3 Modelo Matemático

Os fluidos de perfuração confinados entre os revestimentos, topo do cimento e sistema de cabeça de poço, sofrem processo de aquecimento durante a produção, resultando em sua expansão e em um acréscimo na pressão atuante na cabeça do poço e nos revestimentos.

No presente trabalho, o aumento de pressão do fluido confinado é obtido de forma desacoplada do escoamento na coluna de produção. Dessa forma, a primeira etapa deste trabalho é a determinação da temperatura ao longo de todo o poço (na coluna de produção, revestimentos e fluidos confinados nos anulares). A seguir, apresenta-se a modelagem do cálculo do aumento de pressão do fluido confinado através da conservação da massa do fluido do anular, da variação do volume do fluido no anular e da variação do volume do anular, devido a deslocamentos dos revestimentos. Por fim, apresenta-se o cálculo do aumento de volume do fluido caso possa se expandir livremente. Esse cálculo pode ser interessante caso haja possibilidade de drenar o anular para não haver o aumento de pressão do fluido confinado quando aquecido.

3.1 Modelagem da Coluna de Produção

O fluido produzido, ou injetado, num poço de petróleo troca calor com o meio vizinho, quando houver diferença de temperatura entre eles. O fluido produzido proveniente do reservatório possui temperatura (T_o) maior que a temperatura da formação geológica (T_∞) acima do reservatório. Dessa forma, quando o poço entra em produção, ocorre troca de calor (q) entre a coluna, os anulares do poço e a formação. O fluido produzido vai então perdendo calorà medida que escoa, subindo pela coluna de produção, até chegar ao leito marinho, o qual encontra-se à baixa temperatura (tipicamente 4°C, considerando-se uma lâmina de água de 1 000 m). Uma vez que o objetivo do presente trabalho consiste em analisar o aumento de pressão dos fluidos confinados nos anulares, devido à sua expansão durante o aquecimento, optou-se por realizar uma modelagem simplificada do escoamento durante a produção.

A determinação do campo de temperatura ao longo da coluna durante a produção depende da determinação do escoamento ao longo da mesma. As seguintes hipóteses foram consideradas:

- operação em regime permanente (vazão constante)
- escoamento monofásico
- escoamento vertical ascendente e axial unidimensional
- difusão axial desprezível
- não há geração de calor
- densidade do fluido escoando varia com pressão e temperatura
- viscosidade varia com pressão e temperatura
- capacidade térmica à pressão e condutividade térmica constantes

A seguir são apresentadas as equações de conservação de massa, quantidade de momento linear e energia, utilizadas para determinação da velocidade, pressão e temperatura na coluna de produção.

3.1.1 Equações de conservação para a coluna de produção

<u>Conservação de massa.</u> O princípio da conservação da massa aplicado ao escoamento em regime permanente consiste em um fluxo de massa líquido constante, isto é,.

$$\frac{\partial \left(\rho_{ol} v\right)}{\partial z} = 0 \tag{3.1}$$

onde ρ_{ol} é a massa específica do óleo que escoa através da coluna de produção, *v* é a velocidade, *z* é coordenada axial.

<u>Conservação da quantidade de movimento linear</u>. A equação da conservação da quantidade de movimento linear, também conhecida como 2ª lei de Newton, representa o balanço de forças agindo no líquido.

A soma das forças que atuam sobre o elemento do fluido, devido à tensão cisalhante viscosa na parede da coluna τ , pressão do óleo escoando P_{ol} e aceleração gravitacional g é igual à massa vezes a aceleração, $Dv/Dt = \partial v/\partial t + v$

 $\partial v/\partial z$. Reescrevendo a aceleração em regime permanente e combinando com a equação de conservação de massa, Eq. (3.1), pode-se expressar a equação de conservação de quantidade de movimento linear como

$$\frac{\partial \left(\rho_{ol} v v\right)}{\partial z} = -\frac{\partial P_{ol}}{\partial z} - \rho_{ol} g - \frac{\tau S}{A}$$
(3.2)

onde *S* e *A* correspondem ao perímetro molhado e área transversal de escoamento. Para um duto circular $S/A= 4/D_c$, sendo D_c o diâmetro interno da coluna de produção. O atrito viscoso pode ser estimado baseado no fator de atrito *f*, considerando escoamento localmente hidrodinâmicamente desenvolvido, como

$$\tau = \frac{f}{4} \frac{\rho_{ol} |v| v}{2} \tag{3.3}$$

Reescrevendo a Eq. (3.2), pode-se determinar a variação da pressão ao longo da coluna, integrando-se a seguinte equação

$$\frac{\partial P_{ol}}{\partial z} = -\frac{\partial \rho_{ol} v v}{\partial z} - \rho g - \frac{f}{D_c} \frac{\rho_{ol} |v| v}{2}$$
(3.4)

De acordo Beggs & Brill (1978), a parcela associada com a aceleração na equação 3.4 é normalmente desprezível. Já, o termo relativo à pressão hidrostática normalmente é o que predomina em poços e contribui com 80 a 95% do gradiente de pressão. Já, a perda por fricção, normalmente representa 5 a 20% da perda total de pressão.

Conservação da Energia. O princípio da conservação de energia estabelece que a variação de energia é igual à soma do calor adicionado menos o trabalho realizado. A equação para a conservação da energia térmica pode ser escrita como

$$cp_{ol}\frac{\partial\left(\rho_{ol} v T_{ol}\right)}{\partial z} = \alpha_{ol} T_{ol} v \frac{\partial P_{ol}}{\partial z} - \frac{q'' S}{A} + \frac{\tau S}{A} v$$
(3.5)

onde T_{ol} , α_{ol} e cp_{ol} correspondem à temperatura, coeficiente de expansão térmica e calor específico à pressão constante do óleo e q'' é o fluxo de calor perdido para o ambiente. O último termo da Eq. (3.5) representa a dissipação viscosa. O fluxo de calor q'' pode ser avaliado a partir do coeficiente global de transferência de calor U e da temperatura da formação T_{∞} , como

$$q'' = U (T_{ol} - T_{\infty})$$
(3.6)

Para resolver o conjunto de equações apresentado é necessário introduzir equações de fechamento para avaliar o fator de atrito f e o coeficiente de transferência de calor global U. Adicionalmente, as propriedades termofísicas precisam ser definidas.

3.1.2 Propriedades termofísicas do óleo

Considerou-se no presente trabalho, que tanto a massa específica ρ_{ol} como a viscosidade absoluta μ_{ol} do óleo dependem de pressão e temperatura. Já o calor específico à pressão constante cp_{ol} e condutividade térmica λ_o foram considerados constantes.

Para avaliar a massa específica do óleo, utilizou-se a correlação apresentada por Combs e Whitmire (1960).

$$\rho_{ol}(P_o, T_o) = 0.166 + API - 5.76 \times 10^{-4} T_{ol} + (1.45 \times 10^{-4} (3.6 - 6.43 \text{ API} + 0.018 T_{ol}))P_{ol}$$
(3.7)

Nesta correlação, ρ_{ol} é a massa específica do óleo em lbm/gal (1 lbm/gal = 1329 kg/m³), T_{ol} é temperatura do óleo em ^oF, [(1^oF)=(1,8+32)^oC], P_{ol} é pressão do óleo em MPa.

O coeficiente de expansão térmica α é definido em função da variação da massa específica com a temperatura, mantendo a pressão constante, como

$$\alpha = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \bigg|_{P}$$
(3.8)

ou

$$\alpha = \frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial T} \bigg|_{P}$$
(3.9)

onde v= l/ρ é o volume específico.

Para o fluido com a massa específica definida pela Eq. (3.7), o coeficiente

de expansão térmica é

$$\alpha_{ol}(P_{ol}, T_{ol}) = \frac{5.76 \times 10^{-4} - (1.45 \times 10^{-4} \times 0.018)P_{ol}}{\rho_{ol}(P_{ol}, T_{ol})}$$
(3.10)

Análogo ao coeficiente de expansão térmica, a compressibilidade do fluido β é definida em função da variação da massa específica com a pressão, mantendo a temperatura constante, como

$$\beta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P} \bigg|_{T}$$
(3.11)

Para o fluido com a massa específica definida pela Eq. (3.7), a compressibilidade do óleo é

$$\beta_{ol}(P_{ol}, T_{ol}) = \frac{1.45 \times 10^{-4} (3.6 - (6.43 \text{API}) + (0.018 T_{ol}))}{\rho_{ol}(P_{ol}, T_{ol})}$$
(3.12)

A viscosidade de um óleo na faixa de 16° API a 58° API e temperatura na faixa de 70 °F a 295 °F (21,1 °C a 146 °C), pode ser obtida pela correlação apresentada por Beggs and Robins (1975) e é descrita como:

$$\mu_{ol} = 10^{\frac{10^{(3,0324-0,02023\times API)}}{T_{ol}^{1,1163}}} - 1$$
(3.13)

onde μ_{ol} é viscosidade do óleo livre de gás em cp (1cp=0,001 Pa), T_{ol} é temperatura em °F e °API é adimensional (API = 141,5/SG – 131,5), sendo SG (gravidade específica, i.e., massa específica do óleo normalizada com a massa específica da água, SG= ρ_{ol}/ρ_{H2O}).

3.1.3 Fator de atrito

Na literatura é possível encontrar diversas correlações empíricas para avaliar o fator de atrito, as quais dependem do regime de escoamento. Para escoamento laminar monofásico hidrodinâmicamente desenvolvido, o fator de atrito adotado é obtido a partir da solução de Hagen Pousseiulle, i.e., para $Re_c < 2000$, $f = 64/Re_c$ onde Re_c é o número de Reynolds referente ao escoamento na coluna de produção

$$Re_{c} = \frac{\rho_{ol} \ v \ D_{c}}{\mu_{ol}} \tag{3.14}$$

sendo μ_{ol} a viscosidade do óleo.

Para regime turbulento ($Re_c > 2000$), existem diversas correlações empíricas, sendo que nesse trabalho, utilizou-se, por simplicidade, a correlação de Miller, a qual é considerada uma boa aproximação para a correlação de Colebrook (Fox and McDonald, 1988)

$$f = 0.25 \left[\log \left(\frac{rug / D}{3.7} + \frac{5.74}{Re_c^{0.9}} \right) \right]^{-2}$$
(3.15)

onde rug é rugosidade da tubulação da coluna de produção.

Note que de acordo com a equação da conservação de massa, Eq. (3.1), o produto $\rho_{ol} v$ é constante. Mas, como a viscosidade do óleo varia com pressão e temperatura, então para cada coordenada axial, um valor local de número de Reynolds é utilizado para avaliar o fator de atrito.

3.1.4 Transferência de calor no poço

Como mencionado, para avaliar a variação da temperatura ao longo da coluna de produção é preciso avaliar o fluxo de calor através dos diversos anulares e revestimento. Como descrito no Capítulo 1, o poço pode possuir diversas configurações, podendo possuir diversos anulares, cada um com diferentes fluidos confinados, com diferentes profundidades, sendo que os revestimentos podem utilizar diversos materiais e com diferentes dimensões.

No presente trabalho, considerou-se o processo em regime permanente, sem geração de calor. Adicionalmente, o poço foi considerado como axi-simétrico, com a coluna de produção no centro. Considerou-se ainda que o fluxo de calor por difusão radial é muito maior que o axial, o qual foi desprezado. Dessa forma, para avaliar a perda de calor da coluna de produção, realizou-se um balanço de calor radial, para cada seção transversal localizada na cota *z*. Cada profundidade do poço possui uma estrutura diferente, sendo que para cada coordenada, as propriedades termofísicas dos elementos do poço (fluido, revestimento, cimento) foram consideradas constantes. A formação foi considerada homogênea, isotrópica e com

condutividade térmica constante. A dilatação dos espaços anulares, formados entre revestimentos, topos de cimento e cabeça de poço, não foi considerada na avaliação da transferência de calor por cada uma destas camadas.

Com essas hipóteses é possível determinar o coeficiente de transferência de calor global U utilizando o conceito de resistência equivalente, similar ao de resistência elétrica, i.e.,

$$U = \frac{1}{A_s \ \tilde{R}es_T} = \frac{1}{S \ Res_T} \tag{3.16}$$

onde $A_s = S \Delta z$ é a área superficial de troca de calor para um comprimento Δz , sendo $Res_T = \tilde{R}es_T \Delta z$, a Res_T a resistência térmica equivalente global para uma unidade de comprimento Δz , a qual depende da estrutura do poço, isto é, do número de anulares e revestimentos, etc, e suas respectivas propriedades e dimensões.

A Figura 3.1 ilustra uma configuração típica de poço. A estrutura é apresentada para obtenção da resistência térmica global, para determinar o fluxo de calor perdido da coluna de produção para a formação. As camadas são compostas pelo óleo escoando na coluna de produção, fluido nos anulares, revestimentos, cimento e formação. Dependendo da configuração do poço, pode existir mais de uma camada composta pelo mesmo material para uma dada profundidade.

3.1.4.1 Resistência térmica equivalente

A resistência equivalente para uma dada profundidade é a soma das diferentes resistências das camadas existentes no poço conforme ilustrado na Fig. 3.1.

$$Res_{T} = Res_{ol} + Res_{cop} + \sum_{j} Res_{aj} + \sum_{n} Res_{rev_{n}} + \sum_{c} Res_{cim_{c}} + Res_{form}$$
(3.17)

onde Res_{ol} é a resistência à convecção do óleo no interior da coluna de produção, Res_{cop} , Res_a , Res_{rev} , Res_{cim} e Res_{form} são as resistências térmicas correspondestes à coluna de produção, fluido nos espaços anulares, revestimento, cimento e formação, respectivamente. A determinação de cada uma dessas resistências é detalhada a seguir. Modelo Matemático

A resistência térmica por unidade de comprimento, associada com óleo escoando no interior da coluna de produção é baseada no coeficiente de transferência de calor por convecção h_{ol} entre o óleo e a parede interna do tubo.



Figura 3.1: Estrutura típica de um poço e resistências térmicas das diferentes camadas do poço

O coeficiente de transferência de calor por convecção pode ser obtido a partir do número de Nusselt

$$h_{ol} = \frac{N u_{ol} \lambda_{ol}}{D_c}$$
(3.19)

o qual depende do regime de escoamento. Para escoamento turbulento

(Re_c >2000), Nu_{ol} depende do número de Reynolds Re_c e do número de Prandtl do óleo, Pr_{ol}

$$Pr_{ol} = \frac{\mu_{ol} \quad cp_{ol}}{\lambda_{ol}} \tag{3.20}$$

Assim como existem diversas correlações empíricas para avaliar o fator de atrito, existem diversas correlações empíricas para avaliar o número de Nusselt. Neste trabalho, empregou-se a correlação de Dittus-Boelter para um fluido resfriando (Incropera et al, 2007)

$$Nu_{ol} = 0,023 \ Re_{c}^{0.8} \ Pr_{ol}^{0.3} \tag{3.21}$$

Vale ressaltar que como a viscosidade do óleo varia com pressão e temperatura, para cada coordenada axial, valores locais de pressão e temperatura são utilizados para determinar a viscosidade, que influencia tanto no número de Prandtl como no número de Reynolds do óleo.

As resistências térmicas por unidade de comprimento da coluna de produção, assim como de cada um dos revestimentos, e das camadas de cimento são devido à condução de calor através do material. Em coordenadas cilíndricas, a resistência térmica à condução para uma parede de espessura *e* pode ser avaliada a partir de

$$Res_{cop} = \frac{\ln[(r_{i,cop} + e_{cop})/r_{i,cop}]}{2 \pi \lambda_{cop}}$$
(3.22)

$$Res_{rev_n} = \frac{\ln[(r_{i,n} + e_n)/r_{i,n}]}{2 \pi \lambda_n}$$
(3.23)

$$Res_{cim_c} = \frac{\ln[(r_{i,c} + e_c)/r_{i,c}]}{2 \pi \lambda_c}$$
(3.24)

onde r_i é o raio interno e *e* é a espessura da camada, sendo λ a condutividade térmica. O subscrito *cop* refere-se ao tubo da coluna de produção, o subscrito *n* indica cada um dos revestimentos (*rev*), e *c* refere-se a cada camadas de cimento (*cim*).

A resistência térmica relativa à formação, Reform, também é só devido à

condução de calor, porém agora é preciso considerar um meio semi-infinito. Para avaliar a resistência térmica na formação, Lopes (1986) recomenda determinar a variação espacial e temporal do campo de temperatura em um meio cilíndrico semi-infinito, de forma a avaliar a transferência de calor na formação. Considerase como domínio de cálculo, a região formada pelo raio da fase, $D_{fase}/2$, o qual consiste no raio máximo externo do poço em contato com a formação ou raio externo do cimento, e um raio longe o suficiente do poço, r_{∞} , onde a temperatura da formação não varia mais. O tempo *t* pode ser adimensionalizado como

$$t_D = \frac{\mathcal{D}_{form} t}{\left(D_{fase}/2\right)^2} \tag{3.25}$$

onde D_{form} é a difusividade térmica da rocha. A difusividade térmica de um material é dada por

$$\mathcal{D} = \frac{\lambda}{\rho \ cp} \tag{3.26}$$

A solução exata da temperatura é uma função complexa envolvendo a função de Bessel e consequentemente o fluxo de calor necessário para a definição da resistência equivalente também é uma expressão bem complexa. Dessa forma, Hasan and Kabir (2002) recomendam utilizar a seguinte expressão simplificada para avaliar a resistência térmica da formação

$$Res_{form} = \frac{Td}{2 \pi \lambda_{form}}$$
(3.27)

onde

$$Td = (0,04063 + 0.5 \ln(t_D) \left(1 + \frac{0.6}{t_D} \right)$$
 para $t_D > 1.5$ (3.28)

Pode-se estimar o tempo t necessário para a temperatura em r_{∞} , não variar, com a seguinte expressão

$$r_{\infty} - \left(\frac{D_{fase}}{2}\right) = e^{t_D} \left(\frac{D_{fase}}{2}\right)$$
(3.29)

Modelo Matemático

O fluido confinado no espaço anular pode se mover devido à convecção natural. Neste caso, a transferência de calor depende do número de Rayleigh.

$$Ra_{a_{j}} = \frac{\rho_{a_{j}} g \alpha_{a_{j}} (T_{i_{j}} - T_{o_{j}}) Dh_{a_{j}}^{3}}{\mu_{a_{j}} \mathcal{D}_{a_{i}}}$$
(3.30)

o qual depende da diferença de temperatura entre o lado interno e externo do espaço anular $(T_{ij} - T_{o_i})$, do diâmetro hidráulico do espaço anular $D_{h,a}$

$$Dh_{a_j} = 2(r_{o_j} - r_{i_j})$$
(3.31)

e das propriedades do fluido confinado (ρ , α , μ , λ e cp), que encontram-se apresentadas mais adiante, na seção 3.1.5.

Se o número de Rayleigh for maior do que 10⁴, espera-se um aumento na taxa de transferência de calor, em relação a que seria obtida se o fluido estivesse em repouso, quando a troca de calor seria somente por condução. Logo, de acordo com Holman (1983), pode-se estimar a resistência térmica equivalente do fluido confinado no espaço anular, considerando uma resistência à condução, baseada em uma condutividade equivalente

$$Res_{a_j} = \frac{\ln[(r_{i_j} + e_j)/r_{i_j}]}{2 \pi \lambda_{eff_i}}$$
(3.32)

A condutividade térmica efetiva λ_{eff} do anular *j* é então avaliada em função do número de Rayleigh Ra_a do espaço anular *j* como

$$\lambda_{eff_i} = \lambda_{a_i} \left(0,046 \ Ra_{a_i}^{1/3} \right) \tag{3.33}$$

3.1.4.2 Temperatura das superfícies

Uma vez conhecido o fluxo de calor q'' perdido pela camada do poço, a temperatura de cada superfície pode ser obtida, pois a taxa de transferência de calor radial para cada unidade de comprimento Δz , q' = q'' S, é constante

$$T_{cop_i} = T_{ol} - q' \operatorname{Res}_o l \tag{3.34}$$

$$T_{cop_o} = T_{cop_i} - q' \operatorname{Res}_{cop} \qquad T_{cop_o} = T_{i_{a_j}}$$
(3.35)

$$T_{ol_{a_j}} = T_{i_{a_j}} - q' \operatorname{Res}_{a_j} ; \quad T_{ol_{a_j}} = T_{i_{rev_n}}$$
(3.36)

$$T_{o_{rev_n}} = T_{i_{rev_n}} - q' Res_{rev_n} ; T_{o_{res_n}} = T_{i_{cimc}}$$
 (3.37)

$$T_{o_{cim_c}} = T_{i_{cim_c}} - q' \, Res_{cim_c} \tag{3.38}$$

Note que a temperatura externa de uma camada é igual à temperatura interna da camada adjacente e vai depender da configuração do poço.

3.1.5 Propriedades termofísicas do fluido anular

A definição das propriedades termofísicas do fluido anular são extremamente importantes, pois não só afetam a transferência de calor através do número de Rayleigh, mas é o ponto crítico na determinação da sua dilatação nos espaços anulares.

É comum na perfuração de poço a utilização de fluido de perfuração do tipo sintético e aquoso, podendo às vezes óleo diesel ser utilizado como aproximação para fluido sintético.

Neste trabalho, quatro fluidos são considerados, para análise de sensibilidade, como presente no espaço anular do poço após a perfuração: 1 do tipo sintético, 1 do tipo aquoso e 2 do tipo óleo diesel.

A massa específica depende da temperatura e pressão, e como mencionado acima, sua especificação é crítica para a determinação da dilatação do fluido nos espaços anulares.

A equação de estado do fluido sintético apresentada por Zamora et al. (2012) tem correlação de 99,8% para fluido sintético, sendo válida para pressão até 30.000 psi e temperatura entre 36°F e 400°F:

$$\rho_{sint} = \rho_{sint,1} - \rho_{sint,2} T_{sint} \tag{3.39}$$

$$\rho_{sint,1} = 6,8467 + 3,05 \times 10^{-5} P_{sint} - 2,43 \times 10^{-10} P_{sint}^2$$
(3.40)

$$\rho_{sint,2} = 2,72 \times 10^{-3} - 5,35 \times 10^{-8} P_{sint} + 6,99 \times 10^{-13} P_{sint}^2$$
(3.41)

Nesta correlação ρ_{sint} é a massa específica do fluido sintético em lbm/gal (1 lbm/gal = 1329 kg/m³), T_o é temperatura do óleo em °F, [(1°F)= (1,8 +32) °C], P_o é pressão do óleo em psia (1 psia = 6895 Pa).

Para o fluido sintético com a massa específica definida pela Eq. (3.39), o coeficiente de expansão térmica α_{sint} e de compressibilidade β_{sint} são dados por:

$$\alpha_{sint} = \frac{\rho_{sint,2}}{\rho_{sint}} \tag{3.42}$$

$$\beta_{sint} = \frac{3,05 \times 10^{-5} + 5,35 \times 10^{-8} T_{sint} - 2 \times (2,43 \times 10^{-10} + 6,99 \times 10^{-13} T_{sint}) P_{sint}}{\rho_{sint}}$$
(3.43)

Para o fluido base água considerado, a equação de estado, apresentada por Sorelle et al. (1992), varia linearmente em função da pressão e temperatura e tem correlação de 97,8%.

$$\rho_w = 8,63186 - 3,31977 \times 10^{-3}T_w + 2,37170 \times 10^{-5}P_w \tag{3.44}$$

Nesta correlação ρ_w é a massa específica da água em lbm/gal, T_w é temperatura da água em ^oF e P_w é pressão da água em psia.

Para o fluido base água com a massa específica definida pela Eq. (3.44), o coeficiente de expansão térmica α_w e de compressibilidade β_w são dados por:

$$\alpha_w = \frac{3,31977 \times 10^{-3}}{\rho_w} \tag{3.45}$$

$$\beta_w = \frac{2,37170 \times 10^{-5}}{\rho_w} \tag{3.46}$$

Para o fluido óleo diesel foram utilizadas duas equações de estado com formas diferentes. A primeira, apresentada por Sorelle et al (1982) e escrita na Eq. (3.47), é linear para pressão e temperatura e a segunda, apresentada por Zamora et al (2012) e escrita na Eq. (3.50), é não linear.

$$\rho_{diesel,1} = 7,24032 - 2,84383 \times 10^{-3} T_{diesel,1} + 2,75660 \times 10^{-5} P_{diesel,1}$$
(3.47)

Nesta correlação $\rho_{diesel,1}$ é a massa específica do diesel em lbm/gal, $T_{diesel,1}$ é temperatura da água em ^oF e $P_{diesel,1}$ é pressão do diesel em psia, apresentando correlação de 99,6% com dados obtidos no intervalo de 100 ^oF a 350 ^oF e 15 a

12500 psia.

Para o diesel com a massa específica definida pela Eq. (3.47), o coeficiente de expansão térmica $\alpha_{diesel,1}$ e de compressibilidade $\beta_{diesel,1}$ são dados por:

$$\alpha_{diesel,1} = \frac{2,84383 \times 10^{-3}}{\rho_{diesel,1}} \tag{3.48}$$

$$\beta_{diesel,1} = \frac{2.75660 \times 10^{-5}}{\rho_{diesel,1}} \tag{3.49}$$

A equação de estado para óleo diesel apresentada por Zamora tem correlação de 99,6% sendo válida no intervalo de 37 °F a 500 °F e até 30.000 psi.

$$\rho_{diesel,2} = \rho_{diesel,2-1} - \rho_{diesel,2-2} T_{diesel,2}$$
(3.50)

$$\rho_{diesel,2-1} = 7,15070 + 3,04 \times 10^{-5} P_{diesel,2} - 3,49 \times 10^{-10} P_{diesel,2}^2$$
(3.51)

$$\rho_{sint,2-2} = 2,65 \times 10^{-3} - 4,86 \times 10^{-8} P_{diesel,2} + 3,56 \times 10^{-13} P_{diesel,2}^2$$
(3.52)

Para o fluido sintético com a massa específica definida pela Eq. (3.50), o coeficiente de expansão térmica $\alpha_{diesel,2}$ e de compressibilidade $\beta_{diesel,2}$ são dados por:

$$\alpha_{diesel,2} = \frac{\rho_{diesel,2-2}}{\rho_{diesel,2}}$$
(3.53)

$$\beta_{diesel,2} = \frac{3,04 \times 10^{-5} + 4,86 \times 10^{-8} T_{diesel,2} - 2 \times (3,49 \times 10^{-10} + 3,56 \times 10^{-13} T_{diesel,2}) P_{diesel,2}}{\rho_{diesel,2}}$$
(3.54)

A condutividade térmica (λ), o calor específico a pressão constante (cp) e a viscosidade (μ) dos fluidos nos espaços anulares foram considerados constantes. A Tabela (3.1) apresenta os valores utilizados dessas propriedades para os tipos de fluidos.

	Sintético Diesel 1 / Diesel 2	Base Água		
Condutividade Térmica [W/(m K)]	0,14	0,60		
Calor específico a pressão constante [J/(Kg K)]	2130	4190		
Viscosidade (cP)	2	1		

3.2 Determinação do Aumento de Pressão do Fluido Confinado no Anular

O fluido no espaço anular do poço, quando aquecido, tende a se expandir de acordo com o seu coeficiente de expansão térmica, ao mesmo tempo em que tende a se comprimir, devido a um aumento de pressão, de acordo com sua compressibilidade. Esta mudança de volume é contida pela rigidez dos elementos que mantém o fluido confinado. A resistência à livre expansão do fluido provoca um aumento de pressão.

Como os revestimentos não são perfeitamente rígidos, um aumento de temperatura e pressão no poço acarreta no deslocamento radial e na dilatação/contração das suas paredes. Adicionalmente, os anulares são delimitados pelos revestimentos, consequentemente, há variação do volume do anular, que precisa ser avaliada de forma acoplada, pois a variação de volume de um anular influencia no outro. Então, o cálculo do aumento de pressão do fluido confinado é realizado de forma acoplada, considerando o equilíbrio entre a variação do volume do fluido dentro do anular e a variação do volume do anular devido ao deslocamento da parede dos revestimentos.

Inicialmente, será apresentado o tratamento da variação do volume do anular, devido à variação das propriedades do fluido confinado no espaço anular. A seguir, apresenta-se a variação de volume do anular em função do deslocamento radial das paredes dos revestimentos que delimitam o anular. Dando continuidade, apresenta-se o tratamento do deslocamento da parede do revestimento em contato com fluido e deslocamento da parede do revestimento em contato e rocha. Finalmente, o acoplamento entre as variações de volume dos anulares, devido aos fluidos confinados e ao deslocamento das paredes dos revestimentos, é apresentado.

Conforme mencionado, para simplificar a presente análise, considerou-se que a dilatação dos diferentes elementos do poço (anulares e revestimento) não influencia o campo de temperatura. Desta forma, a determinação das variações de pressão e volume dos espaços anulares pode ser realizada de forma desacoplada da obtenção do campo de temperatura, isto é, inicialmente o campo de temperatura do poço durante a produção é estimado, como explicado nas seções anteriores. Conhecendo então a variação de temperatura ΔT de cada elemento do poço, entre os instantes de tempo, antes e após a produção, determinam-se as variações dos volumes do fluido e anulares acopladas com o aumento de pressão do fluido confinado.

Na presente análise, as deformações axiais são desprezadas, e a variação do volume em um trecho de comprimento Δz , depende somente das variações da área das seções transversais dos anulares.

3.2.1 Variação do volume de fluido no anular

A variação do volume do fluido dentro do anular devido ao acréscimo de temperatura e pressão pode ser determinada, garantindo a conservação de massa, pois como o espaço anular é fechado, a massa em seu interior deve se conservar. Conforme descrito na seção 3.1.5, a massa específica varia com pressão e temperatura, e portanto, o volume que o fluido ocupa no espaço anular também irá variar. Isto é, a massa inicial no espaço anular *j*, $m_{a,ini,j}$, na condição inicial de pressão e temperatura deve ser igual à massa final do anular *j*, $m_{a,fim,j}$, na condição final de pressão e temperatura,

$$m_{a,ini,j} = m_{a,fim,j}$$
 sendo $m_a = \rho_a V_a$ (3.55)

onde ρ_a é a massa específica do fluido no espaço anular *j* e V_a e o volume do anular *j*. Logo,

$$m_{a_{ini}} = \rho_{ini}(P_{ini}, T_{ini}) V_{ini}(P_{ini}, T_{ini}) = \rho(P, T) V_{fl}(P, T)$$
(3.56)

sendo $\rho_{ini}(P_{ini},T_{ini})$ é densidade do fluido na pressão P_{ini} e temperatura T_{ini} , condição inicial de instalação. O volume do fluido V_{fl} para um determinado valor de pressão P e temperatura T, pode ser obtido em função dos valores iniciais como

$$V_{fl}(P,T) = V_{ini}(P_{ini},T_{ini}) + dV_{fl}(P,T)$$
(3.57)

De acordo, o modelo térmico apresentado na seção 3.1.4, a temperatura no poço varia axialmente, devido à perda de calor radial através dos diversos componentes do poço. Isto implica que dentro do espaço anular a temperatura varia axialmente. A parcela hidrostática da pressão dentro do espaço anular também varia axialmente, devido ao peso da coluna de fluido. Consequentemente,

a massa específica do fluido confinado varia axialmente no espaço anular. No entanto, somente deformações radiais do revestimento são consideradas, implicando que o aumento de pressão associado à expansão volumétrica no espaço anular é uniforme.

Uma vez que o domínio de cálculo é subdividido em elementos Δz , para avaliar a massa de um espaço anular *j* é preciso somar a massa de cada elemento, conforme equação abaixo.

$$\left[\sum_{k} \rho_{a,ini,j_k}\right] V_{a,ini,j} - \left[\sum_{k} \rho_{a,fim,j_k}\right] \left(V_{a,ini,j} + dV_{a,fl,j_k}\right) = 0$$
(3.58)

onde subscrito *a* é referente ao anular do poço e *j* a localização do anular no poço, e *k* é o elemento axial. $V_{a,ini,j}$ é o volume inicial do anular e $\Delta V_{a,fl,j}$ é a variação de volume do anular *j*, devido à variação de temperatura e pressão do fluido.

$$\Delta V_{a,fl,j} = \sum_{k} dV_{a,fl,j_{k}} = \frac{\sum_{k} \rho_{a,fim,j_{k}} dV_{a,fl,j_{k}}}{\sum_{k} \rho_{a,fim,j_{k}}} = \frac{V_{a,ini,j} \sum_{k} \left(\rho_{a,ini,j_{k}} - \rho_{a,fim,j_{k}}\right)}{\sum_{k} \rho_{a,fim,j_{k}}}$$

$$(3.59)$$

Note que a variação do volume do fluido entre a condição de operação e instalação está representada na Eq. (3.57) em função da massa específica, a qual é obtida, utilizando uma equação de estado, que relaciona diretamente a massa específica com a pressão e temperatura. Nessa abordagem, o coeficiente de expansão térmica e o coeficiente de compressibilidade encontram-se implícitos na formulação.

3.2.2 Variação do volume do anular devido ao deslocamento das paredes

Conforme ilustrado esquematicamente na Fig. (3.2), o poço é formado por uma sequência de tubos concêntricos, formando diversos conjuntos de espaços anulares, separados por revestimentos.

Assim, como o fluido no espaço anular, o sólido também se deforma devido às variações de temperatura e pressão. A diferença de pressão e temperatura entre os revestimentos causa o deslocamento das suas paredes de forma acoplada, resultando na variação de volume do anular.



Figura 3.2: Poço formado por anulares concêntricos

A variação do volume do anular depende do deslocamento da parede externa do revestimento interno ao anular e do deslocamento da parede interna do revestimento externo. Desprezando deformações axiais, a variação do volume em um trecho de comprimento Δz , depende somente das variações da área das seções transversais dos anulares, $\Delta V_a = \Delta A_a \Delta z$. Para pequenos deslocamentos, a variação da área do anular pode ser estimada como $\Delta A_a = 2\pi r \Delta r$, onde r é o raio da superfície de interesse. Então, a variação do volume do anular, localizado na posição *j* é

$$\Delta V_{a,j} = 2\pi \sum_{k} \left(\Delta r_{i,j+1} r_{i,j+1} - \Delta r_{o,j} r_{o,j} \right) \Delta z$$
(3.60)

onde os subscritos *i* e *o* são referentes à parede interna e externa do revestimento, *a* é referente ao anular.

Para se avaliar o deslocamento da parede do revestimento aplicou-se a teoria de cilindro de parede espessa (Problema de Lamé) a dois casos: deslocamento da parede do revestimento em contato com fluido e deslocamento da parede do revestimento em contato com cimento e rocha.

3.2.3 Deslocamento de uma Casca Cilíndrica

O deslocamento dr de uma casca cilíndrica pode ser determinado em função de sua deformação tangencial ε_{θ} , a qual é uma medida adimensional de seu deslocamento

$$dr = r \varepsilon_{\theta} \tag{3.61}$$

Modelo Matemático

As deformações de um elemento dependem das tensões aplicadas ao mesmo, e da dilatação térmica. As deformações podem ser relacionadas com as tensões através das equações constitutivas do material, as quais, neste trabalho seguem a Lei de Hook (Halal e Mitchell, 1994). Considerando que a deformação do elemento é devido às tensões aplicadas e variação de temperatura tem-se

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] + \alpha \ \Delta T \tag{3.62}$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta} - \nu (\sigma_r + \sigma_z)] + \alpha \,\Delta T \tag{3.63}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - v (\sigma_r + \sigma_\theta)] + \alpha \ \Delta T \tag{3.64}$$

onde *E* é o módulo de elasticidade do material, v é o coeficiente de poisson, ΔT é a variação de temperatura da condição final para inicial, σ é tensão aplicada e α é o coeficiente de expansão térmica. Neste trabalho, considerou-se o módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e coeficiente de expansão térmica como constantes, tanto para os revestimentos, que geralmente são de aço, como para o cimento e formação.

Considerando cilindro confinado axialmente, não há deformação axial, $\varepsilon_z = 0$ tem-se que

$$\sigma_z = [v (\sigma_r + \sigma_\theta)] - E \alpha \Delta T \tag{3.65}$$

Isto é, a variação de temperatura gera uma tensão axial, uma vez que há restrição à variação do comprimento da casca cilíndrica. Caso a variação de temperatura seja positiva, há um incremento de forças compressivas na estrutura, no entanto, o valor resultante do esforço axial dependerá da condição inicial de tração/compressão e dos efeitos térmicos. Caso a variação de temperatura seja negativa, há um incremento de forças trativas. Substituindo a Eq. (3.65) na Eq. (3.63), tem-se que a deformação tangencial é

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{1}{E} [\sigma_{\theta} (1 - v^2) - v(1 + v)\sigma_r] + (1 + v) \alpha \,\Delta T \tag{3.66}$$

As tensões radiais e tangenciais podem ser obtidas através das equações de Lamé, em função das pressões, interna e externa, à parede considerada, conforme dedução apresentada no anexo A, como

$$\sigma_r = \left(\frac{1 - \frac{RR^2}{\eta^2}}{RR^2 - 1}\right) P_i + \left(\frac{\frac{RR^2}{\eta^2} - RR^2}{RR^2 - 1}\right) P_o = \frac{1}{RR^2 - 1} (X P_i + Y P_o)$$
(3.67)

$$\sigma_{\theta} = \left(\frac{1 + \frac{RR^2}{\eta^2}}{RR^2 - 1}\right) P_i - \left(\frac{\frac{RR^2}{\eta^2} + RR^2}{RR^2 - 1}\right) P_o = \frac{1}{RR^2 - 1} (W P_i + Q P_o)$$
(3.68)

onde

$$\eta = \frac{r}{r_i} \qquad \qquad ; \qquad \qquad RR = \frac{r_o}{r_i} \qquad (3.69)$$

$$X = 1 - \frac{RR^2}{\eta^2}$$
; $Y = \frac{RR^2}{\eta^2} - RR^2$ (3.70)

W = 1 +
$$\frac{RR^2}{\eta^2}$$
; $Q = -\left(\frac{RR^2}{\eta^2} + RR^2\right)$ (3.71)

onde os subscritos i e o indicam lado interno e externo da casca cilíndrica. Note que

$$X_i = 1 - RR^2$$
; $Y_i = 0$; $W_i = 1 + RR^2$; $Q_i = -2RR^2$ (3.72)

$$X_o = 0$$
; $Y_o = 1 - RR^2$; $W_o = 2$; $Q_o = -(1 + RR^2)$ (3.73)

Combinando as Eqs. (3.61), (3.66), (3.67) e (3.68) tem-se que o deslocamento de uma casca cilíndrica dr pode ser obtido a partir de

$$dr = P_i \frac{r}{E} \Psi + P_o \frac{r}{E} \Phi + r (1+v) \alpha \Delta T$$
(3.74)

onde

$$\Psi = \frac{1}{RR^2 - 1} [W(1 - v^2) - v(1 + v)X]$$
(3.75)

$$\Phi = \frac{1}{RR^2 - 1} [Q(1 - v^2) - v(1 + v)Y]$$
(3.76)

3.2.3.1 Deslocamento da parede do revestimento em contato com fluido

Aplicando a Eq. (3.74) para a parede do revestimento em contato com o fluido, tem-se que os deslocamentos das paredes interna e externa do revestimento

podem ser obtidos a partir de

$$\Delta r_{i,j+1} = P_{i,j+1} \frac{r_{i,j+1}}{E_{rev}} \Psi_{i,j+1} + P_{o,j+1} \frac{r_{i,j+1}}{E_{rev}} \Phi_{i,j+1} + r_{i,j+1} (1 + v_{rev}) \alpha_{rev} \Delta T_{j+1}$$
(3.77)

$$\Delta r_{o,j} = P_{i,j} \frac{r_{o,j}}{E_{rev}} \Psi_{o,j} + P_{o,j} \frac{r_{o,j}}{E_{rev}} \Phi_{o,j} + r_{o,j} (1 + v_{rev}) \alpha_{rev} \Delta T_j$$
(3.78)

3.2.3.2 Deslocamento da parede do revestimento em contato com cimento e rocha.

Como visto na Fig. (1.5), o poço pode ter anulares onde o fluido no anular pode estar em contato, direto com a formação. Outra possibilidade consiste no anular em contato com o cimento, que por sua vez está em contato com a formação. Este trabalho apresenta a modelagem da segunda situação por ser mais genérica, sendo essa uma contribuição deste trabalho.

O deslocamento da parede interna do revestimento é dado pela Eq. (3.77). Porém, como o lado externo do revestimento encontra-se em contato com o cimento e não com um fluido, sua deformação depende da deformação do cimento, que por sua vez encontra-se em contato com a formação.

Para obter o deslocamento da parede interna do revestimento em contato com cimento e rocha, pode-se representar o conjunto constituído pelo revestimento, cimento e formação como um único sistema elástico. Aplica-se a lei de Hooke e as equações de Lamé para determinar o deslocamento radial, garantindo-se a continuidade dos deslocamentos em cada interface do sistema (revestimento/cimento/rocha), apresentado na Fig. 3.3. Por questões de simplificação, não foram considerados os efeitos térmicos (revestimento, cimento e formação dos deslocamentos das interfaces.

Devido à continuidade, os deslocamentos radiais nas interfaces de cada elemento devem ser iguais, ou seja, o deslocamento do raio externo do revestimento é igual ao deslocamento do raio interno do cimento $(\Delta r_{o,rev} = \Delta r_{i,cim})$ e o deslocamento do raio externo do cimento é igual ao deslocamento do raio interno da rocha $(\Delta r_{o,cim} = \Delta r_{i,form})$. Assumindo que há plena adesão das camadas, os deslocamentos são contínuos, resultando na igualdade das pressões nas interfaces, da mesma forma que acontece para deslocamento. Então a pressão externa ao revestimento é igual à pressão interna do cimento $(P_{o,rev} = P_{i,cim})$ e a pressão externa do cimento é igual à pressão interna da formação $(P_{o,cim} = P_{i,form})$.



Figura 3.3: Sistema revestimento, cimento e formação

- interface revestimento/cimento

Aplicando a Eq. 3.74 para o deslocamento radial da face externa do revestimento e para a face interna do cimento, desprezando a dilatação térmica de ambos, e considerando-se $P_{o,rev} = P_{i,cim}$ tem-se

$$\Delta r_{o,rev} = P_{i,N} \frac{r_{o,N}}{E_{rev}} \Psi_{o,N} + P_{o,N} \frac{r_{o,N}}{E_{rev}} \Phi_{o,N}$$
(3.79)

$$\Delta r_{i,cim} = P_{o,N} \frac{r_{i,cim}}{E_{cim}} \Psi_{i,cim} + P_{o,cim} \frac{r_{i,cim}}{E_{cim}} \Phi_{i,cim}$$
(3.80)

onde os subscrito *rev* e *cim*, referem-se ao revestimento e cimento, e os subscritos *o*, *i* referências ao lado externo e interno do elemento.

Compatibilizando os deslocamentos, obtemos a equação abaixo.

$$K_2 P_{o,cim} = K_1 P_{o,N} + K_3 P_{i,rev}$$
(3.81)

onde

$$K_{1} = \frac{(1+v_{rev}) + (1-2v_{rev}^{2} - v_{rev})RR_{rev}^{2}}{E_{rev}(1-RR_{rev}^{2})} + \frac{(1-2v_{cim}^{2} - v_{cim}) + (1+v_{cim})RR_{cr}^{2}}{E_{cim}(1-RR_{cr}^{2})}$$
(3.82)

$$K_{2} = \frac{2 \left(1 - v_{cim}^{2}\right) R R_{cr}^{2}}{E_{cim} \left(1 - R R_{cr}^{2}\right)} \qquad ; \qquad K_{3} = \frac{2 \left(v_{rev}^{2} - 1\right)}{E_{rev} \left(1 - R R_{rev}^{2}\right)} \qquad (3.83)$$

sendo

$$RR_{rev} = \frac{r_{o,N}}{r_{i,N}} \qquad ; \qquad RR_{cr} = \frac{r_{o,cim}}{r_{o,N}} \qquad (3.84)$$

- interface cimento/rocha

Aplicando a Eq. 3.74 para o deslocamento radial da face externa do cimento e para a face interna da rocha, desprezando a dilatação térmica de ambos, e compatibilizando os deslocamentos, obtemos a seguinte, similar à equação 3.81

$$L_2 P_{o,cim} = L_3 P_{form} - L_1 P_{o,N}$$
(3.85)

onde o subscrito form refere-se à formação e

$$L_{1} = \frac{2 \left(v_{cim}^{2} - 1 \right)}{E_{cim} \left(1 - RR_{cim}^{2} \right)} \qquad ; \qquad L_{3} = \frac{2 \left(1 - v_{form}^{2} \right) RR_{rf}^{2}}{E_{form} \left(1 - RR_{rf}^{2} \right)} \tag{3.86}$$

$$L_{2} = \frac{\left((1+v_{cim})+(1-2v_{cim}^{2}-v_{cim})RR_{cim}^{2}\right)}{E_{cim}\left(1-RR_{cim}^{2}\right)} + \frac{\left(1-2v_{form}^{2}-v_{form}\right)+(1+v_{form})RR_{rf}^{2}}{E_{form}\left(1-RR_{rf}^{2}\right)}$$
(3.87)

sendo

$$RR_{cim} = \frac{r_{o,cim}}{r_{i,cim}} \qquad ; \qquad RR_{rf} = \frac{r_{o,form}}{r_{o,cim}} \qquad (3.88)$$

Combinando as Eqs. (3.81) e (3.85) é possível determinar a pressão externa do revestimento em função da pressão interna do revestimento e da formação.

$$P_{o,N} = \frac{K_2 L_3 P_{form} - L_2 K_3 P_{i,N}}{(L_2 K_1 + K_2 L_1)}$$
(3.89)

Finalmente, substituindo a Eq. (3.89) na Eq. (3.77) aplicada ao lado interno do revestimento, é possível escrever a equação do deslocamento radial da parede interna do revestimento, considerando o sistema revestimento, cimento e formação. Considerando-se que a pressão da formação é conhecida, o deslocamento do lado interno do revestimento só depende da pressão do lado interno do revestimento.

$$\Delta r_{i,N} = \frac{r_{i,N}}{E_{rev}} \left[\left(\Theta + K_3 L_2 \Gamma \right) P_{i,N} - K_2 L_3 \Gamma P_{form} + (1 + v_{rev}) E_{rev} \alpha_{rev} \Delta T_N \right]$$
(3.90)

onde:

$$\Theta = \frac{\left(1 - 2v_{rev}^2 - v_{rev} + (1 + v_{rev})RR_{rev}^2\right)}{RR_{rev}^2 - 1} \quad ; \quad \Gamma = \frac{2\left(1 - v_{rev}^2\right)RR_{rev}^2}{\left(L_1 K_2 + L_2 K_1\right)(RR_{rev}^2 - 1)} \tag{3.91}$$

3.2.4 Acoplamento entre variação dos volumes dos anulares

O poço pode possuir diversas configurações, tendo diversos anulares, com diferentes profundidades e fluidos, sendo que os revestimentos podem utilizar diversos materiais e com diferentes dimensões. A Fig. 3.4 ilustra uma possível configuração para o poço. Analisando esta figura, pode-se observar três regiões com configurações geométricas distintas: região 1, 2 e 3, cada uma com uma quantidade diferente de anulares. Observa-se ainda que numa determinada profundidade, o poço possui três regiões, uma interior e duas fronteiras:

- (i) Interior: Todos os revestimentos internos e espaços anulares, apresentam comportamento semelhante, i.e., o deslocamento externo de um elemento é igual ao deslocamento do lado interno do elemento adjacente.
- (ii) Fronteira interna: Tubulação da coluna de produção: Esta coluna se desloca como todas as outras, porém, no lado interno a pressão é conhecida, é a pressão da coluna de produção, P_{cop} . O deslocamento do lado externo desta tubulação deve ser igual à deformação do lado interno do primeiro anular.
- (iii) Fronteira externa: Último revestimento encontra-se em contato com uma camada de cimento, a qual é adjacente à rocha da formação. Essas camadas de revestimento, cimento e rocha foram tratadas conforme item 3.2.3.2, sendo a pressão ao longe conhecida, pressão da formação (P_{form}).

Note que, em cada região (1, 2 ou 3), as condições de contorno são diferentes. Uma das razões é porque o tamanho radial do domínio, representando a formação se altera, afetando no balanço de forças. Outra razão, é que por exemplo, o Anular A, no trecho 1 e 2 possui como vizinho um revestimento em contato com fluido no anular, porém, na região 3, o Anular A não possui nenhum vizinho anular.

Para garantir a compatibilidade geométrica do sistema, a variação de volume do fluido no anular, dada pela Eq. (3.59), deve ser igual à variação do volume devido ao deslocamento dos revestimentos não rígidos que fazem a fronteira deste anular, Eq. (3.60). Os deslocamentos internos são dados pelas Eqs. (3.77) e (3.78). Para a fronteira interna, as mesmas equações se aplicam, porém, a

pressão interna é conhecida, é a pressão da coluna de produção. Finalmente, para a fronteira externa, o deslocamento é dado pela Eq. (3.90).



Figura 3.4: Divisão em trechos do esquema do poço

Como em cada trecho os vizinhos dos anulares são diferentes e o poço já foi subdividido em elementos de tamanho Δz , é conveniente realizar os acoplamentos, considerando os volumes discretos de comprimento Δz .

O aumento de pressão e de volume de fluido, devido ao aumento de pressão em cada anular, é considerado uniforme. Estes aumentos devem ser obtidos garantindo conservação de massa em cada anular, Eq. (3.58). Considera-se então que a variação de volume devido ao aumento de pressão do fluido em um elemento de comprimento Δz é igual à variação de volume do fluido no anular dividido pelo número de elementos M_i do anular *j*.

$$dV_{a,fl,j} = \frac{\Delta V_{a,fl,j}}{M_j} = \left(\frac{1}{M_j}\right) \left(\frac{V_{a,ini,j} \sum_k \left(\rho_{a,ini,j_k} - \rho_{a,fim,j_k}\right)}{\sum_k \rho_{a,fim,j_k}}\right)$$
(3.92)

Após compatibilizar as variações do volume dos anulares devido à expansão do fluido e deslocamentos dos revestimentos, a variação de pressão dos anulares é obtida. Conhecida a pressão é possível resgatar a variação do volume dos anulares.

Para ser mais fácil de identificar o efeito da variação do volume devido ao aumento de pressão no espaço anular, é conveniente reescrever a pressão como possuindo duas parcelas: uma parcela devido a pressão hidrostática do espaço anular P_h somada com uma parcela associada ao aumento de pressão do fluido

confinado ΔP_{apb}

$$P = P_h + \Delta P_{apb} \qquad ; \quad P_h = P_{fundo} + \rho(P,T) g z \qquad (3.93)$$

A Fig. 3.5 apresenta uma configuração genérica de um trecho de um poço de altura Δz e é utilizada como referência para apresentar o procedimento de acoplamentos entre os anulares. Inicialmente um anular interno é tratado e a seguir o tratamento das fronteiras é apresentado.



Figura 3 5: Análise de um trecho genérico de um poço

A variação de um volume do anular $j(dV_{a_j})$ pode ser reescrita, considerando três parcelas: variação do volume do anular associada ao aumento de pressão do fluido confinado $(dV_{a_j})_{\Delta P_{apb}}$, variação do volume associado com a pressão hidrostática $(dV_{a_j})_{P_h}$ e a variação do volume devido à variação da temperatura $(dV_{a_j})_{T}$.

$$dV_{a_j} = \left(dV_{a_j}\right)_{\Delta P_{apb}} + \left(dV_{a_j}\right)_{P_h} + \left(dV_{a_j}\right)_T \tag{3.94}$$

Como mencionado, considerou-se o problema térmico desacoplado do aumento de pressão nos espaços anulares. Isto significa que a variação de volume dos revestimentos, devido à expansão térmica pode ser obtida a partir da distribuição de temperatura após o aquecimento do poço.

O termo correspondente à influência da variação de pressão hidrostática no volume é devido somente à diferença de fluidos nos anulares e, portanto, o termo de pressão hidrostática é avaliado nas condições iniciais de pressão e temperatura, de acordo com,

$$P_{h_j} = P_{fundo} + \rho_j(P_{ini}, T_{ini}) g \Delta z$$
(3.95)

3.2.4.1 Anulares internos

A variação do volume do anular j interno é dada por

$$dV_{a_j} = dV_{i,r_{j+1}} - dV_{o,r_j}$$
(3.96)

onde as variações dos volumes interno e externo do revestimento, Eqs, (3.60), (3.77) e (3.78) , são

$$dV_{r_{i_{j+1}}} = \frac{2 \pi r_{i_{j+1}}^2 \Delta z}{E_{rev}} \left[\left(P_{h,j}(z) + \Delta P_{apb,j} \right) \Psi_{i,j+1} + \left(P_{h,j+1}(z) + \Delta P_{apb,j+1} \right) \Phi_{i,j+1} + (1 + v_{rev}) E_{rev} \alpha_{rev} \Delta T_{j+1}(z) \right]$$
(3.97)

$$dV_{r_o} = \frac{2 \pi r_{o_j}^2 \Delta z}{E_{rev}} \left[\left(P_{h,j-1}(z) + \Delta P_{apb,j-1} \right) \Psi_{o,j} + \left(P_{h,j}(z) + \Delta P_{apb,j} \right) \Phi_{o,j} + \left(1 + v_{rev} \right) E_{rev} \alpha_{rev} \Delta T_j(z) \right]$$
(3.98)

As parcelas do volume associadas com o aumento de pressão do fluido confinado e da pressão hidrostática são

$$\left(dV_{a_j}\right)_{\Delta P_{apb}} = F1_{a_j} \Delta P_{apb,j} + F2_{a_j} \Delta P_{apb,j+1} - F3_{a_j} \Delta P_{apb,j-1}$$
(3.99)

$$\left(dV_{a_{j}}\right)_{P_{h}} = F1_{a_{j}}P_{h_{j}} + F2_{a_{j}}P_{h_{j+1}} - F3_{a_{j}}P_{h_{j-1}}$$
(3.100)

sendo

$$F2_{a_j} = \frac{2\pi\Delta z}{E_{rev}} r_{i,j+1}^2 \Phi_{i,j+1} \qquad ; \qquad F3_{a_j} = \frac{2\pi\Delta z}{E_{rev}} r_{o,j}^2 \Psi_{o,j} \qquad (3.101)$$

$$F1_{a_j} = \frac{2\pi\Delta z}{E_{rev}} \left(r_{i,j+1}^2 \Psi_{i,j+1} - r_{o,j}^2 \Phi_{o,j} \right)$$
(3.102)

A variação do volume do anular associada à variação de temperatura $\left(dV_{a_j}\right)_T$ é apresentada a seguir

$$\left(dV_{a_{j}}\right)_{T} = 2 \pi \Delta z \ (1 + v_{rev}) \ \alpha_{rev} \ \left[r_{i,j+1}^{2} \Delta T_{j+1} - r_{o,j}^{2} \Delta T_{j}\right]$$
(3.103)

A variação do volume do anular depende dos deslocamentos dos revestimentos ao seu redor. Ao mesmo tempo, a variação do volume do anular depende da expansão do fluido confinado. Logo, para determinar o aumento de volume e pressão, é necessário igualar a Eq. (3.99) com (3.94), resultando em

$$\left(dV_{a_j}\right)_{\Delta P_{apb}} = F1_{a_j} \Delta P_{apb,j} + F2_{a_j} \Delta P_{apb,j+1} - F3_{a_j} \Delta P_{apb,j-1}$$
(3.104)

onde

$$\left(dV_{a_j}\right)_{\Delta P_{apb}} = dV_{a,fl,j} - \left(dV_{a_j}\right)_{P_h} - \left(dV_{a_j}\right)_T$$
(3.105)

A seguir, as condições de contorno do sistema são apresentadas.

3.2.4.2 Anular próximo à fronteira interna

O tratamento do primeiro anular adjacente à coluna de produção é análogo, porém considera-se que a pressão da coluna de produção não é alterada devido à deformação da parede interna do primeiro revestimento, sendo o seu valor conhecido pela solução do escoamento na coluna de produção, conforme procedimento apresentado na seção 3.1. No anular adjacente à coluna de produção, chamado de anular A, j=1, tem-se de forma análoga a Eq.(3.99), que a variação de seu volume devido ao aumento de pressão do fluido confinado é:

$$(dV_{a_1})_{\Delta P_{apb}} = F1_{a_1} \Delta P_{apb,1} + F2_{a_1} \Delta P_{apb,2}$$
 (3.106)

onde

$$F2_{a_1} = \frac{2\pi\Delta z}{E_{rev}} r_{i,2}^2 \Phi_{i,2} \quad ; \quad F3_{a_1} = \frac{2\pi\Delta z}{E_{rev}} r_{o,1}^2 \Psi_{o,1}$$
(3.107)

$$F1_{a_1} = \frac{2\pi\Delta z}{E_{rev}} \left(r_{i,2}^2 \Psi_{i,2} - r_{o,1}^2 \Phi_{o,1} \right)$$
(3.108)

$$\left(dV_{a_{1}}\right)_{\Delta P_{apb}} = \Delta V_{a,fl,1} - \left(\Delta V_{a_{1}}\right)_{P_{h}} - \left(\Delta V_{a_{1}}\right)_{T} + F3_{a_{1}}P_{cop}$$

sendo que neste caso a variação da pressão hidrostática já encontra-se incorporada

na pressão da coluna de produção, e portanto a variação de volume do anular j=1 devido à pressão hidrostática é

$$\left(dV_{a_1}\right)_{P_h} = F1_{a_1}P_{h_1} + F2_{a_1}P_{h_2} \tag{3.109}$$

A variação do volume do anular associada à variação de temperatura $(dV_{a_1})_T$ é apresentada a seguir

$$\left(dV_{a_1} \right)_T = 2 \pi \, \Delta z \, \left(1 + v_{rev} \right) \, \alpha_{rev} \left[r_{i,2}^2 \Delta T_2 - r_{o,1}^2 \Delta T_1 \right]$$
 (3.110)

3.2.4.3 Anular próximo à formação

Para avaliar a variação do volume do anular mais externo ao poço, i.e., na fronteira externa, onde o revestimento está em contato com cimento e rocha, utilizam-se as Eqs. (3.78) e Eq. (3.90) em $dV_{a_N} = dV_{i,r_N} - dV_{o,r_{N-1}}$.

$$dV_{o,r_{N-1}} = \frac{\frac{2 \pi \Delta z r_{o_{N-1}}^2}{E_{rev}} \left[\left(P_{h,N-1} + \Delta P_{apb,N-1} \right) \Psi_{o,N-1} + \left(P_{h,N} + \Delta P_{apb,N} \right) \Phi_{o,N-1} + (1 + v_{rev}) E_{rev} \alpha_{rev} \Delta T_{N-1} \right]$$
(3.111)

$$dV_{i,r_N} = \frac{2 \pi \Delta z r_{i,N}^2}{E_{rev}} \left[\left(\Theta + K_3 L_2 \Gamma \right) \left(P_{h,N} + \Delta P_{apb,N} \right) - K_2 L_3 \Gamma P_{form} + \left(1 + v_{rev} \right) E_{rev} \alpha_{rev} \Delta T_N \right]$$
(3.112)

A parcela do volume associada com o aumento de pressão do fluido confinado é

$$\left(dV_{a_N}\right)_{\Delta P_{apb}} = F1_{a_N} \Delta P_{apb,N} - F3_{a_N} \Delta P_{apb,N-1}$$
(3.113)

onde

$$F2_{a_N} = \frac{2\pi\Delta z}{E_{rev}} r_{i,N}^2 K_2 L_3 \Gamma \quad ; \quad F3_{a_N} = \frac{2\pi\Delta z}{E_{rev}} r_{o,r_{N-1}}^2 \Psi_{o,r_{N-1}}$$
(3.114)

$$F1_{a_N} = \frac{2 \pi \Delta z}{E_{rev}} \left[r_{i,N}^2 (\Theta + K_3 L_2 \Gamma) - r_{o,N-1}^2 \Phi_{o,N-1} \right]$$
(3.115)

$$(dV_{a_N})_{\Delta P_{apb}} = dV_{a,fl_N} - (dV_{a_N})_{P_h} - (dV_{a_N})_T - F2_{a_N} P_{form}$$
 (3.116)

Os termos associados com a contribuição hidrostática e de temperatura para o último anular j=N para cada Δz , são

$$(dV_{a_N})_{P_h} = F1_{a_N} P_{h,N} - F3_{a_N} P_{h,N-1}$$
(3.117)

$$(dV_{a_N})_T = 2 \pi \Delta z \quad (1 + v_{rev}) E_{rev} \alpha_{rev} \left[r_{i,N}^2 \quad \Delta T_N - r_{o,N-1}^2 \Delta T_{N-1} \right]$$
(3.118)

3.2.4.4 Sistema do acoplamento

Ao compatibilizar as variações de volume na região Δz , obteve-se um conjunto de equações para avaliar o incremento de pressão em função do incremento de volume. O aumento de volume do anular pode ser obtido através da soma de todos os volumes infinitesimais dentro do espaço anular.

$$\left(\Delta V_{a_j}\right)_{\Delta P_{apb}} = \sum_k \left(dV_{a_j}\right)_{\Delta P_{apb}} \tag{3.119}$$

Como o incremento de pressão é uniforme no interior de cada anular, o sistema de equações resultante é

$$\left(\Delta V_{a_1}\right)_{\Delta P_{apb}} = \left(\sum_k F \mathbf{1}_{a_1}\right) \Delta P_{apb,1} + \left(\sum_k F \mathbf{2}_{a_1}\right) \Delta P_{apb,2}$$
(3.120)

$$\left(\Delta V_{a_j}\right)_{\Delta P_{apb}} = \sum_{k} \mathrm{F1}_{a_j} \Delta P_{apb,j} + \left(\sum_k \mathrm{F2}_{a_j}\right) \Delta P_{apb,j+1} - \left(\sum_k \mathrm{F3}_{a_j}\right) \Delta P_{apb,j-1}$$
(3.121)

$$\left(\Delta V_{a_N}\right)_{\Delta P_{apb}} = \left(\sum_k F \mathbf{1}_{a_N}\right) \Delta P_{apb,N} - \left(\sum_k F \mathbf{3}_{a_N}\right) \Delta P_{apb,N-1}$$
(3.122)

onde

$$\left(\Delta V_{a_1}\right)_{\Delta P_{apb}} = \Delta V_{a,fl,1} - \sum_k \left(dV_{a_1}\right)_{P_h} - \sum_k \left(dV_{a_1}\right)_T + \left(\sum_K F3_{a_1} P_{cop}\right)$$

$$\left(\Delta V_{a_j}\right)_{\Delta P_{apb}} = \Delta V_{a,fl,j} - \sum_k \left(dV_{a_j}\right)_{P_h} - \sum_k \left(dV_{a_j}\right)_T$$
(3.124)

$$\left(\Delta V_{a_N}\right)_{\Delta P_{apb}} = \Delta V_{a,fl_N} - \sum_k \left(dV_{a_N}\right)_{P_h} - \sum_k \left(dV_{a_N}\right)_T - \left(\sum_k F2_{a_N} P_{form}\right)$$
(3.125)

(3.123)

,

Analisando o conjunto de equações (3.120), (3121) e (3.122), observa-se que, para determinar o aumento de pressão de um anular é necessário conhecer o aumento de pressão dos anulares vizinhos, indicando que todos devem ser determinados simultaneamente. O conjunto de equações pode ser escrito como

(3.126)

г (av.) – Т	$\sum_{l} F1_{a_l}$	$\sum_{l} F2_{a_l}$	0	L	0	L	0	L	0	0	ΔP_{anh}
$\begin{pmatrix} (\Delta V_{a2})_{apb} \\ (\Delta V_{a2})_{apb} \end{pmatrix}$	^к 0	$-\sum_{k}^{\kappa} F3_{a_2}$	$\sum_{k} F1_{a_2}$	$\sum_{k} F2_{a_2}$	0					0	ΔP_{anba}
M		ĸ	~	ĸ						М	M
M										0	М
$(\Delta V_{aj})_{apb}$	0	L	0	$-\sum_{k} F3_{a_j}$	$\sum_{k} F1_{a_j}$	$\sum_{k} F2_{aj}$	0	L	0	0	ΔP_{apb_i}
M –				R.	~	ĸ				0	M M
м										М	м
M										0	м
$\left(\Delta V_{a,N-1}\right)_{apb}$	0	0				0	$-\sum_{k} F3_{a_{N-1}}$	$\sum_{k} F1_{a_{N-1}}$	$\sum_{k} F2_{a_{N-1}}$	0	$\Delta P_{apb_{N-1}}$
$\left[\left(\Delta V_{a,N} \right)_{apb} \right]$	0	0	L	0	L	0	Ľ	0	$-\sum_{k} F3_{a_N}$	$\sum_{k} F1_{a_N}$	ΔP_{apb_N}

O sistema apresentado na Eq. (3.126) pode ser representado de forma compacta como

$$[(\Delta V_a)_{apb}] = [Flex][\Delta P_{apb}]$$
(3.127)

A matriz de flexibilidade [Flex] só depende de parâmetros geométricos e propriedades dos revestimentos, que neste trabalho são considerados constantes. Porém $\left(dV_{a_j}\right)_{avb}$ depende do aumento de pressão, no termo associado à expansão do fluido no anular, $\Delta V_{a,fl,i}$, pois a massa específica do anular é função da pressão final. A solução do sistema deve satisfazer a conservação de massa de cada anular, Eq. (3.58).

No caso particular, onde só existe um anular interno, o número máximo de anular é N=3. O sistema de equações simplifica-se para.

$$\begin{bmatrix} \left(\Delta V_{a_1}\right)_{apb} \\ \left(\Delta V_{a_2}\right)_{apb} \\ \left(\Delta V_{a_N}\right)_{apb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_k F \mathbf{1}_{a_1} & \sum_k F \mathbf{2}_{a_1} & 0 \\ -\sum_k F \mathbf{3}_{a_2} & \sum_k F \mathbf{1}_{a_2} & \sum_k F \mathbf{2}_{a_2} \\ 0 & -\sum_k F \mathbf{3}_{a_N} & \sum_k F \mathbf{1}_{a_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_{apb_1} \\ \Delta P_{apb_2} \\ \Delta P_{apb_N} \end{bmatrix}$$
(3.128)

Por fim, a variação de volume do anular *j*, devido aos efeitos de aumento de pressão, pressão hidrostática e temperatura, pode ser escrita como:

$$\Delta V_{a_j} = \left(dV_{a_j} \right)_{\Delta P_{apb}} + \sum \left(dV_{a_j} \right)_{P_h} + \sum \left(dV_{a_j} \right)_T$$
(3.129)

3.3 Aumento do volume do fluido caso possa expandir livremente

O cálculo do aumento do volume do fluido caso o mesmo possa expandir livremente pode ser interessante em situações onde há possibilidade de drenar o anular para que não haja o aumento de pressão. Note que, nesse caso, não há aumento da pressão do fluido confinado, justamente porque não há restrição ao aumento do volume do fluido então $P_{fim} = P_{ini}$, correspondente à pressão hidrostática do fluido.

A variação do volume do fluido no anular da condição inicial até final de operação, correspondente a condição com temperatura T_{fim} é

$$\Delta V_{fl}(P_{ini}, T_{fim}) = -\sum_k \frac{\Delta \rho(P_{ini}, T_{fim})}{\rho_{ini}(P_{ini}, T_{ini})_k + \Delta \rho(P_{ini}, T_{fim})_k} A_{a_{j+1}} \Delta z \qquad (3.130)$$

onde $A_{a_j} = \pi [r_{i,r_{j+2}}^2 - r_{o,r_{j+1}}^2]$ e a área transversal do espaço anular *j*+1, sendo os subscritos *i* e *o* referentes à parede interna e externa dos revestimentos vizinhos ao anular *j*+1.