

2 RADIERS ESTAQUEADOS

2.1. INTRODUÇÃO

Radiers estaqueados são um tipo de fundação mista composta por dois elementos: um horizontal (o radier) e outro vertical (as estacas). A transferência das cargas estruturais ao solo se faz por três formas: pela base do elemento horizontal como nas fundações rasas e também ao longo do fuste e da ponta do elemento vertical como em fundações profundas.

Esse tipo de solução para a fundação é adotado nos casos em que a capacidade de suporte do terreno para fundações rasas é de qualidade razoável mas onde os recalques totais e diferenciais esperados possam ser elevados. A introdução de algumas estacas sob o radier tem como objetivo reduzir os valores de recalque a níveis aceitáveis (Burland *et al.*, 1977).

Nestes casos, o número de estacas a ser utilizado é menor, tipicamente de três a quatro vezes, do que aquele correspondente à alternativa de fundação estaqueada convencional, ou seja, a redução é da ordem de 65 a 75% no número de estacas (Randolph, 1994).

2.2. MECANISMOS DE INTERAÇÃO EM RADIERS ESTAQUEADOS

A análise de um radier estaqueado requer a consideração de quatro interações desenvolvidas entre os elementos da fundação mista. A Figura 2. 1 mostra cada uma dessas interações.

Recalques de estacas isoladas e mecanismos de interação estaca-estaca têm sido extensamente estudados e discutidos por diversos autores. Poulos (1972) define o fator de interação estaca-estaca α como

$$\alpha = \frac{\text{recalque adicional devido a uma carga unitária na estaca adjacente}}{\text{recalque da estaca devido a uma carga unitária}} \quad (2. 1)$$

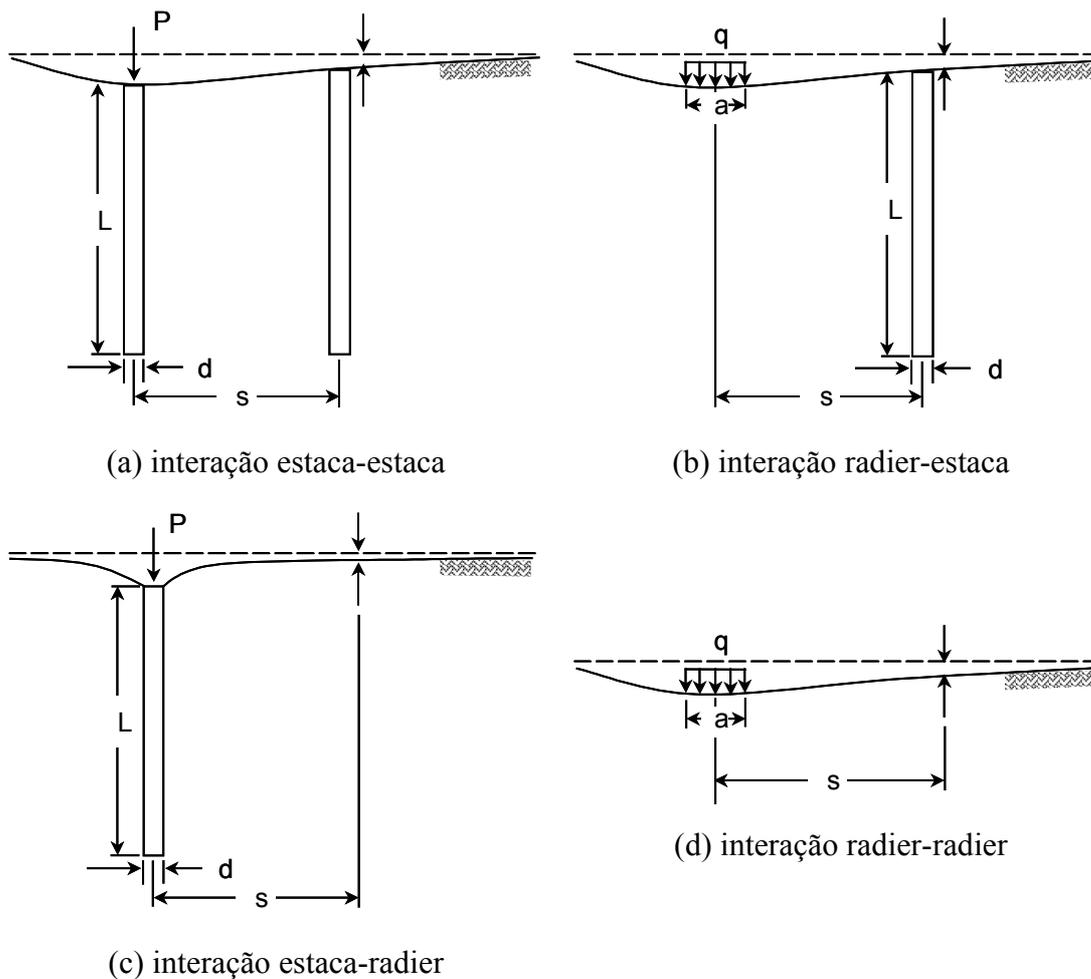


Figura 2. 1 – Mecanismos de interação em radiers estaqueados (modificado de Hain & Lee, 1978).

Geralmente, esses fatores de interação são apresentados apenas para um contínuo homogêneo, isotrópico e linearmente elástico mas Hain & Lee (1978) determinaram fatores de interação para um solo cujo módulo de elasticidade cresce linearmente com a profundidade (solo de Gibson). Hain (1977) já havia mostrado anteriormente que o recalque de uma estaca isolada em uma camada de solo não-homogêneo pode ser previsto com suficiente precisão usando a solução de um meio homogêneo equivalente com o módulo de elasticidade médio ao longo do comprimento da estaca. Foram feitas então comparações entre os fatores de interação α como uma função do espaçamento entre as estacas para um contínuo homogêneo e outro não-homogêneo. Conforme esperado, Hain & Lee (*op. cit.*) observaram que o aumento do módulo de elasticidade com a

profundidade provoca uma significativa redução na interação entre estacas adjacentes.

Interações entre as estacas e o radier são ilustradas nas Figuras 2. 1(b) e 2. 1(c). A análise dessas situações foi também apresentada por Hain (1977) admitindo radiers perfeitamente flexíveis. Dessa análise foram obtidos os seguintes fatores de interação:

- a) Fator de interação estaca-radier β_p

$$\beta_p = \frac{\text{recalque adicional da estaca devido à carga superficial unitária}}{\text{recalque da estaca sob carga unitária}} \quad (2.2)$$

- b) Fator de interação radier- estaca β_s

$$\beta_s = \frac{\text{recalque adicional da superfície do solo devido à carga unitária aplicada na estaca}}{\text{recalque da superfície devido à carga superficial unitária}} \quad (2.3)$$

A interação mostrada na Figura 2. 1(d) representa a tradicional distribuição de recalques superficiais em um radier perfeitamente flexível, que pode ser avaliada usando-se as soluções da teoria da elasticidade linear para um meio homogêneo ou as expressões apresentadas por Brown & Gibson (1972) para o caso de um maciço de solo com módulo de elasticidade linearmente crescente com a profundidade.

2.3. ABORDAGENS PARA O PROJETO DE RADIERS ESTAQUEADOS

Randolph (1994) apresenta uma ampla revisão sobre as diversas abordagens de projeto para estimativa de recalque em radiers estaqueados, agrupando-os segundo três enfoques diferentes:

(1) Abordagem convencional

Nesse tipo de abordagem a fundação é projetada essencialmente como um grupo de estacas, com espaçamento regular das estacas em toda a área do radier, porém considerando que parte da carga é transmitida diretamente do radier para o solo.

Um exemplo desse tipo de análise é a metodologia proposta por Randolph (1983), na qual, adotando os subscritos p para grupo de estacas e r para o radier, o recalque de cada componente da fundação pode ser expresso como:

$$\begin{Bmatrix} w_p \\ w_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/K_p & \alpha_{pr}/K_r \\ \alpha_{rp}/K_p & 1/K_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_p \\ P_r \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

onde:

α_{pr} e α_{rp} são fatores de interação estaca-radier e radier-estaca, respectivamente;

K_p e K_r representam a rigidez do grupo de estacas e do radier, respectivamente;

P_p e P_r representam a parcela do carregamento total transmitida ao solo pelas estacas e pelo radier, respectivamente.

Do teorema de Betti para materiais elásticos, os termos fora da diagonal principal da matriz de flexibilidade devem ser simétricos, de modo que os fatores de interação devem ser relacionados por

$$\alpha_{pr} = \alpha_{rp} \frac{K_r}{K_p} \quad (2.5)$$

Admitindo que o recalque médio das estacas e do radier são idênticos, as expressões (2.4) e (2.5) permitem calcular a rigidez global K_{pr} e a proporção de carga suportada pelo radier como

$$K_{pr} = \frac{K_p + K_r (1 - 2\alpha_{rp})}{1 - \alpha_{rp}^2 (K_r / K_p)} \quad (2.6)$$

e

$$\frac{P_r}{P_r + P_p} = \frac{K_r (1 - \alpha_{rp})}{K_p + K_r (1 - 2\alpha_{rp})} \quad (2.7)$$

A rigidez do radier K_r e do grupo de estacas K_p podem ser avaliadas convencionalmente (carga aplicada dividida pelo recalque médio), enquanto o fator de interação α_{rp} pode ser aproximado pela seguinte expressão:

$$\alpha_{rp} = \frac{\ln(r_m/r_c)}{\ln(r_m/r_0)} \approx 1 - \frac{\ln(r_c/r_0)}{\zeta} \quad (2.8)$$

onde:

r_m é o raio de influência máximo das estacas;

r_c é o raio efetivo do radier associado com cada estaca;

r_0 é o raio da estaca circular;

$$\zeta = \ln(r_m/r_0).$$

O raio de influência máximo das estacas r_m corresponde à distância radial na qual os deslocamentos no solo são admitidos bastante pequenos. Empiricamente, este raio pode ser considerado da ordem do comprimento da estaca (Randolph & Wroth, 1978).

Análises mais rigorosas apresentadas por Clancy & Randolph (1992) mostram que quando o número de estacas do grupo aumenta, o valor de α_{rp} tende a se aproximar de um valor constante próximo de 0.8, independente do espaçamento entre as estacas, do comprimento relativo das mesmas ou da rigidez relativa, como mostra a Figura 2. 2. Isso conduz à seguinte expressão para a rigidez do radier estaqueado

$$K_{pr} = \frac{1-0.6(K_r/K_p)}{1-0.64(K_r/K_p)} K_p \quad (2.9)$$

da qual pode-se observar que a rigidez global da fundação mista K_{pr} se aproxima daquela do grupo de estacas K_p .

Similarmente, a relação entre as cargas suportadas pelo radier e pelo grupo de estacas pode ser expressa como

$$\frac{P_r}{P_p} = \frac{0.2}{1-0.8(K_r/K_p)} \frac{K_r}{K_p} \quad (2.10)$$

que varia tipicamente, entre 0.3-0.5 (K_r/K_p).

Randolph (1994) aponta a redução do número total de estacas como a principal característica da abordagem convencional de análise de radiers estaqueados, devido ao fato de que apenas 60-75% da carga estrutural total é considerada suportada pelas estacas.

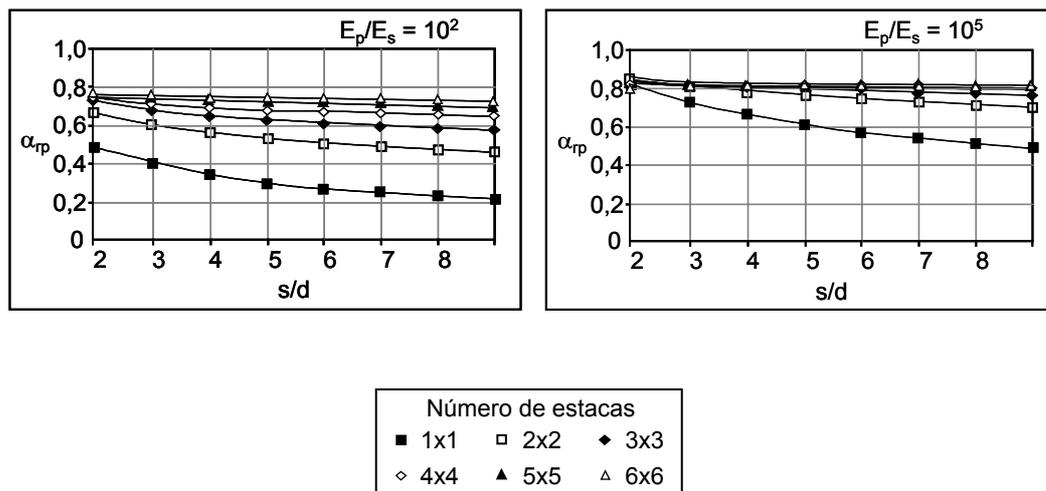


Figura 2. 2 – Valores do fator de interação α_{rp} para radiers com diversos números de estacas (modificado de Clancy & Randolph, 1992).

(2) Abordagem baseada na mobilização total das estacas

A fundação é essencialmente projetada como um radier, mas o recalque total é reduzido como sugerido por Burland *et al.* (1977), ou seja, através da inclusão de estacas distribuídas uniformemente sob o radier, as quais podem apresentar deslocamentos relativos em relação ao solo adjacente. A escolha da carga de total mobilização da estaca (cerca de 70-80% da capacidade de carga última) como carga de trabalho de cada estaca previne a ocorrência de elevadas cargas nos eixos da fundação, permitindo uma determinação mais precisa dos momentos fletores no radier. A Figura 2. 3 compara a eficiência da metodologia em termos de redução no recalque da fundação de dois edifícios, um projetado pela abordagem convencional e o outro pelo uso de estacas totalmente mobilizadas (Hansbo, 1993). Pode-se observar claramente uma significativa redução nos custos do estaqueamento do segundo edifício (104 estacas comparadas com 211 estacas da abordagem convencional), porém com pouca diferença na eficiência da redução dos recalques.

Essa metodologia tem sido empregada para solos não-coesivos (Hansbo, 1993; Phung, 1993) e tem mostrado que o aumento da tensão efetiva devido ao carregamento transmitido pelo radier resulta em um aumento na capacidade de suporte das estacas. Dessa forma, as estacas trabalharão abaixo da sua majorada carga de “creep” ou de mobilização total, e a eficiência da fundação pode então ser analisada pelo método convencional apresentado anteriormente.

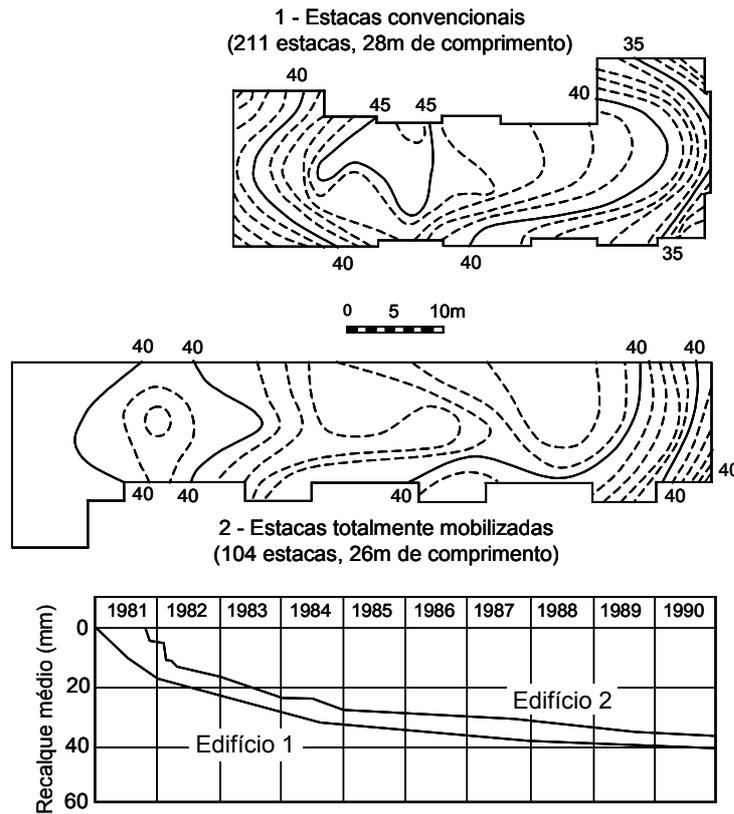


Figura 2. 3 – Eficiência na redução de recalque em dois edifícios, o primeiro com estacas convencionais e o segundo com estacas totalmente mobilizadas (modificado de Hansbo, 1993).

(3) Abordagem baseada no controle de recalques diferenciais

Os dois enfoques apresentados anteriormente consideram uma distribuição uniforme das estacas sob o radier com o objetivo primário de limitar os recalques totais a níveis aceitáveis. A redução dos recalques diferenciais é então uma consequência da diminuição dos recalques totais da fundação.

Uma abordagem mais direta e eficiente seria projetar estacas para minimizar a ocorrência de recalques diferenciais sem necessariamente reduzir o recalque médio do sistema de modo significativo.

As Figuras 2. 4 e 2. 5 mostram esquematicamente os princípios nos quais se baseia o projeto de estacas para redução de recalques diferenciais. Considerando que a carga estrutural seja uniformemente distribuída sobre a superfície do radier, haverá uma tendência desse radier não-estaqueado apresentar maiores recalques no seu centro. A adição de umas poucas estacas na região central, possivelmente carregadas próximo de sua capacidade última, reduzirá essa tendência e minimizará os recalques diferenciais.

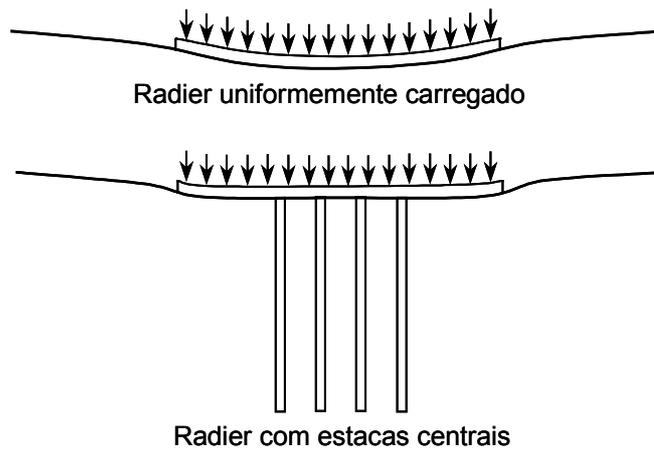


Figura 2. 4 – Estacas centrais para redução de recalques diferenciais (modificado de Randolph, 1994).

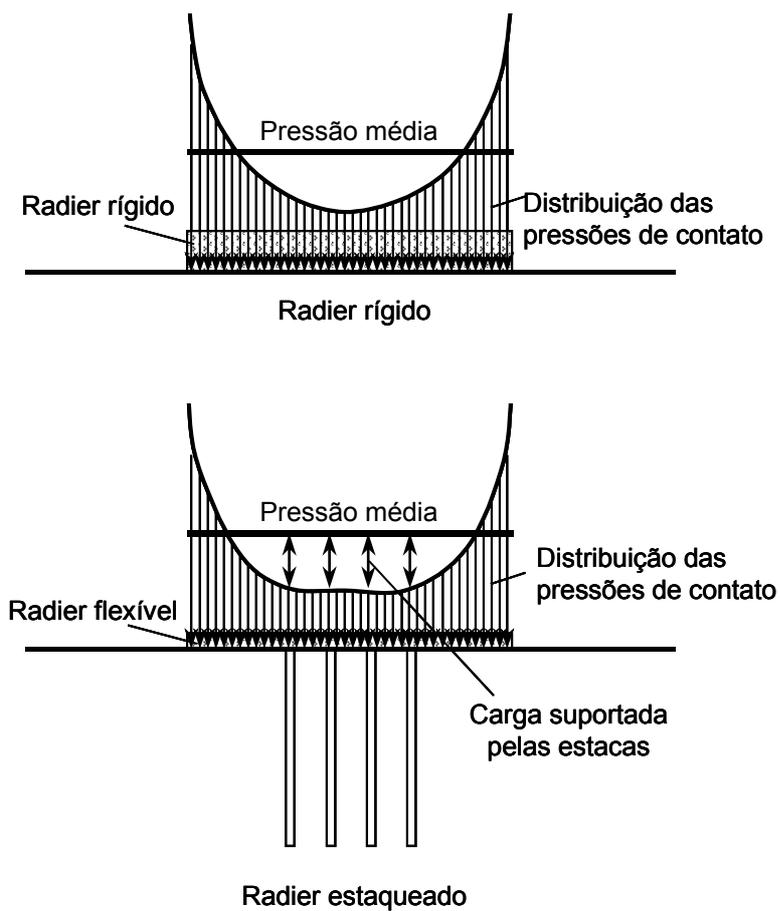


Figura 2. 5 – Esquema de projeto de estacas para redução de recalques diferenciais (modificado de Randolph, 1994).

O suporte necessário às estacas pode ser estimado ao se considerar uma distribuição ideal das pressões de contato que atuam em um radier rígido, onde a pressão central é aproximadamente a metade da pressão média aplicada segundo a teoria da elasticidade linear. As estacas centrais devem então ser projetadas para absorver 50-70% da pressão média aplicada, conduzindo a distribuição de pressão a uma configuração semelhante àquela para um radier rígido, resultando, portanto, em recalques diferenciais bastante menores. É importante notar que as estacas contribuirão com alguma parcela de recalque, devendo então ser projetadas para suportar mais do que aproximadamente metade da pressão de contato aplicada pelo radier ao solo.

2.4. MÉTODOS PROPOSTOS PARA ANÁLISE DE RADIERS ESTAQUEADOS

Radiers estaqueados têm sido projetados em todo o mundo para suportar uma grande variedade de estruturas, e nas últimas décadas vêm-se destacando como uma alternativa bastante econômica em relação à fundação convencional totalmente estaqueada, na qual admite-se que toda a carga estrutural é suportada apenas pelas estacas. Para tomar partido do compartilhamento de carga entre o radier e as estacas é conveniente que se tenha disponível um método de projeto que considere apropriadamente os mecanismos de interação que ocorrem entre os elementos que compõem a fundação, conforme apresentado na Figura 2. 1.

Diversos métodos foram propostos na literatura para análise de radiers estaqueados, podendo ser classificados em uma das categorias apresentadas a seguir.

2.4.1. Métodos para cálculo simplificado

Envolvem o uso de soluções teóricas obtidas pela teoria da elasticidade linear para estimativa do recalque médio do conjunto e da distribuição de carga entre o radier e as estacas (Padfield & Sharrock, 1983; Randolph, 1983, Poulos & Davis, 1980).

O método proposto por Randolph (1983), embora admita que parte da carga estrutural será transferida diretamente do radier ao solo de fundação, tem se mostrado bastante conservativo por considerar uma distribuição uniforme das estacas na área do radier, abordando o problema da forma convencional. Padfield & Sharrock (1983) propõem uma metodologia de cálculo semelhante, sugerindo entretanto que somente poucas estacas sejam dispostas na região central do radier, o que pode representar uma economia significativa no custo total da fundação.

Poulos & Davis (1980) apresentam um método alternativo, similar àquele empregado para análise de grupos de estaca, porém considerando que a unidade estrutural básica é uma estaca isolada e seu bloco de coroamento circular em contato com a superfície do solo. A interação entre duas unidades estaca-radier idênticas e igualmente carregadas pode ser expressa em termos de um fator de interação α_r expresso por

$$\alpha_r = \frac{\text{recalque adicional causado por uma unidade adjacente}}{\text{recalque de uma unidade isolada}} \quad (2.11)$$

Curvas relacionando α_r com o espaçamento relativo entre as estacas s/d são apresentadas para vários valores de diâmetro relativo d_r/d (d_r = diâmetro do bloco; d = diâmetro da estaca) considerando três valores de comprimento relativo L/d (10, 25 e 100), conforme mostram as Figuras 2.6, 2.7 e 2.8.

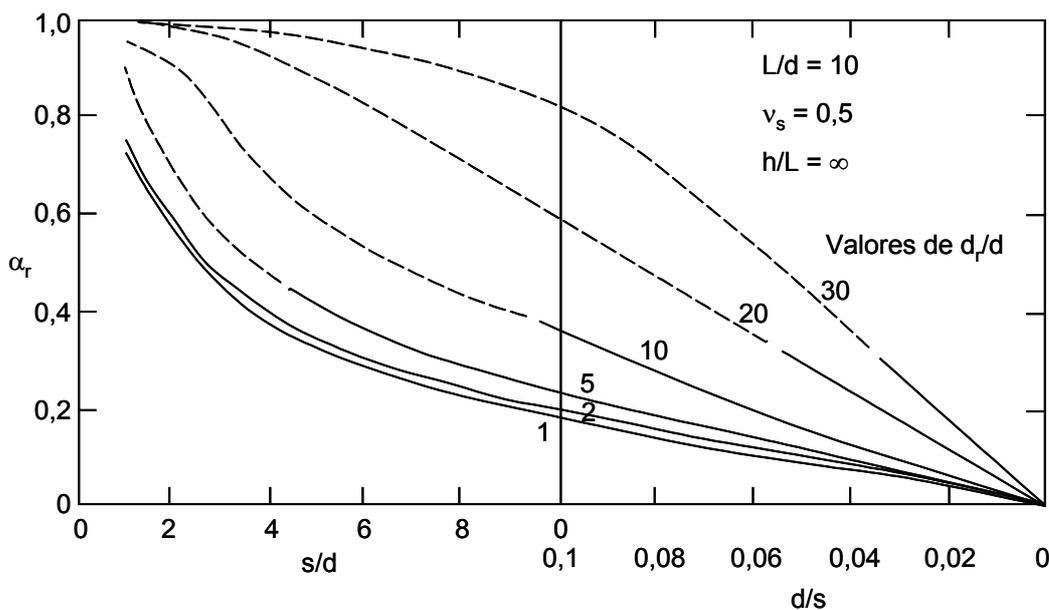


Figura 2. 6 – Fatores de interação α_r para unidades estaca-radier com $L/d = 10$ (modificado de Poulos & Davis, 1980).

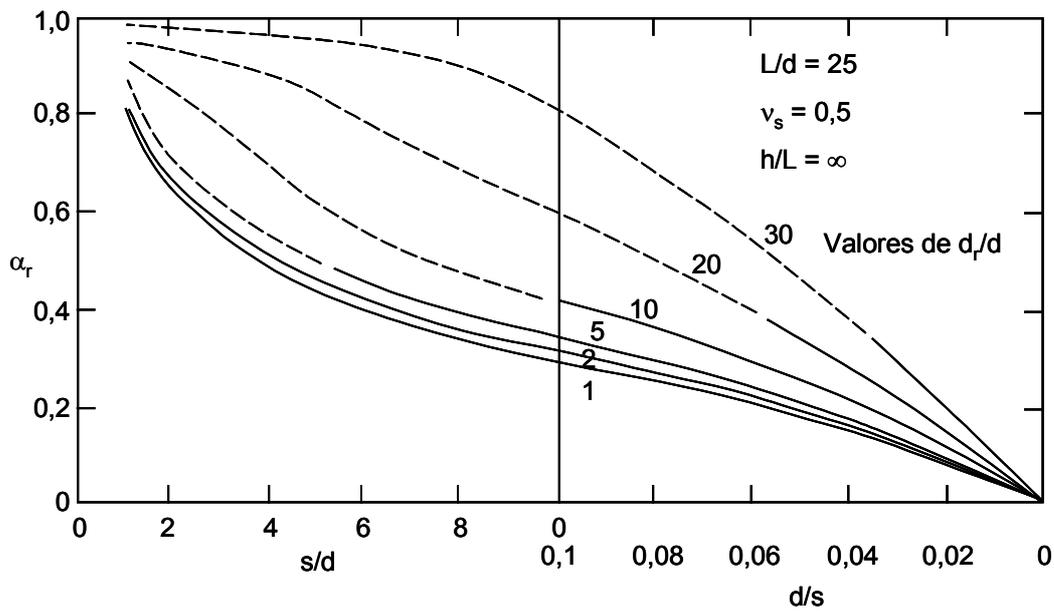


Figura 2. 7 – Fatores de interação α_r para unidades estaca-radier com $L/d = 25$ (modificado de Poulos & Davis, 1980).

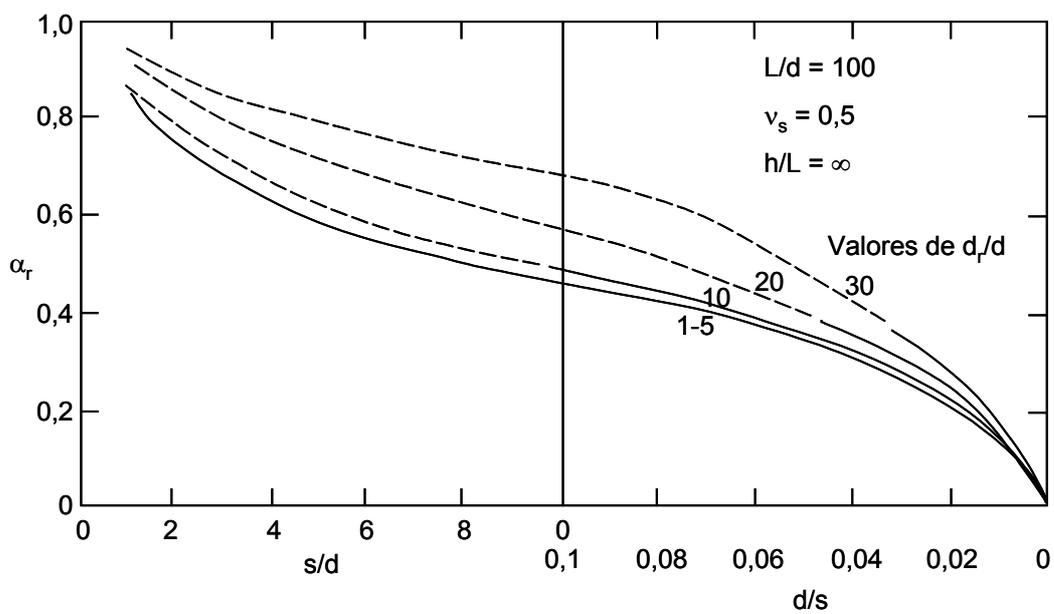


Figura 2. 8 – Fatores de interação α_r para unidades estaca-radier com $L/d = 100$ (modificado de Poulos & Davis, 1980).

Essas curvas podem ser usadas para dimensionamento de fundações estaqueadas ou radiers estaqueados considerando que o recalque de uma unidade estaca-radier qualquer pode ser aproximado por

$$\rho_i = \rho_1 \left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (P_j \alpha_{rij}) + P_i \right] \quad (2.12)$$

onde:

ρ_1 é o recalque de uma unidade estaca-radier sob carga unitária;

n é o número de estacas;

α_{rij} é o valor de α_r correspondente ao valor de d_r/d da unidade j , considerando o espaçamento entre as unidades i e j ;

P_i e P_j são as cargas nas unidades i e j , respectivamente.

2.4.2.

Análises baseadas no método dos elementos de contorno

No que se refere à análise de fundações em estacas, a grande maioria das soluções publicadas na literatura pelo método dos elementos de contorno (MEC) são fundamentadas na solução clássica de Mindlin (1936) que admite a hipótese de isotropia e homogeneidade do solo, representado como meio linearmente elástico. Algumas poucas publicações mais recentes admitem o maciço constituído por diferentes camadas horizontais (solos estratificados) e são baseadas em funções de Green específicas.

Butterfield & Banerjee (1971) realizaram pelo método dos elementos de contorno, um extenso estudo numérico de radiers rígidos com estacas rígidas ou compressíveis em um semi-espaço elástico. Os resultados desse estudo mostram que o contato do bloco de coroamento das estacas (ou do radier) com o solo conduz a um aumento de 5 a 15% na rigidez do sistema, que pode variar de acordo com o tamanho do grupo e o espaçamento relativo entre as estacas. Além disso, a proporção da carga estrutural total suportada por blocos de dimensões normais, apoiados sobre estacas com $20 < L/d < 40$ e em contato com o solo, varia entre 20 a 60% dependendo, novamente, do número de estacas do grupo e do espaçamento relativo entre as estacas, sendo maior para grupos e espaçamentos maiores.

Kuwabara (1989) estudou o comportamento de grupos de estacas e radiers estaqueados através de um procedimento em elementos de contorno baseado no método proposto por Poulos (1968) para análise de estacas isoladas e grupos de estacas em solos homogêneos. Esse procedimento faz uso de fatores de influência para o grupo de estacas, os quais devem ser avaliados considerando-se os efeitos de interação entre as estacas e o radier, com a vantagem de permitir a determinação das tensões atuantes não apenas nas estacas como também no radier. Com base nos resultados de análises de radiers estaqueados em um semi-espaço elástico e isotrópico (Figura 2. 9), são ressaltadas as seguintes conclusões do trabalho de Kuwabara (*op. cit.*):

- a) a proporção entre os recalques imediato e total é menor em radiers estaqueados do que em grupos de estacas com bloco de coroamento flutuante (sem contato com o solo), mas o efeito do radier é pequeno exceto para grupos com estacas curtas;
- b) a carga vertical suportada pelo radier é cerca de 20-40% da carga total aplicada considerando estacas com comprimento relativo $L/d < 50$ e espaçamento relativo $s/d < 10$, na condição não-drenada;
- c) a distribuição vertical de carga ao longo do comprimento da estaca é pouco afetada pela presença do radier, exceto na parte superior do fuste onde a carga é reduzida pela presença do mesmo;
- d) a pressão de contato no radier é relativamente uniforme na área ao redor das estacas.

Uma formulação simplificada baseada no método dos elementos de contorno foi também apresentada por Poulos (1991) para estudo do comportamento de uma sapata corrida estaqueada sujeita a diversos tipos de carregamento, dentre os quais carregamento vertical com momentos e carregamento distribuído com recalques de solo prescritos. A sapata corrida é modelada como elemento de viga e as estacas como elementos de mola. A interação entre os elementos da fundação é implicitamente considerada ao tratar o solo como um contínuo elástico. Segundo aquele autor os resultados da análise podem ser usados como uma primeira aproximação no estudo do comportamento de seções de um radier estaqueado. Entretanto, é importante observar que a influência das outras seções da fundação devem ser também consideradas, simulando-as como carregamentos externos aplicados.

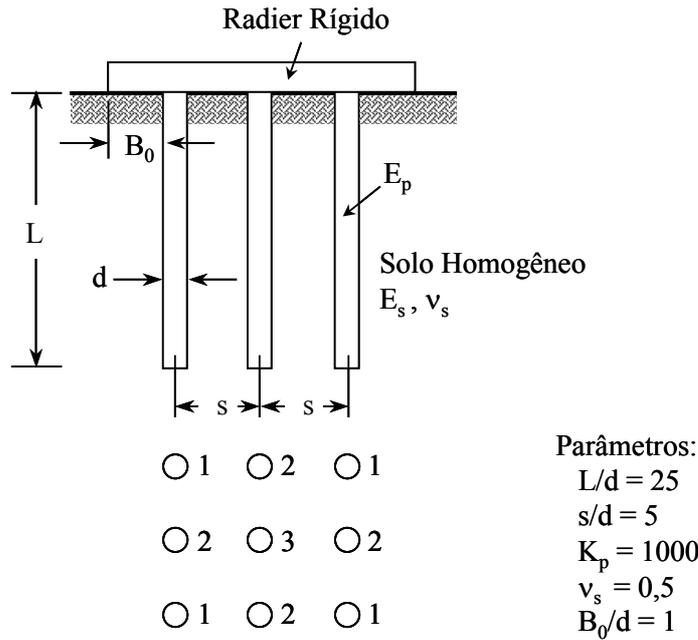


Figura 2. 9 – Geometria do radier estacado e parâmetros adotados (modificado de Kuwabara, 1989).

Mendonça & de Paiva (2000) apresentaram uma formulação para análise estática de radiers estacados na qual todas as interações entre o radier e as estacas são simultaneamente consideradas. Nesta investigação o radier é considerado como uma placa delgada matematicamente descrita por equações integrais enquanto o solo é considerado como um semi-espaco homogêneo, isotrópico e elástico linear representado por equações integrais baseadas na solução de Mindlin (1936). Cada estaca é modelada por um único elemento quadrático de três pontos nodais e a força cisalhante ao longo do mesmo é aproximada por um polinômio do segundo grau. A interface radier-solo é dividida em elementos triangulares, admitindo-se uma variação linear das pressões de contato através de cada elemento. Os deslocamentos do radier e das estacas são então representados através de equações integrais de modo que se possa obter um sistema de equações lineares envolvendo forças e deslocamentos em todos os pontos da interface e, resolvendo-se esse sistema, obtém-se os recalques e a rigidez global da fundação. Comparações feitas entre os resultados numéricos obtidos nessa formulação com outros apresentados na literatura, mostram uma boa concordância entre eles, sendo as diferenças justificadas pelas distintas modelagens da interface radier-estacas-solo adotadas em cada caso.

2.4.3. Análises baseadas no método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos (MEF) tem sido bastante empregado no estudo de radiers estaqueados. Foi pioneiramente utilizado para análise de grupos de estacas verticalmente carregados em meios homogêneos linearmente elásticos por Ottaviani (1975). Nessas análises, o mecanismo de transferência de carga foi estudado detalhadamente considerando a presença e a posição do bloco de coroamento. Elementos axissimétricos e tridimensionais foram usados na modelagem do problema para determinação do recalque em função da rigidez relativa das estacas. Os resultados foram comparados com valores previamente publicados, obtidos analiticamente ou através de ensaios em modelos, mostrando boa concordância entre si.

O comportamento nas juntas ou interfaces entre os diferentes materiais que constituem a fundação pode ser simulado através de elementos especiais, chamados de interface ou de junta para levar em conta a ocorrência de movimentos relativos e os seus associados modos de deformação. Desai *et al.* (1984) propõem um elemento de interface bastante simples, de pequena espessura (“thin layer”) que pode ser usado para modelar as interfaces solo-estaca ou solo-radier. A hipótese básica deste elemento é que a interface pode ser representada por um elemento plano de espessura finita t_e ($0,01 \leq t_e/L_e \leq 0,1$), compreendendo a espessura de solo de menor rigidez, onde supostamente ocorrem os maiores efeitos de interação, como ilustrado na Figura 2. 10 para o caso bidimensional.

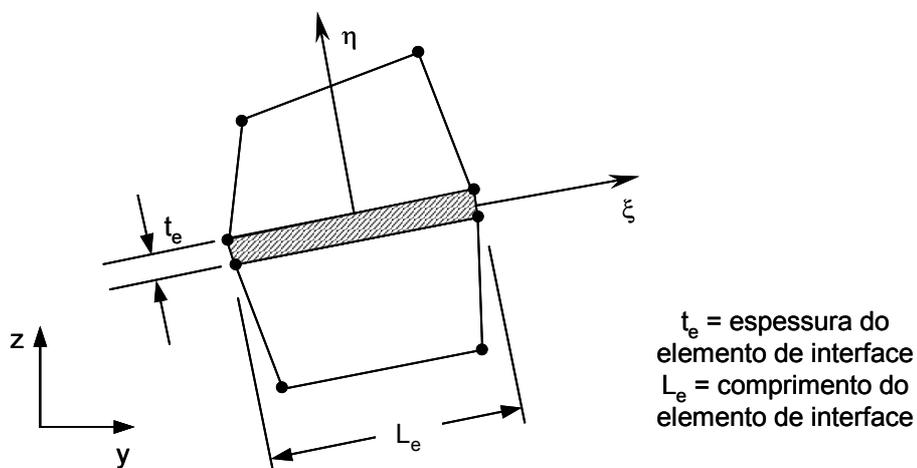


Figura 2. 10 – Elemento de interface bidimensional (modificado de Desai *et al.*, 1984).

Os efeitos da espessura do radier e da inclinação das estacas na resposta do sistema radier-estacas-solo foram estudados por Najjar (1994) através de um procedimento em elementos finitos tridimensional e não-linear. A não-linearidade do solo foi idealizada por um modelo de plasticidade no qual as superfícies de plastificação e de ruptura são descritas por uma única função matemática. Dos resultados numéricos, o autor observou que a variação na espessura do radier pode influenciar significativamente a distribuição de forças e momentos no topo das estacas.

Smith & Wang (1998) estudaram radiers estaqueados através de uma modelagem numérica tridimensional pelo método dos elementos finitos, incluindo a representação dos blocos de coroamento. Para resolver com eficiência (em poucos minutos) o grande sistema de equações resultante (aproximadamente um milhão de graus de liberdade) empregaram o método dos gradientes conjugados.

O método dos elementos finitos têm sido bastante utilizado nas fases de projeto, acompanhamento e retroanálise de estruturas fundadas em radiers estaqueados. Um exemplo disso, é o radier estaqueado construído em Frankfurt (na argila de Frankfurt) para suportar uma superestrutura de 130m de altura (Figura 2. 11), cujo projeto baseou-se num estudo numérico para obtenção de uma fundação segura e ao mesmo tempo econômica (Sommer *et al.*, 1985). Os resultados dos cálculos produziram uma previsão qualitativamente aceitável do comportamento do radier estaqueado no que diz respeito à sua capacidade de suporte e redução de recalques, sendo esse comportamento posteriormente confirmado pelas medidas iniciais das instrumentações, que mostraram grande semelhança com medidas obtidas em outras estruturas de porte comparável, construídas na argila de Londres.

Através de uma metodologia semelhante à descrita anteriormente, Katzenbach *et al.* (1994) realizaram um estudo sobre a distribuição de carga entre os elementos da fundação de um edifício de 300m de altura (Commerzbank Tower) também construído na argila de Frankfurt. A fundação, constituída por um radier estaqueado com 111 estacas escavadas (Figura 2. 12), foi projetada de modo que toda a carga estrutural incluindo a decorrente da ação do vento, fosse suportada somente pelas estacas, as quais foram projetadas em concreto estrutural reforçado. Usando um modelo constitutivo elastoplástico especial para a argila de

Frankfurt, os autores concluíram que 5% do carregamento total do edifício é suportado pelo radier.

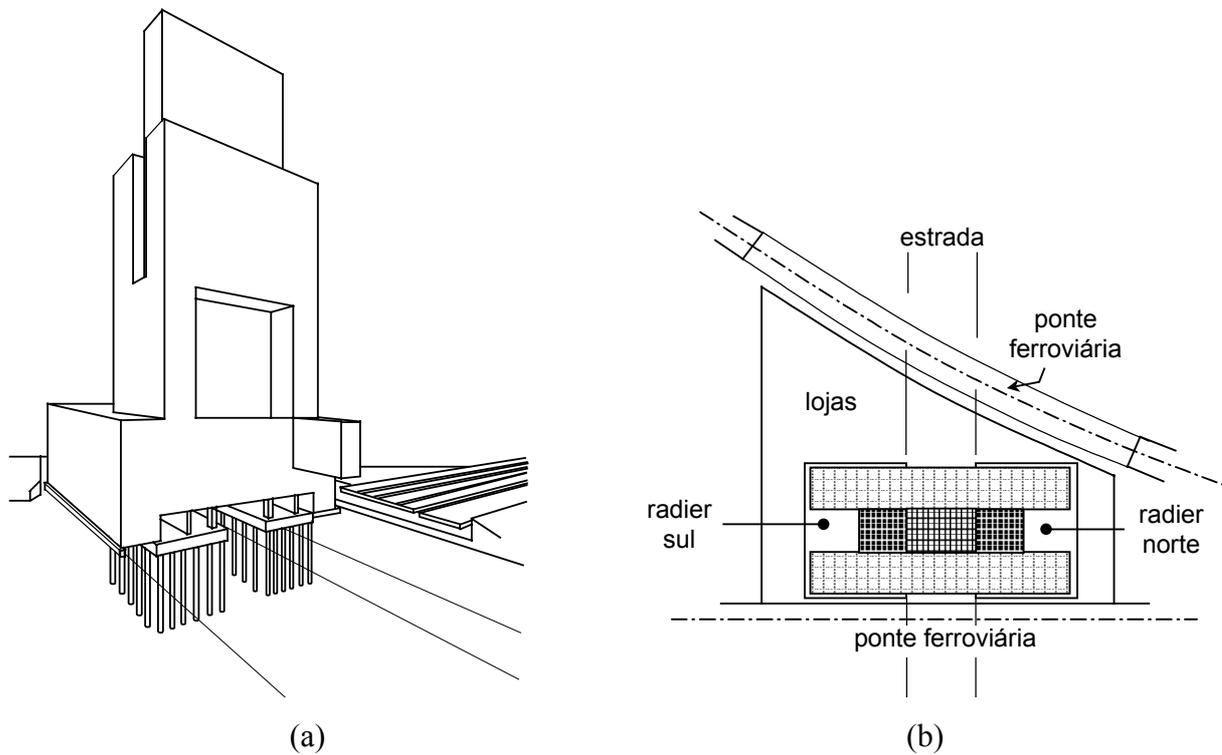
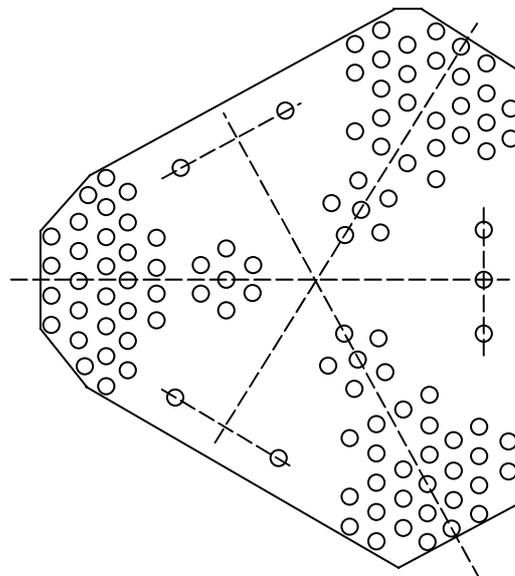


Figura 2. 11 – Radier estaqueado em argila de Frankfurt: (a) vista isométrica esquemática da fundação e superestrutura; (b) vista em planta (modificado de Sommer *et al.*, 1985).



(a)



(b)

Figura 2. 12 – Commerzbank Tower em Frankfurt: (a) foto da estrutura; (b) disposição das estacas no radier (modificado de Katzenbach *et al.*, 1994).

A tendência observada nos estudos e projetos mais recentes de radiers estaqueados é a otimização do grupo de estacas no que diz respeito à quantidade, posição e dimensões das estacas de modo a combinar eficiência, não apenas em relação a capacidade de suporte, como também em relação à redução de recalques, com economia no custo global da fundação. Esse assunto será melhor discutido e detalhado no item 2.5 a seguir.

2.4.4. Análises baseadas em métodos híbridos

Com o objetivo de superar algumas das dificuldades e limitações apresentadas tanto pelo MEC quanto pelo MEF, vários autores propuseram métodos híbridos de análise para radiers estaqueados pela combinação de técnicas numéricas, como por exemplo o uso do MEF para análise do radier e do MEC para análise do conjunto estacas-solo.

Hain & Lee (1978) analisaram radiers flexíveis estaqueados através de um método numérico híbrido simplificado, que incorpora através da superposição de fatores de interação entre os elementos da fundação, o método dos elementos finitos na análise do radier e o método dos elementos de contorno na análise do conjunto solo/estacas. Desde então essa metodologia de análise vem sendo adotada por diversos autores, como Yamashita & Kakurai (1991) e Griffiths *et al.* (1991), que desenvolveram técnicas de análise numérica similares àquela proposta por Hain & Lee (*op. cit.*), associando o método dos elementos finitos para modelagem do radier com técnicas baseadas na solução de Mindlin (Mindlin, 1936; Tomono *et al.*, 1987) para análise do conjunto estacas/solo.

Uma particularidade do método proposto por Hain & Lee (1978) é a utilização da técnica do “truncamento de carga” para representar a completa mobilização das estacas, ou seja, quando o limite de carga de uma estaca é alcançado, o valor máximo de carga é atribuído à estaca e esta é retirada do sistema de equações. Dessa forma, sem alterar as interações básicas entre os elementos que compõem a fundação, o problema é novamente calculado para avaliar a compatibilidade de deslocamentos.

Wiesner (1991) desenvolveu um método híbrido para análise de radiers estaqueados combinando o método dos elementos finitos e soluções da teoria da

elasticidade linear (Mindlin, 1936) para análise do comportamento do radier e do conjunto estacas-solo, respectivamente. Efeitos não-lineares foram incluídos na análise para simular a hipótese de descolamento no contato radier-solo devido a possível levantamento da face inferior do radier. Embora, esse método apresente limitações em relação à modelagem das interações entre as estacas e o radier, Wiesner (*op. cit.*) mostra que uma escolha apropriada do módulo de elasticidade do solo para cálculo dos deslocamentos das estacas e do solo pode também levar a soluções satisfatórias.

Poulos (1994) combinou o método das diferenças finitas na análise do radier com o método dos elementos de contorno para simulação do comportamento estacas/solo, também fazendo uso da superposição de fatores de interação. O método foi posteriormente alterado por Small & Poulos (1998) no qual o radier passa a ser analisado pelo método dos elementos finitos usando a técnica de “truncamento de carga”. Sales *et al.* (2000) utilizaram um “limite de escorregamento” ao invés do “truncamento de carga”, procurando dessa forma garantir a compatibilidade de deslocamentos na interface solo-estaca até que a tensão cisalhante na interface atinja um valor limite máximo. Quando essa tensão é alcançada em algum elemento, a compatibilidade de deslocamentos entre a estaca e o solo deixa de existir, podendo a estaca deslizar em relação ao solo adjacente. Retroanálises de provas de carga em sapatas estaqueadas mostraram que após a total mobilização da carga limite das estacas, a resposta carga-recalque do conjunto alterou-se bastante e as sapatas passaram a comandar o processo de recalque. Na simulação desta segunda etapa do comportamento da fundação, o emprego de um “limite de escorregamento” foi muito mais eficiente do que o tradicional procedimento de simplesmente limitar (“truncar”) a carga máxima atuante na estaca.

A metodologia proposta por Russo (1998) consiste em modelar o radier através de elementos finitos de placa, enquanto as estacas e o solo são representados por meio de molas lineares ou não-lineares. O grupo de estacas é analisado através da superposição de fatores de interação, sendo os deslocamentos do solo num semi-espaço homogêneo calculados pela solução de Boussinesq (Boussinesq, 1885) enquanto que nos perfis estratificados são resolvidos por meio da aproximação de Steinbrenner (Steinbrenner, 1934). Comparações com

resultados propostos na literatura mostraram que o método proposto fornece soluções satisfatórias, tanto em análises lineares quanto não-lineares.

Ta & Small (1996, 1997a, 1997b, 1998) e Zhang & Small (2000) analisaram radiers estaqueados em perfis de solo estratificados através de um método que combina o método dos elementos finitos para análise do radier e o método da camada finita para análise do sistema grupo de estacas/solo. Com base na análise dos resultados, os autores citados observaram que esses métodos podem ser usados com bastante sucesso na análise de radiers estaqueados em perfis de solo estratificados, e que as distribuições de carga ao longo do fuste das estacas nesse tipo de perfil são afetadas pela espessura relativa e rigidez das diversas camadas de solo que o compõem.

2.5. OTIMIZAÇÃO DA DISPOSIÇÃO DAS ESTACAS EM RADIERS ESTAQUEADOS

Uma estimativa mais precisa e um controle mais rigoroso dos recalques são aspectos importantes que devem ser considerados no projeto de um radier estaqueado. Em particular, os recalques diferenciais, que apresentam inúmeros aspectos negativos em uma superestrutura bem como na própria fundação, devendo então ser restringidos a limites aceitáveis.

No projeto de um radier estaqueado, as estacas normalmente têm sido dispostas uniformemente como num grupo de estacas embora algumas regras intuitivas tenham sido propostas para reduzir os recalques diferenciais. Kim *et al.* (2001) apresentaram uma técnica de otimização para a distribuição das estacas com o objetivo de reduzir os recalques diferenciais de um radier estaqueado. Nessa técnica, os diâmetros, comprimentos e número de estacas são pré-definidos, enquanto a posição das mesmas no radier é determinada por um processo de otimização.

A análise de um radier estaqueado engloba três subestruturas: o radier, o grupo de estacas e o solo subjacente. Kim *et al.* (*op. cit.*) propõem que o radier seja modelado como uma placa, já que sua espessura é relativamente pequena comparada às outras dimensões. O solo de suporte e as estacas são respectivamente modelados através de molas de Winkler e molas acopladas

propostas por Randolph & Wroth (1979), como mostra a Figura 2. 13. A interação entre as estacas é considerada de forma aproximada através das molas acopladas, enquanto que a interação entre as estacas e o radier é negligenciada no modelo de Winkler.

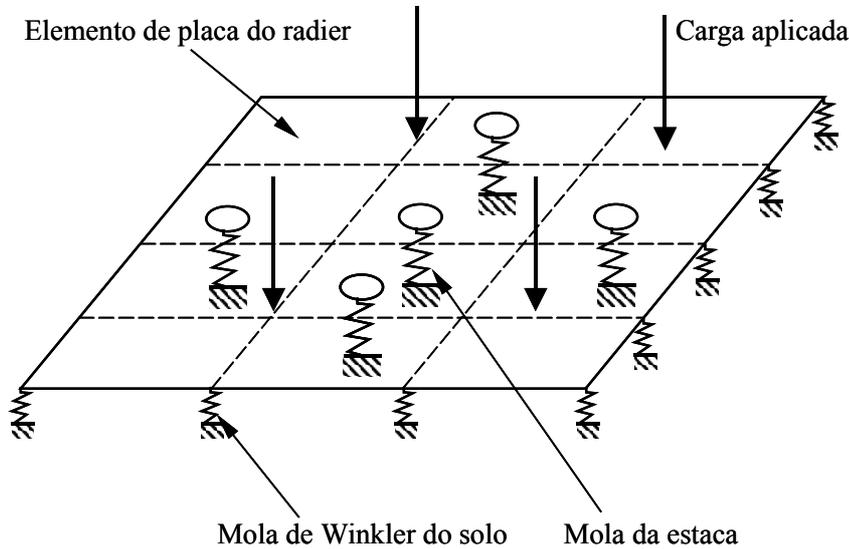


Figura 2. 13 – Modelo de elementos finitos de um radier estacado (modificado de Kim et al., 2001).

A função objetivo deve ser apropriadamente definida num problema de otimização para representar adequadamente o fenômeno físico estudado. Supõe-se que a escolha natural da função objetivo para representar este problema seja o recalque diferencial máximo da fundação, que nesse caso varia em função das posições das estacas. Seguindo este raciocínio, os recalques máximo e mínimo deveriam ser expressos em função das posições das estacas, e uma análise de sensibilidade dos recalques diferenciais máximos também seria função das posições das estacas, o que tornaria a análise muito difícil.

Para contornar essas dificuldades, Kim *et al.* (2001) decidiram adotar como função objetivo a norma Euclidiana do vetor dos gradientes da superfície deformada do radier estacado (Golub & Van Loan, 1996). O problema de otimização para minimização do recalque diferencial da fundação foi formulado como:

$$\begin{aligned} \min_{\chi^p} \quad \Pi &= \frac{1}{2} \int_A \left\| \nabla w(\chi^p) \right\|^2 dA \\ \text{submetido a} \quad Z(\chi^p) &\leq 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

onde:

Π é a função objetivo;

w é o vetor dos gradientes da superfície deformada do radier;

χ^p é um vetor representando as coordenadas das estacas;

Z é o vetor de restrições;

∇ é o operador gradiente em relação à coordenada bidimensional;

$\|\dots\|^2$ representa a norma Euclidiana de um vetor.

Essa função objetivo representa indiretamente o recalque diferencial do radier estaqueado, visto que uma redução no recalque diferencial gera uma redução na norma do vetor gradiente. Além disso, quando a função objetivo se aproxima de zero (valor mínimo absoluto para o recalque diferencial), o radier apresenta recalque de corpo infinitamente rígido.

As restrições são definidas de tal modo que as estacas permaneçam sempre dentro da área do radier e podem ser tanto lineares quanto não-lineares, dependendo sobretudo da geometria do radier.

Um algoritmo de programação quadrática recursiva (Fletcher, 1971) foi usado para minimizar a função objetivo não-linear em função das posições das estacas. A sensibilidade dos deslocamentos de um radier foi obtida por diferenciação direta da equação de equilíbrio de um radier estaqueado, que por sua vez, foi obtida pelo método dos elementos finitos. Discussões mais detalhadas sobre as hipóteses adotadas, assim como a discretização de todas as equações envolvidas nessa análise são apresentadas por Kim *et al.* (*op. cit.*)

Esses autores apresentam ainda a aplicação da técnica de otimização a um radier estaqueado de dimensões 20mx20m com 25 estacas, de modo a comprovar a eficiência e validade do método proposto. O carregamento aplicado no radier é composto de uma carga morta, representando o peso próprio do radier e de uma carga viva, representando três diferentes condições de carregamento: carga uniformemente distribuída, linhas de carga distribuída e quatro cargas concentradas, sendo que a magnitude da carga viva foi três vezes maior que a da carga morta em todos os exemplos analisados.

A espessura do radier é 1m, e as estacas possuem 20m de comprimento e 0.6m de diâmetro. As propriedades representativas do concreto armado (módulo

de elasticidade $E_c = 35\text{GPa}$, coeficiente de Poisson $\nu_c = 0,16$ e peso específico $\gamma_c = 24\text{kN/m}^3$) foram adotadas tanto para o radier quanto para as estacas. O solo consiste de uma argila de consistência média com módulo de elasticidade $E_s = 35\text{MPa}$ e coeficiente de Poisson $\nu_s = 0,5$. As estacas foram inicialmente dispostas nos centros de 25 pequenos quadrados de área $4\text{m} \times 4\text{m}$.

A disposição inicial das estacas para cada um dos três exemplos e as cargas vivas para o segundo e terceiro exemplos são ilustradas na Figura 2. 14. Entre as estacas foi estabelecida uma distância mínima de 1,2m, ou seja, duas vezes o seu diâmetro.

A variação da função objetivo durante as iterações para cada um dos exemplos são apresentadas na Figura 2. 15.

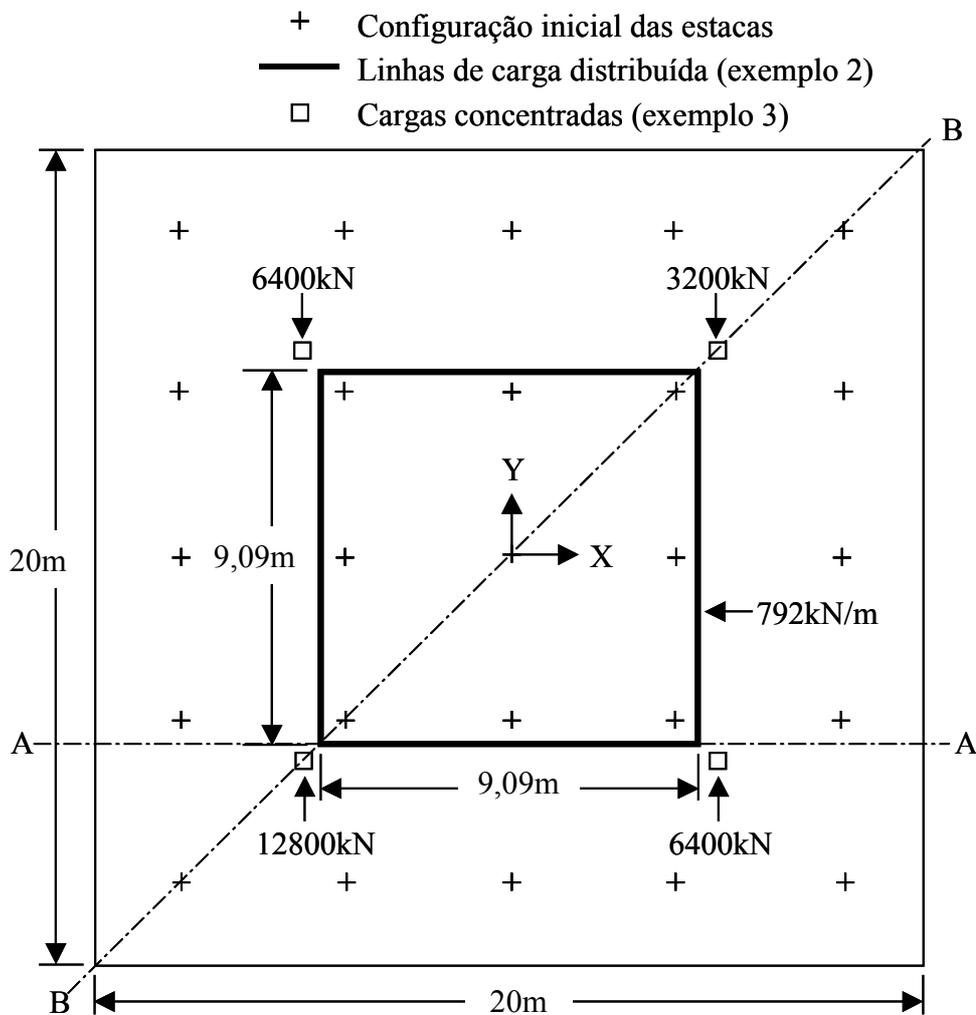


Figura 2. 14 – Disposição inicial das estacas e condições de carregamento (modificado de Kim *et al.*, 2001).

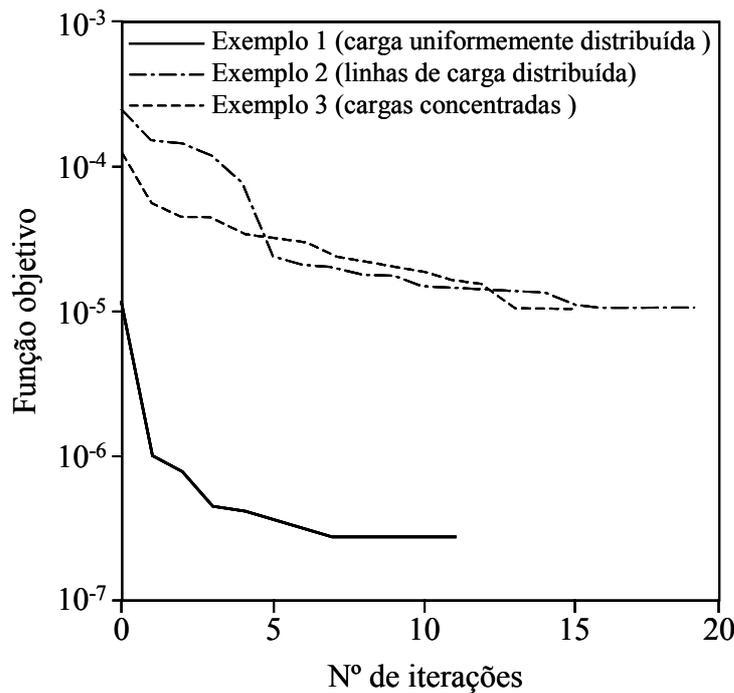


Figura 2. 15 – Variação da função objetivo com o número de iterações do processo de otimização (modificado de Kim *et al.*, 2001).

Exemplo 1 – carga uniformemente distribuída

O radier estaqueado foi submetido a uma carga morta de 24kPa e a uma carga viva de 72kPa uniformemente distribuída sobre a superfície do radier. O processo de otimização convergiu após 11 iterações, e a configuração ótima das estacas é apresentada na Figura 2. 16(a). Pode-se observar que a maioria das estacas está disposta ao redor do centro do radier, reforçando a proposta de Randolph (1994) de que os recalques diferenciais de um radier podem ser minimizados ao se localizar algumas estacas na região central do mesmo.

A Figura 2. 16(b) mostra a distribuição de recalques do radier ao longo das seções A-A e B-B (Figura 2. 14) antes e após a otimização. Observa-se claramente que os recalques diferenciais foram consideravelmente reduzidos pela configuração ótima das estacas, e o radier tende a se deslocar como um corpo rígido. Por outro lado, os recalques médios aumentam significativamente, enquanto que o recalque diferencial máximo e o momento fletor médio são reduzidos em 94% e 50%, respectivamente, conforme mostram os valores das Tabelas 2.1 e 2.2.

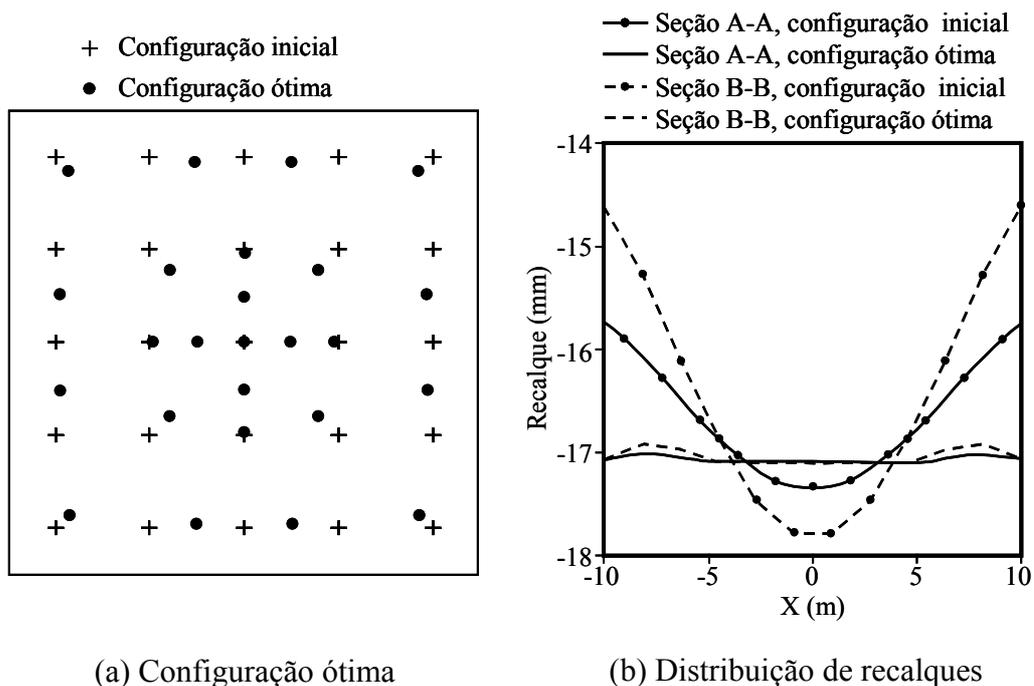


Figura 2. 16 – Configuração ótima das estacas e recalques ao longo das seções A-A e B-B (Figura 2. 14), considerando carregamento uniformemente distribuído de 72kPa (modificado de Kim *et al.*, 2001).

Tabela 2. 1 – Recalques diferencial máximo e médio do radier (modificado de Kim *et al.*, 2001).

Exemplo	Configuração inicial (mm)		Configuração ótima (mm)		Redução no máximo recalque diferencial (%)
	Recalque diferencial	Recalque médio	Recalque diferencial	Recalque médio	
1(carga uniformemente distribuída)	3,2	16,5	0,2	17,0	94
2 (linhas de carga distribuída)	13,2	17,0	2,2	20,6	83
3 (cargas concentradas)	14,9	16,7	3,3	18,9	78

Tabela 2. 2 – Momento fletor médio no radier (modificado de Kim *et al.*, 2001).

Exemplo	Configuração inicial (kN.m/m)	Configuração ótima (kN.m/m)	Redução (%)
1(carga uniformemente distribuída)	134	67	50
2 (linhas de carga distribuída)	554	221	60
3 (cargas concentradas)	429	245	43

Exemplo 2 – linhas de carga distribuída

Além do peso próprio, linhas de carga distribuída de 792kN/m são aplicadas sobre o perímetro de um quadrado 9,09x9,09m como ilustrado na Figura 2. 14. A convergência da solução foi alcançada após 19 iterações (Figura 2. 15).

A configuração ótima das estacas é apresentada na Figura 2. 17(a), e observa-se que cinco estacas são dispostas no centro do radier, três dispostas linearmente em cada um dos cantos enquanto que outras duas são alinhadas próximo do centro de cada uma das linhas de carga. De modo geral, as estacas mais externas formam um círculo inscrito no quadrado carregado, sugerindo que as estacas se afastam das linhas de carga em direção ao centro do radier para reduzir os recalques no centro do mesmo.

A distribuição de recalques do radier ao longo das seções A-A e B-B (Figura 2. 14) antes e após a otimização é mostrada na Figura 2. 17(b). Os recalques médios aumentaram em 21%, embora os recalques diferenciais tenham sido significativamente reduzidos na configuração otimizada. Além disso, o recalque diferencial máximo e o momento médio do radier foram reduzidos em 83% e 60%, respectivamente.

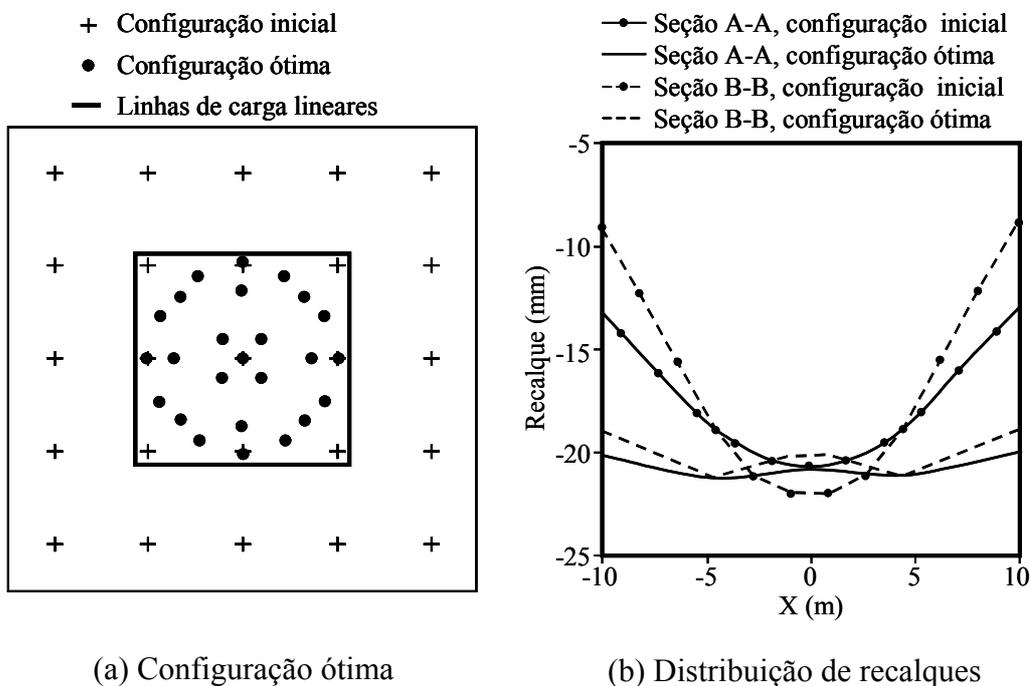


Figura 2. 17 - Configuração ótima das estacas e recalques ao longo das seções A-A e B-B (Figura 2. 14), considerando linhas de carga distribuída de 792kN/m (modificado de Kim *et al.*, 2001).

Exemplo 3 – cargas concentradas

Quatro cargas concentradas, além do peso próprio, foram aplicadas ao radier como mostra a Figura 2. 14. O processo de otimização convergiu após 15 iterações (Figura 2. 15).

A configuração ótima das estacas é apresentada na Figura 2. 18 (a). Nesse caso, as estacas foram dispostas próximo ao ponto de aplicação das cargas concentradas, sendo que quanto maior a carga, maior o número de estacas posicionadas. Nos casos de dificuldades construtivas devido à excessiva proximidade entre as estacas, pode-se adotar uma alternativa bastante prática que é substituir algumas das estacas por uma única estaca de maior comprimento ou diâmetro, ou ambos. Uma outra solução seria aumentar a distância mínima entre as estacas, pré-fixada inicialmente. A distribuição de recalques do radier ao longo das seções A-A e B-B (Figura 2. 14) antes e após a otimização é mostrada na Figura 2. 18 (b). Os recalques médios aumentaram em 13%, enquanto que o recalque diferencial máximo e o momento médio do radier foram reduzidos em 78% e 43%, respectivamente, após a otimização.

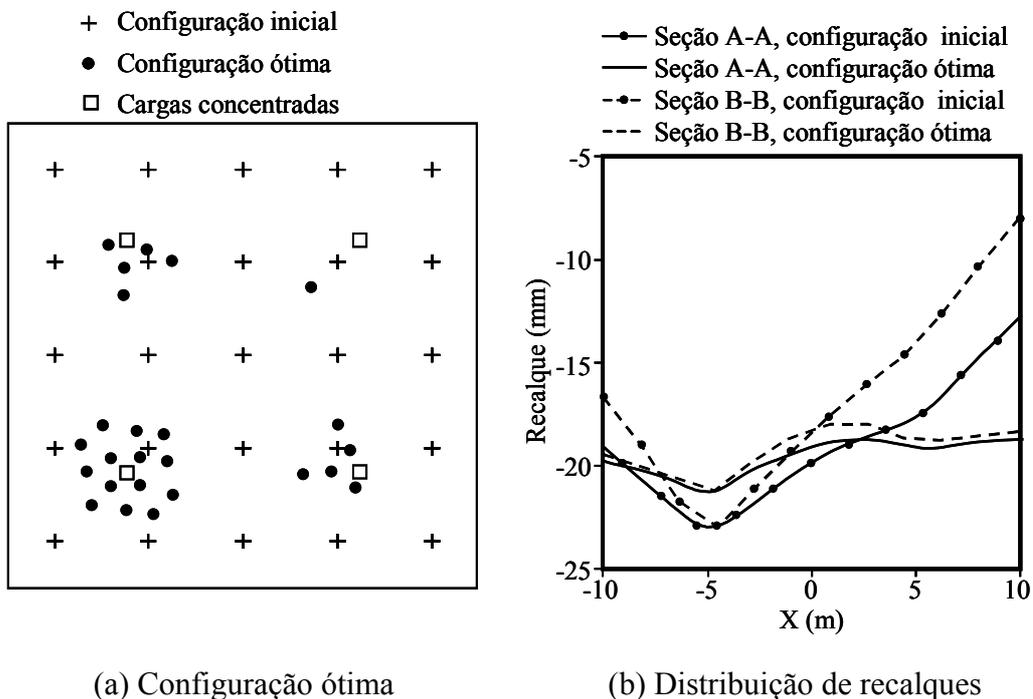


Figura 2. 18 - Configuração ótima das estacas e recalques ao longo das seções A-A e B-B (Figura 2. 14), considerando quatro cargas concentradas (modificado de Kim *et al.*, 2001).

A partir de uma breve análise dos resultados de cada um dos exemplos apresentados, pode-se dizer que o método proposto por Kim *et al.* (2001) se mostra bastante eficiente para indicar uma configuração de estacas que reduza consideravelmente os recalques diferenciais e momentos fletores do radier, embora os recalques médios aumentem significativamente. É importante ressaltar que a redução dos recalques diferenciais tem efeitos positivos, não apenas na superestrutura, mas também no próprio radier, representados principalmente pela redução dos momentos fletores.

2.5.1.

Discussão sobre o método baseado em processo de otimização

Entende-se que possivelmente a melhor solução para a configuração das estacas no radier, com a finalidade de reduzir os recalques diferenciais a níveis mínimos, seja realmente resolver um problema de otimização como no trabalho de Kim *et al.* (*op. cit.*).

Por outro lado, o mecanismo de transferência de carga em um radier estaqueado envolve complexas interações entre estacas, radier e solo adjacente. Essas interações são influenciadas pelas propriedades do solo, pelo processo de instalação das estacas e pelas diferentes características do comportamento tensão-deformação de cada um dos elementos do sistema. Um modelo prático capaz de representar apropriadamente essas interações ainda não foi proposto. Assim, pode-se afirmar que, a resposta do problema depende sobretudo das características da modelagem, e qualquer modificação nesse sentido provavelmente traria significativas modificações na configuração ótima das estacas.

Por essa razão, é importante deixar bem claro que o método de análise adotado por Kim *et al.* (*op. cit.*) para avaliar a interação do conjunto radier-estacas-solo apresenta diversas limitações, dentre as quais, o fato de negligenciar a interação entre as estacas e o radier, bem como a interação das estacas entre si, por adotar elementos discretos de mola para representar o solo de fundação e as próprias estacas. Entretanto, ao se pretender sofisticar o modelo de análise, dificuldades adicionais podem inviabilizar a sua aplicação, principalmente do ponto de vista da necessidade de geração automática de malhas 3D e, conseqüentemente, da eficiência computacional do processo.

Uma alternativa, talvez a mais vantajosa, seria dividir o estudo do comportamento do radier estaqueado em duas etapas: a primeira (pré-projeto) compreenderia a otimização da configuração das estacas e poderia perfeitamente adotar como método de análise o processo proposto por Kim *et al.* (2001), e a segunda (de projeto), conhecida a configuração ótima, consistiria em adotar uma modelagem numérica mais apropriada, que pudesse representar o real comportamento do radier estaqueado e das interações desenvolvidas entre o solo, estacas e radier.