8

Conclusão e extensões

O objetivo desse trabalho foi estudar o comportamento de implementações seqüenciais e paralelas da metaheurística GRASP e de algumas de suas variantes com religamento de caminhos.

Foi feita inicialmente uma investigação empírica da distribuição do tempo para valor alvo da metaheurística GRASP. Foram estudados cinco algoritmos puros cujos códigos fontes estavam disponíveis. Uma metodologia gráfica para análise de dados foi usada para analisar esses experimentos. Concluiu-se que a distribuição do tempo para valor alvo do método GRASP adapta-se corretamente a uma distribuição exponencial de dois parâmetros.

A distribuição do tempo para valor alvo de estratégias híbridas com religamento de caminhos também foi estudada. Para isso, foram propostos algoritmos GRASP puros e suas variantes com religamento de caminhos para o problema de atribuição de três índices (AP3) e para o problema de escalonamento de tarefas (JSP).

Na heurística GRASP proposta para o AP3, foram introduzidas várias estratégias para incorporar o religamento de caminhos que permitiram melhorar a estratégia básica introduzida por Laguna e Martí [73]. Essas novas estratégias são: o religamento de caminhos em dois sentidos, o religamento de caminhos aplicado ao conjunto inteiro de soluções de elite e as etapas de pós-otimização e de intensificação baseadas em religamento de caminhos. Embora essas estratégias tenham sido desenvolvidas para o AP3, elas podem ser facilmente adaptadas a outros problemas de otimização combinatória. As variantes do algoritmo GRASP com religamento de caminhos permitiram melhorar a qualidade das soluções obtidas pelas heurísticas propostas por Balas e Saltzman [13], Burkard, Rudolf e Woeginger [25] e Crama e Spieksma [37] para todos os problemas testes do AP3 fornecidos por esses autores.

Foi proposta uma heurística GRASP com religamento de caminhos para o problema de *job shop scheduling* que usa de forma alternada duas funções gulosas na construção de soluções. Dessa forma, uma maior variedade

de de soluções iniciais são produzidas para iniciar a busca local. O procedimento de religamento de caminhos para o JSP é computacionalmente muito trabalhoso, e por esse motivo, foi necessário restringir o uso desse procedimento a iterações onde uma solução de qualidade foi produzida. Verificou-se que o religamento de caminhos permitiu melhorar o custo da melhor solução obtida pelo método puro.

Experimentos computacionais extensivos foram feitos com algoritmos GRASP puros e com religamento de caminhos propostos para o AP3 e para o JSP. Observou-se que a estratégia de religamento de caminhos permite melhorar o desempenho do algoritmo puro, fazendo com que uma solução de uma dada qualidade seja encontrada mais rapidamente, além de melhorar a qualidade da solução obtida quando o algoritmo é executado por um número fixo de iterações. Observou-se também, que as variantes com religamento de caminhos que realizam mais trabalho por iteração encontram soluções de uma dada qualidade em tempo menor do que as variantes que requerem menos trabalho por iteração.

A distribuição da probabilidade da variável aleatória *tempo para valor alvo* das variantes do algoritmo GRASP com religamento de caminhos propostas para o AP3 e para o JSP também foi estudada. Concluiu-se que, assim como para o método puro, os tempos das variantes adaptam-se a distribuições exponenciais de dois parâmetros. Além disso, mostrou-se como as curvas das distribuições empíricas dos tempos para valor alvo podem ser usadas para comparar diferentes variantes do algoritmo. Essas distribuições empíricas possibilitam compará-las em relação ao tempo computacional necessário para obter uma solução de qualidade fornecida como entrada. Essa forma de análise não leva em conta o número de iterações executadas por cada variante. Isso permite uma comparação mais precisa, visto que variantes que requerem mais tempo computacional por iteração, em geral, encontram soluções de uma dada qualidade em um número menor de iterações. Além disso, gráficos com distribuições empíricas dos tempos para valor alvo podem ser usados para comparar variantes de metaheurísticas probabilísticas diferentes desenvolvidas para um mesmo problema.

Verificou-se que quando a distribuição do tempo para valor alvo de um dado programa seqüencial adapta-se a uma distribuição exponencial de dois parâmetros (caso $\rho|\mu| \ll \lambda$, onde μ e λ são os parâmetros da distribuição exponencial e ρ é o número de processadores usados), esse programa apresentará uma aceleração aproximadamente linear quando implementado na forma de múltiplos processos independentes e usando um critério de parada por valor alvo. Para verificar experimentalmente essa observação,

foram desenvolvidas estratégias paralelas para o método GRASP puro e para as variantes com religamento de caminhos para o AP3 e para o JSP. Foram propostas duas abordagens para paralelização do método GRASP com religamento de caminhos: uma abordagem independente e uma cooperativa. Na abordagem independente, cada processo executa um algoritmo GRASP seqüencial e uma única etapa de comunicação é feita para verificar o término do programa. A abordagem cooperativa é construída a partir da abordagem independente, inserindo-se uma etapa de comunicação para que durante as iterações um processo compartilhe com os demais informações sobre soluções de qualidade produzidas por ele. O algoritmo GRASP puro é paralelizado de acordo com a abordagem independente. Observou-se que as médias das acelerações da abordagem paralela cooperativa são superiores às médias das acelerações da abordagem independente na maior parte dos casos testados para o AP3 e para o JSP.

Os resultados computacionais obtidos com a abordagem independente foram comparados aos resultados teóricos obtidos através dos parâmetros das distribuições dos tempos para valor alvo das versões seqüenciais para o AP3 e para o JSP. As acelerações obtidas confirmaram as conclusões estabelecidas no Capítulo 3.

Finalmente, a abordagem proposta para estudar a distribuição do tempo para valor alvo do método GRASP foi usada para analisar um procedimento de busca local. Verificou-se que a distribuição do tempo para valor alvo desse procedimento de busca local também adapta-se a uma distribuição exponencial de dois parâmetros. Esse procedimento de busca local é usado como uma etapa em um esquema de geração de cortes para alocação de custos de sistemas de transmissão. Essa abordagem como um todo não apresenta acelerações lineares, porém permite reduzir substancialmente o tempo de execução para problemas testes grandes.

As duas estratégias para paralelização do algoritmo GRASP com religamento de caminhos propostas nesta tese foram implementadas sobre o modelo de memória distribuída, com cada processo possuindo um *pool* local de soluções de elite. Estratégias de paralelização que usam um *pool* central poderiam ser desenvolvidas e comparadas. Além disso, as estratégias GRASP paralelas para o AP3 e para o JSP poderiam ser implementadas para o modelo de memória compartilhada e novas políticas de cooperação entre os processos poderiam ser investigadas.

Nesse trabalho, a distribuição do tempo para valor alvo do método GRASP foi estudada usando-se um gerador de números pseudo-aleatórios proposto em [124] para gerar a seqüência de números usados para iniciar ca-

da iteração. Uma extensão interessante seria estudar a distribuição do tempo para valor alvo do método GRASP usando-se um gerador de números quase-aleatórios. Um gerador de números quase-aleatórios gera uma seqüência de números em um dado intervalo de maneira que os números estejam distribuídos de forma homogênea nesse intervalo. Em um gerador de números pseudo-aleatórios, o espalhamento dos números no intervalo onde eles devem ser gerados não é controlado e, em geral, esse intervalo não é coberto de forma homogênea. Além de estudar a distribuição do tempo para valor alvo do método GRASP para diferentes tipos de geradores de números aleatórios, os métodos deveriam ser comparados, usando-se as distribuições dos tempos para valor alvo, segundo o gerador de números aleatórios utilizado.

Embora o estudo da distribuição do tempo para valor alvo feito nesse trabalho tenha sido limitado ao método GRASP puro e a algumas de suas variantes com religamento de caminhos, acredita-se que conclusões semelhantes poderão ser obtidas para outras variantes do método. Portanto, seria interessante estudar a distribuição do tempo para valor alvo de algoritmos GRASP onde são acrescentadas estratégias de melhoramento, tais como a estratégia de GRASP Reativo, estratégias GRASP onde perturbações de custo são usadas ao invés de seleção aleatória e algoritmos híbridos com busca tabu, *simulated annealing*, VNS e VND.