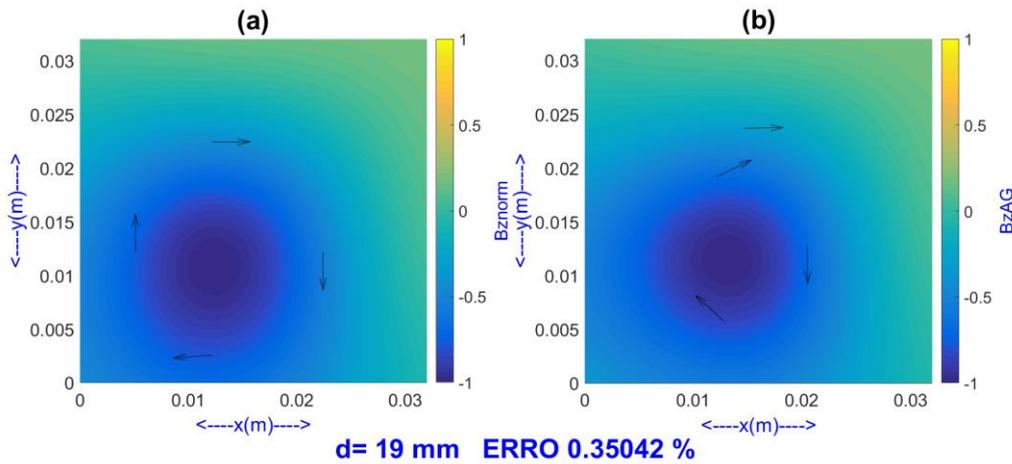


Figura 83 - Exemplo 1: Mapas de campo associados a quatro dipolos de corrente, $E_t=0.9766\%$: (a) o mesmo mapa de referência analisado nas Figura 76 e Figura 77 (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pela configuração alternativa do AG (problema inverso).

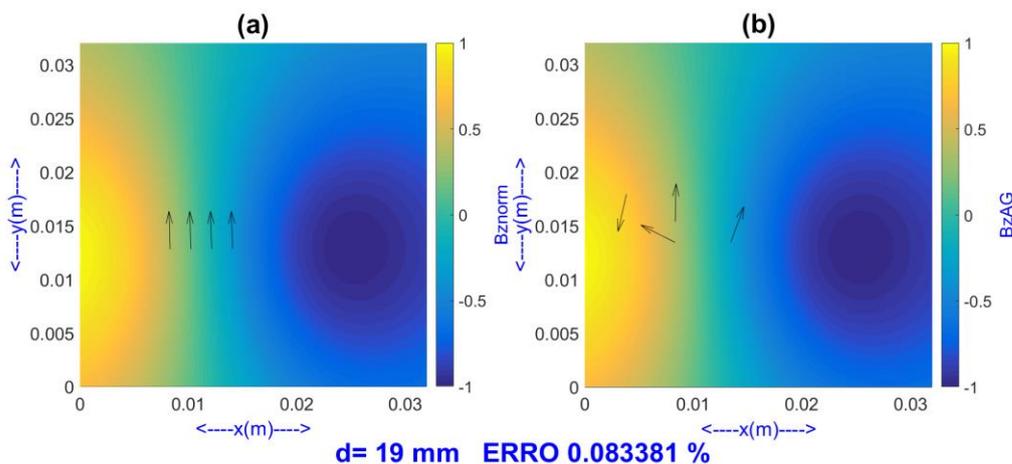


Figura 84 - Exemplo 2: Mapas de campo associados a quatro dipolos de corrente, $E_t=0.12735\%$: (a) o mesmo mapa de referência analisado nas Figura 78 e Figura 79 (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pela configuração alternativa do AG (problema inverso).

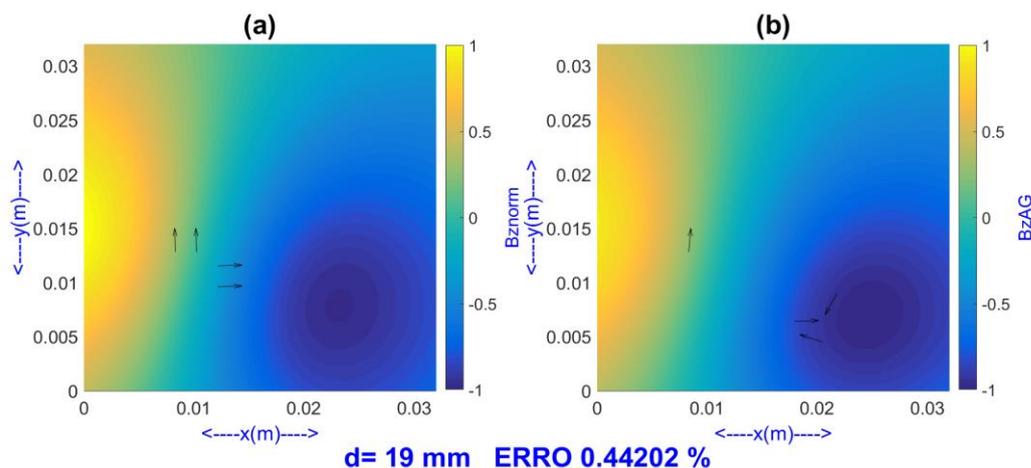


Figura 85 - Exemplo 3: Mapas de campo associados a quatro dipolos de corrente, $E_t = 0.56419\%$: (a) o mesmo mapa de referência analisado nas Figura 80 e Figura 81 (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pela configuração alternativa do AG (problema inverso).

Observando-se as Figura 83 à Figura 85, percebe-se que E_t é satisfatoriamente pequeno, indicando que o erro entre os mapas calculados a cada altura deve ser pequeno. Entretanto, ainda assim, também é perceptível que os parâmetros dos dipolos inferidos pelo AG continuam sendo significativamente diferentes daqueles dos dipolos de referência. Por sua vez, também é importante destacar que, ao se apresentar o mesmo padrão de entrada repetidas vezes para o AG, continuou-se a verificando uma dispersão significativa dos resultados. Dessa forma, em princípio, o método proposto parece ter sido ineficaz em alcançar seu objetivo.

A fim de avaliar mais detalhadamente os resultados, a Figura 86 apresenta a comparação dos mapas de campo obtidos para o exemplo evidenciado na Figura 83, em cada uma das alturas de interesse ($15\text{ mm} < d < 19\text{ mm}$). Por sua vez, as Figura 87 e Figura 88 apresentam uma comparação similar, para os exemplos avaliados respectivamente nas Figura 84 e Figura 85.

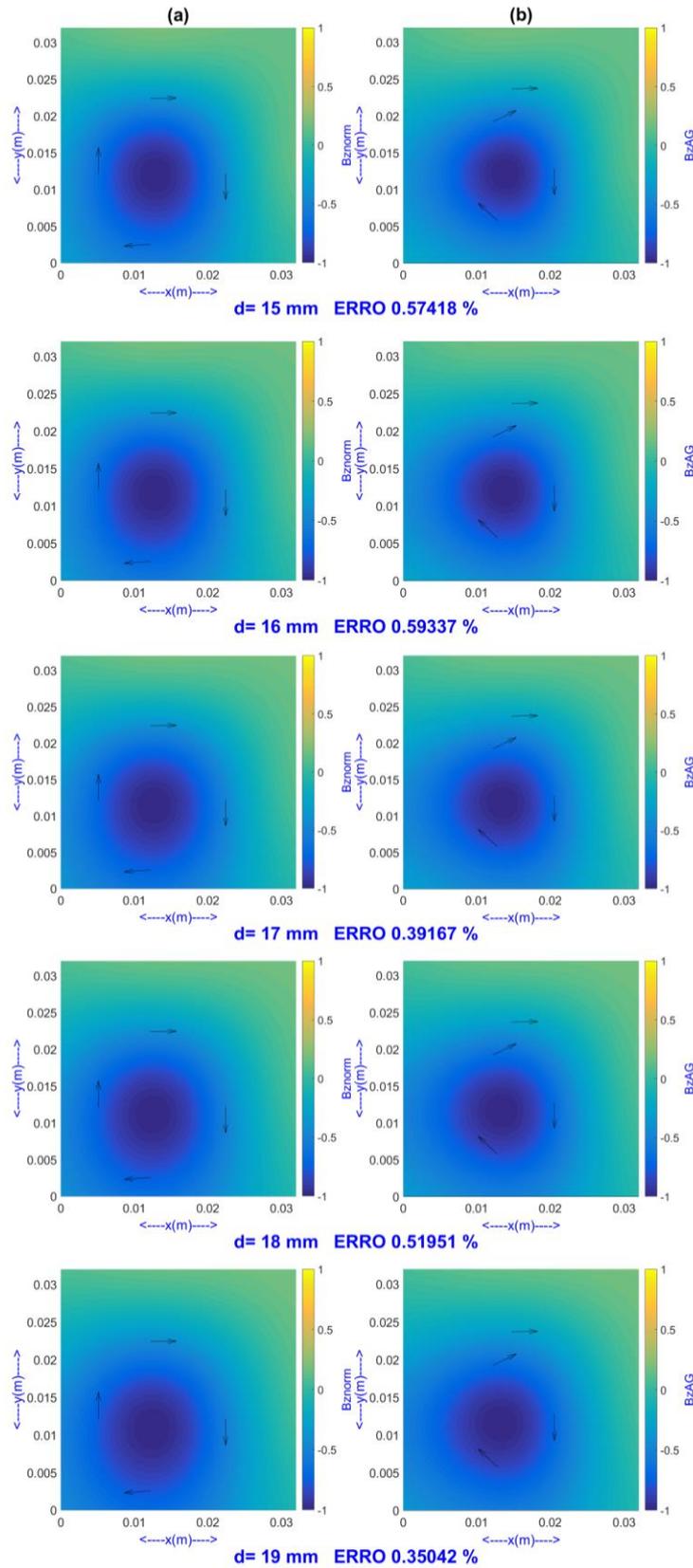


Figura 86 - Mapas de campo associados ao caso exemplificado na Figura 83, para cada uma das alturas analisadas, na coluna (a) são apresentados os mapas de referência (problema direto) e na coluna (b) são apresentados os mapas correspondentes gerados pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

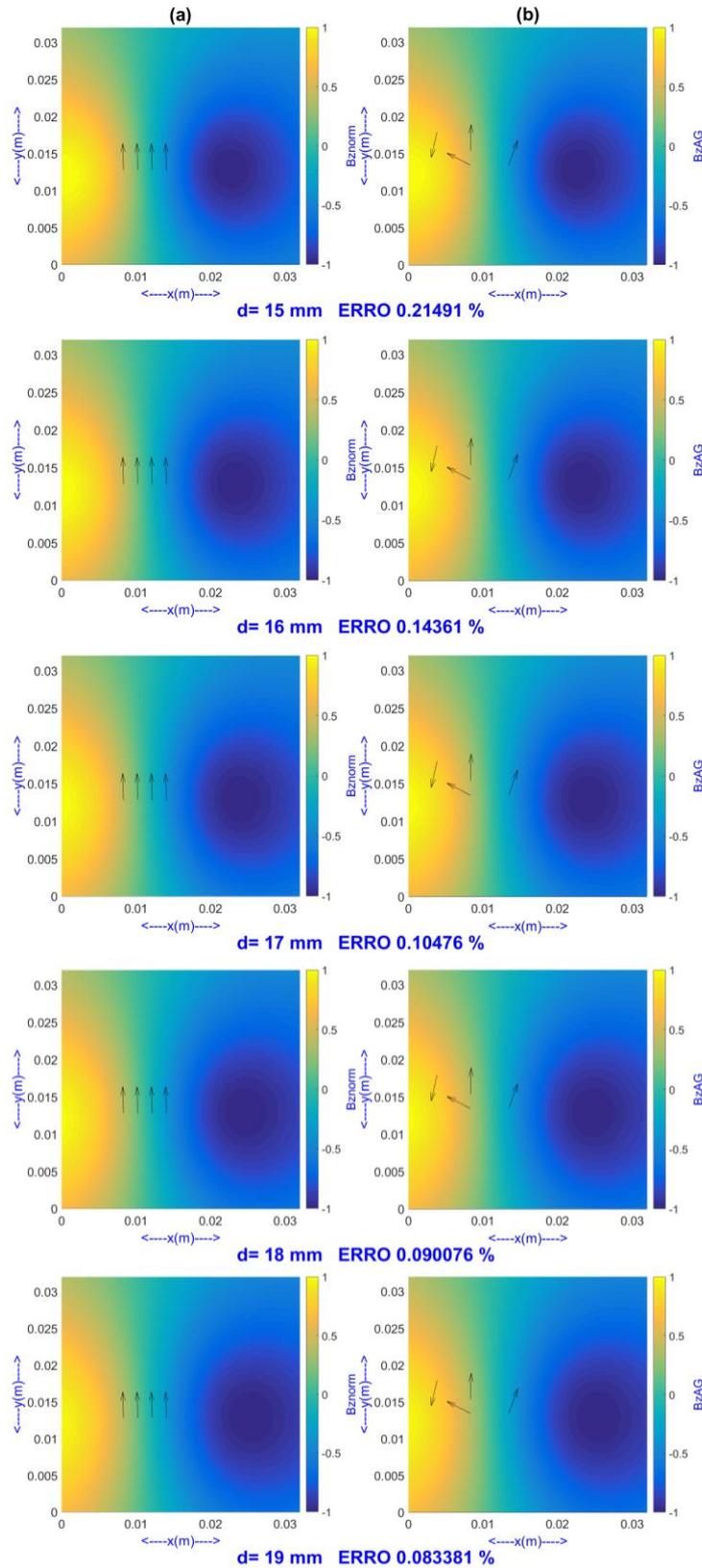


Figura 87 - Mapas de campo associados ao caso exemplificado na Figura 84, para cada uma das alturas analisadas, na coluna (a) são apresentados os mapas de referência (problema direto) e na coluna (b) são apresentados os mapas correspondentes gerados pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

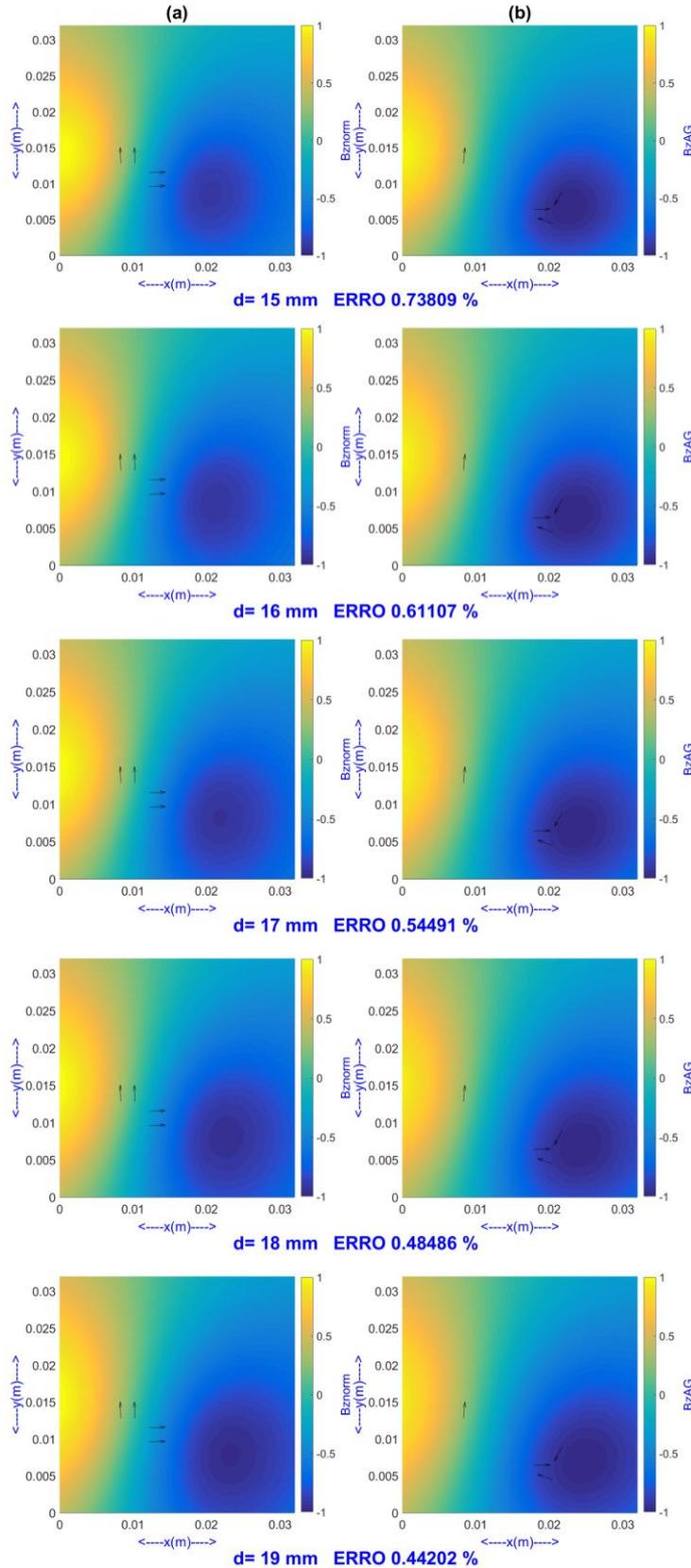


Figura 88 - Mapas de campo associados ao caso exemplificado na Figura 85, para cada uma das alturas analisadas, na coluna (a) são apresentados os mapas de referência (problema direto) e na coluna (b) são apresentados os mapas correspondentes gerados pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

Observando os resultados apresentados nas Figura 86 à Figura 88, é possível perceber que, em todas as alturas avaliadas, os mapas de campo são muito parecidos, mesmo para configurações significativamente distintas entre os dipolos de referência e os inferidos pelo AG. Dessa forma, o aumento do número de equações não acarreta no benefício esperado, aumento da exatidão e redução da dispersão, visto que as equações de erro adicionais são redundantes, não agregando informação útil para o problema.

Por outro lado, a literatura também indica que, a uma distância suficientemente grande, uma combinação de dipolos pode ser satisfatoriamente modelada por um dipolo resultante único [1, 81, 93]. Dessa forma, é possível que apenas a distâncias suficientemente pequenas do plano dos dipolos seja possível diferenciar satisfatoriamente entre as possíveis associações dos dipolos elétricos. Assim, a técnica proposta foi reaplicada aproximando-se os sensores do plano dos dipolos. As alturas d foram variadas de 1 mm a 5 mm, em passos de 1 mm. As Figura 89 à Figura 91 apresentam os novos resultados obtidos, indicando, à esquerda, os mapas de campo de referência, simulados a partir de quatro dipolos conhecidos, e, à direita, os resultantes dos dipolos elétricos calculados pelo AG.

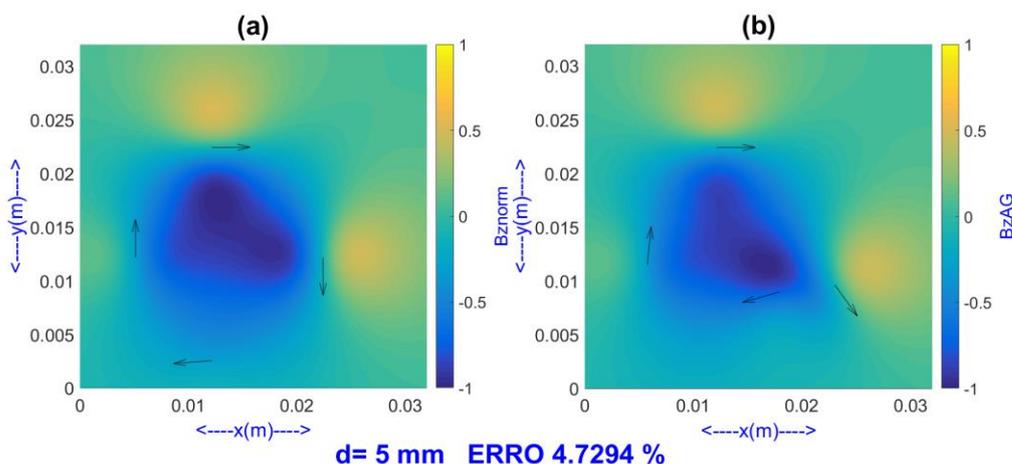


Figura 89 - Exemplo 1: Mapas de campo associados a quatro dipolos de corrente, $E_r = 6.1523 \%$: (a) o mesmo mapa de referência analisado nas Figura 76 e Figura 77 (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pela configuração alternativa do AG (problema inverso).

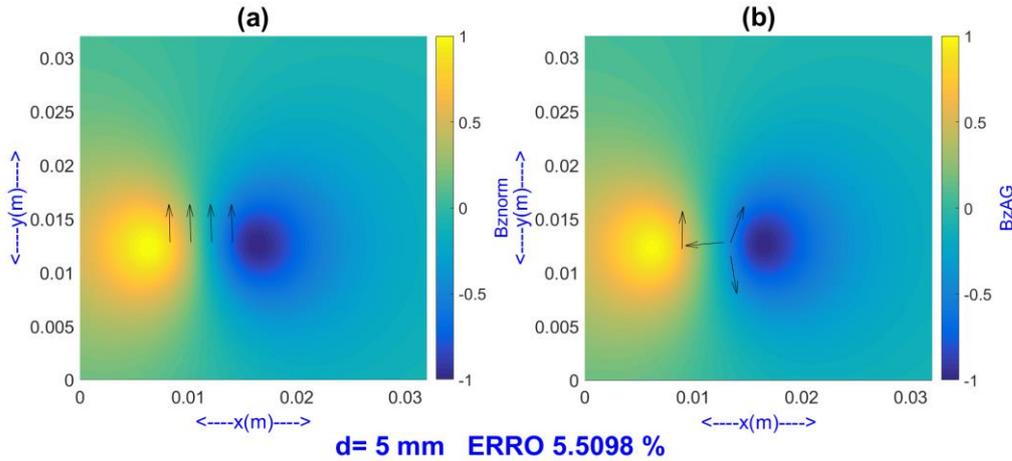


Figura 90 - Exemplo 2: Mapas de campo associados a quatro dipolos de corrente, $E_t = 6.9876\%$: (a) o mesmo mapa de referência analisado nas Figura 78 e Figura 79 (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pela configuração alternativa do AG (problema inverso).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1421924/CA

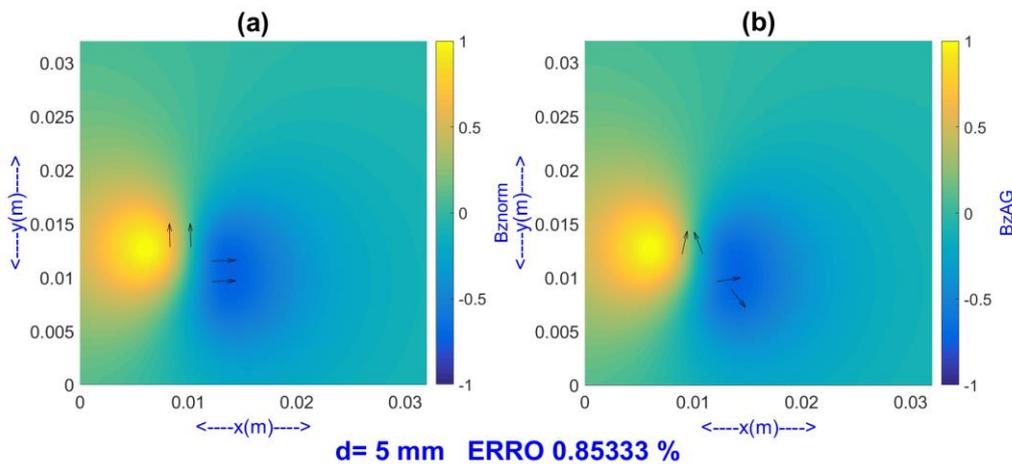


Figura 91 - Exemplo 3: Mapas de campo associados a quatro dipolos de corrente, $E_t = 0.62154\%$: (a) o mesmo mapa de referência analisado nas Figura 80 e Figura 81 (problema direto), (b) mapa gerado pelos dipolos elétricos retornados pela configuração alternativa do AG (problema inverso).

Os resultados obtidos nas Figura 89 à Figura 91 indicam que o E_t continua satisfatoriamente baixo. Entretanto, nestes casos nota-se uma maior exatidão nos dipolos estimados pelo AG, os quais apresentam parâmetros significativamente mais próximos daqueles correspondentes a seus respectivos dipolos de referência. Adicionalmente, ao se apresentar o mesmo padrão de entrada repetidas vezes para o AG, verificou-se uma dispersão consideravelmente menor dos resultados.

Conclui-se, assim, que uma distância pequena entre o plano dos dipolos e o plano dos sensores é fundamental para a detecção precisa de padrões complexos formados pela associação de múltiplos dipolos elétricos. Em medições experimentais realizadas com tecidos biológicos é possível aproximar significativamente os sensores da amostra. Entretanto, ainda assim, distâncias abaixo de 1 mm são extremamente difíceis de serem obtidas na prática, devido às características físicas dos sensores SQUIDs. Por necessitarem operar a temperaturas criogênicas, estes possuem uma camada de isolamento térmico que limita o espaçamento mínimo entre amostra e sensor, sendo tipicamente superior a alguns milímetros. Por sua vez, em medições *in vivo*, o espaçamento requerido é ainda maior, visto que as fontes de interesse estão inseridas dentro do corpo humano, sendo que, por exemplo, o coração humano fica tipicamente alguns centímetros abaixo da superfície da pele.

Todavia, nas distâncias típicas de medição um conjunto com múltiplos dipolos pode ser modelado por um dipolo equivalente único, variante no tempo, o qual pode ser determinado com exatidão. Por sua vez, analisando-se o comportamento dos parâmetros deste dipolo ao longo do tempo, podem-se obter importantes informações diagnósticas. A fim de avaliar mais detalhadamente os resultados, a Figura 92 apresenta a comparação dos mapas de campo obtidos para o exemplo evidenciado na Figura 89, em cada uma das alturas de interesse ($1 \text{ mm} < d < 5 \text{ mm}$). Por sua vez, a Figura 93 e a Figura 94 apresentam uma comparação similar, para os exemplos avaliados respectivamente na Figura 90 e na Figura 91.

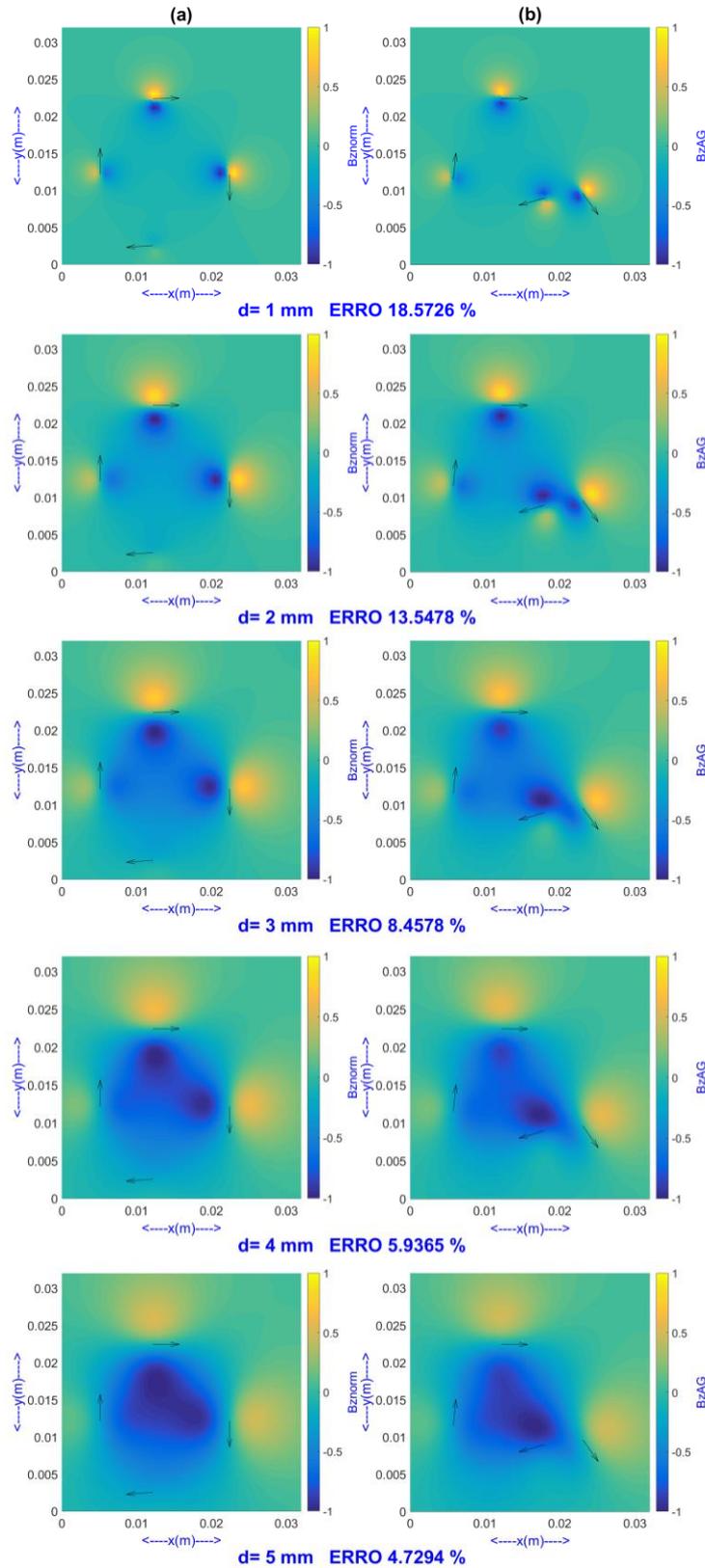


Figura 92 - Mapas de campo associados ao caso exemplificado na Figura 89, para cada uma das alturas analisadas, na coluna (a) são apresentados os mapas de referência (problema direto) e na coluna (b) são apresentados os mapas correspondentes gerados pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

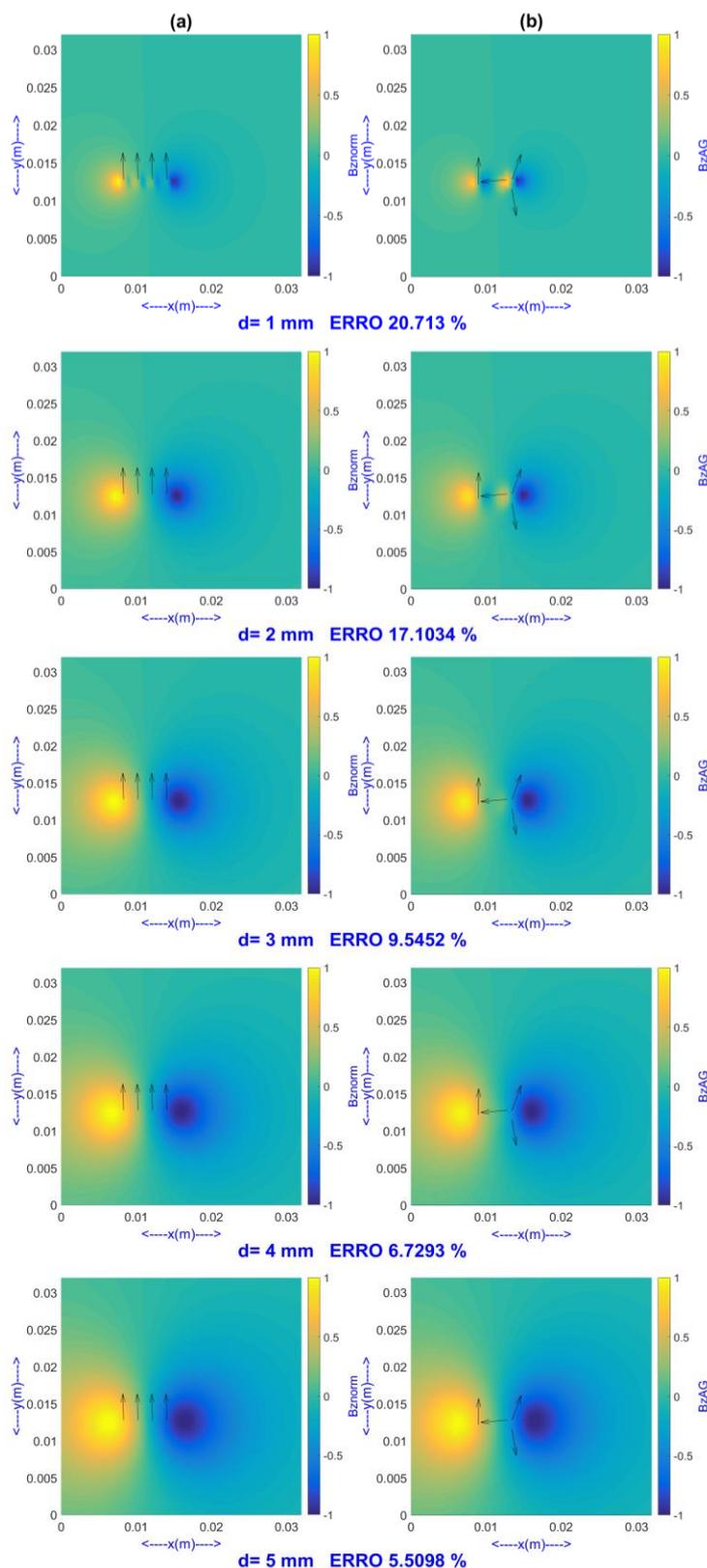


Figura 93 - Mapas de campo associados ao caso exemplificado na Figura 90, para cada uma das alturas analisadas, na coluna (a) são apresentados os mapas de referência (problema direto) e na coluna (b) são apresentados os mapas correspondentes gerados pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

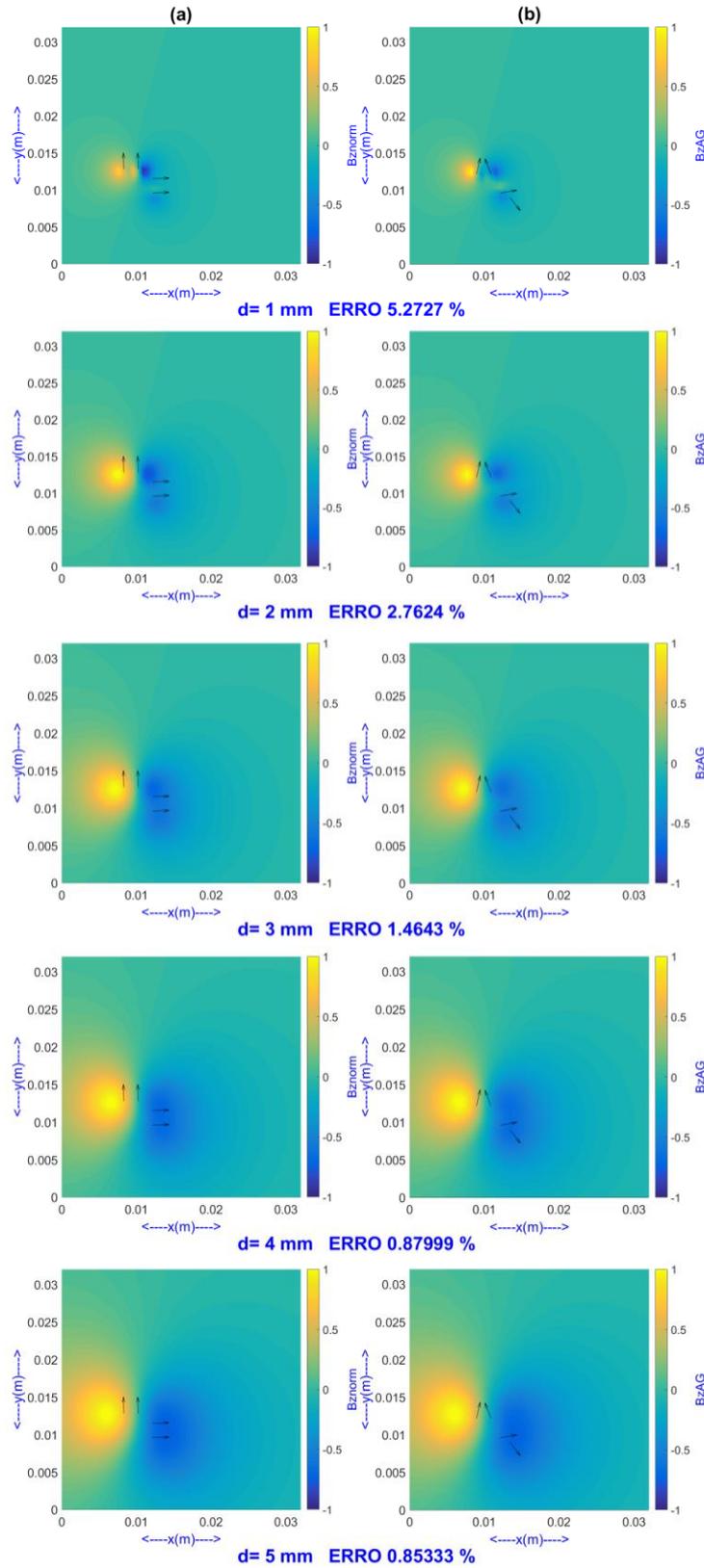


Figura 94 - Mapas de campo associados ao caso exemplificado na Figura 91, para cada uma das alturas analisadas, na coluna (a) são apresentados os mapas de referência (problema direto) e na coluna (b) são apresentados os mapas correspondentes gerados pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

Observando-se as Figura 92 até Figura 94, é possível notar, em todas elas, que conforme a altura aumenta, os mapas de campo de referência tornam-se muito parecidos com aqueles gerados pela distribuição de dipolos retornada pelo AG. Comparando-se o valor de erro apresentado nas Figuras, para cada altura d avaliada, verifica-se que o erro é reduzido conforme a altura aumenta, ou seja, os maiores erros são observados para $d = 1\text{mm}$ e os menores para $d = 5\text{ mm}$.

Estes dados reforçam a conclusão de que as medições devem ser realizadas com os sensores tão próximos quanto possível do plano dos dipolos, a fim de se poder determiná-los com exatidão. Note que, mesmo a distâncias relativamente pequenas, da ordem de 5 mm, o mapa de campos gerado pelo AG já é consideravelmente próximo de seus respectivos mapas de referência, mesmo para configurações de dipolos razoavelmente distintas, conforme explicitado nos exemplos retratados nas Figura 92 à Figura 94.

Com a finalidade de avaliar esta hipótese, que sugere que uma distância pequena entre o plano dos dipolos e o plano dos sensores é fundamental para a detecção exata de padrões complexos, formados pela associação de múltiplos dipolos elétricos, foram aqui reavaliadas as mesmas configurações de parâmetros descritas na Tabela 4. Porém, agora, definindo-se uma distância reduzida e única, $d = 1\text{ mm}$, entre o plano dos dipolos e dos sensores. A Figura 95, a Figura 96 e a Figura 97 apresentam a comparação dos mapas de campo obtidos para as três configurações de dipolos avaliadas, sempre se admitindo $d = 1\text{ mm}$.

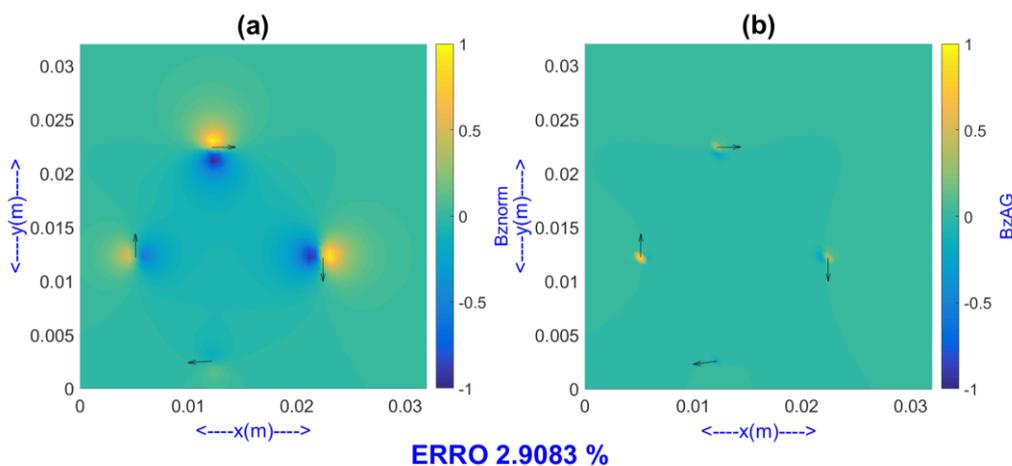


Figura 95 - Mapas de campo associados aos casos previamente exemplificados nas Figura 89 ($d = 1$ a 5 mm), agora considerando-se $d = 1\text{ mm}$: (a) mapa de referência (problema direto) e (b) mapa correspondente gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

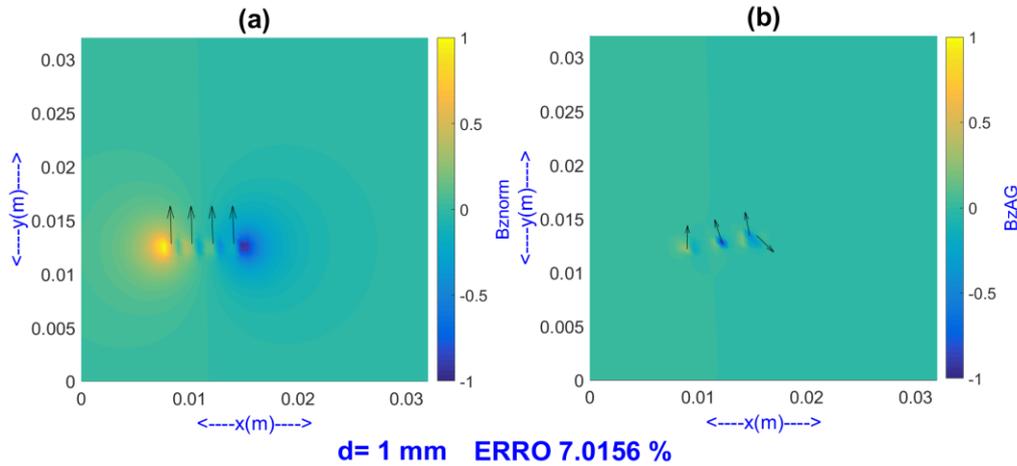


Figura 96 - Mapas de campo associados aos casos previamente exemplificados nas Figura 90 ($d = 1$ a 5 mm), agora considerando-se $d = 1$ mm: (a) mapa de referência (problema direto) e (b) mapa correspondente gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

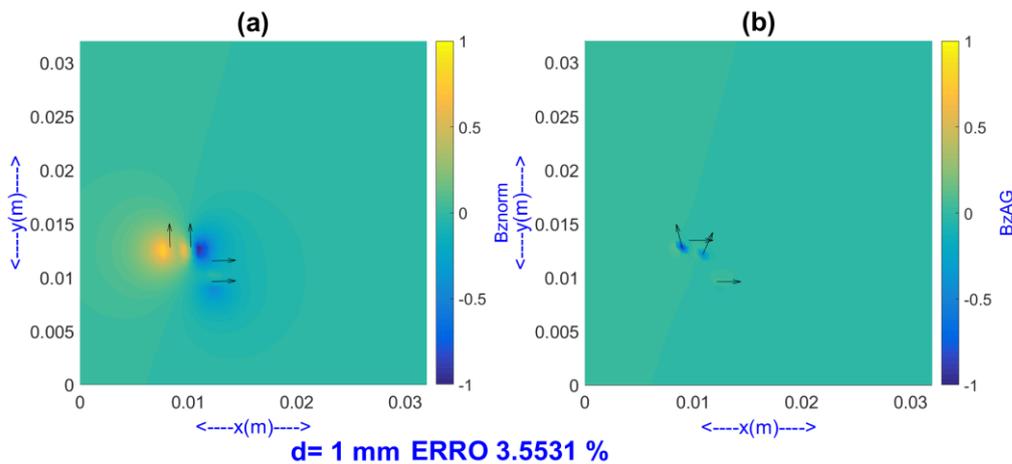


Figura 97 - Mapas de campo associados aos casos previamente exemplificados nas Figura 91 ($d = 1$ a 5 mm), agora considerando-se $d = 1$ mm: (a) mapa de referência (problema direto) e (b) mapa correspondente gerado pelos dipolos elétricos retornados pelo AG (problema inverso).

Os resultados obtidos permitiram observar que o erro continua consideravelmente baixo e, neste caso, existe uma maior exatidão entre os parâmetros dos dipolos de referência e aqueles estimados pelo AG. Adicionalmente, também é importante destacar que se verificou uma dispersão significativamente menor dos parâmetros retornados pelo AG, ao se reapresentar o mesmo conjunto de referência por repetidas vezes.