

### Randy Verdecia Peña

# Análise espectral, detecção de sinais e estimação de canal em sistemas GFDM

### Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós–graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

> Orientador : Prof. Raimundo Sampaio Neto Co-orientador: Dr. Rodrigo Pereira David

Rio de Janeiro Fevereiro de 2019 Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

#### Randy Verdecia Peña

Graduou-se em Engenharia em Telecomunicações e Eletrônica no Instituto Superior Politécnico Julio Antonio Mella, Universidad de Oriente (Santiago de Cuba, Cuba) em 2014.

Ficha Catalográfica

Verdecia Peña, Randy

Análise espectral, detecção de sinais e estimação de canal em sistemas GFDM / Randy Verdecia Peña; orientador: Raimundo Sampaio Neto; co-orientador: Rodrigo Pereira David. – Rio de Janeiro: PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, 2019.

v., 126 f: il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Inclui bibliografia

GFDM vs OFDM;
 geração de sinais;
 modelo matricial;
 detectores lineares;
 detectores com supressão de interferência;
 estimação de canal;
 desempenho;
 complexidade computacional.
 Sampaio Neto, Raimundo.
 Pereira David, Rodrigo. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 620.11

### Agradecimentos

À minha mãe e avó pela confiança depositada em mim quando decidi deixar meu país e meus seres amados para estudar no estrangeiro. Em destaque, a minha mãe que sempre acreditou em mim, e a minha namorada Rujaine por ter me dado forças em aqueles momentos mais difíceis e por todo o seu amor que tive presente apesar da distância.

Ao meu orientador, o professor Raimundo Sampaio Neto, que tem sido exemplo como professor e pessoa, pela excelente orientação e dedicação sem as quais a realização deste trabalho não teria sido possível. Além disso, pelo tempo e esforço dedicados não só nesta dissertação de mestrado mas desde meu começo no CETUC.

Ao meu co-orientador Rodrigo Pereira David por toda a ajuda, pelo apoio e as sugestões feitas para que o trabalho realizado nesta dissertação fosse feito da melhor maneira.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Ao meu pai Ricardo e aos meus pais por afeição Pedri e Elio Victor por serem minha principal motivação, por serem o exemplo de trabalho e amor.

Ao meu irmão Dairon e meu amigo Lázaro pelo apoio, pelo amor e carinho de sempre.

Aos professores com que tive aulas por ter-me dado a oportunidade de crescer academicamente, em destaque, ao professor José Mauro Fortes, também exemplo como professor e pessoa, muito obrigado pela oportunidade que me deram de aprender e conhecer.

Aos meus familiares, amigos e amigas por serem parte da minha vida, como: Maria, Bety, Yamilia, Héctor, Marta, Rainier, Yolaine, Jardiel, Felicia, Aleja, Yankier, Faustino Nina, Tahimi, Mayra, Rafael, Nataly, Maite, Grigory, Guille e Gorgoso.

Aos meus colegas do Cetuc, Leonardo, Rainel, Yosvenis, David, Oslien, Julio, Dayrene, Adrian, Juan Pablo, José Luis, Azucena, Javier, Laisa, Kirenia, Adila, Miakel, Rocio, Marcelo, Diana pela companhia e pelos momentos compartilhados na PUC.

Aos meus colegas do Departamento Comercial de ETECSA, em especial: Iván, Hayde, Yudith, Yilan, Francis, Chiqui e Barcaz.

### Resumo

Verdecia Peña, Randy; Sampaio Neto, Raimundo; Pereira David, Rodrigo. Análise espectral, detecção de sinais e estimação de canal em sistemas GFDM. Rio de Janeiro, 2019. 126p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho tem como finalidade o estudo das possibilidade do sistema GFDM (Generalized Frequency Division Multiplexing). Para o estudo feito foi apresentado um modelo matricial para representar os sinais gerados no sistema GFDM, a semelhança do modelo de sinal do sistema OFDM (Orthoqonal Frequency Division Multiplexing). Tal modelo permitiu a obtenção de expressões analíticas para a Densidade Espectral de Potência (DEP, Spectral Power Density) dos sinais e sua comparação com a DEP dos sinais transmitidos em sistemas OFDM. A partir do modelo matricial apresentado são estudados o desempenho de diferentes tipos de equalizadores/detectores lineares clássicos passíveis de utilização neste sistema de comunicações digitais, tais como Zero Forcing, Minimum Mean Square Error e Matched Filter. Além disso o trabalho propõe e analisa o desempenho resultante da aplicação de técnicas de supressão de interferência PIC (Parallel Interference Cancellation) em conjunto com os detectores lineares mencionados e dos detectores LAS (*Likelihood Ascent Search*) precedidos por equalizadores Matched Filter (MF-LAS). O número de estágios PIC realizados em cada detecção é controlado por uma estratégia de parada baseada na métrica de distância. Diferentes esquemas de detecção MF-LAS em conjunto com PIC são também propostos e examinadas. Finalmente, partindo do modelo matricial desenvolvido neste trabalho é realizada a estimação de canal empregando a estratégia de símbolos pilotos ortogonais. As diferentes estratégias de detecção examinadas para o sistemas GFDM são comparadas em termos de desempenho BER (*Bit Error Rate*) e da complexidade computacional associada aos respectivos detectores. Comparações entre os sistemas GFDM e OFDM com destaque na complexidade na geração de sinais, eficiência espectral e desempenho estão também incluídos nesta dissertação.

### Palavras-chave

GFDM vs OFDM; geração de sinais; modelo matricial; detectores lineares; detectores com supressão de interferência; estimação de canal; desempenho; complexidade computacional.

### Abstract

Verdecia Peña, Randy; Sampaio Neto, Raimundo (Advisor); Pereira David, Rodrigo (Co-Advisor). **Spectral analysis, signal detection and channel estimation in GFDM systems**. Rio de Janeiro, 2019. 126p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The main goal of the presented work is to study the possibilities of the GFDM system (Generalized Frequency Division Multiplexing). For achieving this purpose, a matrix model is presented which represents the signals generated in the GFDM system, similar to the signal model of the OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) system. This model allows the obtainment analytical expressions for the Spectral Power Density (DEP) of the signals and their comparison with the DEP of the signals transmitted in OFDM systems. Furthermore, we study the performance of different types of classical linear equalizers/detectors that can be used in the digital communications systems, such as Zero Forcing, Minimum Mean Square Error and Matched Filter. In addition, we propose and analyze the performance resulting from the application of PIC (*Parallel Interference Cancellation*) interference suppression techniques together with the linear detectors mentioned and LAS (Likelihood Ascent Search) detectors preceded by Matched Filter (MF-LAS) equalizers. The number of PIC stages performed at each detection is controlled by a stop strategy based on the distance metric. Different MF-LAS detection schemes together with PIC are also proposed and examined. Finally, the channel estimation is performing based on the matrix model developed in this work and using orthogonal pilots symbols. The differents strategies of detection examined for GFDM systems are compared in terms of BER performance (*Bit Error Rate*) and the computational complexity associated with the respective detectors. Comparisons between GFDM and OFDM systems based on criterions as the complexity of the signal generation, spectral efficiency and performance are also included in this dissertation.

### Keywords

GFDM vs OFDM; signal generation; matrix model; linear detector; detector with interference suppression; channel estimation; performance; computational complexity.

## Sumário

1 Introdução	21
<ul> <li>Modelo do Sistema GFDM, derivado do modelo OFDM</li> <li>2.1 Modelo matricial da transmissão e recepção de CP-OFDM</li> <li>2.2 Modelo matricial de transmissão e recepção no sistema GFDM</li> <li>2.3 Análise Espectral</li> <li>2.3.1 GFDM sem CP</li> <li>2.3.1.1 Resultados: Sistema GFDM sem CP</li> <li>2.3.2 Sistema GFDM com CP</li> <li>2.3.2.1 Resultados: Sistema GFDM com CP</li> </ul>	<b>25</b> 27 29 34 34 35 39 40
<ul> <li>3 Detectores Lineares em Sistemas GFDM</li> <li>3.1 Detecção Zero Forcing no Sistema GFDM</li> <li>3.2 Detecção Minimum Mean-Square Error no Sistema GFDM</li> <li>3.3 Detecção Matched Filter no Sistema GFDM</li> <li>3.4 Resultados de simulações dos detectores lineares no sistema GFDM</li> </ul>	<b>45</b> 46 47 47
<ul> <li>4 Detectores com Supressão de Interferência</li> <li>4.1 Detecção com Cancelamento de Interferência em Paralelo</li> <li>4.1.1 Detectores ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC</li> <li>4.2 Detector <i>Likelihood Ascent Search</i>, LAS</li> <li>4.2.1 Detector MF-LAS</li> <li>4.2.2 Detector MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo</li> <li>4.3 Resultados das simulações dos detectores com supressão de interferência no sistema GFDM</li> <li>4.3.1 Resultados de simulação para detectores XF-PIC e MMSE-PIC</li> <li>4.3.2 Resultados de simulação para detectores MF-PIC e MF-LAS</li> <li>4.3.3 Resultados de simulação para detectores MF-PIC e MF-LAS</li> <li>4.3.4 Resultados da complexidade dos detectores</li> </ul>	64 66 68 68 70 71 72 76 80 84
<ul> <li>5 Estimação de Canal</li> <li>5.1 Estimação de B</li> <li>5.2 Resultados das simulações dos detectores com estimação de B</li> </ul>	<b>88</b> 88 89
6 Conclusões	97
Referências bibliográficas	100
A DEP de Sistemas com Transmissão em Blocos	103
<ul><li>B Resultados do Cálculo da DEP</li><li>B.1 Sistema GFDM sem CP</li><li>B.2 Sistema GFDM com CP</li></ul>	<b>106</b> 106 109

С	Módulo dos elementos do produto $\mathbf{M}^H \mathbf{M}$	115
D	Curvas do desempenho	119

# Lista de figuras

2.1	Pacote de dados do sistema CP-OFDM.	27
2.2	Diagrama em blocos do transmissor do sistema CP-OFDM.	28
2.3	Diagrama em blocos do receptor do sistema CP-OFDM.	28
2.4	Pacote de dados do sistema GFDM.	29
2.5	Elementos do vetor $\mathbf{p}_f$ dos coeficientes do filtro protótipo no	
	domínio do tempo para os parâmetros $M = 4$ , $N = 9$ ( <i>M slots</i>	
	de tempo e N subportadoras) e $K = 3$ (quantidade de coeficientes	
	do pulso formatador).	31
2.6	Módulo dos elementos da matriz $G$ formado pelas iFFT do vetor	-
	dos coeficientes do filtro protótipo formatador de GEDM da Figura	
	(2.5) na sua diagonal principal	31
27	Módulo dos elementos da matriz M para os parâmetros $M = 4$	01
2.1	N = 0 (M slots de tempo e N subportadoras) e $K = 3$ (número de	
	n = 5 ( <i>m sides</i> de tempo e <i>n</i> subportadoras) e $n = 5$ ( <i>numero</i> de coeficientes do pulso formatador)	22
28	Densidade Espectral de Potência do sistema GEDM com $M - N -$	00
2.0	K = 7 a OEDM com EET 8 normalizadas nola nonto da máxima	36
2.0	o, $M = 7$ e OI DM com ITTT o normalizadas pelo ponto de maximo. Densidade Espectral de Petência de sistema CEDM com $M = N =$	30
2.9	Densidade Espectral de Potencia do sistema Gridos polo área $N = N = \frac{1}{2}$	26
2 10	o, $K = 7$ e OFDM colli FFT o normalizadas pela area.	30
2.10	Forcentageni de enfissão fora de unia faixa $D$ do sistema GEDIVI	97
0.11	com $M = N = 8$ , $K = 7$ e OFDIVI com FFT 8.	37
2.11	Densidade Espectral de Potencia dos sistemas GFDIVI (Correlação	00
0.10	Total) e OFDM normalizadas pelo ponto de maximo.	38
2.12	Densidade Espectral de Potencia dos sistemas GFDM (Correlação	
0.10	Iotal) e OFDM normalizadas pela área.	38
2.13	Emissão fora de uma faixa $B$ dos sistemas GFDM (Correlação	
	Iotal) e OFDM.	39
2.14	Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com $M = N =$	
	8, $K = 7$ e OFDM com FFT 8 e $G = 4$ normalizadas pelo ponto	
	de máximo.	41
2.15	Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com $M = N =$	
	8, $K = 7$ e OFDM com FFT 8 e $G = 4$ normalizadas pela área.	41
2.16	Porcentagem de emissão fora de uma faixa $B$ do sistema GFDM	
	com $M = N = 8$ , $K = 7$ e OFDM com FFT 8 e $G = 4$ ,	
	considerando $R_s$ e $R_s^{inf}$ .	42
2.17	Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com $M = N =$	
	8, $K = 7$ e OFDM com FFT 64 e $G = 8$ normalizadas pelo ponto	
	de máximo.	43
2.18	Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com $M = N =$	
	8, $K = 7$ e OFDM com FFT 64 e $G = 8$ normalizadas pela área.	43
2.19	Porcentagem de emissão fora de uma faixa $B$ do sistema GFDM	
	com $M = N = 8$ , $K = 7$ e OFDM com FFT 64 e $G = 8$ ,	
	considerando $R_s$ e $R_s^{inf}$ .	44
	~	

- 3.1 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7 e ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) em canal AWGN ( $\mathbf{H} = \mathbf{I}$ ), (c:1).
- 3.2 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15e ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) em canal AWGN ( $\mathbf{H} = \mathbf{I}$ ), (c:2).
- 3.3 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM M = 16, N = 16, K = 15 e ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) em canal AWGN ( $\mathbf{H} = \mathbf{I}$ ), (c:3).
- 3.4 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 2, (c:1).
- 3.5 Módulo dos elementos do produto  $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$  para os parâmetros M = 8, N = 8 (M slots de tempo e N subportadoras) e K = 7 (número de coeficientes do pulso formatador).
- 3.6 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 4, (c:1).
- 3.7 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 6, (c:1). 53
- 3.8 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 8, (c:1).
- 3.9 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 2, (c:2).
- 3.10 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 4, (c:2).
- 3.11 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 6, (c:2).
- 3.12 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 8, (c:2). 56

49

49

50

51

52

53

54

55

55

56

3	8.13	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na	
		matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com $M = 16$ , $N = 16$ , $K = 15$ ,	
		ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de	
		256 símbolos) em canal fixo exponencial com $L=$ 2, (c:3).	57
3	8.14	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na	
		matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com $M = 16$ , $N = 16$ , $K = 15$ ,	
		ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de	
		256 símbolos) em canal fixo exponencial com $L =$ 4, (c:3).	58
3	8.15	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na	
		matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com $M = 16$ , $N = 16$ , $K = 15$ ,	
		ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de	
		256 símbolos) em canal fixo exponencial com $L =$ 6, (c:3).	58
3	8.16	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na	
		matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com $M = 16$ , $N = 16$ , $K = 15$	
		ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de	
		256 símbolos) em canal fixo exponencial com $L = 8$ , (c:3).	59
3	8.17	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na	
		matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com $M = 8$ , $N = 8$ , $K = 7$ ,	
		ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64	
		símbolos) em canal multipercurso aleatório com $L =$ 4, (c:1).	60
3	8.18	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na	
		matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com $M = 16$ , $N = 8$ , $K = 15$ ,	
		ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128	
		símbolos) em canal multipercurso aleatório com $L =$ 4, (c:2).	61
3	8.19	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na	
		matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com $M = 16$ , $N = 16$ , $K = 15$ ,	
		ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de	
		256 símbolos) em canal multipercurso aleatório com $L =$ 4, (c:3).	62
3	8.20	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na	
		matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com $M = 16$ , $N = 16$ , $K = 15$ ,	
		ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de	
		256 símbolos) em canal multipercurso aleatório com $L = 8$ , (c:3).	62
4	.1	Módulo dos elementos da matriz $(\mathbf{B}^{H}\mathbf{B})_{0}$ para os parâmetros	
		M = 8, $N = 8$ ( <i>M slot</i> de tempo e <i>N</i> subportadoras) e $K = 7$	~~
	•	(quantidade de coeficientes do pulso formatador GFDM.	65
4	.2	Diagrama em bloco dos detectores ZF, MMSE e MF com Cance-	
		lamento de Interferência em Paralelo para o sistema GFDM.	67
4	1.3	Diagrama em bloco dos detectores MF-LAS para o sistema GFDM.	68
4	1.4	Diagrama em bloco dos detectores MF-PIC-LAS <sub>1</sub> em série para o	
	_	sistema GFDM.	70
4	1.5	Diagrama em bloco dos detectores MF-PIC e MF-LAS <sub>1</sub> em paralelo	<b>_</b> .
-		para o sistema GFDM.	71
4	6	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, ZF-PIC e MMSE-	
		PIC aplicados na matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com $M = 8$ ,	
		$N = 8$ , $K = 7$ , $\angle F$ CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-	
		OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso fixo com $L$	<b>-</b>
		= 2, (c:1).	72

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1713254/CA

- Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, ZF-PIC e MMSE-PIC 4.7 aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:2).
- 4.8 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, ZF-PIC e MMSE-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:3).
- Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, ZF-PIC e MMSE-4.9 PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso fixo com L= 8, (c:1).
- 4.10 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, ZF-PIC e MMSE-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:3).
- 4.11 Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:1). 77
- 4.12 Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF- $\mathsf{LAS}_2$  aplicados na matriz  $\mathbf{B}$  =  $\mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:2).
- 4.13 Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF- $\mathsf{LAS}_2$  aplicados na matriz  $\mathbf{B}~=~\mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:3).
- 4.14 Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:1). 79
- 4.15 Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF- $\mathsf{LAS}_2$  aplicados na matriz  $\mathbf{B}~=~\mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:3).
- 4.16 Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:1).

73

74

75

75

78

77

81

79

- 4.17 Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:2).
- 4.18 Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:3).
- 4.19 Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:1).
- 4.20 Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:3).
- 4.21 Complexidade dos detectores lineares e supressão de interferência no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7 e nos sistemas ZF CP-OFDM de FFT 8 e FFT 64 em canal multipercurso fixo com L = 2.
- 4.22 Complexidade dos detectores lineares e supressão de interferência no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15 e nos sistemas ZF CP-OFDM de FFT 8 e FFT 128 em canal multipercurso fixo com L = 2.
- 4.23 Complexidade dos detectores lineares e supressão de interferência no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15 e nos sistemas ZF CP-OFDM de FFT 16 e FFT 256 em canal multipercurso fixo com L = 2.
- 5.1 Esquema em bloco do Estimador da matriz B.
- 5.2 Comparação do desempenho do sistema ZF GFDM com diferentes quantidades de  $R_{\mu}$ , (c:1).
- 5.3 Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> com estimação da matriz B e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, CP-OFDM (vetor de 8 símbolos),  $R_u = 10$  e canal fixo L = 2, (c:1).
- 5.4 Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> com estimação da matriz B e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, CP-OFDM (vetor de 8 símbolos),  $R_u = 10$  e canal fixo L = 2, (c:2).
- 5.5 Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> com estimação da matriz **B** e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, CP-OFDM (vetor de 16 símbolos),  $R_u = 10$  e canal fixo L = 2, (c:3).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1713254/CA

81

82

83

83

85

85

86 88

90

92

92

93

5.6	Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS <sub>1</sub> com estimação da matriz <b>B</b> e conhecimento perfeito do canal, no cistema CEDM com $M = 8$ , $N = 8$ , $K = 7$ , CP OEDM (votor do 8	
	sistema GPDM com $M = 8$ , $N = 8$ , $K = 7$ , CP-OPDM (vetor de 8 símbolos), $R_u = 10$ e canal fixo $L = 8$ , (c:1).	93
5.7	Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS <sub>1</sub> com estimação da matriz B e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com $M = N = 16$ , $K = 15$ , CP-OFDM (vetor de 16 símbolos), $R_u = 10$ e canal fixo $L = 8$ , (c:3).	94
5.8	Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS <sub>1</sub> com estimação da matriz <b>B</b> e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com $M = 8$ , $N = 8$ , $K = 7$ , CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) $R_{\nu} = 10$ em canal aleatório com $L = 4$ (c.1)	95
5.9	Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS <sub>1</sub> com estimação da matriz <b>B</b> e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com $M = 16$ , $N = 16$ , $K = 15$ , CP-OFDM (vetor de 16 símbolos), $R_u = 10$ em canal aleatório com $L = 8$ , (c:3).	96
B.1	Densidade Espectral de Potência do sistema GEDM com $M = 16$ .	
	N = 8, $K = 15$ e OFDM com FFT 16 normalizadas pelo ponto de máximo.	106
В.2	Densidade Espectral de Potencia do sistema GFDM com $M = 16$ , $N = 8$ , $K = 15$ e OFDM com FFT 16 normalizadas pela área.	106
B.3	Porcentagem de emissão fora de uma faixa $B$ do sistema GFDM com $M = 16$ $N = 8$ $K = 15$ e OFDM com FET 16	107
B.4	Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com $M = N = 16$ , $K = 15$ e OFDM com FFT 16 normalizadas pelo ponto de móximo	107
B.5	Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM de $M = N =$	107
R 6	16, $K = 15$ e OFDM de FFT 16 normalizadas pela área. Porcentagem de emissão fora de uma faixa <i>B</i> do sistema GEDM	108
D.0	de $M = N = 16$ , $K = 15$ e OFDM de FFT 16.	108
B.7	Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com $M = 16$ , $N = 8$ , $K = 15$ e OFDM com FFT 16 e $G = 4$ normalizadas pelo	
	ponto de máximo.	109
B.8	Densidade Espectral de Potencia do sistema GFDM com $M = 16$ , N = 8, $K = 15$ e OFDM com FFT 16 e $G = 4$ normalizadas pela	100
B.9	Porcentagem de emissão fora de uma faixa $B$ do sistema GFDM	109
	com $M = 16$ , $N = 8$ , $K = 15$ e OFDM com FFT 16 e $G = 4$ , considerando $R_s$ e $R_s^{inf}$ .	110
B.10	Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com $M = N = 16$ , $K = 15$ e OFDM com FFT 16 e $G = 4$ normalizadas	
D 11	pelo ponto de máximo.	110
В.11	Densidade Espectral de Potencia do sistema GFDM com $M = N =$ 16. $K = 15$ e OFDM com FET 16 e $G = 4$ normalizadas pela área	111
B.12	Porcentagem de emissão fora de uma faixa $B$ do sistema GFDM com $M = N = 16$ $K = 15$ e OEDM com EET 16 e $C = 4$	111
	considerando $R_s \in R_s^{inf}$ .	111

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1713254/CA

B.13	Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com $M = 16$ , N = 8, $K = 15$ e OFDM com FFT 128 e $G = 8$ normalizadas pelo ponto de máximo	119
B.14	Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com $M = 16$ , N = 8, $K = 15$ e OFDM com FFT 128 e $G = 8$ normalizadas	112
B.15	pela área. Porcentagem de emissão fora de uma faixa $B$ do sistema GFDM com $M = 16$ , $N = 8$ , $K = 15$ e OFDM com FFT 128 e $G = 8$ ,	112
B.16	considerando $R_s$ e $R_s^{inf}$ . Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com $M = N = 16$ , $K = 15$ e OFDM com FFT 256 e $G = 8$ normalizadas pelo	113
B.17	ponto de máximo. Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com $M = N =$	113
B.18	16, $K = 15$ e OFDM com FFT 256 e $G = 8$ normalizadas pela area. Porcentagem de emissão forade uma faixa $B$ do sistema GFDM com $M = N = 16$ , $K = 15$ e OFDM com FFT 256 e $G = 8$ , considerando $R$ e $D^{inf}$	114
C 1	Módulo dos elementos do produto $\mathbf{M}^H \mathbf{M}$ para os parâmetros	114
C.1	M = 8, $N = 8$ ( $M$ slots de tempo e $N$ subportadoras) e $K = 2$ (número de coeficientes do pulso formatador).	115
C.2	M = 8, $N = 8$ ( $M$ slots de tempo e $N$ subportadoras) e $K = 15$ (número de coeficientes do pulso formatador).	115
C.3	Módulo dos elementos do produto $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$ para os parâmetros $M = 16$ , $N = 8$ ( $M$ slots de tempo e $N$ subportadoras) e $K = 2$ (número de coeficientes do pulso formatador).	116
C.4	Módulo dos elementos do produto $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$ para os parâmetros $M = 16, N = 8$ ( $M$ slots de tempo e $N$ subportadoras) e $K = 7$	110
C.5	(numero de coefficientes do pulso formatador). Módulo dos elementos do produto $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$ para os parâmetros M = 16, N = 8 ( $M$ slots de tempo e $N$ subportadoras) e $K = 15$	110
C.6	(número de coeficientes do pulso formatador). Módulo dos elementos do produto $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$ para os parâmetros M = 16, $N = 16$ ( $M$ clots de tempo e $N$ subportadoras) e $K = 2$	117
C.7	(número de coeficientes do pulso formatador). Módulo dos elementos do produto $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$ para os parâmetros M = 16, N = 16 ( <i>M slots</i> de tempo e <i>N</i> subportadoras) e $K = 7$	117
C.8	(número de coeficientes do pulso formatador). Módulo dos elementos do produto $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$ para os parâmetros M = 16, N = 16 ( $M$ slots de tempo e $N$ subportadoras) e $K = 15(número de coeficientes do pulso formatador).$	118 118
D.1	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE- PIC e MF-PIC aplicados na matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com $M = N = 8$ , $K = 2$ em canal multipercurso fixo com $L = 2$	
	(c:1). $N = 0, N = 2$ can call a multiple calls into com $E = 2$ ,	119

D.2	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz ${\bf B}={\bf H}{\bf M}$ no sistema GFDM	
	com $M = N = 8$ , $K = 2$ em canal multipercurso fixo com $L = 4$ , (c:1).	119
D.3	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-	
	PIC e MF-PIC aplicados na matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM	
	com $M = N = 8$ , $K = 2$ em canal multipercurso fixo com $L = 6$ ,	
	(c:1).	120
D.4	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-	
	PIC e MF-PIC aplicados na matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM	
	com $M = N = 8$ , $K = 2$ em canal multipercurso fixo com $L = 8$ ,	190
DБ	(C.1). Desembendo BER dos detectores ZE MMSE ME ZE PIC MMSE	120
D.J	$PIC \in ME_PIC$ anticados na matriz $B = HM$ no sistema GEDM	
	com $M - N - 8$ $K - 15$ em canal multipercurso fixo com $L - 2$	
	(c:1). (c:1).	121
D.6	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-	
	PIC e MF-PIC aplicados na matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM	
	com $M = N = 8$ , $K = 15$ em canal multipercurso fixo com $L = 4$ ,	
	(c:1).	121
D.7	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-	
	$PIC$ e MF-PIC aplicados na matriz $\mathbf{B}=\mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM	
	com $M = N = 8$ , $K = 15$ em canal multipercurso fixo com $L = 6$ ,	
	(c:1).	122
D.8	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-	
	PIC e MF-PIC aplicados na matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM	
	com $M = N = 8$ , $K = 15$ em canal multipercurso fixo com $L = 8$ , (c:1)	199
٩D	Desembenho BER dos detectores ZE MMSE ME ZE-PIC MMSE	122
0.5	PIC e ME-PIC anlicados na matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GEDM	
	com $M = N = 16$ . $K = 2$ em canal multipercurso fixo com $L = 2$ .	
	(c:3).	123
D.10	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-	
	PIC e MF-PIC aplicados na matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM	
	com $M = N = 16$ , $K = 2$ em canal multipercurso fixo com $L = 4$ ,	
	(c:3).	123
D.11	Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-	
	PIC e MF-PIC aplicados na matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM	
	com $M = N = 16$ , $K = 2$ em canal multipercurso fixo com $L = 6$ ,	104
D 10	(C:3).	124
D.12	Desempenno BER dos detectores ZF, MINISE, MIF, ZF-PIC, MINISE-	
	com $M = N = 16$ , $K = 2$ om canal multiparcursa fivo com $I = 8$	
	(c.3)	124
D.13	Desempenho BER dos detectores ZF. MMSE. MF. ZF-PIC. MMSE-	- <i></i> 1
	PIC e MF-PIC aplicados na matriz $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM	
	com $M = N = 16$ , $K = 7$ em canal multipercurso fixo com $L = 2$ ,	
	(c:3).	125

- D.14 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 16, K = 7 em canal multipercurso fixo com L = 4, (c:3).
- D.15 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 16, K = 7 em canal multipercurso fixo com L = 6, (c:3). 126

125

D.16 Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 16, K = 7 em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:3). 126

### Lista de tabelas

2.1	Coeficientes do Filtro Formatador de ${f M}$	35
3.1	Parâmetros da simulação canal AWGN	48
3.2	Parâmetros da simulação canal multipercurso fixo	50
3.3	Parâmetros da simulação canal multipercurso aleatório	59
3.4	Complexidade dos detectores ZF, MMSE e MF em sistemas GFDM	
	de matrizes de dimensão $(64 \times 64)$ , $(128 \times 128)$ e $(256 \times 256)$	63
4.1	Iterações médias dos detectores MMSE-PIC, ZF-PIC, MF-PIC, MF-LAS <sub>1</sub> e MF-LAS <sub>2</sub> nos sistemas GFDM com matrizes de dimensão	
	$(64 \times 64)$ , $(128 \times 128)$ e $(256 \times 256)$	87
5.1	Parâmetros para estimar ${f B}$ no canal multipercurso fixo	91
5.2	Parâmetros para estimar ${f B}$ no canal multipercurso aleatório	94

# Lista de Abreviações

4G	Fourt Generation
4G-LTE	Fourth Generation - Long Term Evolution
$5\mathrm{G}$	Fifth Generation
AWGN	Additeve White Gaussian Noise
BER	Bir Error Rate
BPSK	Binary Phase Shift Keying
BR	Base Ratio
CP	Cyclic Prefix
CP-OFDM	Cyclic Prefix - Orthogonal Frequency Division Multiplexing
DFT	Discrete Fourier Transform
DMT	Discrete Multi-tone Modulation
FBMC	Filter Bank Multicarrier
FMT	Filtered Multi-tone Modulation
$\mathbf{FFT}$	Fast Fourier Transform
GFDM	Generalized Frequency DIvision Multiplexing
ICI	Inter Carrier Interference
iDFT	inverse Discrete Fourier Transform
iFFT	inverse Fast Fourier Transform
IoT	Internet of Things
IQ	In-phase Quadrature
ISI	Inter Symbol Interference
LAS	Likelihood Ascent Search
LS	Least Square
M2M	Machine-to-Machine
MF	Matched Filter
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
ML	Maximum Likehood
M-QAM	M-ary Quadrature Amplitude Modulation
MMSE	Minimum Mean Squeare Error
MS	Mobile Station
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
OOB	Out of Band
PIC	Pararell Interference Cancellation

PHY	Physical Layer
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying
SIC	Serial Interference Cancellation
UFMC	Universal Filtered Multi-Carrier
V2V	Vehicle to Vehicle
ZF	Zero Forcing

Tome uma ideia. Faça essa ideia sua vida. Pense nela, sonhe com ela, viva com ela. Deixe o cérebro, músculos e nervos; Todas as partes do seu corpo preenchem essa ideia e simplesmente deixam em paz qualquer outra ideia. Este é o caminho para o sucesso.

Swami Vivekananda.

### 1 Introdução

As comunicações sem fio tornaram-se uma ferramenta fundamental para nossas vidas. Com a aplicação da quarta geração das redes de comunicações sem fio (4G), foi observado um crescimento exponencial das aplicações e usuários [1]. Devido à diversidade de aplicações, incluindo as redes de área regional sem fio, a comunicação de tipo máquina, além da utilização de *smartphones* com maior capacidade de armazenamento e processamento, em combinação com as redes sociais, fazem que o futuro das redes sem fios tenham objetivos desafiantes, tais como, maior eficiência espectral e de energia, baixa latência e alta taxa de velocidade de dados [1], [2].

Com o desenvolvimento da Internet das Coisas (IoT, Internet Of Things) [3], e o contínuo crescimento da demanda pelos serviços de streaming de alta velocidade, foram necessárias modificações significativas das redes móveis, com o intuito de garantir altas velocidades e melhor flexibilidade para um maior número de usuários [4]. Atualmente não existe uma definição precisa sobre qual seria a forma de onda ideal que satisfaça eficientemente essas necessidades [5]. O aumento esperado na quantidade de troca de dados nas próximas décadas, traz consigo a necessária de criação e implementação, da próxima geração das comunicações móveis, conhecida como 5G.

O cenário previsto para a futura rede de quinta geração tem exigências que ultrapassam claramente as taxas de dados da rede 4G, no entanto, ainda não existe uma definição em termos de estrutura e desempenho. Contudo, o sistema 5G terá que coexistir com diferentes tecnologias, aumentando substancialmente a capacidade de transmissão: três vezes maior do que o sistema atual móvel de quarta geração (4G-LTE, *Long Term Evolution*). Tais demandas devem ser cobertas através de técnicas inovadoras em diferentes camadas de rede, sem o custo de aumento de largura de banda e consumo de energia [6].

Os requisitos a serem cumpridos pelas redes 5G com o objetivo de satisfazer as demandas do mercado requerem uma solução mais eficiente da camada física (PHY, *Physical Layer*). A Multiplexação por Divisão de Frequência Ortogonal (OFDM, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), que pertence à classe de transmissão multiportadora, é o núcleo da camada física da atual rede sem fio da quarta geração, que responde aos requerimentos e desafios do 4G [1], principalmente, devido a sua robustez frente aos canais multipercursos e a sua relativa simplicidade de aplicação através do algoritmo da transformada rápida de Fourier (FFT, *Fast Fourier Transform*) [7]. Porém, os desafios presentes nos cenários das aplicações para o sistema 5G requerem baixo consumo de energia, o que pode ser considerado um fator limitante para os sistemas OFDM, tornando estrito o processo de sincronização requerido para preservar a ortogonalidade entre as subportadoras. Outras de suas desvantagens é a baixa eficiência espectral pela necessidade do uso de prefixo cíclico (CP, *Cyclic Prefix*) e a presença de lóbulos laterais elevados no espectro dos sinais transmitidos, que aumentam o nível de emissão fora da faixa. Além disso a manutenção da ortogonalidade entre as subportadoras requer um alto nível de sincronização entre elas [8].

Em aplicações máquina a máquina (M2M, *Machine-to-Machine*) [9], que demandam um pequeno consumo de energia, o sistema OFDM tornase inconveniente, devido ao já mencionado problema de sincronização para conservar a ortogonalidade entre as subportadoras. O sistema OFDM sofre de restrições também em aplicações de comunicação veículo a veículo (V2V, *Vehicle to Vehicle*) [10], que utilizam transmissões curtas de dados e que requerem portanto modulações com uma alta eficiência espectral.

Devido a estas limitações, existem alternativas de modulação multiportadora não-ortogonal que têm maior eficiência espectral e níveis de sincronização. A modulação multiportadora torna-se uma importante técnica para a realização de tecnologia de comunicação de faixa larga [11]. O Banco de Filtro Multi-Portadora (FBMC, *Filter Bank Multicarrier*) é uma combinação de multiplexação e modulação com a função de converter o canal de faixa larga em vários canais de faixa estreita que são conhecidos como subcanais, onde as subportadoras estão planejadas para minimizar as emissões fora de banda (OOB, *Out of Band*). No sistema FBMC o filtro apresenta um comprimento quatro vezes maior que a duração dos símbolos. Portanto, possuem uma boa eficiência espectral [11], [12] nos casos em que o número de símbolos transmitidos seja grande. Consequentemente esta solução não é conveniente para aplicações que precisem baixa latência para transmissões curtas de dados.

Enquanto o sistema FBMC executa o filtragem por subportadora, em OFDM a filtragem é aplicado a faixa de frequência toda [12]. O Universal Filtered MultiCarrier (UFMC), é uma outra solução, sendo uma generalização da filtragem OFDM e Filtered Multi-Tone (FMT), caracteriza-se pela filtragem de um grupo de subportadoras para reduzir as emissões OOB. Cada grupo consiste de um número de subportadoras adjacentes, tal enfoque pode reduzir as radiações fora de banda, comparado com OFDM sem aumento significativo do comprimento de símbolo, que é obtido empregando janelas pequenas no cálculo do filtro digital que FBMC [13]. O UFMC não requer o uso de intervalo de guarda do tipo CP e é possível planejar um filtro para obter um comprimento total equivalente ao do CP-OFDM. O não emprego de CP faz com que o UFMC seja mais sensível a pequenos desalinhamentos no tempo do que CP-OFDM, tornando-o não conveniente para aplicações que exigem sincronização de tempo.

Uma modulação multiportadora alternativa que foi avaliada como principal candidato para redes sem fio de 5G é a Multiplexação por Divisão em Frequência Generalizada (GFDM, *Generalized Frequency Division Multiplexing*), que é um esquema de modulação flexível. A principal diferença e vantagem com respeitos ao FBMC e UFMC é o uso de um único prefixo cíclico por múltiplos blocos de símbolos [14], assim o GFDM apresenta uma maior eficiência espectral em relação à modulação CP-OFDM [10]. Além disso, o sistema GFDM possui robustez quanto a erros de sincronização.

Uma desvantagem do sistema GFDM com respeito aos sistemas CP-OFDM, é a interferência mútua entre as sub-portadoras gerada pela nãoortogonalidade entre elas, com consequente interferência entre símbolos na recepção, interferência idealmente não presente em sistemas OFDM. Por tal motivo, o desenvolvimento de técnicas de cancelamento de interferência é de fundamental importância neste sistema de transmissão. Os detectores baseados em equalizadores lineares, tais como Zero-Forcing (ZF) e Mínimo Erro Médio Quadrático (MMSE, *Minimum Mean Square Error*), podem ser empregados na detecção de sinais GFDM para a supressão ou redução dos efeitos interferência, com consequente redução na taxa de erro de bit (BER, *Bit Error Rate*). Estes equalizadores requerem, entretanto, a inversão de matrizes que podem ter dimensões elevadas dependendo do número de subportadoras utilizadas no sistema [10], [15].

Os novos desafios das redes de comunicação fazem da modulação GFDM uma solução propícia para a camada física de 5G. A duração do sinal para aplicações em tempo real deve ser o menor possível para satisfazer aos requisitos de latência. Tendo em conta a estrutura em bloco do sistema GFDM de  $(M \times N)$  símbolos, sendo M o número de time *slots* e N número de subportadoras, é possível planejar a estrutura para mitigar as limitações de baixa latência [16]. O planejamento dos sinais GFDM é feito tanto no domínio do tempo como na frequência, consequentemente os sistemas GFDM podem aproveitar e ultrapassar os benefícios do sistema CP-OFDM, podendo ser empregado em conjunto com técnicas MIMO [17], [18].

A presente dissertação enfoca seu estudo no uso de técnicas de trans-

missão com múltiplas portadoras não ortogonais GFDM. O trabalho obtém expressões para a densidade espectral de potência e examina as características de emissão fora de faixa destes sistemas. Investiga além, técnicas de detecção dos sistemas de transmissão com múltiplas portadoras não ortogonais empregando detectores lineares e métodos iterativos de supressão de interferência. Com a finalidade de melhorar o compromisso entre desempenho e complexidade do sistema GFDM é incorporada uma estratégia de parada que controla o número de iterações utilizadas em cada detecção. Dentre os objetivos deste trabalho destaca-se também a estimação do canal multipercurso empregando símbolos pilotos e seus efeitos na detecção dos sinais.

A presente dissertação está organizada em seis Capítulos, conforme se segue. No Capítulo 2 uma visão do modelo matricial do sistema GFDM à semelhança do CP-OFDM é apresentada. Este modelo é conveniente para o estudo do sistema e para a análise espectral realizado neste capítulo. Além disso o modelo matricial é apropriado para examinar técnicas de detecção passíveis de aplicação em sistemas com modulação GFDM. O Capítulo 3 aborda alguns detectores lineares, onde são apresentados resultados numéricos em três cenários diferentes tendo em conta a dimensão do vetor de dados transmitido pelo sistema GFDM e os canais empregados. Com a finalidade de avaliar a complexidade computacional dos detectores lineares enfocados foi feita a contagem do número de operações de pontos flutuantes por vetor de símbolos detectado requeridas pelo processamento associado a cada uma das estratégias de detecção. O Capítulo 4 é dedicado a apresentar estratégias de supressão de interferências no sistema GFDM. Nele, são desenvolvidas as técnicas PIC e duas variantes do LAS. Além disso, são propostos diferentes esquemas de detecção empregando estes detectores, assim como o estabelecimento de uma estratégia de parada. A título de comparação são ilustradas curvas de desempenho e complexidade computacional. No Capítulo 5 é apresentada uma estratégia para estimação de canal no sistema GFDM empregando símbolos pilotos. Adicionalmente, resultados de simulações que ilustram o desempenho do sistema GFDM com estimação de canal são apresentados e comparados com os resultados baseados nos Capítulos 3 e 4. Por fim, no Capítulo 6, as conclusões do presente trabalho são sumarizadas, assim como possíveis tópicos para trabalhos futuros.

### 2 Modelo do Sistema GFDM, derivado do modelo OFDM

A modulação por Divisão Ortogonal de Frequência, também conhecida como Modulação Multi-Tom Discreto (DMT, *Discrete MultiTone Modulation*) é uma técnica de transmissão multiplicadora, onde o espectro disponível é dividido em muitas portadoras, sendo cada uma modulada por um fluxo de dados a baixa taxa. O múltiplo acesso em OFDM é feito pela sub-divisão da largura de banda disponível em canais multiplex que são atribuídos aos usuários. Uma característica fundamental do OFDM é sua alta eficiência espectral por ter pequenos espaçamentos entre canais vizinhos. Isto ocorre porque todas as portadoras são ortogonais entre si, evitando a interferência entre portadoras estreitamente espaçadas.

A idéia por trás do OFDM é que as modulações de baixa taxa são menos sensíveis a multipercursos, então o melhor caminho para mitigar os efeitos do canal multipercurso é enviar um número de dados a baixa taxa em canais paralelos ao invés de transmitir uma forma de onda de alta taxa com portadora única. Este procedimento pode ser facilmente implementado por meio da técnica OFDM. As modulações Fase-Quadratura (IQ, *In-phase Quadrature*) clássicas BPSK, QPSK, M-QAM e outras são utilizadas nas subportadoras. Se o procedimento for feito corretamente, os efeitos do canal multipercurso serão evitados devido ao fato de que agora a transmissão dos símbolos é feita através de subcanais estreitos com desvanecimento plano.

Uma das principais vantagens da utilização da modulação OFDM é sua robustez contra o espalhamento de retardo do canal. Este incremento de tempo na duração dos símbolos estende a tolerância do sistema aos efeitos do espalhamento de retardo, uma vez que há uma diminuição na relação entre a duração do espalhamento de retardo do canal e a duração dos símbolos, resultando em um sistema mais robusto à interferência entre símbolos.

O modulador OFDM é implementado através de uma operação de Transformada Discreta Inversa de Fourier (iDFT, *inverse Discrete Fourier Transform*). Na prática é implementado fazendo uso dos algoritmos de Transformada Rápida Inversa de Fourier (iFFT, *inverse Fast Fourier Transform*). Na modulação OFDM o emprego de iFFT é ideal porque possui implementação de hardware e software eficientes. A demodulação em OFDM é feita pela operação de Transformada Discreta de Fourier (DFT, *Discrete Fourier Transform*), que na prática é implementada fazendo uso dos algoritmos de Transformada Rápida de Fourier (FFT, Fast Fourier Transform).

As reflexões multipercursos acontecem quando o sinal reflete-se em diferentes superfícies durante o trajeto entre transmissor e receptor, ou seja no receptor chegam réplicas do mesmo sinal com diferentes retardos que se sobrepõem ao próximo símbolo OFDM. Como o período de símbolo de OFDM é longo, a quantidade de sobreposições pode ser pequena quando comparada com o esquema de modulação serial onde a quantidade de sobreposições pode-se estender por vários símbolos curtos. Com o objetivo de eliminar completamente as interferência entre símbolos (ISI, *InterSymbol Interference*) um intervalo de guarda é inserido no princípio de cada símbolo OFDM. Durante o intervalo de guarda, o receptor ainda pode estar recebendo cópias atrasadas do símbolo anterior causadas pelas reflexões multipercurso e o receptor então ignora a porção composta pelo intervalo de guarda da transmissão. Em muitos sistemas OFDM o intervalo de guarda é formado pela extensão cíclica do símbolo OFDM, onde uma cópia da última porção do símbolo OFDM é acrescentada ao início do mesmo símbolo, sendo conhecida como CP-OFDM (CP-OFDM, Cyclic Prefix - Orthogonal Frequency Division Multiplexing).

O esquema de modulação CP-OFDM é largamente empregado e possui compatibilidade com outros sistemas de comunicação tais como Massive-MIMO (MIMO, Multiple-Input Multiple-Output), onde é particularmente atraente porque é possível a conversão dos canais seletivos entre as antenas da Estação Móvel (MS, Mobile Station) e Rádio Base (BR, Base Ratio) num conjunto de canais com desvanecimento plano sobre cada banda da subportadora [19]. No esquema de modulação CP-OFDM é preciso que o intervalo de guarda ou CP seja inserido a cada um dos conjuntos de símbolos (bloco de símbolos) de informação transmitidos que formam o pacote de dados de transmissão, fazendo assim que o sistema tenha menor eficiência espectral. A estrutura do bloco de dados do sistema GFDM é tal que apenas um CP é utilizado para múltiplos blocos de símbolos [20] o que torna maior a eficiência espectral do sistema GFDM quando comparado com a do sistema OFDM. Na modulação GFDM os símbolos de dados de cada subportadora são formatados por meio de um filtro passa banda que limita a interferência entre subportadoras (ICI, InterCarrier Interference) adjacentes.

A notação empregada para os desenvolvimentos tem objetivo de facilitar a compreensão da representação do modelo matemático. As letras minúsculas em negrito são utilizadas para vetores e maiúsculas em negrito para matrizes. Todos os vetores empregados estão em forma de coluna. Os operadores hermitiano e transposta de matrizes se representam pelos sobrescritos H e T, respectivamente. Utiliza-se  $\mathcal{F}_N$ , para denotar a matriz DFT de tamanho  $(N \times N)$ , assim  $\mathcal{F}_N \mathcal{F}_N^H = \mathcal{F}_N^H \mathcal{F}_N = \mathbf{I}_N$ , onde  $\mathbf{I}_N$  representa a matriz identidade de dimensão  $(N \times N)$  e portanto  $\mathcal{F}_N^{-1} = \mathcal{F}_N^H$ . Os termos FFT e iFFT, são usados para denotar a implementação rápida da DFT e iDFT, respectivamente.

### 2.1 Modelo matricial da transmissão e recepção de CP-OFDM

A Figura 2.1 ilustra como é construído o pacote de dados do sistema CP-OFDM, sendo possível observar a inserção do CP entre os conjuntos de símbolos de informação transmitidos. A sequência de transmissão CP-OFDM na figura contém M blocos com N símbolos de informação.



Figura 2.1: Pacote de dados do sistema CP-OFDM.

Cada símbolo OFDM tem N símbolos de informação com modulação IQ  $s_i[n], i = 0, 1, 2, ..., N - 1$ , para cada *slot* de tempo (k) formando o vetor CP-OFDM  $\mathbf{s}_k, k = 0, 1, 2, ..., M - 1$ . O vetor  $\mathbf{s}_k$  é acrescido por G amostras da extensão cíclica de tipo CP com  $(G \leq N)$ . Assim o número de amostras transmitidas por símbolo CP-OFDM é igual a  $P_t = N + G$ .

O processo discreto de geração de um símbolo CP-OFDM de transmissão é ilustrado na Figura 2.2. Representando este sistema em notação matricial, para cada *slot* de tempo (k) defina-se um vetor coluna  $\mathbf{s}_k$  de dimensão  $(N \times 1)$ que representam os símbolos de informação. O vetor de transmissão de um bloco CP-OFDM no *slot* de tempo  $k \mathbf{s}_k$  pode ser expresso como:

$$\mathbf{x}_k = \mathcal{F}_N^H \mathbf{s}_k,\tag{2-1}$$

onde  $\mathcal{F}_N^H$  representa a matriz iDFT de dimensão  $(N \times N)$ . O vetor resultante após adição do CP de comprimento G ao vetor  $\mathbf{x}_k$  tem dimensão  $((N+G) \times 1)$ . As componentes complexas deste vetor são transmitidas a uma taxa  $R_s$  através de um canal multipercurso utilizando transmissão IQ e empregando um filtro de transmissão g(t).



Figura 2.2: Diagrama em blocos do transmissor do sistema CP-OFDM.

Considerando o lado do receptor, a Figura 2.3 ilustra o esquema em blocos da recepção no sistema CP-OFDM. No receptor depois da demodulação,



Figura 2.3: Diagrama em blocos do receptor do sistema CP-OFDM.

filtragem pelo filtro na detecção casado ao filtro na transmissão g(t) e após a remoção do prefixo cíclico do dimensão G, o vetor recebido pode ser expresso na seguinte forma matricial:

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{H} \mathcal{F}_N^H \mathbf{s}_k + \mathbf{n}, \tag{2-2}$$

onde  $\mathbf{r}_k$  é o vetor de sinal recebido com k = 0, 1, 2, ..., M - 1. A matriz **H** representa uma matriz circulante de dimensão  $(N \times N)$  que contém os efeitos do canal de comunicação multipercurso, com a primeira coluna composta pelo vetor  $\mathbf{h}_L = [h_0 \ h_1 \ h_2 \ ... \ h_{L-1}]^T$ , que contém a resposta ao impulso do equivalente passa-baixa discreto do canal de comprimento L, completado com zeros, sendo  $L \leq G \leq N$ . O vetor  $\mathbf{s}_k$  representa o conjunto de N símbolos de informação transmitidos,  $\mathcal{F}_N^H$  é a matriz iDFT de dimensão  $(N \times N)$  e  $\mathbf{n}$  o vetor de ruído aditivo gaussiano branco (AWGN, Additive White Gaussian Noise) de dimensão  $(N \times 1)$  presente no vetor recebido.

### 2.2 Modelo matricial de transmissão e recepção no sistema GFDM

No sistema GFDM uma característica significativa é o uso de um único CP por pacote de símbolos como é ilustrado na Figura 2.4, tendo assim, uma maior eficiência espectral em relação ao CP-OFDM. O sistema CP-OFDM transmite N símbolos de dados usando 1 *slot* de tempo com N subportadoras, onde cada símbolo é janelado por um pulso formatador retangular. O esquema de modulação GFDM transmite MN símbolos de dados por bloco de transmissão empregando M *slots* de tempo e N subportadoras.

	$S_{0}[0]$	$S_0[1]$	<i>S</i> <sub>0</sub> [M-1]
co	$S_{1}[0]$	$S_{1}[1]$	<i>S</i> <sub>1</sub> [M-1]
<i>icli</i>	$S_{2}[0]$	<i>S</i> <sub>2</sub> [1]	<i>S</i> <sub>2</sub> [M-1]
Ci			
ixo	•	•	•
ref	•	•	•
P	a [0]	G [1]	G [M 1]
	$S_{N-1}[0]$	$S_{N-1}[1]$	$S_{N-1}[M-1]$

Figura 2.4: Pacote de dados do sistema GFDM.

O vetor GFDM transmitido pode ser obtido levando-se em conta o desenvolvimento feito em [22]. Os símbolos de dados da  $n - \acute{esima}$  entrada do sistema GFDM  $\mathbf{s}[n] = [s_0[n] \ s_1[n] \ s_2[n] \ \cdot \cdot \cdot s_{N-1}[n]], n = 0, 1, 2, ..., M-1$  e a saída do transmissor podem ser relacionados por um vetor coluna de dimensão MN expresso por:

$$\mathbf{x}[n] = \mathcal{F}_{MN}^{H} \mathbf{Cs}_{e}[n], \quad n = 0, 1, 2, ..., M-1$$
 (2-3)

onde o vetor  $\mathbf{s}_e[n]$  é uma versão expandida do vetor  $\mathbf{s}[n]$  com dimensão ( $MN \times 1$ ) dada por:

$$\mathbf{s}_{e}[n] = \begin{bmatrix} s_{0}[n] & \mathbf{z}_{e}^{T} & s_{1}[n] & \mathbf{z}_{e}^{T} & s_{2}[n] & \mathbf{z}_{e}^{T} & \cdots & s_{N-1}[n] & \mathbf{z}_{e}^{T} \end{bmatrix}^{T}, \quad (2-4)$$

onde  $\mathbf{z}_e$  representa um vetor coluna de zeros de dimensão  $(M-1 \times 1)$ . A matriz **C** é uma matriz circulante de dimensão  $(MN \times MN)$  com a primeira coluna composta pelo vetor  $\mathbf{c}_L$  de tamanho  $(MN \times 1)$  dado por:

$$\mathbf{c}_{L} = \begin{bmatrix} c_0 \ c_1 & \cdot & \cdot & c_{K-1} \ 0 & \cdot & \cdot & 0 \ c_{K-1} \ c_{K-2} & \cdot & \cdot & c_1 \end{bmatrix}^T$$
(2-5)

Os coeficientes  $c_k$  são as componentes do espectro discreto do pulso formatador, com  $k \in [0, K-1]$  e  $(1 \leq K \leq \frac{MN}{2})$ . O desempenho do sistema GFDM depende da escolha dos coeficientes do vetor  $\mathbf{c}_L$  que formam o projeto do pulso formatador. Neste trabalho é considerado o desenvolvimento matemático para o cálculo dos coeficientes, assim como, os valores propostos em [23]. Finalmente em (2-3)  $\mathcal{F}_{MN}^{H}$  é a matriz iDFT de dimensão ( $MN \times MN$ ).

De acordo com o procedimento feito em [22] a expressão (2-3) é feitas nas duas etapas a seguir:

1) A convolução circular de  $\mathbf{c}_L$  e  $\mathbf{s}_e[n]$  é feita através da multiplicação das matrizes  $\mathbf{Cs}_e[n]$ .

2) Uma iFFT de dimensão  $(MN \times MN)$  é aplicada a  $\mathbf{Cs}_e[n]$  para obter o vetor  $\mathbf{x}[n]$ .

Porém, a geração direta dos M vetores  $\mathbf{x}[n]$  por (2-3) exige um total de M operações de iFFT de dimensão ( $MN \times MN$ ). A complexidade deste processo é determinada pelo passo dois, uma iFFT de tamanho ( $MN \times MN$ ).

O vetor  $\mathbf{x}[n]$  em (2-3) pode ser expresso alternativamente como:

$$\mathbf{x}[n] = \mathcal{F}_{MN}^{H} \overbrace{\mathcal{F}_{MN}[(\mathcal{F}_{MN}^{H}\mathbf{c}_{L}) \odot (\mathcal{F}_{MN}^{H}\mathbf{s}_{e}[n])]}^{\mathbf{Cs}_{e}[n]},$$
(2-6)

onde  $\odot$  simboliza o produto ponto a ponto. Logo a convolução circular dos vetores  $\mathbf{c}_L$  e  $\mathbf{s}_e[n]$  pode ser feita através do produto ponto a ponto das respectivas iDFTs, seguido da DFT do resultado. Aqui, optou-se por empregar o domínio iDFT em vez da abordagem comum da utilização do domínio da DFT [22], pois isto nos leva a uma implementação de baixa complexidade do transmissor GFDM, sendo possível reescrever (2-3) como:

$$\mathbf{x}[n] = \mathcal{F}_{MN}^{H} \overbrace{\mathcal{F}[\mathbf{p}_{f} \odot (\mathcal{F}_{MN}^{H} \mathbf{s}_{e}[n])]}^{\mathbf{Cs}_{e}[n]}$$
(2-7)

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{p}_f \odot (\mathcal{F}_{MN}^H \mathbf{s}_e[n]), \qquad (2-8)$$

onde  $\mathbf{p}_f = \mathcal{F}_{MN}^H \mathbf{c}_L$  é o vetor que contém a iDFT do vetor  $\mathbf{c}_L$ , ou seja, é o vetor dos coeficientes do pulso formatador. A complexidade computacional em (2-8) é determinada pela complexidade da iDFT do vetor  $\mathbf{s}_e[n]$ , mas tendo em conta a estrutura do vetor  $\mathbf{s}_e[n]$ , o produto  $\mathcal{F}_{MN}^H \mathbf{s}_e[n]$  pode ser obtido fazendo M repetições do produto  $\mathcal{F}_N^H \mathbf{s}[n]$ , onde  $\mathcal{F}_N^H$  representa a matriz iDFT de dimensão  $(N \times N)$ . Consequentemente em (2-8),  $\mathbf{x}[n]$  exige apenas uma iDFT de dimensão  $(N \times N)$  e um produto ponto a ponto entre vetores, como mostrada em [22].

Alternativamente,  $\mathbf{x}[n]$  pode ser representado de forma matricial como em (2-9), onde  $\mathbf{G} = Diag(\mathbf{p}_f)$  sendo  $Diag(\mathbf{p}_f)$  uma matriz diagonal de dimensão ( $MN \times MN$ ) que contém na sua diagonal principal o vetor  $\mathbf{p}_f$ , nas Figuras 2.5 e 2.6 são ilustrados os elementos do vetor  $\mathbf{p}_f$  e matriz  $\mathbf{G}$ respectivamente para valores específicos de M,  $N \in K$ .

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{G} \begin{pmatrix} \mathcal{F}_N^H \mathbf{s}[n] \\ \mathcal{F}_N^H \mathbf{s}[n] \\ \vdots \\ \mathcal{F}_N^H \mathbf{s}[n] \end{pmatrix}$$
(2-9)



Figura 2.5: Elementos do vetor  $\mathbf{p}_f$  dos coeficientes do filtro protótipo no domínio do tempo para os parâmetros M = 4, N = 9 (M slots de tempo e N subportadoras) e K = 3 (quantidade de coeficientes do pulso formatador).



Figura 2.6: Módulo dos elementos da matriz  $\mathbf{G}$  formado pelas iFFT do vetor dos coeficientes do filtro protótipo formatador de GFDM da Figura (2.5) na sua diagonal principal.

Note que é possível ainda reescrever (2-9) na forma:

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{G} \begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \\ \vdots \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathcal{F}_N^H \mathbf{s}[n], \qquad (2-10)$$

onde **I** caracteriza uma matriz identidade de dimensão  $(N \times N)$ . Definindo-se a matriz  $\mathbf{I}_{MN \times N} = [\mathbf{I} \ \mathbf{I} \ \mathbf{I} \ \cdot \ \cdot \ \mathbf{I}]^T$ , a equação (2-10) pode ser expressa como:

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{GI}_{MN \times N} \mathcal{F}_N^H \mathbf{s}[n] = \mathbf{Zs}[n], \quad n = 0, 1, \cdots M - 1$$
(2-11)

onde **Z** é uma matriz de dimensão  $(MN \times N)$  formada por:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{GI}_{MN \times N} \mathcal{F}_N^H \tag{2-12}$$

O vetor de sinal a ser transmitido no sistema GFDM, de acordo com [22], é obtido pela soma de versões circularmente deslocadas dos vetores  $\mathbf{x}[n]$  e pode ser expresso como: M-1

$$\mathbf{x}_{\mathbf{G}} = \sum_{n=0}^{M-1} circshift(\mathbf{x}[n], nN)$$
(2-13)

As expressões (2-11) a (2-13) definem o vetor de sinal GFDM  $\mathbf{x}_{\mathbf{G}}$ . Entretanto, um modelo conveniente para o sistema GFDM é o de expressar  $\mathbf{x}_{\mathbf{G}}$  em forma matricial, à semelhança do vetor de sinal associado ao modelo CP-OFDM. Para a representação matricial do sistema GFDM, desenvolvida em [10], considere-se que a expressão (2-13) pode ser expressa na forma:

$$\mathbf{x}_{\mathbf{G}} = \sum_{n=0}^{M-1} \mathbf{Cir}_{nN} \mathbf{x}[n], \qquad (2-14)$$

onde  $\operatorname{Cir}_{nN}$  é uma matriz tal que quando multiplicada pelo vetor  $\mathbf{x}[n]$  implementa a operação de deslocamento circular de período nN no vetor  $\mathbf{x}[n]$ .

Tendo em conta as expressões (2-14) e (2-11), é possível reescrever  $\mathbf{x}_{\mathbf{G}}$  na forma matricial:

$$\mathbf{x}_{\mathbf{G}} = \overbrace{\left[\mathbf{Z} \ \mathbf{Cir}_{N} \mathbf{Z} \ \mathbf{Cir}_{2N} \mathbf{Z} \ \dots \ \mathbf{Cir}_{(M-1)N} \mathbf{Z}\right]}^{\mathbf{M}} \overbrace{\left(\begin{array}{c} \mathbf{s}_{0} \\ \mathbf{s}_{1} \\ \vdots \\ \mathbf{s}_{M-1} \end{array}\right)}^{\mathbf{N}}, \qquad (2-15)$$

 $\operatorname{com} \mathbf{Z}$  dada por (2-12).

Finalmente, o vetor transmitido  $\mathbf{x}_{\mathbf{G}}$  pode ser interpretado como uma multiplicação de uma matriz  $\mathbf{M}$  de dimensão ( $MN \times MN$ ), pelo vetor  $\mathbf{s}$  de tamanho ( $MN \times 1$ ) que contém todos os símbolos de dados transmitidos como:

$$\mathbf{x}_{\mathbf{G}} = \mathbf{M}\mathbf{s} \tag{2-16}$$

onde s é o vetor coluna que empilha os M vetores de símbolos de N elementos

organizados no pacote GFDM como é mostrado na Figura 2.4. A matriz **M** é formada através das operações indicadas em (2-11) e (2-15). Os elementos da matriz **M** obtidas com os parâmetros empregados na Figura 2.5 são ilustrados na Figura 2.7.



Figura 2.7: Módulo dos elementos da matriz **M** para os parâmetros M = 4, N = 9 (*M slots* de tempo e *N* subportadoras) e K = 3 (número de coeficientes do pulso formatador).

Após a adição do CP de comprimento G ao vetor  $\mathbf{x}_{\mathbf{G}}$  as componentes complexas do vetor resultante de comprimento  $MN + \mathbf{G}$  são transmitidas a uma taxa  $R_s$  utilizando transmissão IQ e empregando um filtro de transmissão g(t).

Com relação a complexidade computacional na geração do sinal transmitido no sistema GFDM, pode-se pensar que uma FFT de MN pontos seria requerida frente a FFT de N pontos do sistema CP-OFDM, sendo M número de time slots e N de subportadoras que contém cada símbolo do pacote de dados. Entretanto, como será mostrado nas seções seguintes a complexidade do sistema GFDM pode ser reduzida a M FFTs de N pontos. Portanto a complexidade computacional na geração de um conjunto de MN símbolos de informação pode ser similar nos dois sistemas, um pouco maior no caso de GFDM devido a operações adicionais, mas compensado, entretanto, pela vantagem do sistema GFDM enviar maior quantidade de dados. O sistema CP-OFDM poderia transmitir o pacote de MN dados do mesmo tamanho do sistema GFDM empregando apenas um CP, resultando assim em uma mesma eficiência espectral para os dois sistemas, mas neste caso o CP-OFDM precisaria para sua implementação de FFT de MN pontos resultando em um aumento considerável na complexidade computacional do sistema.

### 2.3 Análise Espectral

Considerando-se o desenvolvimento feito no Apêndice A, a Densidade Espectral de Potência do sinal x(t) enviado continuamente pelo transmissor é dada por:

$$\mathbf{S}_{x}(f) = \frac{1}{T_{s}} |G(f)|^{2} \frac{1}{D} \sum_{l=0}^{D-1} \sum_{n=0}^{D-1} R_{\chi}(l,n) e^{-j2\pi(l-n)fT_{s}},$$
(2-17)

onde  $R_{\chi}(l,n)$  são as componentes da matriz autocorrelação do bloco transmitido no  $i - \acute{esimo}$  intervalo, representado pelo vetor  $\boldsymbol{\chi}^{(i)} = \boldsymbol{\Psi} \mathbf{s}_i$  de dimensão  $(D \times 1)$ , composto pelo produto da matriz de transmissão  $\Psi$  de dimensão  $(D \times Z)$  e o vetor que contém os símbolos de dados, de tamanho  $(Z \times 1)$ . As componentes complexas de  $\boldsymbol{\chi}^{(i)}$  são enviadas a uma taxa  $R_s$  por meio de transmissão do tipo fase e quadratura utilizando um filtro de transmissão g(t).  $T_s$ é o período de símbolo dado por  $\frac{1}{R_s}$  e G(f) representa o espectro do pulso de transmissão. A matriz de autocorrelação do vetor transmitido  $oldsymbol{\chi}^{(i)} = \Psi \mathbf{s}_i$  é dada por: F

$$\mathbf{R}_{\boldsymbol{\chi}} = \sigma_{\mathbf{s}}^2 \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Psi}^H, \qquad (2-18)$$

onde  $\sigma_{\mathbf{s}}^2$  é a variância das componentes de  $\mathbf{s}_i$ .

### 2.3.1 GFDM sem CP

Nesta subseção tendo em conta o modelo de sinal do sistema GFDM desenvolvido na Seção 2.2, é obtida uma expressão para a Densidade Espectral de Potência do sistema empregando a expressão (2-17). O vetor  $\chi^{(i)} = \mathbf{x}_{\mathbf{G}_i} =$  $\mathbf{Ms}_i$  de dimensão D = MN, onde M é o número de time slots e N o número de subportadoras. A matriz de transmissão  $\Psi = \mathbf{M}$  expressa por (2-15) tem dimensão  $(D \times Z)$  com Z = MN e o vetor que contém todos os símbolos de dados s possui tamanho  $(MN \times 1)$ . A matriz de autocorrelação do vetor transmitido  $\boldsymbol{\chi}^{(i)}$  é dada por:

$$\mathbf{R}_{\boldsymbol{\chi}} = \sigma_{\mathbf{s}}^2 \mathbf{M} \mathbf{M}^H \tag{2-19}$$

A título de comparação é obtida uma expressão para o cálculo da Densidade Espectral de Potência do sistema OFDM desenvolvido na Seção 2.1. Neste caso, o vetor de transmissão é dado por  $\chi^{(i)} = \mathbf{x}_i = \mathcal{F}_N^H \mathbf{s}_i$  tem dimensão D = N, onde N é o número de símbolos transmitidos. A matriz de transmissão  $\Psi = \mathcal{F}_N^H$  e o vetor  $\mathbf{s}_i$  de dimensão  $(N \times 1)$  contém os símbolos de dados. A matriz de autocorrelação do vetor transmitido  $\chi^{(i)}$  é neste caso:

$$\mathbf{R}_{\boldsymbol{\chi}} = \sigma_{\mathbf{s}}^{2} \mathcal{F}_{N}^{H} \mathcal{F}_{N}$$
$$= \sigma_{\mathbf{s}}^{2} \mathbf{I}_{N}, \qquad (2-20)$$

e (2-17) se reduz a:

$$\mathbf{S}_x(f) = \frac{\sigma_{\mathbf{s}}^2}{T_s} |G(f)|^2 \tag{2-21}$$

### 2.3.1.1 Resultados: Sistema GFDM sem CP

Nesta subseção são apresentados os resultados do cálculo da Densidade Espectral Potência dos sistemas GFDM e OFDM sem CP empregando a expressão (2-17). Os resultados consideram pulsos de transmissão g(t) com formato retangular e duração  $T_s$  correspondendo a um espectro  $G(f) = sinc(fT_s)$ , sendo  $sinc(x) = \frac{sen\pi x}{\pi x}$ . Ressalta-se que a estrutura da matriz **M** que aparece em (2-19) depende da escolha dos coeficientes do filtro formatador  $\mathbf{c}_L$ , e a quantidade de coeficientes K influencia diretamente no desempenho do sistema GFDM, neste trabalho foi verificado que uma boa escolha é K = M-1. Os coeficientes do pulso formatador utilizados foram calculados empregando o desenvolvimento matemáticos descrito em [23], e são apresentados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Coeficientes do Filtro Formatador de M

Coefficientes $(\mathbf{c}_L)$	K = 2	K = 7	K = 15
<i>C</i> <sub>0</sub>	+1,0000	+1,0000	+1,0000
$c_1$	-0,70710678	-0,99938080	-0,99998864
$c_2$		+0,97838560	+0,99914967
$c_3$		-0,84390076	-0,98802863
$c_4$		$+0,\!53649931$	+0,94352948
$c_5$		-0,20678881	-0,87973208
$c_6$		+0,03518546	+0,83281742
$c_7$			-0,76280982
$c_8$			$+0,\!64662290$
$c_9$			-0,55354777
$c_1$			+0,47546973
$c_{11}$			-0,33128857
$c_{12}$			$+0,\!15427057$
$C_{13}$			-0,04123009
$c_{14}$			+0,00476582

Na Figura 2.8 é apresentada a Densidade Espectral Potência (DEP), normalizada pelo seu ponto de máximo, do sistema GFDM de parâmetros M = N = 8 e K = 7. Para comparação é mostrada a DEP do sistema OFDM com FFT de 8 pontos, também sem a inserção do CP. Pode ser observado que a DEP do sistema GFDM é afetada pela correlação das componentes da matriz de transmissão do sistema.



Figura 2.8: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = N =8, K = 7 e OFDM com FFT 8 normalizadas pelo ponto de máximo.



Figura 2.9: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = N =8, K = 7 e OFDM com FFT 8 normalizadas pela área.
A Figura 2.9 ilustra curvas de DEP empregando os mesmos parâmetros, mas normalizadas pela área onde é mostrado o mesmo comportamento provocado pela correlação das componentes da matriz de transmissão. Na Figura 2.10 são apresentadas curvas que representam a porcentagem de emissão fora da faixa *B* dos sistemas GFDM e OFDM. Na Figura é possível verificar que os dois sistemas apresentam a mesma emissão fora de faixa, sendo aproximadamente de 9 % para  $B = \frac{1}{T_s} = R_s$ .



Figura 2.10: Porcentagem de emissão fora de uma faixa B do sistema GFDM com M = N = 8, K = 7 e OFDM com FFT 8.

Nas Figuras 2.11 e 2.12 são apresentadas gráficos de DEP dos sistemas GFDM e OFDM para M = N = 8, K = 7 e FFT de 8 pontos. A título de ilustração, no cálculo da DEP do sistema GFDM é considerada a maior correlação possível entre as componentes da matriz autocorrelação:  $\mathbf{R}_{\chi} = \sigma_{s}^{2} \mathbf{1}$ , onde  $\mathbf{1}$  é uma matriz composta por 1's de dimensão ( $MN \times MN$ ). A correlação das componentes da matriz de transmissão do sistema GFDM afeta a DEP conforme é mostrado nas Figuras 2.11 e 2.12.



Figura 2.11: Densidade Espectral de Potência dos sistemas GFDM (Correlação Total) e OFDM normalizadas pelo ponto de máximo.



Figura 2.12: Densidade Espectral de Potência dos sistemas GFDM (Correlação Total) e OFDM normalizadas pela área.



Figura 2.13: Emissão fora de uma faixa B dos sistemas GFDM (Correlação Total) e OFDM.

Na Figura 2.13 pode ser observado que quanto maior a correlação o sistema GFDM apresenta menor porcentagem de emissão fora da faixa. Entretanto, uma maior correlação resulta em pior desempenho em termos de BER devido a um aumento dos efeitos do interferência entre símbolos.

#### 2.3.2 Sistema GFDM com CP

Nesta subseção tendo em conta o modelo de sinal do sistema GFDM desenvolvido na Seção 2.2 e o modelo matemático na Seção 2.1 do sistema OFDM é obtido uma expressão para o cálculo da Densidade Espectral de Potência dos sistemas empregando a expressão (2-17). Denotando por **T** a matriz que efetua a inserção do prefixo cíclico:  $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathcal{F}_{G}^{H} \\ \mathcal{F}_{d}^{H} \end{bmatrix}$ , onde  $\mathcal{F}_{d}^{H}$  é uma matriz de iDFT de d pontos e  $\mathcal{F}_{G}^{H}$  é uma matriz formada pelas G últimas linhas da matriz  $\mathcal{F}_{d}^{H}$ , resulta para o sistema GFDM o vetor transmitido  $\boldsymbol{\chi}^{(i)} = \mathbf{x}_{\mathbf{G}i}^{cp} = \mathbf{T}\mathbf{M}\mathbf{s}_{i}$  de dimensão D = MN + G e d = MN. A matriz de transmissão é dada por  $\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{T}\mathbf{M}$  de dimensão  $(D \times Z)$  com Z = MN e a matriz de autocorrelação do vetor transmitido  $\boldsymbol{\chi}^{(i)}$  resulta:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{\chi}} = \sigma_{\mathbf{s}}^2 \mathbf{T} \mathbf{M} \mathbf{M}^H \mathbf{T}^H \tag{2-22}$$

No sistema OFDM o vetor  $\boldsymbol{\chi}^{(i)} = \mathbf{x}_i^{cp} = \mathbf{T} \mathcal{F}_N^H \mathbf{s}_i$ tem dimensão D = N + Ge d = N, onde N é o número de símbolos transmitidos e G o tamanho das amostras inseridas no CP. A matriz de transmissão  $\Psi = \mathbf{T} \mathcal{F}_N^H$  de dimensão  $(D \times Z)$  com Z = N e o vetor **s** de dimensão  $(N \times 1)$  contém os símbolos de dados. A matriz de autocorrelação do vetor transmitido  $\boldsymbol{\chi}^{(i)}$  é dada por:

$$\mathbf{R}_{\boldsymbol{\chi}} = \sigma_{\mathbf{s}}^{2} \mathbf{T} \mathcal{F}_{N}^{H} \mathcal{F}_{N} \mathbf{T}^{H}$$
$$= \sigma_{\mathbf{s}}^{2} \mathbf{T} \mathbf{I}_{N} \mathbf{T}^{H}$$
$$= \sigma_{\mathbf{s}}^{2} \mathbf{T} \mathbf{T}^{H}$$
(2-23)

## 2.3.2.1 Resultados: Sistema GFDM com CP

Nesta subseção são apresentados os resultados do cálculo da Densidade Espectral Potência dos sistemas GFDM e OFDM com CP empregando a expressão (2-17). Foram feitos dois cenários de simulação do sistema GFDM de parâmetros M = N = 8 e K = 7, com G = 4 e G = 8 respectivamente. A título de comparação são apresentados simulações do sistema CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) com os valores de G mencionados anteriormente. A eficiência espectral dos sistemas CP-OFDM e GFDM é dada por  $\frac{N_O}{N_O+G}$  (symbol/s/Hz) e por  $\frac{M_G N_G}{M_G N_G+G}$  (symbol/s/Hz), respectivamente. Definindo-se  $\gamma$  como a razão entre a eficiência espectral dos sistemas GFDM e CP-OFDM, tem-se que:

$$\gamma = \frac{1 + \frac{G}{N_O}}{1 + \frac{G}{M_G N_G}},\tag{2-24}$$

cujos valores são apresentados nas figuras que descrevem a porcentagem de emissão fora de faixa dos sistemas.

Na Figura 2.14 é apresentada a DEP, normalizada pelo seu ponto de máximo do sistema GFDM de parâmetros M = N = 8, K = 7 e G = 4. Para comparação é ilustrada a DEP do sistema OFDM de FFT de 8 pontos com G = 4. Pode ser observado que a DEP dos dois sistemas são afetados pela inserção de G, mas o caso OFDM é mais afetado, ressaltando-se que neste exemplo o número de amostras G no prefixo cíclico corresponde a 50 % do número de símbolos (subportadoras).



Figura 2.14: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = N = 8, K = 7 e OFDM com FFT 8 e G = 4 normalizadas pelo ponto de máximo.



Figura 2.15: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = N = 8, K = 7 e OFDM com FFT 8 e G = 4 normalizadas pela área.

A Figura 2.15 são ilustradas curvas de DEP empregando os mesmos parâmetros de simulação da Figura 2.14, mas normalizadas pela área indicando o mesmo comportamento provocado pela inserção das amostras G. A Figura 2.16 apresenta dois cenários que descrevem a porcentagem de emissão fora de faixa dos sistemas descritos anteriormente. Considerando a mesma taxa de transmissão  $R_s$  pode ser observado que ambos sistemas apresentam basicamente os mesmos resultados. Levando-se em conta a taxa  $R_s^{inf}$  de transmissão de informação de símbolos úteis e devido a maior eficiência espectral do sistema GFDM, observe-se que o GFDM apresenta menor porcentagem fora de faixa quando comparado com um sistema CP-OFDM.



Figura 2.16: Porcentagem de emissão fora de uma faixa B do sistema GFDM com M = N = 8, K = 7 e OFDM com FFT 8 e G = 4, considerando  $R_s$  e  $R_s^{inf}$ .

Os sistemas GFDM e OFDM considerados anteriormente têm complexidade similar na geração do sinal de transmissão. Nas Figuras 2.17 e 2.18 são comparadas as curvas da DEP dos sistemas GFDM e OFDM que apresentam a mesma eficiência espectral, porém o caso OFDM requer maior complexidade na geração do sinal de transmissão FFT de 64 pontos. Neste cenário o número da amostras G inseridas no prefixo cíclico, tem tamanho oito. A Figura 2.17 ilustra a comparação das DEP de GFDM e OFDM normalizadas pelo seu ponto de máximo, observe-se que a DEP dos dois sistemas são afetadas pelas amostras inseridas no CP, sendo a do sistema GFDM a mais afetado.



Figura 2.17: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = N = 8, K = 7 e OFDM com FFT 64 e G = 8 normalizadas pelo ponto de máximo.



Figura 2.18: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = N = 8, K = 7 e OFDM com FFT 64 e G = 8 normalizadas pela área.

A porcentagem de emissão fora da faixa é ilustrada na Figura 2.19, pode ser observado que nos dois cenários os sistemas apresentam valores praticamente idênticos, divido que o sistema CP-OFDM emprega blocos de símbolo de 64, tendo assim, a mesma eficiência espectral que o sistema GFDM quando é considerado a taxa  $R_s^{inf}$  de transmissão de símbolos úteis. Simulações adicionais da DEP e porcentagem de emissão fora da faixa foram feitas para outras configurações dos sistemas GFDM e OFDM com e sem CP apresentando o mesmo comportamento, sendo ilustradas no Apêndice B.



Figura 2.19: Porcentagem de emissão fora de uma faixa B do sistema GFDM com M = N = 8, K = 7 e OFDM com FFT 64 e G = 8, considerando  $R_s$  e  $R_s^{inf}$ .

# 3 Detectores Lineares em Sistemas GFDM

As vantagens do sistema GFDM têm como contrapartida uma redução de desempenho em comparação com o sistema CP-OFDM. Esta degradação é ocasionada pelo fato que no sistema GFDM as subportadoras são não ortogonais. Essa não ortogonalidade e o consequente espalhamento temporal entre *time slots* vizinhos provocam interferências entre subsímbolos e subportadoras (ISI e ICI).

Neste Capítulo são apresentados algumas técnicas básicas de detecção em sistemas com modulação GFDM e é feita uma comparação em termos de desempenho BER com o sistema equivalente CP-OFDM.

## 3.1 Detecção *Zero Forcing* no Sistema GFDM

Nesta Seção é apresentado o método de detecção ZF para o sistema GFDM tendo em conta o desenvolvimento feito no Capítulo 2. Levando-se em consideração a expressão em forma matricial (2-16), após a inserção do CP de comprimento G amostras, com  $G \leq MN$ , as componentes complexas do vetor resultante de dimensão  $((MN + G) \times 1)$  são enviadas a uma taxa de transmissão  $R_s$ , empregando o filtro de transmissão g(t), através de um canal multipercurso. No lado do receptor, depois da demodulação, filtragem pelo filtro na recepção, casado a g(t), amostragem a uma taxa de transmissão  $R_s$  e após remoção do prefixo cíclico de G amostras, o vetor recebido  $\mathbf{y}_{\mathbf{G}}$  de dimensão  $(MN \times 1)$  pode ser expresso da forma matricial:

$$\mathbf{y}_{\mathbf{G}} = \mathbf{H}\mathbf{M}\mathbf{s} + \mathbf{n},\tag{3-1}$$

onde **n** representa o vetor que contém as amostras complexas do ruído existente no receptor depois da filtragem pelo filtro na recepção, caracterizado por um vetor de ruído complexo branco gaussiano de média nula e matriz covariância  $\mathbf{K_n} = E[\mathbf{nn}^H] = \sigma_{\mathbf{n}}^2 \mathbf{I} e \mathbf{I}$  é a matriz identidade de dimensão ( $MN \times MN$ ). O vetor **s** representa os símbolos transmitidos pelo transmissor e suas componentes têm variância  $\sigma_{\mathbf{s}}^2 = E_s$ , **M** é a matriz de transmissão GFDM que representa as operações aplicadas aos símbolos transmitidos e **H** representa uma matriz circulante de dimensão ( $MN \times MN$ ), onde a primeira coluna é composta pelo vetor  $\mathbf{h}_L = [h_0 \ h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{L-1}]^T$ , que contém as componentes da resposta ao impulso do equivalente passa-baixa discreto do canal de comprimento L, completado com zeros, sendo  $L \leq G \leq MN$ .

A detecção dos símbolos transmitidos pode ser feita empregando o método de ZF aplicado a matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  de dimensão ( $MN \times MN$ ). A expressão (3-1) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{y}_{\mathbf{G}} = \mathbf{B}\mathbf{s} + \mathbf{n} \tag{3-2}$$

A implementação do detector ZF no receptor é feita utilizando a inversão da matriz **B**. Deste modo é feita a equalização do canal. O produto da matriz ZF pelo vetor recebido  $\mathbf{y}_{\mathbf{G}}$  gera o vetor de sinal equalizado:

$$\mathbf{y}_{\mathbf{G}_{\mathbf{ZF}}} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{y}_{\mathbf{G}},\tag{3-3}$$

onde o vetor  $\mathbf{y}_{\mathbf{G}_{\mathbf{ZF}}}$  de dimensão  $(MN \times 1)$  é dado por:

$$\mathbf{y}_{\mathbf{G}_{\mathbf{ZF}}} = \mathbf{s} + \mathbf{n}_{\mathbf{ZF}},\tag{3-4}$$

onde  $\mathbf{n}_{\mathbf{ZF}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{n}$  de dimensão  $(MN \times 1)$  corresponde ao vetor de ruído resultante após a equalização ZF. Uma estimativa dos símbolos transmitidos  $\mathbf{s}$  pode ser determinada por meio da operação  $\mathbf{\hat{s}} = Q(\mathbf{y}_{\mathbf{G}_{\mathbf{ZF}}})$  a partir de (3-4), onde  $Q(\mathbf{x})$  é uma função que mapeia cada componente do vetor  $\mathbf{x}$  ao símbolo mais próximo pertencente a constelação de sinais da modulação empregada.

#### 3.2 Detecção *Minimum Mean-Square Error* no Sistema GFDM

Esta Seção considera o método de detecção MMSE no sistema GFDM empregando o modelagem matricial proposta no Capítulo 2. O equalizador MMSE é um equalizador linear, representado pela matriz  $\mathbf{W}_{MMSE}$ , ótimo no sentido de minimizar o erro médio quadrático  $\varepsilon = \mathbb{E}[\|\mathbf{s} - \mathbf{W}_{MMSE}\mathbf{y}_{\mathbf{G}}\|^2]$ .

O equalizador MMSE aplicado ao vetor  $\mathbf{y}_{\mathbf{G}}$  em (3-2) resulta da forma

$$\mathbf{W}_{MMSE} = \left(\mathbf{B}^H \mathbf{B} + \sigma_{\mathbf{n}}^2 \mathbf{I}\right)^{-1} \mathbf{B}^H, \qquad (3-5)$$

onde I é a matriz identidade de dimensão ( $MN \times MN$ ). Baseado na expressão em (3-2), o vetor recebido após equalização pode ser expresso como:

$$\mathbf{y}_{\mathbf{G}_{\mathbf{MMSE}}} = \mathbf{W}_{MMSE} \mathbf{Bs} + \mathbf{n}_{\mathbf{MMSE}},\tag{3-6}$$

onde  $\mathbf{n}_{\mathbf{MMSE}} = \mathbf{W}_{MMSE}\mathbf{n}$ , é o vetor de ruído com dimensão  $(MN \times 1)$  após equalização. Uma estimativa dos símbolos transmitidos  $\mathbf{s}$  pode ser determinada por meio de  $\mathbf{\hat{s}} = Q(\mathbf{y}_{\mathbf{G}_{\mathbf{MMSE}}})$  a partir de (3-6).

#### 3.3 Detecção *Matched Filter* no Sistema GFDM

A detecção MF é uma técnica de baixo nível de complexidade para a detecção do sinais no sistema GFDM. O MF apresenta uma baixa complexidade computacional comparado com os detectores descritos nas Secções 3.1, 3.2 e outros devido a não uso de inversão de matriz **B**. Para a detecção MF, o sinal recebido  $\mathbf{y}_{\mathbf{G}}$  em (3-2) é multiplicada pela hermitiana da matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ . Uma operação MF aplicada a  $\mathbf{y}_{\mathbf{G}}$  resulta no sinal equalizado, de acordo com:

$$\mathbf{y}_{\mathbf{G}_{\mathbf{MF}}} = \mathbf{B}^H \mathbf{B} \mathbf{s} + \mathbf{n}_{\mathbf{MF}},\tag{3-7}$$

onde  $\mathbf{B}^{H} = (\mathbf{H}\mathbf{M})^{H} = \mathbf{M}^{H}\mathbf{H}^{H}$  e  $\mathbf{n}_{\mathbf{MF}} = \mathbf{B}^{H}\mathbf{n}$  representa o vetor de ruído de dimensão  $(MN \times 1)$ . Uma estimativa dos símbolos  $\mathbf{\hat{s}} = Q(\mathbf{y}_{\mathbf{G}_{\mathbf{MF}}})$  é obtida a partir de (3-7).

# 3.4 Resultados de simulações dos detectores lineares no sistema GFDM

Esta Seção apresenta resultados de desempenho dos detectores descritos nas Seções 3.1, 3.2 e 3.3 em termos da taxa de erro de bit, BER, e da complexidade computacional. Para comparação curvas de desempenho do sistema CP-OFDM são também apresentadas. Empregando o modelo do sistema apresentado no Capítulo 2, é elaborado um Script .m para simular e obter o desempenho dos diferentes detectores para os sistemas GFDM e CP-OFDM. São considerados três modelos de canais: (i) canal AWGN, onde  $h_0 = 1$ e  $h_l = 0, l \neq 0, (ii)$  canal multipercurso fixo proposto em [2] modelado por um filtro FIR (Finite Impulse Response) com L taps com os coeficientes dados por  $h_l = q_l \operatorname{com} q_l = 10^{\frac{-l}{L-1}}; l = 0, 1, ..., L-1 e$  (*iii*) canal multipercurso modelado como um filtro FIR com L taps com os coeficientes dados por  $h_l = \alpha_l q_l$ ; l = 0, 1, ..., L - 1, onde  $q_l = 10^{\frac{-l}{L-1}}$  e  $\alpha_l, l = 0, 1, ..., L - 1$ , são variáveis aleatórias complexas gaussianas estatisticamente independentes de média zero e  $\mathbb{E}[|| \alpha_l ||^2] = 1$ , mantidas fixa durante todo o bloco de transmissão. Tanto em (ii) como em (iii) os valores de  $q_l$  são normalizados de tal forma que  $\sum_{l=1}^{L-1} \parallel q_l \parallel^2 = 1$ , resultando então que  $\mathbb{E}[\parallel \mathbf{h} \parallel^2] = 1$ .

A seguir são apresentadas curvas de desempenho BER do sistema GFDM de acordo com o modelo proposto no Capítulo 2 comparado com o desempenho do sistema CP-OFDM nas diferentes condições de canal descritas empregando modulação QPSK. A Tabela 3.1 resume os parâmetros de simulação dos sistemas GFDM e OFDM para diferentes números de símbolos enviados dependendo da configuração empregada. As Figuras 3.1, 3.2 e 3.3 ilustram o desempenho BER do sistema GFDM em canal AWGN para os diferentes

Parâmetros	OFDM	GFDM	
Modulação	QPSK	QPSK	
Canal	AWGN	AWGN	
$Time$ -slots $\times$ sub-portadoras	$(1 \times 8)$	$(8 \times 8)$ c:1	
$(M \times N)$	$(1 \times 8)$	$(16 \times 8) c:2$	
	$(1 \times 16)$	$(16 \times 16) c:3$	
Quantidade de símbolos de	$19,2 \times 10^6$	$19,2 \times 10^{6} \text{ c:} 1$	
informações enviados	$38,4 \times 10^6$	$38,4 \times 10^{6} \text{ c:}2$	
	$76,8 imes10^6$	$76,8 \times 10^{6} \text{ c:}3$	
Coeficientes do pulso formatador $(K)$	-	7 c:1	
	-	15 c:2	
	-	15 c:3	

Tabela 3.1: Parâmetros da simulação canal AWGN

parâmetros relacionadas na Tabela 3.1, sendo comparado com o sistema CP-OFDM, tem-se que a matriz do canal  $\mathbf{H} = \mathbf{I} \in \mathbf{B} = \mathbf{M}$ . As curvas de desempenho são expressas como função da razão  $E_b/N_0$  onde  $E_b$  é a energia por bit recebido e  $N_0 = \sigma_n^2$  é o nível da DEP do ruído na entrada do receptor.

Na Figura 3.1, são apresentadas quatro curvas onde o pacote de dados em cada transmissão possui 64 símbolos. A curva preta representa o desempenho da BER do sistema CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) empregando o detector ZF, onde são transmitidos grupos de oito símbolos cada vez utilizando FFT de oito pontos para gerar o vetor OFDM a ser transmitido pelo canal AWGN. A curva azul, ilustra o desempenho do sistema GFDM em termos de BER para o detector ZF dado o modelo desenvolvido. A terceira curva, linha sólida verde representa o desempenho BER do detector MMSE no sistema GFDM. Finalmente a curva vermelha caracteriza o desempenho BER no sistema GFDM operando com o detector MF. O sistema GFDM utiliza um filtro formatador com sete coeficientes (K = 7), em uma configuração de oito *Time-slots*, oito subportadoras e  $19, 2 \times 10^6$  símbolos transmitidos. Ressalte-se que o desempenho do detector MF é notavelmente pior, enquanto os detectores ZF e MMSE tem desempenhos próximos entre si, mas muito longe comparados com o desempenho BER do detector ZF no sistema CP-OFDM. Observe-se o mesmo efeito em cada detector nas Figuras 3.2 e 3.3, para matrizes do sistema GFDM de dimensões  $(MN \times MN) = (128 \times 128)$  e  $(256 \times 256)$  com (K = 15)respectivamente.



Figura 3.1: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7 e ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) em canal AWGN ( $\mathbf{H} = \mathbf{I}$ ), (c:1).



Figura 3.2: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15 e ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) em canal AWGN ( $\mathbf{H} = \mathbf{I}$ ), (c:2).



Figura 3.3: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM M = 16, N = 16, K = 15 e ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) em canal AWGN ( $\mathbf{H} = \mathbf{I}$ ), (c:3).

Na Tabela 3.2 são apresentados os parâmetros específicos das simulações em canal multipercurso fixo do tipo descrito em (ii) com número de coeficientes 2, 4, 6 ou 8 respectivamente.

Tabela 5.2. I atametros da sinutação canar multipercurso fixo			
Parâmetros	OFDM	GFDM	
Modulação	QPSK	QPSK	
Comprimento do Canal $(L)$	2, 4, 6, 8	2, 4, 6, 8	
Time-slots × sub-portadoras	$(1 \times 8)$	$(8 \times 8)$ c:1	
$(M \times N)$	$(1 \times 8)$	$(16$ $\times$ 8) c:2	
	$(1 \times 16)$	$(16\times16)$ c:3	
Quantidade de símbolos de	$19,2\times 10^6$	$19,2\times10^6~{\rm c:1}$	
informações enviados	$38,4 \times 10^6$	$38,4 \times 10^6$ c:2	
	$76,8\times10^6$	$76,8\times10^6~{\rm c}{:}3$	
Coeficientes do pulso formatador $(K)$	-	7 c:1	
	-	15 c:2	
	-	15 c:3	

Tabela 3.2: Parâmetros da simulação canal multipercurso fixo

As Figuras 3.4, 3.6, 3.7 e 3.8 apresentam resultados do desempenho dos sistemas quando operam em canal multipercurso fixo como descrito em Seção 3.4. Nas simulações foi adotada uma faixa de guarda de tamanho G = L.

A Figura 3.4 apresenta resultados de simulação para o desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF no sistema GFDM e ZF no CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) para um canal com 2 coeficientes. Pode ser observado que os sistemas CP-OFDM apresentam um melhor desempenho devido às interferências introduzidas pela matriz de transmissão do sistema GFDM.



Figura 3.4: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 2, (c:1).

O desempenho dos sistemas CP-OFDM degrada mais rápido com o aumento da duração do canal que o desempenho do sistema GFDM como é indicado pelas Figuras 3.4, 3.6, 3.7 e 3.8, devido ao fato do que o sistema GFDM emprega o CP de forma mais eficiente que CP-OFDM. Nas simulações o sistema CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) utiliza FFT de 8 pontos para transmitir um pacote de dados de 64 símbolos de informação de modo que os sistemas têm uma complexidade similar na geração dos sinais. Além disto, o sistema CP-OFDM tem uma eficiência espectral inferior quando comparado com o sistema GFDM, com esta desvantagem aumentando com o aumento do retardo do canal ( $\gamma$  aumenta com o aumento de G = L). Por outro lado, nas Figuras 3.4, 3.6, 3.7 e 3.8 é apresentada a curva de desempenho do sistema CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) com o mesmo valor de G que o sistema GFDM. Neste caso o sistema CP-OFDM tem maior complexidade computacional, dado que a geração do sinal precisa uma FFT de 64 pontos frente a FFT de 8 pontos do sistema GFDM, mas os dois sistemas têm a mesma eficiência espectral. A Figura 3.8 mostra que o sistema CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) emprega a faixa de guarda de forma eficiente, e seu desempenho é melhor. Vale a pena ressaltar que a qualidade da detecção do sinal no sistema GFDM é influenciada pela correlação das colunas da matriz de transmissão **M**. A Figura 3.5 ilustra o módulo das componentes da matriz resultante do produto de  $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$ , onde as componentes fora da diagonal principal indicam a correlação entre as colunas da matriz **M** que influencia no nível de interferências entre símbolos presentes na detecção do sinal no sistema GFDM.



Figura 3.5: Módulo dos elementos do produto  $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$  para os parâmetros M = 8, N = 8 (M slots de tempo e N subportadoras) e K = 7 (número de coeficientes do pulso formatador).

Os valores de correlação fora da diagonal principal dependem da escolha do número de coeficientes do pulso formatador. Os baixos valores ilustrados na Figura 3.5 foram obtidos com K = M - 1. Outros exemplos do produto  $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$  obtido por simulações para diferentes configurações de *time slots*, subportadoras e números de coeficientes são apresentados no Apêndice C, ilustrando o impacto da escolha do valor de K no nível de interferência entre símbolos.



Figura 3.6: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 4, (c:1).



Figura 3.7: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 6, (c:1).



Figura 3.8: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 8, (c:1).

As curvas de desempenho do sistema GFDM de parâmetros M = 16, N = 8, K = 15, matrizes do sistema de dimensão (128 × 128) e os sistemas CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) são apresentadas nas Figuras 3.9, 3.10, 3.11, 3.12 para o canal multipercurso fixo referido em (*ii*) com 2, 4, 6 e 8 coeficientes respectivamente. O desempenho do sistema CP-OFDM nas duas variantes é melhor que o desempenho dos detectores empregado no sistema GFDM. O sistema CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) apresenta maior complexidade computacional porque precisa uma FFT de 128 pontos para a geração do sinal comparado com os sistemas GFDM e CP-OFDM (vetor de 8 símbolos), mas apresenta a mesma eficiência espectral que o sistema GFDM.



Figura 3.9: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 2, (c:2).



Figura 3.10: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 4, (c:2).



Figura 3.11: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 6, (c:2).



Figura 3.12: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 8, (c:2).

Foram efetuadas simulações considerando as matrizes do sistema GFDM de dimensão ( $256 \times 256$ ) e os sistemas CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e CP-OFDM (vetor de 256 símbolos). Os resultados do desempenho obtidos são apresentados nas Figuras 3.13, 3.14, 3.15 e 3.16. O sistema GFDM emprega M = 16, N = 16, K = 15, o sistema CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) utiliza FFT de 16 pontos e o CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) FFT de 256 pontos. O canal empregado para a simulação dos resultados é fixo exponencial referido em (*ii*) com 2, 4, 6 e 8 coeficientes respectivamente. Outros parâmetros de simulação são relacionados na Tabela 3.1. O sistema CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) apresenta uma maior complexidade computacional porque precisa uma FFT de 256 pontos para a geração do sinal comparado com os sistemas GFDM e CP-OFDM (vetor de 16 símbolos), apresentando porém a mesma eficiência espectral que o sistema GFDM.



Figura 3.13: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 2, (c:3).

Observe-se a partir das curvas apresentadas nas Figuras 3.13, 3.14, 3.15 e 3.16 que o desempenho dos sistemas CP-OFDM é melhor. O detector MF presenta o pior desempenho no sistema GFDM. Foram feitas simulações adicionais para outros valores do número K de coeficientes do filtro formatador empregando os diferentes cenários discutidos e resultaram em piores resultados de desempenho, sendo apresentados no Apêndice D. A escolha da quantidade de coeficientes do pulso formatador da matriz de transmissão do sistema GFDM influencia diretamente na BER do sistema.



Figura 3.14: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 4, (c:3).



Figura 3.15: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 6, (c:3).



Figura 3.16: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15 ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal fixo exponencial com L = 8, (c:3).

Tabela 3.3: Parâmetros da simulação canal multipercurso aleatório			
Parâmetros	OFDM	GFDM	
Modulação	QPSK	QPSK	
Comprimento do Canal $(L)$	4, 8	4, 8	
$Time-slots \times$ sub-portadoras	$(1 \times 8)$	$(8 \times 8)$ c:1	
$(M \times N)$	$(1 \times 8)$	$(16 \times 8) c:2$	
	$(1 \times 16)$	$(16 \times 16) c:3$	
Número de realizações do Canal	15000	15000	
Quantidade de símbolos por realizações	$1 \ 280$	1 280 c:1	
	2560	2 560 c:2	
	$5\ 120$	5 120 c:3	
Quantidade de símbolos de	$19,2 \times 10^6$	$19,2\times10^6~{\rm c}{:}1$	
informações enviados	$38,4 imes10^6$	$38,4\times10^6~{\rm c}{:}2$	
	$76,8\times10^6$	$76,8\times10^6~{\rm c}{:}3$	
Coeficientes do pulso formatador $(K)$	-	7 c:1	
	-	15 c:2	
	-	15 c:3	

A seguir são mostradas curvas de desempenho BER do sistema GFDM

quando operando em canal multipercurso aleatório como descrito na Seção 3.4 (item (*iii*)). A Tabela 3.3 apresenta os parâmetros da simulação para os cenários do canal multipercurso aleatório.

As Figuras 3.17, 3.18 e 3.19 apresentam curvas de desempenho para as configurações de time slots, subportadoras e coeficientes do pulso formatador correspondente. Nas simulações foi considerando uma faixa de guarda de tamanho G = L. Na obtenção das curvas do desempenho na Figura 3.17 foi empregado oito time slots, oito subportadoras, sete coeficientes do pulso formatador para o sistema GFDM com matrizes de dimensão  $(64 \times 64)$ . No experimento são apresentados dois sistemas OFDM, o primeiro utiliza 1 time slots e 8 subportadoras CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e o segundo emprega 1 time slots e 64 subportadoras CP-OFDM (vetor de 64 símbolos). Para todos os sistemas são transmitidos pacotes de dados de 64 símbolos para uma quantidade de símbolos enviados de  $19, 2 \times 10^6$ . Na Figura 3.17 é observado a degradação do desempenho dos sistemas CP-OFDM e GFDM, devido ao desvanecimento aleatório do canal empregado. Pode ser visto claramente que o pior detector é MF. Por outro lado, é notória a melhora de desempenho do detector MMSE superior ao dos sistemas ZF CP-OFDM para valores altos de  $E_b/N_0$ . O detector ZF no sistema GFDM não alcança tal desempenho.



Figura 3.17: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso aleatório com L = 4, (c:1).



Figura 3.18: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal multipercurso aleatório com L = 4, (c:2).

Foram feitas simulações com maior quantidades de símbolos e diferentes configurações em números de *time slots* e subportadoras dos sistemas empregados. Na Figura 3.18 são ilustrados os resultados das simulações apresentando os mesmos comportamentos descritos em conexão com a Figura 3.17. Os detectores ZF e MF no sistema GFDM com o aumento da dimensão das matrizes do sistema sofrem uma degradação de 2,3 dB e 7,5 dB, respectivamente.

A Figura 3.19 apresenta curvas de desempenho do sistema GFDM de dimensão ( $256 \times 256$ ) de M = N = 16, K = 15 e OFDM de vetores de 16 e 256 símbolos, respectivamente em canal multipercurso aleatório de L = 4. Nesta figura é observado que o desempenho dos detectores MMSE GFDM e ZF CP-OFDM nas duas variantes tem o mesmo comportamento. O detector MF apresenta o pior desempenho dos detectores lineares empregado. Vale a pena ressaltar que o detector MMSE GFDM com o aumento do tamanho do vetor de dados transmitido apresenta uma degradação no desempenho de 0,7 dB em comparação com as curvas apresentadas nas Figuras 3.17 e 3.18.



Figura 3.19: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso aleatório com L = 4, (c:3).



Figura 3.20: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE e MF aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso aleatório com L = 8, (c:3).

Na Figura 3.20 são ilustradas curvas de desempenho do sistema GFDM para L = 8 e demais parâmetros como os da Figura 3.19. O detector MMSE aplicado ao sistema GFDM tem uma melhora de 1,1 dB com respeito ao desempenho do sistema CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e desempenho praticamente igual ao do CP-OFDM (vetor de 256 símbolos).

Na comparação dos detectores é preciso levar em conta não só o desempenho mas também a complexidade computacional que possuem. A Tabela 3.4 apresenta o valor médio do número de operações de ponto flutuante por vetor de símbolos de cada um dos detectores apresentados nesta seção para diferentes dimensões de matrizes do sistema GFDM.

Tabela 3.4: Complexidade dos detectores ZF, MMSE e MF em sistemas GFDM de matrizes de dimensão  $(64 \times 64)$ ,  $(128 \times 128)$  e  $(256 \times 256)$ 

Detectores	GFDM $(64 \times 64)$	GFDM $(128 \times 128)$	GFDM $(256 \times 256)$
MF	$51,\!37$	$59,\!86$	$68,\!59$
ZF	$52,\!48$	61,03	$69,\!08$
MMSE	64,97	73,91	82,89

Nesta tabela observe-se que o detector MF têm uma pequena vantagem computacional com respeito ao ZF, mas seu desempenho é pior que o de ZF. O detector MMSE é o mais complexo pois possui uma maior quantidade de multiplicações e inversões de matrizes elevando assim o custo computacional. A complexidade computacional do sistema cresce com o aumento do número de *time slots* e subportadoras, não dependendo dos tipos de canais e da razão sinal-ruído  $E_b/N_0$ .

# 4 Detectores com Supressão de Interferência

No Capítulo 3 foram expostos métodos ZF, MMSE e MF lineares de detecção passíveis de serem aplicados ao sistema multiportadora GFDM. No Capítulo 2 foi apontada a importância que tem a escolha dos coeficientes que formam o pulso formatador na matriz de transmissão no sistema GFDM, uma vez que do pulso formatador depende em grande medida o desempenho do sistema e o compromisso entre as interferências ISI e ICI que aparecem na detecção. Neste capítulo são apresentados métodos mais sofisticados voltados para a detecção de símbolos no sistema GFDM. Na Seção 4.1 e Seção 4,2 são apresentados o método de Cancelamento de Interferência em Paralelo (PIC, *Parallel Interference Cancellation*) e detector *Likelihood Ascent Search* (LAS) respectivamente. Na Seção 4.3 é feita uma comparação em termos de desempenho BER dos detectores desenvolvidos nas Seções 4.1 e 4.2, o sistema equivalente CP-OFDM e os detectores lineares apresentados no Capítulo 3. Além disso é analisada a complexidade computacional dos detectores empregados neste trabalho.

# 4.1 Detecção com Cancelamento de Interferência em Paralelo

Nesta Seção são apresentados diferentes detectores empregando o método PIC. Em [7] é demonstrado que o PIC é mais flexível e adaptável a diferentes configurações do pacote de dados GFDM. A implementação do detector PIC apresenta menor complexidade computacional, pois a matriz de cancelamento não muda a cada iteração como ocorre no caso do Cancelamento de Interferência Serial (SIC, *Serial Interference Cancellation*) [24].

Iniciando do modelo apresentado no Capítulo 2 e o desenvolvimento dos métodos de detecção no Capítulo 3, a equação (3-2), pode ser reescrita de forma conveniente como:

$$\mathbf{y}_{\mathbf{G}} = \overbrace{\left[\mathbf{b}_{1} \ \mathbf{b}_{2} \ \mathbf{b}_{3} \ \dots \ \mathbf{b}_{MN}\right]}^{\mathbf{B}} \overbrace{\left(\begin{array}{c} s_{0} \\ s_{1} \\ \vdots \\ s_{MN} \end{array}\right)}^{\mathbf{S}} + \mathbf{n} = s_{j}\mathbf{b}_{j} + \mathbf{B}_{j}\mathbf{s} + \mathbf{n}$$
(4-1)

onde  $s_j$  é o j-ésimo símbolo do vetor de símbolos GFDM **s**, **b**<sub>j</sub> é a j-ésima coluna da matriz **B**, com  $1 \le j \le MN$ . A matriz **B**<sub>j</sub> é uma variante da matriz **B**, com a j-ésima coluna substituída por um vetor coluna de zeros de dimensão  $(MN \times 1)$  e **n** é o vetor de ruído gaussiano branco de dimensão  $(MN \times 1)$ .

Admitindo-se que uma boa estimativa inicial  $\hat{\mathbf{s}}^{(0)} = [\hat{s}_1^{(0)} \ \hat{s}_2^{(0)} \ \hat{s}_3^{(0)} \ \dots \ \hat{s}_{MN}^{(0)}]^{\mathbf{T}}$  do vetor de símbolo  $\mathbf{s}$  é obtida, a expressão (4-1) pode ser aproximada por:

$$\mathbf{y}_{\mathbf{G}_{j}}^{(0)} = \mathbf{y}_{\mathbf{G}} - \mathbf{B}_{j} \mathbf{\hat{s}}^{(0)} = s_{j} \mathbf{b}_{j} + \mathbf{B}_{j} \mathbf{s} + \mathbf{n} - \mathbf{B}_{j} \mathbf{\hat{s}}^{(0)} \approx s_{j} \mathbf{b}_{j} + \mathbf{n}, \quad j = 1, 2, ..., MN \quad (4-2)$$

A estimativa de máxima verosimilhança (ML, *Maximum Likehood*) de  $s_j$ na aproximação (4-2) obtida a partir de  $\mathbf{y}_{\mathbf{G}_j}^{(0)}$  é dada por:

$$\hat{s}_j^{(1)} = Q(r_j^{(0)}) \tag{4-3}$$

com

$$r_{j}^{(0)} = \mathbf{b}_{j}^{H} \mathbf{y}_{\mathbf{G}_{j}}^{(0)} = \mathbf{b}_{j}^{H} \mathbf{y}_{\mathbf{G}} - \mathbf{b}_{j}^{H} \mathbf{B}_{j} \mathbf{\hat{s}}^{(0)}, \quad j = 1, 2, ..., MN$$
(4-4)

De (4-4) resulta que o vetor  $\mathbf{r}_{j}^{(0)} = [r_{1}^{(0)}r_{2}^{(0)}, \dots, r_{MN}^{(0)}]^{\mathbf{T}}$  pode ser expresso por:

$$\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{B}^H \mathbf{y}_{\mathbf{G}} - (\mathbf{B}^H \mathbf{B})_0 \mathbf{\hat{s}}^{(0)}, \qquad (4-5)$$

onde  $(\mathbf{B}^H \mathbf{B})_0$  denota a matriz  $\mathbf{B}^H \mathbf{B}$ , com a diagonal principal zerada. Um exemplo desta matriz é ilustrada pela Figura 4.1.



Figura 4.1: Módulo dos elementos da matriz  $(\mathbf{B}^H \mathbf{B})_0$  para os parâmetros M = 8, N = 8 (*M slot* de tempo e *N* subportadoras) e K = 7 (quantidade de coeficientes do pulso formatador GFDM.

Assim, uma nova estimativa  $\hat{\mathbf{s}}^{(1)} = [\hat{s}_1^{(1)} \ \hat{s}_2^{(1)} \ \hat{s}_3^{(1)} \ \dots \ \hat{s}_{MN}^{(1)}]^{\mathbf{T}}$  do vetor  $\mathbf{s}$  pode ser obtida através de:

$$\mathbf{\hat{s}}^{(1)} = Q(\mathbf{r}^{(0)}) \tag{4-6}$$

A estratégia descrita acima pode ser refeita originando estimativas sucessivas por meio da iterações:

$$\hat{\mathbf{s}}^{(i)} = Q(\mathbf{r}^{(i-1)}), \quad i = 1, 2, 3, \dots$$
 (4-7)

com  $\mathbf{r}^{(i-1)}$  dado por:

$$\mathbf{r}^{(i-1)} = \mathbf{B}^H \mathbf{y}_{\mathbf{G}} - (\mathbf{B}^H \mathbf{B})_0 \mathbf{\hat{s}}^{(i-1)}$$
(4-8)

A detecção do sinal por Cancelamento de Interferência em Paralelo necessita de uma primeira estimativa dos símbolos GFDM que é obtida através dos detectores apresentados no Capítulo 3. Logo, por meio de iterações do PIC são geradas novas estimativas dos símbolos. Para o procedimento de geração das estimativas sucessivas é indispensável um critério de parada para obter assim a estimativa final dos símbolos GFDM. O critério de parada considerada neste trabalho foi a de estabelecer um número inteiro positivo I como o número máximo de iterações no PIC, entretanto se a qualidade da estimativa presente i for inferior a da anterior i - 1, o procedimento é interrompido e a estimativa final é dada por:  $\mathbf{\hat{s}}^{(i-1)}$ ,  $1 \leq i \leq I$ .

A medida de qualidade da estimativa empregada neste trabalho foi a de maior verossimilhança que, de acordo com (4-1), equivale à métrica de menor distância expressa por:

$$\mathbf{D}(\mathbf{\hat{s}}^{(i-1)}) = \| \mathbf{y}_{\mathbf{G}} - \mathbf{B}\mathbf{\hat{s}}^{(i-1)} \|^{2}$$
(4-9)

Na estratégia as estimativas são geradas até um número máximo de I+1, mas o procedimento pode ser interrompido na  $i - \acute{esima}$  iteração caso a condição  $\mathbf{D}(\mathbf{\hat{s}}^{(i)}) \geq \mathbf{D}(\mathbf{\hat{s}}^{(i-1)})$  ocorra. Nesta caso a estimativa  $\mathbf{\hat{s}}^{(i-1)}$  é adotada como estimativa final.

#### 4.1.1 Detectores ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC

Esta Seção descreve os sistemas de detecção ZF, MMSE e MF empregando o Cancelamento de Interferência em Paralelo proposto na Seção 4.1. O procedimento de detecção é ilustrado na Figure 4.2, onde uma primeira detecção é realizada utilizando os detectores lineares ZF, MMSE e MF.



Figura 4.2: Diagrama em bloco dos detectores ZF, MMSE e MF com Cancelamento de Interferência em Paralelo para o sistema GFDM.

Algorithm 1: Detecção com PIC 1 Entrada:  $y_G$ ,  $D(\hat{s}^{(0)})$ ,  $\hat{s}^{(0)}$ ,  $(B^H B)_0$ ,  $B^H$ , I2 Saída: Estimativa Final  $(\mathbf{\hat{s}}^{(f)})$ 3 Início 4  $md(\cdot) \rightarrow Armazena a métrica das estimativas$  $\mathbf{5} \mathbf{md}(\mathbf{\hat{S}}^{(0)}) = \mathbf{D}(\mathbf{\hat{s}}^{(0)})$ 6  $\mathbf{\hat{S}}^{(\cdot)} \rightarrow$  Armazena as estimativas dos símbolos 7  $\mathbf{\hat{S}}^{(0)} = \mathbf{\hat{s}}^{(0)}$ s while  $i \leq I \operatorname{do}$ Efetuar o PIC, (Equação 4-8 ) com $\hat{\mathbf{S}}^{(i-1)}$ 9 Efetuar mapeamento dos símbolos  $Q(\cdot)$ , (Equação 4-7) 10  $\mathbf{md}(\mathbf{\hat{\underline{S}}}^{(i)}) = \mathbf{D}(\mathbf{\hat{\underline{S}}}^{(i)})$ , Efetuar métrica, (Equação 4-9) 11 if  $\mathbf{md}(\mathbf{\hat{S}}^{(i)}) \geq \mathbf{md}(\mathbf{\hat{S}}^{(i-1)})$  then 12 $\mathbf{\hat{s}}^{(f)} = \mathbf{\hat{S}}^{(i-1)}$ 13 Interrompe o processo 14 end 15if i = I then 16  $\mathbf{\hat{s}}^{(f)} = \mathbf{\hat{S}}^{(i)}$ 17 end 18 19 end 20 FIM

No Algoritmo 1 é descrito um pseudocódigo do procedimento de detecção do PIC. Cabe ressaltar que a estratégia proposta possui um bom compromisso complexidade/desempenho, dado que o número de iterações realizados pelo PIC é em geral aleatória mas vai ser não máximo igual ao máximo de recursões *I*.

# 4.2 Detector Likelihood Ascent Search, LAS

Nesta Seção são apresentados dois métodos de detecção por estratégia de busca por verossimilhança ascendente [25]. Os detectores aqui analisados equivalem a uma busca num espaço de vetores de símbolos transmitidos na qual em cada passo de busca o vetor escolhido apresenta um valor da função de verossimilhança maior que o vetor escolhido no passo anterior. Neste trabalho a qualidade da estimativa é medida pela métrica de distância dada pela equação (4-9). O objetivo do método de detecção LAS é encontrar a cada passo da busca um novo vetor de símbolos com verossimilhança aumentada tal que  $\mathbf{D}(\mathbf{\hat{s}}^{(i)}) < \mathbf{D}(\mathbf{\hat{s}}^{(i-1)}), \text{ com } i = 1, 2, ..., I_{MN}.$ 

#### 4.2.1 Detector MF-LAS

O detector LAS precisa de uma primeira estimativa dos símbolos que pode ser escolhido de forma aleatória ou obtida pela saída de outros detectores mais simples. Nesta Seção o detector MF foi escolhido para gerar a primeira estimativa dos símbolos. O detector LAS resultante tendo como candidato inicial as estimativas MF, é chamado de MF-LAS. Na Figura 4.3 é mostrado o diagrama em bloco do detector MF-LAS em suas duas variações.



Figura 4.3: Diagrama em bloco dos detectores MF-LAS para o sistema GFDM.

No esquema em bloco mostra-se que para a implementação do detector LAS nas suas duas variações é necessário uma primeira estimativa que neste trabalho é obtida da saída do detector linear MF. A estratégia de parada considerada no LAS foi estabelecer um número inteiro positivo  $I_{MN} = MN$  como número máximo de iterações no LAS, mas o procedimento pode ser interrompido se a qualidade da estimativa i resultar inferior a da anterior i-1, onde  $1 \le i \le MN$ .

A primeira variação do LAS que neste trabalho é chamado  $LAS_1$  emprega a estimativa  $\mathbf{\hat{s}}^{(0)}$  quantizada da saída do filtro linear MF. O LAS<sub>1</sub> adota o seguinte procedimento para determinar a estimativa final: primeiro é determinada e armazenada a métrica do vetor  $\mathbf{\hat{s}}^{(0)}$  por meio da equação (4-9). No segundo passo o símbolo correspondente a primeira componente de  $\mathbf{\hat{s}}^{(0)}$  é trocado pelos três outros possíveis símbolos pertencentes a constelação QPSK. As métricas de cada um dos três novos vetores resultantes são calculadas e armazenadas. Em terceiro lugar é feita uma comparação destas métricas para determinar qual é o símbolo que originou o vetor de menor métrica. Fixado este símbolo na primeira componente, o procedimento de teste e substituição é repetido para a segunda componente de  $\mathbf{\hat{s}}^{(0)}$  e assim sucessivamente até que todas as suas componentes sejam processadas, gerando então o novo vetor estimativa  $\mathbf{\hat{s}}^{(1)}$ . O processo de teste e substituição descrito é realizado agora em  $\mathbf{\hat{s}}^{(1)}$  e assim successivamente até que  $\mathbf{D}(\mathbf{\hat{s}}^{(i)}) \geq \mathbf{D}(\mathbf{\hat{s}}^{(i-1)})$ , onde a estimativa final é  $\mathbf{\hat{s}}^{(i-1)}$  e o número máximo de iterações é *MN*, ou seja, o tamanho de vetor do dados.

A segunda variação do LAS que neste trabalho é chamado  $LAS_2$  utiliza a estimativa  $\mathbf{\hat{s}}^{(0)}$  quantizada do detector MF. O LAS<sub>2</sub> a partir da estimativa  $\mathbf{\hat{s}}^{(0)}$ adota o seguinte procedimento para determinar a estimativa final: primeiro é determinada e armazenada a métrica do vetor  $\mathbf{\hat{s}}^{(0)}$  por meio da equação (4-9). No segundo passo o símbolo correspondente a primeira componente de  $\mathbf{\hat{s}}^{(0)}$  é trocado pelos três outros possíveis símbolos pertencentes a constelação QPSK. As métricas de cada um dos três novos vetores resultantes são calculadas e armazenadas. Em terceiro lugar é feita uma comparação destas métricas para determinar qual é o símbolo que originou o vetor de menor métrica. O valor desta métrica e o símbolo correspondente são armazenadas em uma matriz. Este procedimento é realizado em todas as componentes de  $\hat{\mathbf{s}}^{(0)}$ . Na matriz gerada é aplicada uma estratégia de busca para determinar dentre os MN posições (e respectivos símbolos) aquele que resulta em um vetor com menor métrica. O símbolo associado substitui o símbolo pertencente ao vetor estimativa  $\hat{\mathbf{s}}^{(0)}$  na posição correspondente gerando o vetor estimativa  $\hat{\mathbf{s}}^{(1)}$ . O processo descrito é realizado até que  $\mathbf{D}(\mathbf{\hat{s}}^{(i)}) > \mathbf{D}(\mathbf{\hat{s}}^{(i-1)})$ , onde a estimativa final é  $\mathbf{\hat{s}}^{(i-1)}$ e o número máximo de iterações é  $M\!N\!,$ ou seja, o tamanho de vetor do dados.

#### 4.2.2 Detector MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo

Nesta subseção são desenvolvidos duas estratégias de detecção do sinal no sistema GFDM empregando os detectores PIC e LAS<sub>1</sub>. O detector MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série é descrito na Figura 4.4, onde o detector PIC toma como primeira estimativa o vetor estimado utilizando o detector linear MF. O vetor resultante da detecção MF-PIC é empregado como estimativa inicial para o detector LAS<sub>1</sub>, obtendo assim a estimativa final dos símbolos transmitidos.



Figura 4.4: Diagrama em bloco dos detectores MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série para o sistema GFDM.

A Figura 4.5 ilustra o diagrama em bloco dos detectores MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo. A primeira estimativa dos detectores PIC e LAS<sub>1</sub> é tomada da saída do detector linear MF uma vez quantizados o vector resultante. O bloco de decisão compara as métricas das estimativas candidatas  $\hat{\mathbf{s}}_{\text{PIC}}$  e  $\hat{\mathbf{s}}_{\text{LAS}_1}$  obtidas, respectivamente, com os detectores MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> e decide como estimativa final a de menor métrica.



Figura 4.5: Diagrama em bloco dos detectores  $MF-PIC \in MF-LAS_1 em paralelo para o sistema GFDM.$ 

# 4.3 Resultados das simulações dos detectores com supressão de interferência no sistema GFDM

Nesta Seção é analisado o desempenho do sistema GFDM em termos da taxa de erro de bit (BER), frente a relação sinal-ruído dos detectores descritos no Capítulo 4. À título de comparação são apresentadas curvas de desempenho dos sistemas GFDM e CP-OFDM obtidas no Capítulo 3.

O Script desenvolvido no Capítulo 3 é modificado para acrescentar a capacidade de fornecer resultados de desempenho do sistema GFDM quando é aplicado o PIC e LAS. Neste trabalho é considerada uma estratégia de parada do detector PIC e dois algoritmos de implementação do LAS. O modelo de canal fixo (*ii*) do Capítulo 3 e os parâmetros resumidos na Tabela 3.2 para o caso específico de canal L = 2 e L = 8 são empregados para as simulações dos resultados neste capítulo.

As curvas a seguir ilustram o desempenho final do sistema GFDM do modelo proposto quando são aplicados PIC e LAS, comparados com o desempenho do sistema GFDM do Capítulo 3 e o sistema CP-OFDM para diferentes configurações de *time slots* e subportadoras, empregando modulação QPSK.

## 4.3.1 Resultados de simulação para detectores ZF-PIC e MMSE-PIC

Nesta subseção são apresentadas curvas de desempenho dos detectores ZF-PIC e MMSE-PIC no sistema GFDM e comparados com curvas do sistema CP-OFDM. As Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 apresentam curvas de desempenho para o canal fixo (*ii*) com L = 2, assim como, diferentes configurações de *time slots* e subportadoras dos sistemas empregados descritos na Tabela 3.2. O valor do parâmetro I (número máximo de iterações) é fixado em 10, no entanto a curva apresentada como desempenho final do sistema GFDM pode ser correspondente a iterações no range  $1 \le i \le I$ , onde o desempenho corresponde a *i*-ésima iteração do PIC.



Figura 4.6: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, ZF-PIC e MMSE-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:1).

A Figura 4.6 apresenta curvas que ilustram o desempenho final do sistema GFDM do modelo proposto quando é aplicado o PIC recursivo a uma estimativa obtida por meio de detecções ZF e MMSE na matriz **B**. São realizadas um número  $1 \le i \le I$  de iterações e armazenadas em memórias as estimativas correspondentes as iterações i = i - 1, depois é escolhida a estimativa correspondente a iteração que tem a melhor métrica dentre as duas últimas armazenadas. Estes resultados de simulações são comparados com o desempenho dos detectores ZF e MMSE mostrados no Capítulo 3 e o
desempenho dos sistemas CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) para canal multipercurso fixo usando modulação QPSK.

Na Figura 4.6 observa-se que o desempenho dos detectores ZF-PIC e MMSE-PIC tem uma melhora considerável no ordem de 1,6 dB em comparação com os detectores lineares ZF e MMSE. Pode ser verificado que as curvas referidas aos PIC atingem o desempenho dos sistemas CP-OFDM. O esquema MMSE-PIC tem maior complexidade devido ao fato de empregar detecção MMSE na primeira estimativa dos símbolos GFDM.

As curvas de desempenho dos detectores ZF-PIC e MMSE-PIC para outras configurações de *time slots* e subportadoras são mostradas nas Figuras 4.7 e 4.8. Na Figura 4.7 o sistema GFDM tem matrizes de dimensões ( $128 \times 128$ ) e pode ser observado que o desempenho do detector MMSE é 0, 7 dB melhor que o ZF. Quando o PIC é aplicado aos detectores lineares ZF e MMSE uma melhora de respectivamente 2, 3 dB e 1, 7 dB é obtida.



Figura 4.7: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, ZF-PIC e MMSE-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:2).

As curvas de desempenho baseadas na Figura 4.8 correspondem a um sistema GFDM de dimensão  $(256 \times 256)$ . É observado que existe uma diferença entre os detectores ZF e MMSE no ordem de 0,6 dB. O detector PIC tendo como primeira estimativa dos símbolos os detectores lineares ZF e MMSE apresenta uma melhora no desempenho de 1,6 dB e 2,1 dB respectivamente.

Vale a pena ressaltar, como indicado pelas Figuras 4.6, 4.7 e 4.8, que quando utilizados em conjunção com a técnica PIC na detecção de sinais GFDM estes detectores alcançam o mesmo desempenho dos sistemas CP-OFDM.



Figura 4.8: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, ZF-PIC e MMSE-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:3).

Na Figura 4.9, são apresentadas curvas de desempenho dos detectores ZF-PIC e MMSE-PIC para o sistema GFDM quando opera em canal multipercurso fixo com retardo L = 8 e matrizes de dimensões (64 × 64). Os resultados apresentados na Figura 4.9 são interessantes, em primeiro lugar porque os detectores lineares ZF e MMSE apresentam desempenho ligeiramente melhor do que o ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) quando o tamanho do canal é aumentado (com o correspondente aumento da faixa de guarda). Em segundo lugar, é importante ressaltar que os detectores com supressão de interferência ZF-PIC e MMSE-PIC no sistema GFDM oferecem um ganho de 0, 6 dB frente ao desempenho do sistema ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos). Quando comparados com o desempenho do sistema ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) estes detectores oferecem o mesmo comportamento. Ressaltando-se, entretanto, que a geração de sinal no sistema CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) tem maior complexidade computacional, uma vez que requer a utilização de FFT de 64 pontos.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1713254/CA



Figura 4.9: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, ZF-PIC e MMSE-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:1).



Figura 4.10: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, ZF-PIC e MMSE-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:3).

Curvas de desempenho dos detectores ZF-PIC e MMSE-PIC são ilus-

tradas na Figura 4.10 no sistema GFDM em canal multipercurso fixo com retardo L = 8 e matrizes do sistema de dimensão (256 × 256). Vale a pena ressaltar nesta figura que o desempenho do detector ZF teve um ganho de 1,4 dB quando a estratégia PIC de supressão de interferência é utilizada. Observase também que os desempenhos dos detectores ZF-PIC e MMSE-PIC ficam bem próximos ao desempenho dos sistemas CP-OFDM, aproximadamente 0,3 dB abaixo, mas o sistema CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) apresenta menor eficiência espectral  $\gamma = 1,45$  do que o sistema GFDM e o CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) possui maior complexidade computacional na geração do sinal transmitido.

### 4.3.2 Resultados de simulação para detectores MF-PIC e MF-LAS

Nesta subseção são apresentadas curvas que ilustram o desempenho final do sistema GFDM quando PIC, LAS<sub>1</sub> e LAS<sub>2</sub> são aplicados a uma estimativa obtida por meio de detecção MF na matriz **B**. As curvas de desempenho são para o canal multipercurso fixo (*ii*) descrito no Capítulo 3 com L = 2 e L =8. Simulações para diferentes configurações de *time slots* e subportadoras do sistema GFDM foram realizadas. O número máximo de iterações *I* para o PIC foi estipulado como 10, mas as curvas de desempenho final do sistema GFDM apresentadas poderia corresponder a iterações no range  $1 \le i \le I$ . O Algoritmo 1 é empregado para obter a estimativa final do PIC.

A Figura 4.11 ilustra o desempenho dos receptores MF, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> no sistema GFDM, os parâmetros de simulação são relacionados na Tabela 3.2 para o cenário de 8 *time slots* e 8 subportadora, onde QPSK é considerada como a modulação empregada.

Na Seção de resultados do Capítulo 3 foi observado claramente que o pior detector é o MF. Por outro lado, é notória a melhora de desempenho do detector MF quando seu resultado é utilizado como primeira estimativa dos detectores PIC, LAS<sub>1</sub> e LAS<sub>2</sub>, como é mostrado na Figura 4.11. Para comparação são apresentadas curvas de desempenho dos sistemas CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e o CP-OFDM (vetor de 64 símbolos), que se sobrepõem as curvas de desempenho dos detectores MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub>.



Figura 4.11: Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:1).



Figura 4.12: Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:2).

Outros cenários de comparação dos detectores MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> são ilustrados nas Figuras 4.12 e 4.13, onde o sistema GFDM de matrizes com dimensões ( $128 \times 128$ ) e ( $256 \times 256$ ) são considerados. Pode ser visto assim como na Figura 4.11, as curvas de desempenho dos detectores MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> apresentam o mesmo comportamento das curvas de desempenho do detector ZF aplicado aos dois sistemas CP-OFDM considerados.



Figura 4.13: Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:3).

Curvas de desempenho são mostradas na Figura 4.14 dos detectores MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> para o sistema GFDM quando opera num canal fixo (*ii*) referido no Capítulo 3 com retardo L = 8 e dimensões das matrizes empregada no sistema de (64 × 64). Observa-se nos resultados das simulações apresentadas na Figura 4.14, ainda um significativo ganho de desempenho frente ao detector MF. Os detectores MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> oferecem uma melhora de 0,3 dB em comparação com o desempenho do sistema ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos), mas apresentam o mesmo desempenho que o sistema ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos).



Figura 4.14: Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:1).



Figura 4.15: Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:3).

Um novo cenário é considerado onde o sistema GFDM tem dimensão  $(256 \times 256)$ , o número de time *slots* M e subportadora N iguais a 16 e o quantidade de coeficientes do filtro formatador K = 15. O canal empregado (ii) é o descrito no Capítulo 3 com retardo L = 8. Na Figura 4.15 são ilustradas as curvas de desempenho obtidas onde pode ser observado o ganho de desempenho obtido pelo detector MF-PIC frente ao detector MF. O desempenho dos detectores MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> apresentam uma perda de 0,3 dB em comparação com o desempenho do sistema CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e com o do CP-OFDM (vetor de 256 símbolos). Novamente, ressalta-se que o sistema CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) apresenta a mesma complexidade computacional na geração do sinal transmitido, porém com menor eficiência espectral que o sistema GFDM, enquanto que o CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) apresenta a mesma eficiência espectral porém com maior complexidade computacional na geração do sinal transmitido.

#### 4.3.3 Resultados de simulação para detectores MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo

Nesta subseção são apresentadas curvas de desempenho final do sistema GFDM aplicado aos esquemas de modulação descritos na Subseção 4.2.2. Em cada experimento é considerado canal multipercurso fixo (*ii*) caracterizado no Capítulo 3 e os parâmetros de simulação resumidos na Tabela 3.2 para os casos específicos de canais L = 2 e L = 8. Usando o modelo do sistema GFDM na Seção 2.2 são realizadas simulações para diferentes valores de *time slots* e subportadoras, com seu correspondente valor de K.

Na Figura 4.16 são apresentadas curvas do desempenho dos detectores MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo aplicado na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$  no sistema GFDM com M = 8, N = 8 e K = 8 operando em canal fixo com retardo de L = 2, as matrizes do sistema GFDM tem dimensão (64 × 64). Os detectores com supressão de interferência descritos na Subseção 4.2.2 apresentam a mesma melhora de 3,7 dB do MF-PIC frente o detector linear MF e as curvas se sobrepõem às curvas de desempenho dos sistemas de referência CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e CP-OFDM (vetor de 64 símbolos). Observe-se nesta e nas demais figuras desta Subseção 4.3.3 que nenhum ganho resultam da tentativa de refinamento da detecção MF-PIC através de um detector LAS atuando em série. Os resultados aqui evidenciam também, assim como os mostrados na Subseção 4.3.2, que o uso dos detectores MF-PIC e MF-LAS resultam essencialmente, no mesmo desempenho BER.



Figura 4.16: Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:1).



Figura 4.17: Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 128 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:2).

Nas Figuras 4.17 e 4.18 são apresentadas curvas de desempenho do sistema GFDM para as configurações M = 16, N = 8, K = 15 e M = 16, N = 16, K = 15, respectivamente, ambas para L = 2. Observa-se também aqui que os detectores MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo conseguem um desempenho próximo comparados com os sistemas CP-OFDM.



Figura 4.18: Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:3).

Um novo cenário é considerado e a Figura 4.19 ilustra o desempenho dos detectores MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo, num sistema GFDM de M = 8 e N = 8 com modulação QPSK e retardo do canal fixo L = 8. Apesar de curvas de desempenho mais próximas,, quando comparadas às das Figuras 4.17 e 4.18 pode ser visto claramente a substancial melhora de desempenho do detector MF quando é incorporado aos detectores de supressão de interferência. A título de comparação são apresentadas curvas de desempenho do sistema CP-OFDM, que indicam uma superioridade de 0,3 dB dos detectores com supressão de interferência no caso de CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e basicamente o mesmo desempenho no caso CP-OFDM com vetor de 64 símbolos.



Figura 4.19: Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 8, K = 7, ZF CP-OFDM (vetor de 8 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 64 símbolos) em canal multipercurso fixo com L =8, (c:1).



Figura 4.20: Desempenho BER dos detectores MF, MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$ no sistema GFDM com M = N = 16, K = 15, ZF CP-OFDM (vetor de 16 símbolos) e ZF CP-OFDM (vetor de 256 símbolos) em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:3).

No cenário com L = 8 foram também obtidas curvas de desempenho dos detectores com supressão de interferência MF-PIC, MF-PIC-LAS<sub>1</sub> em série e MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em paralelo e para um sistema GFDM com M = 16, N = 16 operando em canal multipercurso fixo. A título de comparação são apresentadas curvas de desempenho dos sistemas CP-OFDM considerados, que indicam uma pequena ventagem destes últimos (do ordem de 0,3 dB) no desempenho BER.

#### 4.3.4 Resultados da complexidade dos detectores

Nesta subseção, os detectores com supressão de interferência MMSE-PIC, ZF-PIC, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> são comparados em termos de complexidade computacional com os detectores lineares apresentados no Capítulo 3. Outro aspecto considerado na comparação destes detectores é o número médio de iterações (número de estimativas geradas desde a inicial até a estimativa final) necessárias.

A Figura 4.21 ilustra os resultados do número médio de flops por bloco de símbolos detectados, em dB, pela relação  $E_b/N_0$  para os detectores lineares MMSE, ZF, MF e detectores com supressão de interferência MMSE-PIC, ZF-PIC, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> para um sistema GFDM com matrizes de dimensão  $(64 \times 64)$  de parâmetros M = N = 8, K = 7 e os sistemas ZF CP-OFDM de matrizes de dimensões  $(8 \times 8)$  e  $(64 \times 64)$ , com L = 2. Como pode ser observado nesta figura os detectores com supressão de interferência apresentam uma maior complexidade com respeito aos detectores lineares ZF e MF. Os detectores MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> apresentados na Figura 4.21 tem a maior complexidade computacional dos detectores enfocados neste trabalho. Nesta figura é observado claramente que, apesar dos detectores MMSE-PIC, ZF-PIC, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> atingirem curvas de BER essencialmente iguais, os detectores ZF-PIC e MF-PIC possui em menor complexidade computacional. Além disso, o detector menos complexo é o MF-PIC pois não requer fazer inversão de matrizes. Considerando a comparação entre os sistemas GFDM e CP-OFDM na figura é observado a baixa complexidade na detecção do sinal do sistema ZF CP-OFDM de FFT 8.



Figura 4.21: Complexidade dos detectores lineares e supressão de interferência no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7 e nos sistemas ZF CP-OFDM de FFT 8 e FFT 64 em canal multipercurso fixo com L = 2.



Figura 4.22: Complexidade dos detectores lineares e supressão de interferência no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15 e nos sistemas ZF CP-OFDM de FFT 8 e FFT 128 em canal multipercurso fixo com L = 2.

Nas Figuras 4.22 e 4.23 são apresentadas os resultados da complexidade computacional dos detectores em termos do número médio de flops por bloco

de símbolos detectados em dB nos sistemas GFDM de dimensões ( $128 \times 128$ ) e ( $256 \times 256$ ) respectivamente. A título de comparação são ilustrados os resultados da complexidade computacional dos sistemas ZF CP-OFDM de dimensões ( $8 \times 8$ ), ( $16 \times 16$ ), ( $128 \times 128$ ) e ( $256 \times 256$ ). Pode ser observado que a complexidade dos detectores depende das dimensões dos sistemas, sendo os detectores com supressão de interferência MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> mais complexos. Os detectores ZF-PIC e MF-PIC possui em quase a mesma complexidade computacional, mas como já mencionado, o detector MF-PIC é menos complexo. Além disso, os sistemas ZF CP-OFDM FFT 8 e FFT 16 apresentam menor complexidade quando comparados com os correspondentes sistemas GFDM.



Figura 4.23: Complexidade dos detectores lineares e supressão de interferência no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15 e nos sistemas ZF CP-OFDM de FFT 16 e FFT 256 em canal multipercurso fixo com L = 2.

O número médio de iterações necessárias fornecer a estimativa final do bloco de símbolos transmitidos dos sistemas GFDM de dimensões  $(64 \times 64)$ ,  $(128 \times 128)$  e  $(256 \times 256)$  de parâmetros M = N = 8 e K = 7, M = 16, N = 8 e K = 15 e M = N = 16 e K = 15 respectivamente são mostradas na Tabela 4.1. Pode ser observado que o detector MMSE-PIC precisa de um menor número de iterações, isto ocorre devido a qualidade da estimativa inicial dos símbolos de dados originada pelo detector MMSE, sendo este o detector linear que apresenta o melhor desempenho. Observa-se claramente que o detector MF-LAS<sub>2</sub> necessita em média de uma maior quantidade de iterações para obter o mesmo desempenho.

No sistema GFDM com matrizes de dimensão  $(64 \times 64)$  o segundo detector com menor média de iterações é o ZF-PIC. Os detectores com supressão de interferência que empregam como primeira estimativa do bloco de símbolos o detector linear MF demandam uma maior quantidade de iterações devido a qualidade inferior da primeira estimativa. Além disso, pode ser verificado na Tabela 4.1 que o número médio de iterações aumenta com a dimensão do vetor de dados transmitido. Os resultados apresentados indicam que a medida que as dimensões das matrizes aumentam o detector MF-LAS<sub>1</sub> tende a requerer em média, uma menor quantidade de iterações que os detectores ZF-PIC e MF-PIC.

Tabela 4.1: Iterações médias dos detectores MMSE-PIC, ZF-PIC, MF-PIC, MF-LAS<sub>1</sub> e MF-LAS<sub>2</sub> nos sistemas GFDM com matrizes de dimensão  $(64 \times 64)$ ,  $(128 \times 128)$  e  $(256 \times 256)$ 

Detectores	GFDM $(64 \times 64)$	GFDM $(128 \times 128)$	GFDM $(256 \times 256)$
MMSE-PIC	2,74	3,10	3,37
ZF-PIC	$2,\!89$	$3,\!61$	$3,\!95$
MF-PIC	3,07	$3,\!88$	$4,\!19$
$MF-LAS_1$	$3,\!17$	$3,\!51$	3,72
$MF-LAS_2$	4,78	11,09	20,06

## 5 Estimação de Canal

Neste Capítulo é implementada uma estratégia desenvolvida para a estimação do canal por símbolos pilotos. O transmissor e receptor tem o conhecimento a priori dos símbolos pilotos transmitidos no início de cada pacote de símbolos de dados, período no qual o canal pode ser considerado fixo no tempo.

#### 5.1 Estimação de B

A matriz de canal **H** foi suposta conhecida nos Capítulos 3 e 4 para fazer a detecção. Na prática esta matriz não é conhecida pelo receptor e precisa ser estimada localmente. Levando em conta que o sistema GFDM tem a matriz de transmissão do sistema **M** fixa, é mais conveniente realizar a estimação conjunta da matriz do sistema GFDM e o canal,  $\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{M}$ . Para a obtenção da estimativa de **B** é empregado o estimador LS (*Least Square*). A Figura 5.1 ilustra o esquema em blocos de estimação da matriz **B**. São transmitidas  $F \geq MN$  sequências de treinamento (símbolos pilotos)  $\mathbf{s}^i$ ,  $i = 1, 2, \ldots, F$ conhecidas pelo receptor k. Uma vez finalizado o período de estimação, o transmissor enviou a matriz **S** com dimensão ( $MN \times F$ ) cujas colunas são compostas pelas sequências de treinamento. A matriz **N** de dimensão ( $MN \times F$ ) representa a matriz do ruído durante a fase de treinamento.



Figura 5.1: Esquema em bloco do Estimador da matriz **B**.

O conjunto de sinais recebidas pelo receptor k ao fim do período de estimação é dado por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{BS} + \mathbf{N},\tag{5-1}$$

onde  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}^1 \ \mathbf{y}^2 \ \mathbf{y}^3 \ \cdots \ \mathbf{y}^F]$  é a matriz de dado de dimensão  $(MN \times F)$ ,  $\mathbf{S} = [\mathbf{s}^1 \ \mathbf{s}^2 \ \mathbf{s}^3 \ \cdots \ \mathbf{s}^F]$  e  $\mathbf{N} = [\mathbf{n}^1 \ \mathbf{n}^2 \ \mathbf{n}^3 \ \cdots \ \mathbf{n}^F]$  representam as matrizes de símbolos pilotos e ruído respectivamente.

A estimativa da matriz  $\mathbf{B}$  empregando LS pode ser expressa por:

$$\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{Y}\mathbf{S}^H(\mathbf{S}\mathbf{S}^H)^{-1} \tag{5-2}$$

Para reduzir a complexidade as sequências de treinamento são escolhidas de forma que as linhas da matriz **S** sejam ortogonais entre si, resultando em  $\mathbf{SS}^{H} = FE^{p}\mathbf{I}_{MN}$ , suas componentes tem o mesmos módulo e energia  $E^{p}$ .  $\mathbf{I}_{MN}$  é uma matriz identidade de dimensão ( $MN \times MN$ ). Dessa maneira o estimador  $\mathbf{LS}$  é dado por:

$$\hat{\mathbf{B}} = \frac{1}{FE^p} \mathbf{Y} \mathbf{S}^H,\tag{5-3}$$

combinando as expressões (5-1) e (5-3), a matriz estimativa  $\hat{\mathbf{B}}$  é expressa por:

$$\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B} + \frac{1}{FE^p} \mathbf{N} \mathbf{S}^H = \mathbf{B} + \mathbf{N}^{\dagger}, \qquad (5-4)$$

sendo  $\mathbf{N}^{\dagger} = \frac{1}{FE^{p}} \mathbf{N} \mathbf{S}^{H}$ , matriz de dimensão ( $MN \times MN$ ).

# 5.2 Resultados das simulações dos detectores com estimação de ${\rm B}$

Nesta Seção é feito a análise do desempenho dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> em termos do BER, frente a relação sinal ruído empregando estimação da matriz **B** por símbolos pilotos. Para avaliar o resultado são apresentadas curvas de desempenho do sistema CP-OFDM com estimação da matriz do canal. Nas simulações são considerados os modelos de canal multipercurso fixo com decaimento exponencial e canal multipercurso aleatório descritos na Seção 3.4. Na metodologia de estimação neste trabalho um parâmetro importante é a quantidade F de sequências de treinamento transmitidas no início de cada bloco de símbolos pois isso influencia na quantidade de informação transmitida. Nas simulações foi adotado  $F = R_u \times MN$ , com  $R_u \ge 1$ .

Na Figura 5.2 são mostradas curvas de desempenho do sistema GFDM de parâmetros M = N = 8 e K = 7 para o detector ZF obtidas com valores de  $R_u$ iguais a 5, 10, 15 e 20 e são comparadas com a curva de desempenho supondo estimação perfeita da matriz de detecção no sistema GFDM. Tendo em conta o compromisso entre o desempenho e o número de pilotos transmitidos para estimar a matriz **B**, pode ser observado na Figura 5.2 que as curvas de parâmetros  $R_u = 10$ , 15 e 20 apresentam desempenhos próximos. Uma perda de desempenho igual ou inferior a 0,4 dB é verificada com o emprego da matriz estimada na detecção como indicada na Figura 5.2 menores valores de  $R_u$  correspondem a um maior *overhead* de símbolos pilotos na transmissão. Levando-se isto em conta, neste trabalho foi empregado  $R_u = 10$  que apresenta uma perda de 0,4 dB no desempenho em presença de canal fixo com decaimento exponencial.



Figura 5.2: Comparação do desempenho do sistema ZF GFDM com diferentes quantidades de  $R_u$ , (c:1).

Empregando o desenvolvimento matemático feito na Seção 5.1 é elaborado um *Script.m* para obter o desempenho de alguns detectores descritos nos Capítulos 3 e 4. Nas simulações são considerados dois cenários de canais, no primeiro foi o canal fixo com decaimento exponencial com (L = 2 e L = 8).

Parâmetros	OFDM	GFDM
Modulação	QPSK	QPSK
Comprimento do Canal $(L)$	2 e 8	2 e 8
Time-slots × sub-portadoras	$(1 \times 8)$	$(8 \times 8)$ c:1
(M  imes N)	$(1 \times 8)$	$(16$ $\times$ 8) c:2
	$(1 \times 16)$	$(16 \times 16)$ c:3
Quantidade de símbolos de	$19,2\times 10^6$	$19,2\times10^{6}$ c:1
informações enviados	$38,4\times 10^6$	$38,4\times10^6~{\rm c:}2$
	$76,8\times10^6$	$76,8\times10^6~{\rm c}{:}3$
Quantidade de símbolos Pilotos	$9,6\times 10^6$	$9,6\times 10^6~{\rm c}{:}1$
	$19,2\times 10^6$	$19,2\times10^6~{\rm c}{:}2$
	$38,4  imes 10^6$	$38,4 \times 10^6$ c:3
Coeficientes do pulso formatador $(K)$	-	7 c:1
	-	15 c:2
	-	15 c:3
Número de Sequências	10	10
de Treinamento $(R_u)$		

Tabela 5.1: Parâmetros para estimar **B** no canal multipercurso fixo

Nas Figuras 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7 curvas de desempenho BER do sistema GFDM utilizando a estimativa da matriz **B** são apresentadas e comparadas com o desempenho supondo o conhecimento ideal da matriz **B** para canal multipercurso fixo,  $R_u = 10$  e diferentes conjuntos de parâmetros M, N, K e L. Além disso, estas curvas são comparadas com as do sistema CP-OFDM. Na Tabela 5.1 são indicados os parâmetros das simulações para os sistemas GFDM e OFDM, relacionando a quantidade de símbolos pilotos, sequências de treinamento, número de símbolos transmitidos e outros, dependendo do número de time slots e subportadora empregado.

A proximidade entre as respectivas curvas de desempenho evidenciadas nas Figuras 5.3 a 5.7 indicam que as perdas de desempenho devido ao erro de estimação são pequenas tendo um valor igual ou inferior a 0,4 dB.



Figura 5.3: Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> com estimação da matriz **B** e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, CP-OFDM (vetor de 8 símbolos),  $R_u = 10$  e canal fixo L = 2, (c:1).



Figura 5.4: Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> com estimação da matriz **B** e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15, CP-OFDM (vetor de 8 símbolos),  $R_u = 10$  e canal fixo L = 2, (c:2).



Figura 5.5: Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> com estimação da matriz **B** e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, CP-OFDM (vetor de 16 símbolos),  $R_u = 10$  e canal fixo L = 2, (c:3).



Figura 5.6: Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> com estimação da matriz **B** e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, CP-OFDM (vetor de 8 símbolos),  $R_u = 10$  e canal fixo L = 8, (c:1).



Figura 5.7: Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> com estimação da matriz **B** e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com M = N = 16, K = 15, CP-OFDM (vetor de 16 símbolos),  $R_u = 10$  e canal fixo L = 8, (c:3).

Tabela 5.2: Parâmetros para estimar **B** no canal multipercurso aleatório

1	1	
Parâmetros	OFDM	GFDM
Modulação	QPSK	QPSK
Comprimento do Canal $(L)$	4 e 8	4 e 8
$Time-slots \times$ sub-portadoras	$(1 \times 8)$	$(8 \times 8)$ c:1
$(M \times N)$	$(1 \times 16)$	$(16 \times 16)$ c:3
Número de realizações do Canal	15000	15000
Quantidade de símbolos por realizações	1 280	1 280 c:1
	$5\ 120$	5 120 c:3
Quantidade de símbolos de	$19,2\times 10^6$	$19,2\times10^6~{\rm c:1}$
informações enviados	$76,8\times10^6$	$76,8\times10^6$ c:3
Quantidade de símbolos Pilotos	$9,6\times 10^6$	$9,6\times10^6~{\rm c}{:}1$
	$38,4 \times 10^6$	$38,4 \times 10^6$ c:3
Coeficientes do pulso formatador $(K)$	-	7 c:1
	-	15 c:3
Número de Sequências	10	10
de Treinamento $(R_u)$		

O segundo cenário de canal considerado nesta seção foi o de multipercurso

aleatório com L = 4 e L = 8 respectivamente. Na Tabela 5.2 são indicados os parâmetros usados nas simulações.

Os resultados apresentados na Figura 5.8 são para o cenário de canal multipercurso com L = 4, e matrizes do sistemas GFDM de dimensão (64×64). A figura ilustra curvas de desempenho dos sistemas GFDM e CP-OFDM com estimação e com conhecimento ideal da matriz **B**. A degradação de desempenho resultante da estimação da matriz **B** não passa de 0,75 dB. Os detectores com menor degradação foram o MMSE no sistema GFDM e ZF CP-OFDM com uma perda de 0,4 dB e 0,51 dB respectivamente. Por outro lado o MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> apresentam uma maior degradação de desempenho de 0,75 dB e 0,6 dB respectivamente.



Figura 5.8: Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> com estimação da matriz **B** e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com M = 8, N = 8, K = 7, CP-OFDM (vetor de 8 símbolos),  $R_u = 10$  em canal aleatório com L = 4, (c:1).

Os resultados na Figura 5.9 consideram um sistema GFDM com matrizes de dimensão (256 × 256), onde M = N = 16, K = 15 e  $R_u = 10$  em canal multipercurso aleatório com L = 8 taps. Curvas de desempenho com estimação e com conhecimento ideal da matriz **B** são apresentadas. Neste caso o detector que apresentou a maior degradação foi o MF-LAS<sub>1</sub> com 1,2 dB. Os detectores com menor degradação foram novamente o MMSE no sistema GFDM e ZF CP-OFDM com perdas de 0,45 dB e 0,2 dB, respectivamente. As curvas de desempenho do detector MF-PIC no sistema GFDM indicam uma degradação de 1 dB, sendo 0,55 dB pior que o MMSE. Vale a pena ressaltar entretanto que o detector MMSE apresenta uma complexidade maior que o MF-PIC, do ordem de 6,8 dB, existindo para a escolha entre eles um compromisso de desempenho versus complexidade computacional.



Figura 5.9: Desempenho BER dos detectores MMSE, MF-PIC e MF-LAS<sub>1</sub> com estimação da matriz **B** e conhecimento perfeito do canal, no sistema GFDM com M = 16, N = 16, K = 15, CP-OFDM (vetor de 16 símbolos),  $R_u = 10$  em canal aleatório com L = 8, (c:3).

## 6 Conclusões

Neste trabalho foram estudadas técnicas de detecção passíveis de aplicação no sistema de transmissão com múltiplas portadoras não ortogonais GFDM. O modelo matricial desenvolvido no Capítulo 2 para os sinais transmitidos no sistema GFDM permitiu o estudo de diferentes detectores, que foram comparados em termos de desempenho e complexidade computacional para diferentes dimensões do pacote de dados transmitido e diferentes canais. A partir destas comparações é possível destacar o melhor detector nos diferentes cenários de simulação enfocados neste trabalho. O modelo matricial para os sinais transmitidos no sistema GFDM permitiu também a obtenção da Densidade Espectral de Potência (DEP) destes sinais a partir de uma expressão geral para DEP dos sinais gerados por sistemas com transmissão em blocos deduzida neste trabalho. Cálculos de DEP no sistema GFDM foram feitos para diferentes parâmetros (M, N, K), com e sem a inclusão de CP, permitindo a análise da porcentagem de emissão fora de faixa associada. Na realidade, o nível de emissão fora de faixa depende da correlação entre as linhas da matriz de transmissão  $\mathbf{M}$ , ou seja, dos valores dos elementos da matriz  $\mathbf{MM}^{H}$ . Quanto maior a correlação menor é a porcentagem de emissão fora de faixa, resultando, entretanto em uma maior degradação no desempenho BER. Os valores de correlação dependem, por sua vez, da escolha e do número K de coeficientes do filtro formatador das subportadoras. A escolha K = M - 1, sendo M o número de slots de tempo no bloco GFDM, foi a que levou aos melhores resultados de desempenho BER, mas resultou em uma porcentagem de emissão fora da faixa essencialmente igual a de um sistema OFDM, quando ambos os sistemas transmitem símbolos a uma mesma taxa  $R_s$ . Ressalta-se, entretanto, que devido a maior eficiência espectral do sistema GFDM, transmissão a uma mesma taxa  $R_s$  implica em uma maior taxa  $R_s^{inf}$  de transmissão da informação a favor do sistema GFDM.

O estudo dos detectores lineares ZF, MMSE e MF feito neste trabalho incluiu o desenvolvimento de um ambiente de simulação na linguagem .m, flexível para aplicação em diferentes configurações do sistema GFDM envolvendo o número de *time slots* e de subportadoras, entre outros parâmetros. Nas simulações efetuadas foi examinada a detecção aplicada à matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$ , sendo **H** a matriz do canal e **M** a matriz de transmissão do sistema GFDM. As curvas de desempenho dos detectores lineares aplicados ao sistema GFDM no canal multipercurso fixo indicam um desempenho inferior quando comparado com o sistema CP-OFDM. Como esperado, pode ser verificado que o detector MF no sistema GFDM tem o pior desempenho. Além disso, resultados obtidos para diferentes números de taps do canal fixo indicam que o desempenho do sistema GFDM sofre uma menor degradação que a do CP-OFDM quando o número de taps, L, do canal é aumentado. Resultados envolvendo o canal multipercurso aleatório indicam que neste cenário o detector MMSE no sistema GFDM atinge o desempenho do sistema CP-OFDM.

Aproveitando o modelo matemático proposto no Capítulo 2 foram analisados os desempenhos de alguns métodos para o cancelamento de interferência entre símbolos provocadas pela não ortogonalidade entre as subportadoras do sistema GFDM e refletidas na matriz de transmissão **M**. Especificamente, foi feito um estudo comparativo do desempenho da estratégia PIC, precedida pelos detectores lineares apresentados no Capítulo 3 e do detector LAS usando como estimativa inicial do vetor de símbolos de informação a saída do detector MF. Os resultados obtidos permitem concluir que a aplicação dos métodos de cancelamento de interferências faz com que o sistema GFDM atinja o mesmo desempenho de um sistema OFDM. Apesar disso, o estudo da complexidade computacional, expressa pelo número médio de flops por bloco de símbolos detectado, indica que, tendo em conta o compromisso desempenho/complexidade, o detector mais apropriado é o MF-PIC.

Os resultados no Capítulo 5 admitem que o receptor não tem conhecimento do canal, e portanto da matriz de recepção **B** utilizada pelos diferentes esquemas de detecção considerados. Estimativas da matriz **B** empregando símbolos pilotos e o método *Least Squares* foram geradas e utilizadas na detecção dos blocos de símbolos de informação. Resultados de desempenho obtidos para diversos conjuntos de parâmetros foram apresentados, ilustrando também a melhoria do desempenho obtido com o aumento do número, F, de blocos de símbolos pilotos, sendo  $F \ge D$ , onde D é a dimensão do bloco. A escolha de F deve ser criteriosa, uma vez que existe um compromisso entre desempenho e o número de símbolos úteis do sistema. Os resultados numéricos indicaram que com  $F = 10 \times D$ , a máxima degradação de desempenho dos detectores foi pequena não excedendo 0,4 dB no caso de canal multipercurso fixo e 1,2 dB no caso do canal multipercurso aleatório nos cenários considerados.

Com base nos resultados obtidos neste trabalho, dentre as estratégias de detecção consideradas para o sistema GFDM o detector MF-PIC é o que apresenta o melhor compromisso desempenho (superior aos demais e muito próximo aos de sistemas OFDM) versus complexidade (bem abaixo daqueles que apresentam desempenhos próximos).

Dentre os possíveis tópicos para investigações em trabalhos futuros destacam-se: (i) examinar modulações de maior ordem por exemplo: 16-QAM, (ii) considerar a possibilidade de outros formatos e cálculo de outros coeficientes para o pulso formatador das subportadoras na transmissão do sistema GFDM e (iii) considerar a transmissão através de canais variantes no tempo.

#### Referências bibliográficas

- OZTURK, E.; BASAR, E. ; ALI, H.. Generalized Frequency Division Multiplexing With Flexible Index Modulation. Proc. IEEE, 5:24727-24746, Oct, 2017.
- [2] MICHAILOW, N.; MATTHÉ, M.; SIMÕES, I.; NAVARRO, A.; MENDES, L.
   ; FESTAG, A.. Generalized Frequency Division Multiplexing for 5th Generation Cellular Networks. Proc. IEEE, 62(9):3045–3061, Sep, 2014.
- [3] MILADINOVIC, I.; SCHEFER-WENZL, S.. Nfv enabled iot architecture for an operating room environment. In: 2018 IEEE 4TH WORLD FORUM ON INTERNET OF THINGS (WF-IOT), p. 98–102, Feb 2018.
- [4] LE, T.; VAN, D. N.; RYU, E.. Real-time 360-degree video streaming over millimeter wave communication. In: 2018 INTERNATIONAL CONFERENCE ON INFORMATION NETWORKING (ICOIN), p. 857–862, Jan 2018.
- [5] BROWNING, C.; FARHANG, A.; SALJOGHEI, A.; MARCHETTI, N.; VU-JICIC, V.; DOYLE, L. ; BARRY, L.. 5G Wireless and Wired Convergence in a Passive Optical Networks using UF-OFDM and GFDM. Proc. IEEE : Internacional Workshop on the main trends in 5G networks, 2017.
- [6] AKYILDIZ, I.; MELODIA, T.; CHOWDURY, K. Wireless Multimedia Sensor Networks. A survey, in IEEE Wireless Communications, 14(6):32– 39, 2007.
- [7] MAYORAL, J.. Detecção e Cancelamento Simultâneo de Interferência em Paralelo em Sistemas com Transmissão GFDM para 5G. Dissertação de Mestrado, Pontificia Universidade Catolica de Rio de Janeiro, 2017.
- [8] BANELLI, P.; COLAVOLPE, S.; MODENINI, A.; RUSEK, F.; UGOLINI,
  A.. Modulation Formats and Waveforms for 5G Networks:
  Who Will Be the Heir of OFDM?: An Overview of Alternative

Modulation Shemes for Improved Spectral Efficiency. Proc, IEEE Sinal Processing Magazine, 31(6):80–93, Nov, 2014.

- [9] LIN, F. J.; CHEN, B.; LIN, B.; HU, W.. Charging architecture for m2m communications. In: 2016 IEEE 3RD WORLD FORUM ON INTERNET OF THINGS (WF-IOT), p. 123–128, Dec 2016.
- [10] MAYORAL, J.; SAMPAIO, R. ; PEREIRA, R. Simultaneous Detection and Parallel Interference Cancellation in GFDM for 5G. Proc, XXXV Simposio de Telecomunicações e Processamento de Sinais, Set, 2017.
- [11] IBRAHIM, A.; ABDULLAH, M. F. L.. The potential of FBMC over OFDM for the future 5G mobile communication technology. Conf, AIP Conference Proceedings, 2017.
- [12] SCHAICH, F.; WILD, T.. Waveform contenders for 5g; ofdm vs. fbmc vs. ufmc. 2014 6th International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP), p. 457–460, May 2014.
- [13] BOCHECHKA, G.; TIKHVINSKIY, V.; VOROZHISHCHEV, I.; AITMAGAM-BETOV, A. ; NURGOZHIN, B.. Comparative analysis of ufmc technology in 5g networks. p. 1–6, June 2017.
- [14] OZTURK, E.; BASAR, E.; CIRPAN, H. A. Generalized frequency division multiplexing with index modulation. In: 2016 IEEE GLOBECOM WORKSHOPS (GC WKSHPS), p. 1–6, Dec 2016.
- [15] ZHANG, S.; WEN, C. K.; TAKEUCHI, K. ; JIN, S.. Orthogonal approximate message passing for gfdm detection. In: 2017 IEEE 18TH INTERNATIONAL WORKSHOP ON SIGNAL PROCESSING ADVANCES IN WIRELESS COMMUNICATIONS (SPAWC), p. 1–5, July 2017.
- [16] MATTHÉ, M.; MENDES, L. L.; MICHAILOW, N.; ZHANG, D.; FETTWEIS,
   G... Widely linear estimation for space-time-coded gfdm in low-latency applications. IEEE Transactions on Communications, 63(11):4501-4509, Nov 2015.
- [17] DATTA, J.; LIN, H.; LIN, D.. A method to implement interference avoidance based mimo-gfdm using spatial modulation. In: 2015 INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCED TECHNOLOGIES FOR COMMUNICATIONS (ATC), p. 572–577, Oct 2015.

- [18] ZHONG, Z.; GUO, J.. Bit error rate analysis of a mimo-generalized frequency division multiplexing scheme for 5th generation cellular systems. In: 2016 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRONIC INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY (ICEICT), p. 62–68, Aug 2016.
- [19] AMINJAVAHERI, A.; FARHANG, A.; REZAZADEHREYHANI, A.; DOYLE, L. E. ; FARHANG-BOROUJENY, B. Ofdm without cp in massive mimo. IEEE Transactions on Wireless Communications, 16(11):7619–7633, Nov 2017.
- [20] FETTWEIS, G.; KRONDORF, M.; BITTNER, S.. Gfdm generalized frequency division multiplexing. In: VTC SPRING 2009 - IEEE 69TH VEHICULAR TECHNOLOGY CONFERENCE, p. 1–4, April 2009.
- [22] FARHANG-BOROUJENY, B.; MORADI, H.: Derivation of gfdm based on ofdm principles. In: 2015 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMMUNICATIONS (ICC), p. 2680–2685, June 2015.
- [23] MIRABBASI, S.; MARTIN, K.. Overlapped complex-modulated transmultiplexer filters with simplified design and superior stopbands. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, 50(8):456–469, Aug 2003.
- [24] DATTA, R.; MICHAILOW, N.; LENTMAIER, M. ; FETTWEIS, G. Gfdm interference cancellation for flexible cognitive radio phy design. In: 2012 IEEE VEHICULAR TECHNOLOGY CONFERENCE (VTC FALL), p. 1–5, Sept 2012.
- [25] JR., A. A. P.; NETO, R. S., A random-list based LAS algorithm for near-optimal detection in large-scale uplink multiuser MIMO systems. In: WSA 2015, 19TH INTERNATIONAL ITG WORKSHOP ON SMART ANTENNAS, ILMENAU, GERMANY, 3-5 MARCH 2015, p. 1–5, 2015.

## A DEP de Sistemas com Transmissão em Blocos

Seja  $x(t), t \in \mathbb{R}$ , um processo estocástico (PE) com Densidade Espectral de Potência (DEP) dada por:

$$\mathbf{S}_{x}(f) = \lim_{T_{0} \to \infty} \frac{1}{T_{0}} \mathbb{E}[|\int_{-\frac{T_{0}}{2}}^{\frac{T_{0}}{2}} x(t) e^{-j2\pi f t} \, \mathrm{d}t|^{2}], \tag{A-1}$$

onde  $\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$  é a transformada de Fourier de x(t) restrita ao intervalo  $\left[-\frac{T_0}{2}, \frac{T_0}{2}\right]$ .

Considere-se o vetor  $\boldsymbol{\chi}^{(i)}$  de dimensão  $(D \times 1)$  definido pelo produto da matriz de transmissão  $\boldsymbol{\Psi}$  de dimensão  $(D \times Z)$  e o vetor  $\mathbf{s}_i$  de dimensão  $(Z \times 1)$  que contém os símbolos de dados.

$$\boldsymbol{\chi}^{(i)} = \begin{pmatrix} \chi^{(i)}(0) \\ \chi^{(i)}(1) \\ \vdots \\ \chi^{(i)}(D-1) \end{pmatrix} = \boldsymbol{\Psi} \mathbf{s}_i.$$
(A-2)

Considere-se que os vetores:

$$\mathbf{s}_{i} = \begin{pmatrix} s_{i1} \\ s_{i2} \\ \vdots \\ s_{iZ} \end{pmatrix}, \quad i = 0, 1, 2, \dots,$$
(A-3)

são estatisticamente independentes com  $\mathbb{E}[\mathbf{s}_i] = \mathbf{0} \in \mathbb{E}[\mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H] = \sigma_{\mathbf{s}}^2 \mathbf{I}.$ 

Seja  $x_i(t)$  o *i*-ésimo bloco de símbolos transmitidos formado por:

$$x_i(t) = \sum_{l=0}^{D-1} \chi^{(i)}(l)g(t - lT_s), \qquad (A-4)$$

onde  $T_s = \frac{1}{R_s}$ , sendo  $R_s$  a taxa de símbolos de informação e g(t) representa o pulso na transmissão.

O sinal x(t) resultante da transmissão sequencial dos blocos  $x_i(t)$  pode ser expresso como:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i(t - iT), \qquad (A-5)$$

onde  $T = DT_s$ .

A expressão (A-1) pode ser calculada restringindo-se inicialmente (A-5) a um número finito de termos:

$$\mathbf{S}_x(f) = \lim_{T' \to \infty} \frac{1}{T'} \mathbb{E}[|\mathcal{F}[\sum_{i=-K}^{+K} x_i(t-iT)]|^2], \qquad (A-6)$$

onde o operador  $\mathcal{F}[\]$  calcula a transformada de Fourier e  $T' = (2K + 1)T = (2K + 1)DT_s$ . A expressão (A-6) após cálculo da transformada de Fourier resulta em:

$$\mathbf{S}_{x}(f) = \lim_{K \to \infty} \frac{1}{(2K+1)T} \mathbb{E}[|\sum_{i=-K}^{+K} X_{i}(f)e^{-j2\pi i fT}|^{2}], \quad (A-7)$$

onde

$$X_{i}(f) = \mathcal{F}[x_{i}(t)]$$
  
=  $\mathcal{F}[\sum_{l=0}^{D-1} \chi^{(i)}(l)g(t - lT_{s})]$   
=  $\sum_{l=0}^{D-1} \chi^{(i)}(l)G(f)e^{-j2\pi lfT_{s}},$  (A-8)

com G(f) denotando o espectro do pulso de transmissão.

-

Expandindo-se o valor esperado em (A-7), obtem-se:

$$\mathbf{S}_{x}(f) = \lim_{K \to \infty} \frac{1}{(2K+1)T} \sum_{i=-K}^{+K} \sum_{m=-K}^{+K} \mathbb{E}[X_{i}(f)X_{m}^{*}(f)]e^{-j2\pi(i-m)fT}, \quad (A-9)$$

e ainda, fazendo uso de (A-8) é possível expressar o valor esperado em (A-9) como:

$$\mathbb{E}[X_i(f)X_m^*(f)] = |G(f)|^2 \sum_{l=0}^{D-1} \sum_{n=0}^{D-1} \mathbb{E}[\chi^{(i)}(l)\chi^{(m)^*}(n)]e^{-j2\pi(l-n)fT_s}$$
(A-10)

Sendo os vetores  $\boldsymbol{\chi}^{(i)}$  estatisticamente independentes com  $\mathbb{E}[\boldsymbol{\chi}^{(i)}] = \mathbf{0}$ , tem-se então:

$$\mathbb{E}[\chi^{(i)}(l)\chi^{(m)^*}(n)] = \begin{cases} 0 & , i \neq m \\ R_{\chi}(l,n) & l, n = 0, 1, \dots D - 1 & , i = m \end{cases}$$
(A-11)

Utilizando (A-11) em (A-10), obtem-se:

$$\mathbb{E}[X_i(f)X_m^*(f)] = \begin{cases} 0 & , i \neq m \\ |G(f)|^2 \sum_{l=0}^{D-1} \sum_{n=0}^{D-1} R_{\chi}(l,n)e^{-j2\pi(l-n)fT_s} & , i = m \end{cases},$$
(A-12)

substituindo-se (A-12) em (A-9) e como  $\mathbb{E}[|\mathbf{X}_i(f)|^2]$  não depende do índice i, obtem-se:

$$\mathbf{S}_{x}(f) = \lim_{K \to \infty} \frac{1}{(2K+1)T} \sum_{i=-K}^{+K} \mathbb{E}[|X_{i}(f)|^{2}]$$
  
=  $\lim_{K \to \infty} \frac{1}{(2K+1)T} \mathbb{E}[|X_{0}(f)|^{2}](2K+1)$  (A-13)  
=  $\frac{1}{T} |G(f)|^{2} \sum_{l=0}^{D-1} \sum_{n=0}^{D-1} R_{\chi}(l,n) e^{-j2\pi(l-n)fT_{s}},$ 

onde  $R_{\chi}(l, n)$ , com  $l \in n \in [0, 1, ..., D - 1]$ , são as componentes da matriz autocorrelação dos blocos transmitidos:

$$\mathbf{R}_{\boldsymbol{\chi}} = \mathbb{E}[\boldsymbol{\chi}^{(i)} \boldsymbol{\chi}^{(i)^{H}}]$$

$$= \mathbb{E}[\boldsymbol{\Psi} \mathbf{s}_{i} \mathbf{s}_{i}^{H} \boldsymbol{\Psi}^{H}]$$

$$= \boldsymbol{\Psi} \mathbb{E}[\mathbf{s}_{i} \mathbf{s}_{i}^{H}] \boldsymbol{\Psi}^{H}$$

$$= \boldsymbol{\Psi} \sigma_{\mathbf{s}}^{2} \mathbf{I} \boldsymbol{\Psi}^{H}$$

$$= \sigma_{\mathbf{s}}^{2} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Psi}^{H}$$
(A-14)

Utilizando (A-14) em (A-13) e sendo  $T=DT_s,\,({\rm A-13})$ pode ser reescrita na forma:

$$\mathbf{S}_{x}(f) = \frac{\sigma_{\mathbf{s}}^{2}}{T_{s}}|G(f)|^{2}\frac{1}{D}\sum_{l=0}^{D-1}\sum_{n=0}^{D-1}R_{\chi}(l,n)e^{-j2\pi(l-n)fT_{s}}$$
(A-15)

## B Resultados do Cálculo da DEP

## B.1 Sistema GFDM sem CP



Figura B.1: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15 e OFDM com FFT 16 normalizadas pelo ponto de máximo.



Figura B.2: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15 e OFDM com FFT 16 normalizadas pela área.



Figura B.3: Porcentagem de emissão fora de uma faixa B do sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15 e OFDM com FFT 16.



Figura B.4: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = N = 16, K = 15 e OFDM com FFT 16 normalizadas pelo ponto de máximo.



Figura B.5: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM de M = N = 16, K = 15 e OFDM de FFT 16 normalizadas pela área.



Figura B.6: Porcentagem de emissão fora de uma faixa B do sistema GFDM de M = N = 16, K = 15 e OFDM de FFT 16.
## B.2 Sistema GFDM com CP



Figura B.7: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15 e OFDM com FFT 16 e G = 4 normalizadas pelo ponto de máximo.



Figura B.8: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15 e OFDM com FFT 16 e G = 4 normalizadas pela área.



Figura B.9: Porcentagem de emissão fora de uma faixa B do sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15 e OFDM com FFT 16 e G = 4, considerando  $R_s$  e  $R_s^{inf}$ .



Figura B.10: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = N = 16, K = 15 e OFDM com FFT 16 e G = 4 normalizadas pelo ponto de máximo.



Figura B.11: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = N = 16, K = 15 e OFDM com FFT 16 e G = 4 normalizadas pela área.



Figura B.12: Porcentagem de emissão fora de uma faixa B do sistema GFDM com M = N = 16, K = 15 e OFDM com FFT 16 e G = 4, considerando  $R_s$  e  $R_s^{inf}$ .



Figura B.13: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15 e OFDM com FFT 128 e G = 8 normalizadas pelo ponto de máximo.



Figura B.14: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15 e OFDM com FFT 128 e G = 8 normalizadas pela área.



Figura B.15: Porcentagem de emissão fora de uma faixa B do sistema GFDM com M = 16, N = 8, K = 15 e OFDM com FFT 128 e G = 8, considerando  $R_s$  e  $R_s^{inf}$ .



Figura B.16: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = N = 16, K = 15 e OFDM com FFT 256 e G = 8 normalizadas pelo ponto de máximo.



Figura B.17: Densidade Espectral de Potência do sistema GFDM com M = N = 16, K = 15 e OFDM com FFT 256 e G = 8 normalizadas pela área.



Figura B.18: Porcentagem de emissão forade uma faixa B do sistema GFDM com M = N = 16, K = 15 e OFDM com FFT 256 e G = 8, considerando  $R_s$  e  $R_s^{inf}$ .

## C Módulo dos elementos do produto $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$



Figura C.1: Módulo dos elementos do produto  $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$  para os parâmetros M = 8, N = 8 (M slots de tempo e N subportadoras) e K = 2 (número de coeficientes do pulso formatador).



Figura C.2: Módulo dos elementos do produto  $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$  para os parâmetros M = 8, N = 8 (M slots de tempo e N subportadoras) e K = 15 (número de coeficientes do pulso formatador).



Figura C.3: Módulo dos elementos do produto  $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$  para os parâmetros M = 16, N = 8 (*M slots* de tempo e *N* subportadoras) e K = 2 (número de coeficientes do pulso formatador).



Figura C.4: Módulo dos elementos do produto  $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$  para os parâmetros M = 16, N = 8 (M slots de tempo e N subportadoras) e K = 7 (número de coeficientes do pulso formatador).



Figura C.5: Módulo dos elementos do produto  $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$  para os parâmetros M = 16, N = 8 (M slots de tempo e N subportadoras) e K = 15 (número de coeficientes do pulso formatador).



Figura C.6: Módulo dos elementos do produto  $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$  para os parâmetros M = 16, N = 16 (M slots de tempo e N subportadoras) e K = 2 (número de coeficientes do pulso formatador).



Figura C.7: Módulo dos elementos do produto  $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$  para os parâmetros M = 16, N = 16 (M slots de tempo e N subportadoras) e K = 7 (número de coeficientes do pulso formatador).



Figura C.8: Módulo dos elementos do produto  $\mathbf{M}^{H}\mathbf{M}$  para os parâmetros M = 16, N = 16 (M slots de tempo e N subportadoras) e K = 15 (número de coeficientes do pulso formatador).

D Curvas do desempenho



Figura D.1: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 8, K = 2 em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:1).



Figura D.2: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 8, K = 2 em canal multipercurso fixo com L = 4, (c:1).



Figura D.3: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 8, K = 2 em canal multipercurso fixo com L = 6, (c:1).



Figura D.4: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 8, K = 2 em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:1).



Figura D.5: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 8, K = 15 em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:1).



Figura D.6: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 8, K = 15 em canal multipercurso fixo com L = 4, (c:1).



Figura D.7: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 8, K = 15 em canal multipercurso fixo com L = 6, (c:1).



Figura D.8: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 8, K = 15 em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:1).



Figura D.9: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 16, K = 2 em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:3).



Figura D.10: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 16, K = 2 em canal multipercurso fixo com L = 4, (c:3).



Figura D.11: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 16, K = 2 em canal multipercurso fixo com L = 6, (c:3).



Figura D.12: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 16, K = 2 em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:3).



Figura D.13: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 16, K = 7 em canal multipercurso fixo com L = 2, (c:3).



Figura D.14: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 16, K = 7 em canal multipercurso fixo com L = 4, (c:3).



Figura D.15: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 16, K = 7 em canal multipercurso fixo com L = 6, (c:3).



Figura D.16: Desempenho BER dos detectores ZF, MMSE, MF, ZF-PIC, MMSE-PIC e MF-PIC aplicados na matriz  $\mathbf{B} = \mathbf{HM}$  no sistema GFDM com M = N = 16, K = 7 em canal multipercurso fixo com L = 8, (c:3).