6
Análise de respostas dinâmicas no domínio da frequência

6.1.
Análise espectral

A análise de frequências, ou análise espectral, é a essência da análise de vibrações e permite a resolução de muitos problemas de vibração em estruturas. Na análise espectral, o objetivo é determinar a frequência contida em um sinal. Quando são utilizados sinais analógicos, utilizam-se Séries de Fourier, e quando são utilizados sinais digitais é utilizada a Transformada de Fourier Discreta (Cimbala, 2010).

6.2.
Tipos de sinais

Um sinal analógico é um tipo de sinal contínuo, que varia em função do tempo, já um sinal digital é um sinal com valores discretos, ou seja, descontínuos no tempo e na amplitude como plotado na Figura 19.

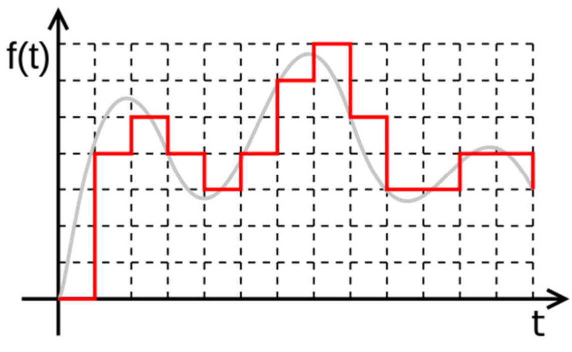

Figura 19 - Diferença entre sinal analógico e digital

Os sinais obtidos em um ensaio de carregamento dinâmico onde as acelerações são medidas imediatamente após o golpe do martelo são um exemplo de sinal digital.

6.3. Transformada de Fourier (FT)

A Transformada de Fourier (*Fourier Transform* – FT) é uma generalização das Séries de Fourier (Clough e Renzien, 2003). Ao invés de senos e cossenos em uma Série de Fourier, a Transformada de Fourier usa exponenciais e números complexos através da fórmula de Euler $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \cdot sen(\theta)$, de modo que é possível combinar componentes seno e cosseno das Séries de Fourier em componentes complexas na Transformada de Fourier. Ao invés de somatórios, que são utilizados na Séries de Fourier, a Transformada de Fourier utiliza integrais.

Para um sinal ou função $f(t)$, a transformada de Fourier é definida como:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \qquad (6\text{-}1)$$

A inversa da Transformada de Fourier é definida como

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \qquad (6\text{-}2)$$

Onde:

$$e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \cdot sen(\omega t) \qquad (6\text{-}3)$$

Na equação (6-3) i é a unidade do número imaginário, definida como raiz de -1 ($i = \sqrt{-1}$), ω é a variação das frequências angulares associadas com o sinal, ou seja, a frequência contida no sinal.

Quando uma análise é feita no tempo, com um sinal $f(t)$, esta é realizada no domínio do tempo, e as variáveis são reais. Quando uma análise é feita com frequências angulares, com a Transformada de Fourier $F(\omega)$, esta é realizada no domínio da frequência, e $F(\omega)$ é complexo.

A Transformada de Fourier é uma ferramenta que é utilizada para analisar a frequência contida em sinais contínuos.

6.4. Transformada de Fourier Discreta

A Transformada de Fourier Discreta (*Discrete Fourier Transform* – DFT) é utilizada para analisar frequências contidas num sinal digital.

A Transformada de Fourier Discreta é definida como:

$$F(j\Delta f)=\sum_{n=0}^{N-1} f(n\Delta t)e^{-i(2\pi j\Delta f)(n\Delta t)} \qquad (6\text{-}4)$$

Onde $j=0,1,2...,N-1$.

No domínio do tempo N é o total de números de pontos dos dados discretos, T é o tempo total de amostragem, Δt é o tempo entre os pontos de dados e f_s é a frequência de coleta, onde:

$$\Delta t=\frac{T}{N} \qquad (6\text{-}5)$$

$$f_s=\frac{1}{\Delta t}=\frac{N}{T} \qquad (6\text{-}6)$$

No domínio da frequência Δf é o incremento de frequência, também chamado de frequência de resolução, $F(j\Delta f)$ é a saída da Transformada de Fourier Discreta, um valor complexo para cada frequência discreta, que fornece informação sobre a contribuição relativa para o sinal por cada frequência discreta. Onde:

$$\Delta f=\frac{1}{T} \qquad (6\text{-}7)$$

O incremento de frequência Δf da DFT é análogo à frequência fundamental da Série de Fourier, a DFT fornece informações sobre a contribuição relativa dos harmônicos de Δf, assim como os coeficientes da Série de Fourier fornecem informações sobre a contribuição relativa dos harmônicos da frequência fundamental.

O Critério de Nyquist é um importante conceito na análise DFT, esse critério afirma que dada uma frequência de coleta f_s, é possível se obter informação de frequência confiável somente para frequências menores que $\frac{f_s}{2}$.

6.5. Transformada Rápida de Fourier (FFT)

A Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform* – FFT) é simplesmente a DFT que é rapidamente calculada em um computador. Todas as regras e detalhes sobre DFT descritos na seção 6.4 são aplicados para a FFT. Em alguns algoritmos de computador as FFTs são restritas a N em potência de 2 como no Microsoft Excel®. Contudo, há algoritmos FFT que não possuem esta restrição tais como, LabVIEW® e MATLAB®.

A saída $F(j\Delta f)$ de uma sub-rotina FFT é uma série de números complexos, uma para cada ponto de dados da amostra discretizada, representado cada frequência discreta, somente metade da qual será útil devido o critério de Nyquist. Embora a saída $F(j\Delta f)$ seja complexa, é a magnitude ou amplitude de um número complexo que é utilizada para comparar a importância relativa de várias frequências. Dado um número complexo $z = x + iy$, onde x é aparte real e y é a parte imaginária, a magnitude de z é dada por $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$. A magnitude de um número complexo é chamada também de módulo.

Um gráfico da magnitude da FFT, saída $|F|$ *versus* frequência é chamado de espectro de frequência. Pode ser chamado de espectro de amplitude desde que as dimensões e unidades do eixo vertical sejam as mesmas da amplitude do sinal original. Em um caso típico em que o sinal de entrada é aceleração, as unidades de $|F|$ também são de aceleração. Nesse tipo de gráfico, dado um intervalo de frequências, a amplitude definida neste caminho indica a importância relativa do intervalo de frequência para o sinal.

A FFT é muito aplicada na área de engenharia, principalmente em vibrações, onde é necessário saber a frequência contida na vibração.

Existem instrumentos para laboratório chamados analisadores de espectro, que são projetados para o espectro de frequências de um sinal, nestes dispositivos uma FFT é calculada internamente. No caso dos analisadores de ensaios de carregamento dinâmicos o foco é observar os sinais de força e velocidade no tempo, de modo que para se determinar as frequências de vibração é necessário fazer uma FFT a parte.