

## 4 Análise da Coluna de Produção e Linha de Fluxo

### 4.1 Introdução

O fluxo em tubulações define-se como o movimento de gás livre, mistura de fluidos ou uma combinação de algum modelo de fluxo em tubulações sob diferentes condições de operação ao longo da sua viagem.

O gás proveniente do meio poroso passa à etapa de transporte por tubulação com movimento vertical ou direcional até superfície, onde muda para um deslocamento horizontal ou inclinado até o separador. *Figura 4.1.*

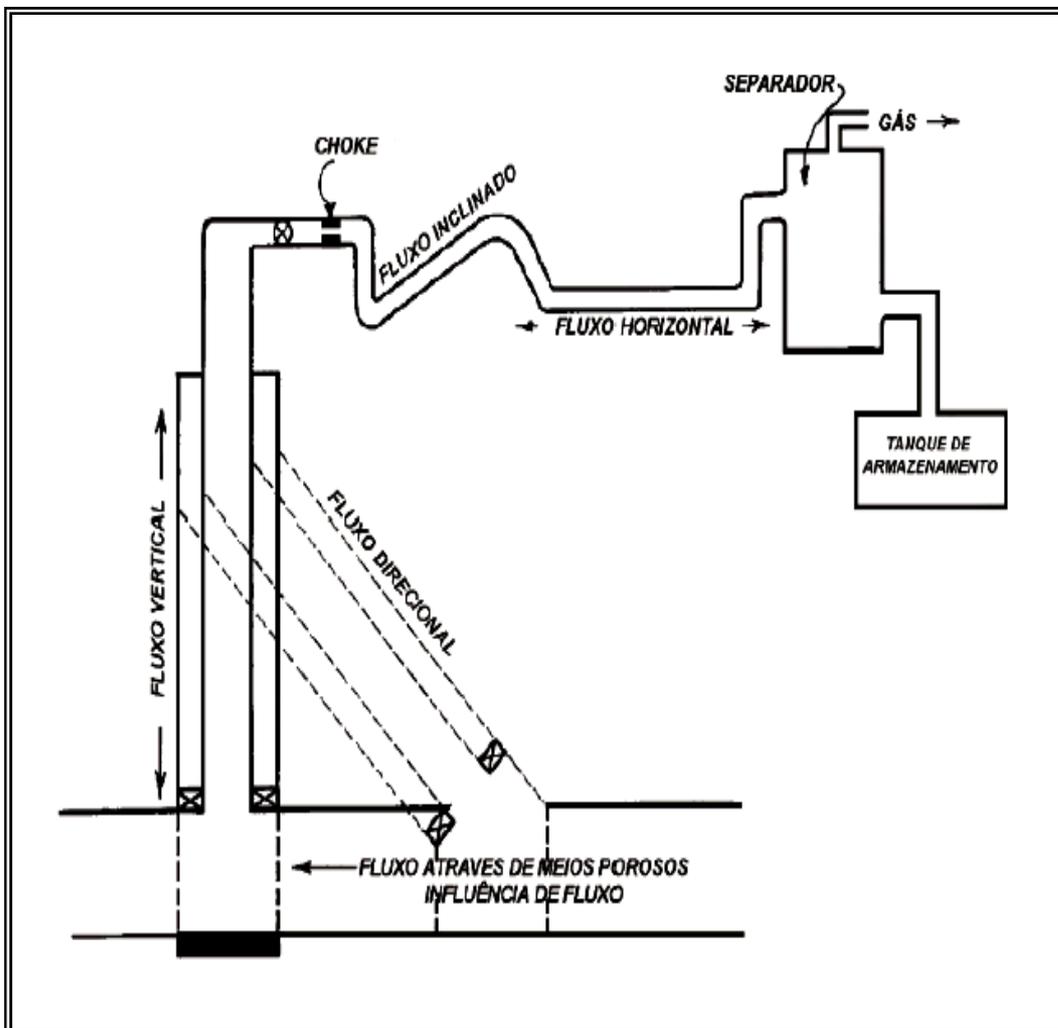


Figura 4.1 Direções de fluxo na tubulação

Durante o percurso, o fluido pode ou não passar por acessórios (válvulas, chokes) antes de ingressar na linha principal que conecta com o separador. Esses acessórios interpõem uma resistência ao canal de fluxo provocando uma perda adicional da energia inicial disponível. O exposto anteriormente pode ser visualizado na *figura 6.2* que permite apreciar as possíveis zonas de maior queda de pressão num sistema de produção. Também deve somar-se o consumo por energias cinética, potencial e de atrito, as perdas devido ao choque das partículas do fluido umas contra outras e com as paredes da tubulação, que os leva a um repouso momentâneo ou retarda sua velocidade de modo que devam voltar a acelerar-se.

## 4.2 Equação da energia

A base teórica para a maioria das equações de fluxo de fluidos é a equação geral da energia<sup>10</sup>, uma expressão para o balanço ou conservação de energia entre dois pontos num sistema. Considerando um sistema de estado estável, o balanço de energia pode ser escrito como:

$$U_1 + p_1 V_1 + \frac{m u_1^2}{2 g_c} + \frac{m g Z_1}{g_c} + Q - w = U_2 + p_2 V_2 + \frac{m u_2^2}{2 g_c} + \frac{m g Z_2}{g_c} \quad \text{eq.(4.1)}$$

onde

$$U_1 = \text{Energia interna.}$$

$$pV = \text{Energia de expansão ou compressão.}$$

$$\frac{m u^2}{2 g_c} = \text{Energia cinética.}$$

$$\frac{m g Z}{g_c} = \text{Energia potencial.}$$

$$Q = \text{Transferência de calor.}$$

$$w = \text{Trabalho desenvolvido pelo fluido.}$$

Dividindo a *equação 4.1* por  $m$  para obter um balanço de energia por unidade de massa e escrevendo a equação resultante em forma diferencial.

$$dU + d\left(\frac{p}{\rho}\right) + \frac{u du}{g_c} + \frac{g}{g_c} dZ + dQ - dw = 0 \quad \text{eq.(4.2)}$$

A equação 4.2 pode converter-se num balanço de energia mecânica usando a seguinte relação termodinâmica:

$$dh = Tds + \frac{dp}{\rho} \quad \text{eq.(4.3)}$$

e

$$dU = dh - d\left(\frac{p}{\rho}\right) \quad \text{eq.(4.4)}$$

ou

$$dU = Tds + \frac{dp}{\rho} - d\left(\frac{p}{\rho}\right) \quad \text{eq. (45)}$$

onde

$$\begin{aligned} h &= \text{Entalpia.} \\ s &= \text{Entropia.} \\ T &= \text{Temperatura.} \end{aligned}$$

Substituindo a equação 4.5 na equação 4.2, obtemos:

$$Tds + \frac{dp}{\rho} + \frac{u du}{g_c} + \frac{g}{g_c} dZ + dQ - dw = 0 \quad \text{eq.(4.6)}$$

Para um processo irreversível, os estados de desigualdade de *Clausius*<sup>9</sup> são:

$$ds \geq \frac{-dQ}{T} \quad \text{eq. (4.7)}$$

$$Tds = -dQ + d(l_w) \quad \text{eq.(4.8)}$$

onde

$$l_w = \text{Perda de trabalho, devido à irreversibilidade.}$$

Substituindo a equação 4.8 na equação 4.6 temos:

$$\frac{dp}{\rho} + \frac{u du}{g_c} + \frac{g}{g_c} dZ + d(l_w) - dw = 0 \quad \text{eq.(4.9)}$$

Se nenhum trabalho for feito em ou pelo fluido,  $dw = 0$ , obtemos:

$$\frac{dp}{\rho} + \frac{u du}{g_c} + \frac{g}{g_c} dZ + d(l_w) = 0 \quad \text{eq.(4.10)}$$

Considere uma tubulação inclinada por onde escoar um fluido em regime permanente, conforme ilustrado na *figura 4.2*, já que  $dZ = dL \operatorname{sen} \theta$  a equação da energia torna-se:

$$\frac{dp}{\rho} + \frac{u \, du}{g_c} + \frac{g}{g_c} dL \operatorname{sen} \theta + d(l_w) = 0 \quad \text{eq.(4.11)}$$

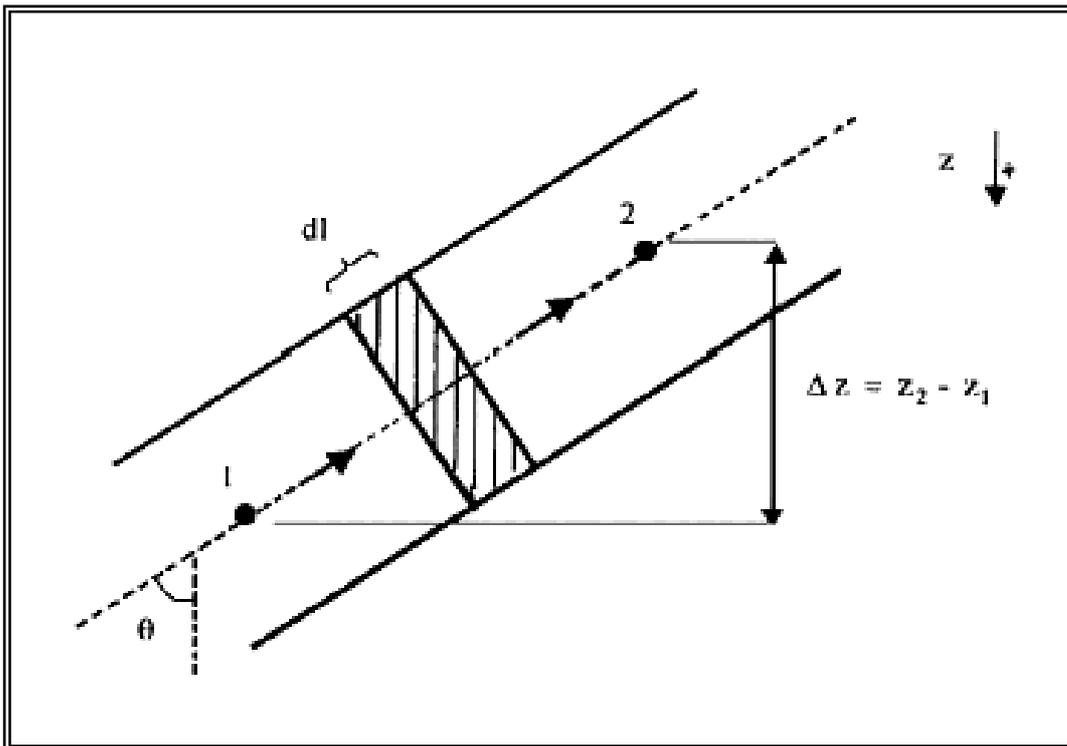


Figura 4.2 Fluxo de fluido em tubulação inclinada

A equação 4.11 pode ser escrita em termos de gradiente de pressão, multiplicando-se a equação por  $\rho/dL$ :

$$\frac{dp}{dL} + \frac{\rho u \, du}{g_c \, dL} + \frac{g}{g_c} \rho \operatorname{sen} \theta + \rho \frac{d(l_w)}{dL} = 0 \quad \text{eq.(4.12)}$$

Considerando a queda de pressão positiva na direção do fluxo, a equação 4.12 pode ser escrita como:

$$\frac{dp}{dL} = \frac{g}{g_c} \rho \operatorname{sen} \theta + \left( \frac{dp}{dL} \right)_f + \frac{\rho u \, du}{g_c \, dL} \quad \text{eq.(4.13)}$$

Onde o gradiente de pressão devido ao esforço viscoso ou perdas por atrito é expresso como:

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_f \equiv \rho \frac{d(l_w)}{dL} \quad \text{eq.(4.14)}$$

Podemos definir um fator de atrito

$$f' = \frac{\tau_w}{\rho u^2 / 2g_c} = \frac{2\tau_w g_c}{\rho u^2} \quad \text{eq.(4.15)}$$

onde

$\tau_w$  = Esforço cisalhante

$\frac{\rho u^2}{2g_c}$  = Energia cinética por unidade de volume.

A equação 4.15 define a relação entre o esforço cortante sobre a parede e a energia cinética por unidade de volume, refletindo a importância relativa do esforço cortante na parede sobre a perda total. O esforço cisalhante sobre a parede pode ser avaliado facilmente a partir de um balanço de forças entre as forças de pressão e as forças viscosas, figura 4.3

$$\left[ p_1 - \left( p_1 - \frac{dp}{dL} dL \right) \right] \frac{\pi d^2}{4} = \tau_w (\pi d) dL \quad \text{eq.(4.16)}$$

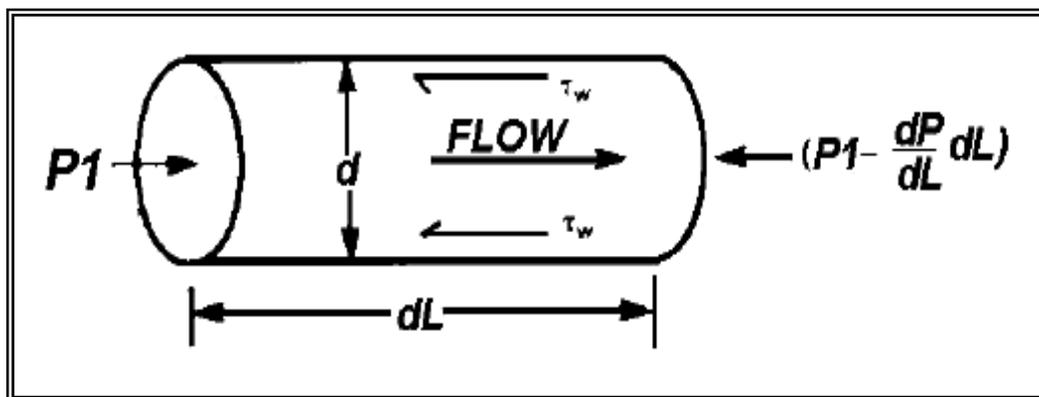


Figura 4.3 Equilíbrio de forças

Reorganizando a equação 4.16,

$$\tau_w = \frac{d}{4} \left( \frac{dp}{dL} \right)_f \quad \text{eq.(4.17)}$$

Substituindo a equação 4.17 na equação 4.15 e resolvendo para o gradiente de pressão devido ao atrito, obtemos.

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_f = \frac{2f' \rho u^2}{g_c d} \quad \text{eq.(4.18)}$$

Esta é a equação de *Fanning*<sup>9,10</sup> onde  $f'$  é chamado *fator de atrito Fanning*. Em termos do fator de atrito *Darcy – Weisbach* ou *Moody*<sup>9,10</sup>,  $f = 4f'$ , a equação 4.18 toma a seguinte forma:

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_f = \frac{f \rho u^2}{2 g_c d} \quad \text{eq.(4.19)}$$

onde

$u$  = Velocidade de fluxo, ft/sec

$g_c$  = Constante gravitacional 32.17 lb<sub>m</sub> ft / lb<sub>f</sub> sec<sup>2</sup>

$d$  = Diâmetro da tubulação, ft

$f$  = Fator de atrito *Moody*.

A figura 4.4 é um diagrama de *Moody* para a obtenção do fator de atrito.

### 4.3 Número de Reynolds

Reynolds aplicou a análise dimensional ao fenômeno dos fluxos e concluiu que o regime de fluxo que prevalecerá é uma função do seguinte grupo não dimensionável conhecido como número de Reynolds,  $N_{Re}$ :

O número de Reynolds<sup>9</sup> é um parâmetro adimensional utilizado para distinguir entre um fluxo laminar e turbulento. Define-se como a relação entre o momento de forças do fluido e as forças viscosas ou de corte.

$$N_{Re} = \frac{d u \rho}{\mu} \quad \text{eq.(4.20)}$$

onde

$d$  = Diâmetro da tubulação,

$\rho$  = Massa específica do fluido, lb<sub>m</sub> / ft<sup>3</sup>

$u$  = Velocidade do fluido, ft/sec

$\mu$  = Viscosidade do fluido, lb<sub>m</sub> / ft sec

A viscosidade dinâmica do fluido  $\mu$ , freqüentemente indicada em centipoises,  $cp$ , pode ser convertida em  $lb_m/ft\ sec$ , utilizando-se o fator de conversão de  $1\ cp = 6.7197 \times 10^{-4}\ lb_m/ft\ sec$ . Assim,

$$N_{Re} = 1488 \frac{d u \rho}{\mu} \quad eq.(4.21)$$

Em termos de vazão de gás, o número de Reynolds para condições bases de temperatura e pressão pode ser escrito como:

$$N_{Re} = \frac{20 q \gamma_g}{\mu d} \quad eq.(4.22)$$

Onde  $q$  está em  $Mscfd$ ,  $\mu$  em  $cp$  e  $d$  em polegadas.

**Tabela 4.1**

**Regime de fluxo relacionado com o número de Reynolds**

<i>TIPO DE FLUXO</i>	$N_{Re}$
Laminar	< 2000
Critico	2000 – 3000
Transição	3000 – 4000
Turbulento	> 4000

Fonte: Gas Production Engineering, Sunjay Kumar

#### 4.4

#### **Rugosidade relativa**

O atrito sobre o fluxo através de uma tubulação é afetado pela rugosidade na parede da tubulação. No entanto, a rugosidade da tubulação não é fácil ou diretamente mensurável. A rugosidade é uma função do material tubular, do método de manufatura e do meio ambiente ao qual está exposto, portanto, ela não é uniforme ao longo do comprimento da tubulação.

O efeito da rugosidade, no entanto, não é devido às dimensões absolutas definidas como a média da altura e diâmetro existentes numa zona de maior protuberância e distribuição relativamente uniforme, onde os grãos proporcionam o mesmo comportamento de gradiente de pressão. Na verdade, ele é devido às dimensões relativas do diâmetro interno da tubulação assim, a rugosidade relativa é a relação da rugosidade absoluta com o diâmetro interno da tubulação.

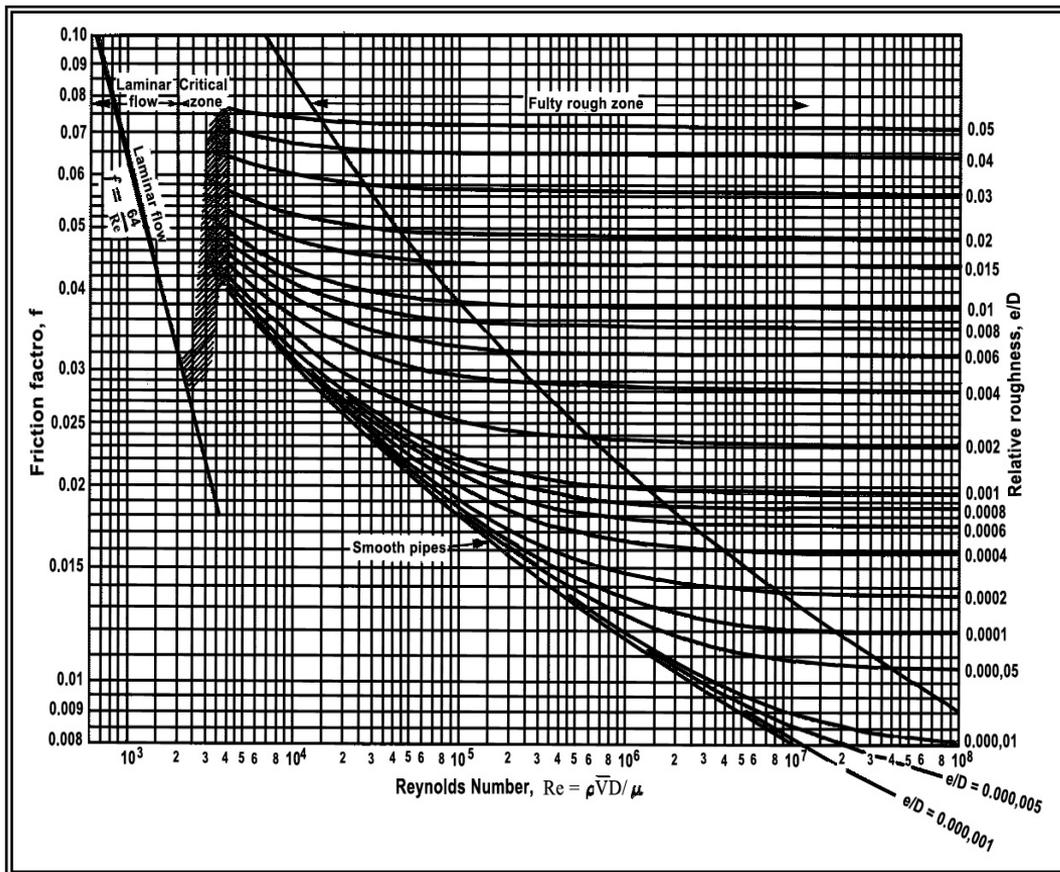


Figura 4.4 Fatores de atrito para qualquer tipo de tubulação comercial. Extraído de Engineering Data Book – Gas processors Suppliers.

$$\text{rugosidade relativa} = \frac{e}{d} \quad \text{eq.(4.23)}$$

onde

$e$  = Rugosidade absoluta, ft ou in.

$d$  = Diâmetro interno, ft ou in

Como a rugosidade absoluta não é diretamente mensurável, a seleção da rugosidade da tubulação é difícil, especialmente quando não se possui os dados disponíveis, como gradiente de pressão, fator de atrito e número de Reynolds para fazer uso do digrama de Moody, (ver figura 4.4); nesse caso o valor de 0.0006 é recomendado para tubulações e dutos. A tabela 4.2 mostra valores típicos de rugosidade absoluta utilizados em problemas de fluxo de gás natural e a figura 4.5, apresentada por Moody permite obter a rugosidade relativa em função do diâmetro, material da tubulação e fator de atrito para um fluxo completamente turbulento.

**Tabela 6.2**  
Valores da rugosidade absoluta

<i>MATERIAL DE TUBULAÇÃO</i>	<i>e (in)</i>
<i>Vidro – bronze</i>	<i>0.00006</i>
<i>Tubulação de Poço</i>	<i>0.0006</i>
<i>Alumínio</i>	<i>0.0002</i>
<i>Plástico</i>	<i>0.0002 – 0.0003</i>
<i>Aço Comercial</i>	<i>0.0018</i>
<i>Ferro Preto</i>	<i>0.0048</i>
<i>Ferro Galvanizado</i>	<i>0.006</i>
<i>Ferro Doce</i>	<i>0.0102</i>
<i>Revestimento de Cimento</i>	<i>0.012 – 0.12</i>
<i>Riveted Steel</i>	<i>0.036 – 0.36</i>

Fonte: Gas Production Operations, H. Dale Beggs.

## 4.5 Determinação do fator de atrito

Os valores de fluxo normalmente encontram-se entre dois extremos: fluxo laminar e fluxo turbulento. Dentro desses valores, distinguem-se quatro zonas: laminar, crítica, de transição e totalmente turbulenta. Para cada zona as equações variam em função do número de Reynolds e da rugosidade (*ver figura 4.4*).

### 4.5.1 Fluxo laminar de fase simples

Existe fluxo laminar quando se apresenta um movimento estacionário permanente em cada ponto da trajetória do fluido, quer dizer, as linhas de corrente deslizam em forma de capas com velocidades suficientemente baixas para não causar rodaminho.

O fator de atrito para fluxo laminar pode ser determinado analiticamente. A equação de Hagen-Poiseuille para fluxo laminar é:

$$\left(\frac{dp}{dL}\right)_f = \frac{32 \mu u}{g_c d^2} \quad \text{eq.(4.24)}$$

O fator de atrito de *Moody*<sup>9</sup> para fluxo laminar pode ser determinado pela combinação das equações 4.19 e 4.24 e então combinando-se com a equação 4.20, as expressões são:

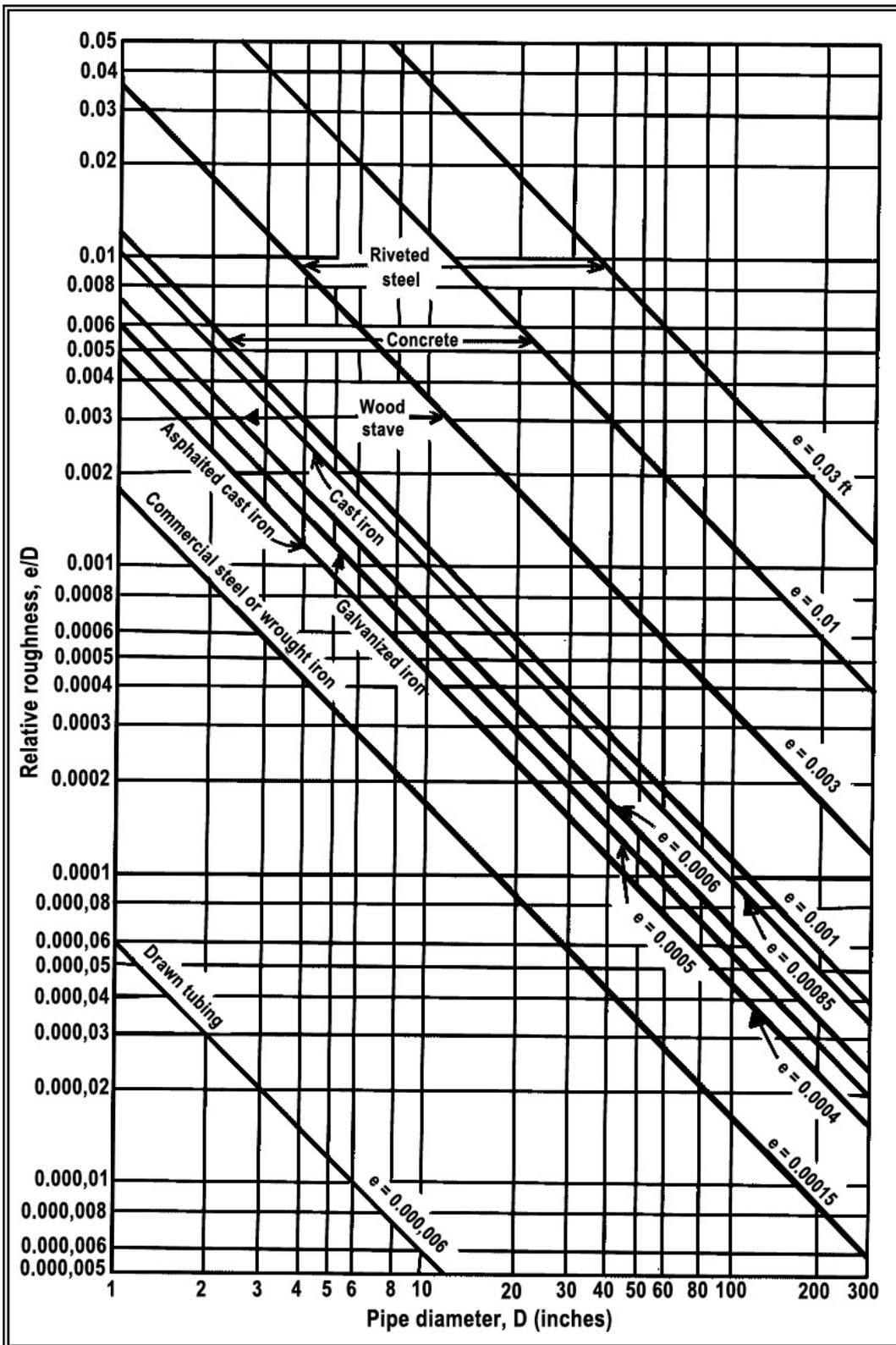


Figura 4.5 Valores da rugosidade relativa e fator de atrito. Extraído de Engineering Data Book – Gas Processors Suppliers

$$\frac{f \rho u^2}{2 g_c d} = \frac{32 \mu u}{g_c d^2} \quad eq.(4.25)$$

e

$$f = \frac{64}{N_{Re}} \quad eq.(4.26)$$

Em sua forma equivalente para o fator de atrito de *Fanning*:

$$f' = \frac{16}{N_{Re}} \quad eq.(4.27)$$

## 4.5.2

### Fluxo turbulento de fase simples

Existe um movimento turbulento quando a velocidade meio linear excede a velocidade crítica e as partículas seguem trajetórias erráticas.

Em estudos experimentais de fluxo turbulento foi demonstrado que o perfil da velocidade e o gradiente de pressão são muito sensíveis às características da parede da tubulação de produção e linhas de surgência, características que podem ser classificadas como tubulações lisas e tubulações rugosas.

#### 4.5.2.1

##### Tubulações lisas

As equações que se apresentam são válidas para valores específicos de número de Reynolds, como a proposta por *Drew, Koo e McAdams*<sup>10</sup> em 1930, utilizada para intervalos entre  $3 \times 10^3 < N_{Re} < 3 \times 10^6$ .

$$f = 0.0056 + 0.5 N_{Re}^{-0.32} \quad eq.(4.28)$$

E a equação apresentada por *Blasius*<sup>10</sup>, para números de Reynolds maiores que  $10^5$  em tubulações lisas:

$$f = 0.31 N_{Re}^{-0.25} \quad eq.(4.29)$$

#### 4.5.2.2

##### Tubulações rugosas

Em fluxo turbulento, a rugosidade tem um efeito determinante no fator de atrito e por conseguinte no gradiente de pressão devido à sua dependência em relação a rugosidade relativa e ao número de Reynolds. *Colebrook e White*<sup>10</sup>

propuseram em 1939 uma equação aplicável tanto a tubulações lisas como a tubulações em fluxo de transição e totalmente rugosas nas zonas de fluxo turbulento. A dificuldade básica é que a equação não é linear e sua solução requer um procedimento iterativo. Segue abaixo a dita equação:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.74 - 2 \log \left( \frac{2e}{d} + \frac{18.7}{N_{Re} \sqrt{f_e}} \right) \quad eq.(4.30)$$

A solução iterativa consiste em estimar um valor inicial de  $f_e$ . Aconselha-se utilizar o determinado através da equação de *Drew, Koo e McAdams* como primeiro parâmetro. Com esse dado calcula-se o novo valor de fator de atrito  $f$ , que substituirá o primeiro no caso de que, numericamente,  $f$  e  $f_e$  estejam muito longe do valor de tolerância considerado normalmente 0.001.

Uma correlação explícita para o fator de atrito foi apresentada por *Jain*<sup>10</sup> em 1976:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left( \frac{e}{d} + \frac{21.25}{N_{Re}^{0.9}} \right) \quad eq.(4.31)$$

Essa correlação foi comparada com exatidão com a equação de *Colebrook*. *Jain* descobriu que, para valores considerados de rugosidade relativa, entre  $10^{-6}$  e  $10^{-2}$ , com números de Reynolds entre  $5 \times 10^3$  e  $10^8$ , os erros estavam dentro de  $\pm 1\%$  em comparação à equação de *Colebrook*. Esta equação é recomendada para todos os cálculos que requeiram a determinação do fator de atrito para fluxo turbulento.

#### 4.6 Fluxo de fase simples

Agora que já foi apresentado as equações e procedimentos para avaliar o fator de atrito em fluxo de fase simples, a equação da gradiente de pressão derivada anteriormente pode ser desenvolvida mais extensamente. Combinando as equações 4.13 e 4.19, a equação de gradiente de pressão, é aplicável para qualquer fluido em qualquer ângulo de inclinação da tubulação, esta vem a ser:

$$\frac{dp}{dL} = \frac{g}{g_c} \rho \text{sen} \theta + \frac{f \rho u^2}{2 g_c d} + \frac{\rho u du}{g_c dL} \quad eq.(4.32)$$

Onde o fator de atrito,  $f$ , é uma função do número de Reynolds e da rugosidade da tubulação. Essa relação é mostrada no diagrama de Moody (*figura 4.4*). A gradiente de total de pressão pode ser considerada composta de três componentes distintos:

$$\frac{dp}{dL} = \left( \frac{dp}{dL} \right)_{el} + \left( \frac{dp}{dL} \right)_f + \left( \frac{dp}{dL} \right)_{ace} \quad eq.(4.33)$$

Onde:

$(dp/dL)_{el} = g \rho \text{sen} \theta / g_c$ , é o componente relativo à energia potencial ou à mudança de elevação. É também referido como o componente hidrostático, já que é o único componente ao qual se aplicará em condições estáticas de fluxo.

$(dp/dL)_f = f \rho u^2 / 2 g_c d$ , é o componente relativo às perdas por atrito.

$(dp/dL)_{ace} = \rho u du / g_c dL$ , é o componente relativo à mudança de energia cinética.

A equação 4.32 aplica-se para qualquer fluido em estado estável, um fluxo dimensional para o qual  $f$ ,  $\rho$ , e  $u$  podem ser definidos.

A mudança de elevação ou componente hidrostático é zero somente para fluxo horizontal, aplicada para fluido compressível ou incompressível, fluxo pseudo estável e transiente nas tubulações vertical ou inclinada. Para fluxo descendente o seno do ângulo é negativo e a pressão hidrostática incrementa na direção do fluxo.

A perda de atrito dos componentes aplica-se a qualquer tipo de fluxo em qualquer ângulo de inclinação da tubulação; isso sempre causa uma queda de pressão na direção do fluxo.

A mudança de energia cinética ou a aceleração do componente é zero para área constante, fluxo incompressível. Para qualquer condição de fluxo na qual ocorra uma mudança de velocidade, como fluxo compressível, a queda de pressão sucederá uma queda de pressão na direção em que a velocidade aumenta.

#### 4.7

#### Fluxo nos poços de gás

Vários métodos estão disponíveis para calcular a queda de pressão estática e fluente em poços de gás. O método mais utilizado é o de *Cullender e Smith*.

Todos os métodos se iniciam com a *equação 4.32*, com modificações para a geometria de fluxo. Na maioria dos casos, o gradiente aceleração é ignorado. É freqüentemente necessário calcular a pressão estática de fundo do poço em um poço de gás; tal procedimento deverá ser apresentado primeiro.

#### 4.7.1

##### Pressão estática de fundo do poço

Para cálculos de engenharia de reservatórios e produção, a pressão estática ou *shut in* de fundo do poço,  $p_{ws}$ , é freqüentemente exigida. Em muitos casos pode ser difícil ou caro obter a  $p_{ws}$  com medidores de pressão pendurados por uma equipe ou fio em frente à formação produtora. Dessa forma, foram desenvolvidas técnicas para calcular *SBHP* ao considerar-se como um caso especial da equação geral de fluxo vertical (*equação 4.32*); as técnicas de determinação partem das seguintes premissas.

✚ Ângulo de inclinação de  $90^\circ$ , portanto  $\text{sen}\theta = 1$

✚ Velocidade de fluxo é zero.

Tomando essas considerações e combinando a *equação 4.32* dos gases perfeitos obtém-se:

$$\frac{dp}{dL} = \frac{g \rho_g}{g_c} \quad \text{eq.(4.34)}$$

onde

$$\rho_g = \frac{pM}{ZRT}$$

Combinando esta com a *equação 4.34*,

$$\frac{dp}{p} = \frac{g M dh}{g_c Z R T} \quad \text{eq.(4.35)}$$

#### 4.7.1.1

##### Método da temperatura e compressibilidade média<sup>9,10</sup>

Se  $Z$  é avaliado à pressão e temperatura média, a integração da *equação 4.35*,

$$\int_{p_{wh}}^{p_{ws}} \frac{dp}{p} = \frac{g M}{g_c R \bar{Z} \bar{T}} \int_0^H dH$$

a qual

$$p_{ws} = p_{wh} \text{EXP} \left( \frac{g M H}{g_c R \bar{Z} \bar{T}} \right) \quad \text{eq. (4.36)}$$

Esta equação se sustenta para qualquer jogo consistente de unidades. Para as unidades convencionais de campo,

$$p_{ws} = p_{wh} \text{EXP} \left[ (0.01875 \gamma_g H) / (\bar{T} \bar{Z}) \right] \quad \text{eq. (4.37)}$$

onde

$p_{ws}$  = Pressão estática de fundo do poço, *psia*.

$p_{wh}$  = Pressão na cabeça do poço, *psia*.

$\gamma_g$  = Densidade do gás (*ar* = 1)

$H$  = Profundidade do poço, *ft*.

$\bar{T}$  = Temperatura média na tubulação, °R

$\bar{Z}$  = Fator de compressibilidade, avaliado às condições médias de pressão e temperatura  $\bar{p} = (p_{ws} + p_{wh})/2$

A estimativa de  $\bar{Z}$  faz o cálculo iterativo; para esse método propõe a seguinte solução cujas etapas são:

- 1) Estimar o valor inicial da pressão estática de fundo  $p_{ws}^*$ . A seguinte igualdade proporciona um dado aproximado real:

$$p_{ws}^* = p_{wh} \left( 1 + 2.5 \times 10^{-5} H \right) \quad \text{eq. (4.38)}$$

- 2) Com  $p_{ws}^*$  e  $p_{wh}$  obter a pressão e temperatura média.
- 3) Determinar a pressão e temperatura pseudo críticas.
- 4) Calcular a pressão e temperatura pseudo reduzidas, para logo encontrar o valor do fator de compressibilidade por média de correlações ou gráficos.
- 5) Fazendo uso da equação 4.38 valorizar a pressão de fundo estática,  $p_{ws}$ , repetir o procedimento desde a etapa 2, onde a nova pressão  $p_{ws}^*$  será a última  $p_{ws}$  obtida. A iteração continuará até que a diferença absoluta entre  $p_{ws}^*$  e  $p_{ws}$  seja de 0.001 como margem de erro.

#### 4.7.1.2 Método de Cullender e Smith<sup>9,10</sup>

Este método considera as variações do fator de compressibilidade com as mudanças de pressão e temperatura, assim como as alterações da temperatura com a profundidade. *Da equação 4.35.*

$$\int \frac{T Z}{p} dp = \frac{M}{R} \int_0^H 0.01875 \gamma_g dH \quad eq.(4.39)$$

$$I = \frac{ZT}{p}$$

Integrando o lado direito da equação obtem-se:

$$\int_{p_{wh}}^{p_{ws}} I dp = 0.01875 \gamma_g H \quad eq.(4.40)$$

O lado esquerdo de ambas as equações é resolvido mediante métodos numéricos como expansão por séries, avaliando assim  $(pT/Z)$  para algum número de incremento entre as pressões estáticas de fundo e de superfície. *Cullender e Smith<sup>9,10</sup>* propõem uma resolução em duas etapas dividindo a profundidade total do poço em 0,  $H/2$  e  $H$ , possibilitando a aplicação tanto em poços poucos profundos como profundos, com ou sem presença de gases sulfurosos. A equação resultante da integração é:

$$2 \int_{p_{wh}}^{p_{ws}} I dp = (p_m - p_{wh})(I_{ms} + I_{wh}) + (p_{ws} - p_{ms})(I_{ws} + I_{ms}) \quad eq.(4.41)$$

onde

$$p_{wh} = \text{Pressão estática à profundidade zero } H = 0, \text{ psia}$$

$$p_{ms} = \text{Pressão estática à profundidade média } H/2, \text{ psia}$$

$$p_{ws} = \text{Pressão estática à profundidade total, } H, \text{ psia}$$

$$I_{wh} = \text{Integral estática avaliada a } p_{wh} \text{ e } T_{wh}$$

$$I_{ms} = \text{Integral estática avaliada a } p_{ms} \text{ e } \bar{T}$$

$$I_{ws} = \text{Integral estática avaliada a } p_{ws} \text{ e } T_{ws}$$

Separando-se em duas expressões a *equação 4.41* e igualando-se cada uma ao valor de  $0.01875 \gamma_g H$  para finalmente isolar a pressão à profundidade média e a pressão à profundidade total respectivamente, encontra-se que:

$$p_{ms} = p_{wh} + \frac{0.01875 \gamma_g H}{I_{ms} + I_{ts}} \quad eq.(4.42)$$

$$p_{ws} = p_{ms} + \frac{0.01875 \gamma_g H}{I_{ms} + I_{ws}} \quad eq.(4.43)$$

Conhecendo a temperatura de superfície e de fundo de poço pode-se determinar a temperatura a qualquer profundidade, utilizando-se a relação:

$$T_h = T_s + \frac{T_f - T_s}{H} h \quad eq.(4.44)$$

onde

$T_h$	=	Temperatura a qualquer profundidade, °R
$T_f$	=	Temperatura final, °R
$T_s$	=	Temperatura em superfície, °R
$H$	=	Profundidade final, ft
$h$	=	Profundidade à qual quer se avaliar, $T_h$ , ft

As seguintes etapas mostram a aplicação dessas equações no cálculo da pressão estática de fundo de poço.

#### Etapa A

1. Encontrar o fator de compressibilidade para condições de boca de poço. Com esse valor, resolver a integral  $I$ .
2. Estimar um valor inicial de  $p_{ms}^*$  para a profundidade  $H/2$  fazendo uso da *equação 4.39* e tendo cuidado para que  $H$  seja substituído por  $H/2$
3. Determinar a temperatura média (*equação 4.44*).
4. Calcular os parâmetros pseudo reduzidos às condições de penetração média e estabelecer o fator de compressibilidade  $Z$ .
5. Com os dados dos pontos 2, 3 e 4 calcular a integral  $I_{ms}$  usando  $I = TZ/P$

onde  $p = p_{ms}^*$ .

- Determinar  $p_{ms}$  empregando a equação 4.42. Se  $p_{ms}^* \approx p_{ms}$  seguir para a etapa B, caso contrário, repetir desde o ponto 4 considerando  $p_{ms}$  como o novo valor inicial para o recálculo; tal procedimento continua até que seja obtida uma diferença de  $10^{-3}$  entre as pressões.

#### Etapa B

- Determinar o valor inicial da pressão estática,  $p_{ms}$ , aplicando a equação 4.38. Substituir previamente  $p_{wh}$  por  $p_{ms}$  e  $H$  por  $H/2$  em lugar de  $H$ ; considera-se que a análise da etapa B parte da profundidade final da etapa A, ou seja, da profundidade média do poço.
- Obter  $Z$  à  $p_{ws}^*$  e  $T_f$ .
- Encontrar  $I_{ws}$ .
- Recalcular  $p_{ws}$  como os resultados dos pontos 2 e 3. Se  $p_{ws} \approx p_{ws}^*$ , o procedimento finaliza, obtendo-se assim a pressão estática de fundo procurada; caso contrário, repetir até encontrar dois  $p_{ws}$  próximos.

#### 4.7.2

#### Pressão dinâmica de fundo do poço

O poço é posto em produção e uma força conhecida como pressão de fundo fluente impulsiona o fluido até a superfície. Se a energia é suficiente para vencer a resistência encontrada durante a trajetória do fluxo, diz-se que o poço flui por surgência natural; caso seja insuficiente, o poço é submetido a métodos de recuperação ou levantamento artificial e obtém assim a pressão adequada para elevar o fluido.

A produção depende de:

- ✚ Areia de formação
- ✚ Perfurações
- ✚ Sarta de produção
- ✚ Restrições em boca de poço (chokes) e tubulações de produção (válvulas de fundo).
- ✚ Facilidade de separação.

A pressão de dinâmica de fundo de poço de gás, é a soma da pressão de cabeça com a pressão exercida pelo peso da coluna de gás, desprezando-se a variação de energia cinética (velocidade  $\neq 0$ ), a equação 4.32 de conservação da energia mecânica pode ser reescrita na forma:

$$\frac{dp}{dL} = \frac{g}{g_c} \rho \cos \theta + \frac{f \rho u^2}{2 g_c d} \quad eq.(4.45)$$

#### 4.7.2.1

#### Método da temperatura e compressibilidade média<sup>9,10</sup>

Substituindo-se a expressão para a massa específica do gás em termos de  $p$ ,  $T$ , e  $Z$  na equação 4.45, resulta:

$$\frac{dp}{dL} = \frac{pM}{ZRT} \left( \cos \theta + \frac{f u^2}{2 g_c d} \right) \quad eq.(4.46)$$

A integração da equação 4.46 assume uma temperatura média na sarta de fluxo e, avaliando  $Z$  às condições médias de pressão e temperatura, obtemos:

$$p_{wf}^2 = p_{wh}^2 EXP(S) + \frac{25 \gamma_g q^2 \bar{T} \bar{Z} f(MD)(EXP(S)-1)}{S d^5} \quad eq.(4.47)$$

Onde

$p_{wf}$	=	Pressão dinâmica de fundo de poço, psia
$p_{wh}$	=	Pressão de cabeça, psia
$S$	=	$0,0375 \gamma_g (TVD)/\bar{T} \bar{Z}$
$MD$	=	Profundidade medida, ft
$TVD$	=	Profundidade vertical verdadeira, ft
$\bar{T}$	=	Temperatura média, °R $[(T_{wf} + T_{wh})/2]$
$\bar{Z}$	=	Fator de compressibilidade média.
$f$	=	Fator de atrito, $f(N_{Re}, e/d)$ (Jain ou Colebrook)
$q$	=	Vazão de gás MMscfd.
$d$	=	Diâmetro da tubulação, polegadas

Para uma melhor compreensão da aplicação do método, o procedimento é dividido em duas etapas principais. A primeira permitirá apreciar o cálculo do

fator de atrito e a segunda o cálculo da pressão dinâmica de fundo, tomando como parâmetro variável o fator de compressibilidade.

#### Etapa A

1. Determinar o número de Reynolds, (equação 4.21- 4.22).
2. Encontrar a rugosidade (Tabela 4.2 ou figura 4.4).
3. Estimar um valor inicial de fator de atrito.
4. Fazendo uso das equações de Jain ou Colebrook calcular o fator de atrito.
5. Se os valores dos pontos 3 e 4 forem iguais ou aproximadamente iguais utilizar o valor encontrado na etapa B, caso contrário, repetir até encontrar valores aproximados.

#### Etapa B

1. Calcular  $S$  estimando um valor de  $Z^*$  (aconselha-se como primeiro valor iterativo 0.9 por encontrar-se dentro do valor que normalmente obtém-se em gás seco).
2. Encontrar a pressão dinâmica de fundo de poço com a equação 4.47.
3. Calcular a pressão média,  $\bar{p} = (p_{wf} + p_{wh})/2$ .
4. Com a temperatura e pressão média, encontrar o fator de compressibilidade média.
5. Se o valor absoluto de  $|Z - Z^*|/Z \leq 0.001$ , a pressão dinâmica de fundo de poço encontrada em 2 estará correta, caso contrário, repetir o procedimento assumindo outro valor de  $Z$ .

#### 4.7.2.2

#### Método de Cullender e Smith

A derivação do método de *Cullender e Smith*<sup>9,10</sup> para poços fluentes começa com a equação 4.46. As seguintes substituições são feitas para a velocidade:

$$u = \frac{q}{A}$$

$$q = q_{sc} \frac{p_{sc} T Z}{T_{sc} p Z_{sc}}$$

A qual dá:

$$\frac{dp}{dL} = \frac{pM \cos \theta}{ZRT} + \frac{MTZ p_{sc}^2 f q_{sc}^2}{R p T_{sc}^2 2 g_c d A^2}$$

ou

$$\frac{p}{ZT} \frac{dp}{dh} = \frac{M}{R} \left[ \left( \frac{p}{ZT} \right)^2 \cos \theta + C \right]$$

onde

$$C = \frac{8 p_{sc}^2 q_{sc}^2 f}{T_{sc}^2 g_c \pi^2 d^5}$$

Que é constante para uma vazão de fluxo em um diâmetro particular da tubulação. Separando as variáveis dá:

$$\int_{p_{tf}}^{p_{wf}} \frac{\frac{p}{ZT} dp}{\left( \frac{p}{ZT} \right)^2 \cos \theta + C} = \frac{M}{R} \int_0^{MD} dL \quad eq.(4.48)$$

É aplicável para qualquer conjunto consistente de unidades. Substituindo em unidades de campo e integrando o lado direito da equação 4.48 dá:

$$\int_{p_{tf}}^{p_{wf}} \frac{\frac{p}{ZT} dp}{0,001 \left( \frac{p}{ZT} \right)^2 \frac{TVD}{MD} + F^2} = 18,75 \gamma_g MD \quad eq.(4.49)$$

onde

$$F^2 = \frac{0,667 f q_{sc}^2}{d^5} \quad eq.(4.50)$$

e

$$\frac{TVD}{MD} = \cos \theta \quad eq.(4.51)$$

Para abreviar a escrita da equação 4.49 e dividindo o comprimento total do poço em duas seções,  $H/2$ .

Acima de  $H/2$  a equação simplifica-se à seguinte expressão:

$$18,75 \gamma_g (MD) = (p_{mf} - p_{tf}) (I_{mf} + I_{tf}) \quad eq.(4.52)$$

Abaixo de  $H/2$  até a profundidade total do poço é:

$$18,75 \gamma_g (MD) = (p_{wf} - p_{mf}) (I_{wf} + I_{mf}) \quad eq.(4.53)$$

onde

$$I = \frac{\frac{p}{ZT}}{0,001 \left( \frac{p}{TZ} \right)^2 \frac{TVD}{MD} + F^2} \quad eq.(4.54)$$

A equação 4.50 pode ser simplificada utilizando a equação do fator de atrito de Nikuradse para fluxo turbulento totalmente desenvolvido, isto é:

$$F = \frac{0,10796 q}{d^{2,612}} \quad d < 4,277 \text{ in.} \quad eq.(4.55)$$

$$F = \frac{0,10337 q}{d^{2,582}} \quad d > 4,277 \text{ in.} \quad eq.(4.56)$$

Aplicando a regra de Simpson para obter um resultado da pressão mais exato, teremos:

$$18,75 \gamma_g (MD) * 2 = \frac{(p_{wf} - p_{tf})}{3} (I_{tf} + 4I_{mf} + I_{wf}) \quad eq.(4.57)$$

O seguinte procedimento é recomendado:

1. Determinar o valor do lado esquerdo da equação 4.52 acima de  $H/2$ .
2. Determinar  $F^2$  da equação 4.55 ou 4.56.
3. Determinar  $I_{tf}$  da equação 4.54 e condições cabeça do poço.
4. Assumir  $I_{mf} = I_{tf}$  para condições médias da profundidade do poço ou no ponto médio do tubo de produção
5. Determinar  $p_{mf}$  da equação 4.52.
6. Utilizando o valor de  $p_{mf}$  determinado no passo 5 e a temperatura média aritmética  $T_{mf}$  determinar o valor de  $I_{mf}$  da equação 4.54.
7. Recalcular  $p_{mf}$  de equação 4.52. Se este valor recalculado for menor que 1 psi do  $p_{mf}$  calculado no passo 5, repita os passos 6 e 7 até que o critério anterior esteja satisfeito.
8. Assuma  $I_{wf} = I_{mf}$  para as condições de fundo do tubo de produção.

9. Repita os passos de 5 a 7, utilizando a *equação 4.52* abaixo de  $H/2$  do tubo de produção e obtenha o valor da pressão do fundo de poço,  $p_{wf}$ .
10. Aplicando a regra de Simpson, conforme expressada pela *equação 4.57* obtemos um valor da pressão de fundo de poço mais exato.

Os métodos descritos anteriormente (temperatura e compressibilidade média, Cullender e Smith), são aplicáveis somente para gás seco, isto é, um fluido com uma densidade constante. Esses métodos têm sido utilizados para poços que produzem quantidades pequenas de líquido junto com o gás, fazendo-se um ajuste na densidade do gás. A densidade da mistura pode ser estimada por:

$$\gamma_m = \frac{\gamma_g + 4591\gamma_l/R}{1 + 1123/R} \quad eq.(4.58)$$

Onde:

- $\gamma_m$  = Densidade da Mistura ( $ar = 1$ )
- $\gamma_g$  = Densidade do gás ( $ar = 1$ )
- $\gamma_l$  = Densidade do líquido ( $\acute{a}gua = 1$ )
- $R$  = Razão de produção gás – líquido,  $scf/STB$

Se a razão gás–líquido é menor que 10000, o que corresponde a uma carga de líquido acima de 100 bbl/MMscf, ou se a vazão é menor que o requerido para manter a descarga do líquido, as correlações de duas fases devem ser utilizadas para poços de gás.

O método que leva em conta os efeitos de líquidos em poços de gás foi desenvolvido por Gray, (*Vertical Flow Correlation in Gas Wells, User Manual, API 14 –B SSSV Computer Program*).

A precisão do método Gray foi expressa para questionar se:

- ✚ Velocidade do fluxo,  $u_m > 50 \text{ ft/sec}$
- ✚ Diâmetro da tubulação,  $d > 3,5 \text{ in}$
- ✚ Razão gás - condensado  $> 50 \text{ bbl/MMscf}$
- ✚ Razão gás - água  $> 5 \text{ bbl/MMscf}$

Na prática, o método Gray foi criado para dar bons resultados para em poços de condições fora dessa gama de valores.

Uma equação para estimar a mínima vazão de produção de gás requerida para manter um poço descarregado quando se está produzindo água ou condensado foi apresentada por *Turner*<sup>4</sup>.

A vazão mínima para um diâmetro de tubulação particular e pressão na cabeça do poço é calculada por:

$$q_{g(\min)} = \frac{3,06 u_{\min} A p_{wh}}{T Z} \quad eq.(4.59)$$

Onde,

$q_{g(\min)}$  = Vazão de fluxo mínimo para o levantamento contínuo de líquidos, MMscfd

$u_{\min}$  = Velocidade mínima, ft/sec

$A$  = Área da tubulação, ft<sup>2</sup>

$p_{wh}$  = Pressão de fluxo na cabeça do poço, psia

$T$  = Temperatura de fluxo na superfície, °R

$Z$  = Fator de compressibilidade do gás a  $T$ ,  $p_{wh}$

Foram propostas duas equações para  $u_{\min}$ , considerando-se o líquido como água ou condensado.

$$u_{\min(\text{água})} = \frac{5,3(\rho_L - 0,00279 p_{wh})^{0,25}}{(0,00279 p_{wh})^{0,5}} \quad eq.(4.60)$$

$$u_{\min(\text{condensado})} = \frac{4,03(\rho_L - 0,00279 p_{wh})^{0,25}}{(0,00279 p_{wh})^{0,5}} \quad eq.(4.61)$$

#### 4.8

#### Fluxo de gás em linhas de fluxo<sup>4</sup>

A linha que conecta a boca do poço ao o separador adquire maior importância quando possui um comprimento considerável ( 500 pés ou mais) onde a queda de pressão seja relevante para determinar a capacidade produtiva do poço.

Os fatores básicos envolvidos num fluxo horizontal são os mesmos que se aplicaram ao fluxo vertical. Em ambos os sistemas a queda de pressão é a soma das perdas por atrito e energia potencial. A principal diferença encontra-se nas considerações do balanço de energia em função da tubulação.

Para propósitos práticos, num poço puramente gasífero, o fato de considerarmos uma linha de fluxo completamente horizontal permite suprimir os

componentes de elevação e aceleração da equação da energia 4.13, reduzindo-a à seguinte forma:

$$\frac{dp}{dL} = \left( \frac{dp}{dL} \right)_f$$

Substituindo-se a equação 4.19 por essa expressão obtemos:

$$\left( \frac{dp}{dL} \right) = \frac{f \rho u^2}{2 g_c d} = \frac{PM f u^2}{ZRT 2 g_c d} \quad \text{eq.(4.62)}$$

Na maioria dos casos, a temperatura,  $T$ , é presumida constante e o fator de compressibilidade,  $Z$ , é avaliado à pressão média da linha. Isso requer uma solução iterativa caso uma das pressões seja desconhecida. A integração da equação 4.62 para uma distância,  $L$ , entre a pressão a montante (*upstream*),  $p_1$  e a pressão a jusante (*downstream*),  $p_2$ , resulta em:

$$p_1^2 - p_2^2 = \frac{25 \gamma_g q^2 \bar{T} \bar{Z} f L}{d^5} \quad \text{eq.(4.63)}$$

onde

$p$	=	Pressão, psia
$\gamma_g$	=	Densidade do gás
$\bar{T}$	=	Temperatura média, °R
$q$	=	Vazão do gás, MMscfd (14.7 psia, 60°F)
$\bar{Z}$	=	Fator de compressibilidade às condições de $\bar{T}$ e $\bar{p}$
$L$	=	Comprimento da linha, ft.
$d$	=	Diâmetro interno, inches
$f$	=	Fator de atrito, $f(N_{Re}, e/d)$

O fator de atrito pode ser determinado pela equação de Jain 4.31 ou pelo diagrama de Moody (figura 4.4).

A equação 4.63 foi derivada utilizando as condições base ou standard 14.7 psia e 60°F. Pode-se colocar em uma forma mais geral, deixando as condições

padrão na equação como variáveis. É freqüentemente vantajoso expressar a equação 4.63 em termos de vazão de fluxo, isto é:

$$q = \frac{CT_b}{p_b} \left[ \frac{p_1^2 - p_2^2}{\gamma_g f T Z L} \right]^{0.5} d^{2.5} \quad \text{eq.(4.64)}$$

O valor de  $C$  depende das unidades utilizadas na equação. Na tabela 4.3 estão os valores de  $C$  para várias combinações de unidades.

Um fator chamado eficiência é usado algumas vezes na equação 4.64 para justificar o fato de que as tubulações freqüentemente entregam menos gás que o calculado. O fator de eficiência normalmente varia entre 0.7 e 0.92 e é normalmente obtido a partir da experiência.

**Tabela 4.3**  
**Valores de C para diversas unidades**

$p$	$T$	$d$	$L$	$q$	$C$
psia	$^{\circ}R$	in.	Mi	scfd	77,54
psia	$^{\circ}R$	in.	ft	scfd	5634
psia	$^{\circ}R$	in.	ft	MMscfd	$5,634 \times 10^{-3}$
psia	$^{\circ}K$	m	M	$m^3/d$	$1,149 \times 10^6$

Fonte: Gas Production Operations, H. Dale Beggs

Se a queda da pressão ou vazão de fluxo é desconhecida, a solução é iterativa. Se o diâmetro é desconhecido, a solução também seria iterativa já que o diâmetro é necessário para avaliar o fator de atrito. Esse fato incitou os pesquisadores a substituir uma equação específica para  $f$  na equação geral de fluxo de modo a fazer a solução para qualquer  $q$  ou  $d$  não iterativa. O fator de atrito especificado é dependente do diâmetro ou número de Reynolds e não da rugosidade da tubulação. As expressões incorporadas na equação 4.64 para  $f$  em várias das mais populares equações nas linhas de surgência são listadas abaixo:

<i>Equação</i>	<i>f</i>
<i>Panhandle A</i>	$\frac{0,085}{N_{Re}^{0,147}}$
<i>Panhandle B</i>	$\frac{0,015}{N_{Re}^{0,183}}$
<i>Weymouth</i>	$\frac{0,032}{d^{1/3}}$

Utilizando essas relações para o fator de atrito na *equação 4.64*, a forma geral da equação de fluxo das linhas de surgência é:

$$q = a_1 E \left( \frac{T_b}{p_b} \right)^{a_2} \left[ \frac{p_1^2 - p_2^2}{\bar{T} \bar{Z} L} \right]^{a_3} \left( \frac{1}{\gamma_g} \right)^{a_4} d^{a_5} \quad eq.(4.65)$$

Onde  $E$  é o fator de eficiência e os valores das constantes  $a_i$  usadas nas varias equações são tabulados, na *tabela 4.4*

**Tabela 4.4**  
Valores das constantes  $a_i$

<i>Equação</i>	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
<i>Panhandle A</i>	435,87	1,0788	0,5394	0,4604	2,618
<i>Panhandle B</i>	737,00	1,0200	0,5100	0,4900	2,530
<i>Weymouth</i>	433,50	1,0000	0,5000	0,5000	2,667

Fonte: Gas Production Operations, H. Dale Beggs

As unidades usadas na *equação 4.65* são:

$q$	=	Vazão de gás, scfd medido a $T_b$ , $p_b$ ,
$T$	=	Temperatura, °R
$p$	=	Pressão, psia
$L$	=	Comprimento da linha, miles
$d$	=	Diâmetro interno, inches

#### 4.9 Velocidade de Erosão

A velocidade de erosão ocorre quando o fluxo de fluido através de uma tubulação trafega a velocidades altas. Isso é especialmente verdade para altas

capacidades de fluxo, onde a velocidade *in-situ* pode exceder 60 a 70 pés/seg. A erosão não é um problema para poços de petróleo, mesmo que alguns poços de alta razão gás-líquido possam estar sujeitos a ela.

A velocidade em que a erosão começa a ocorrer não pode ser determinada exatamente e, se algumas partículas sólidas, como areia, estão no fluido, a erosão pode ocorrer a velocidades relativamente baixas. Tem-se relacionado a velocidade em que a erosão pode ocorrer à massa específica do fluido pela seguinte equação:

$$u_e = \frac{C}{\rho^{0,5}} \quad \text{eq.(4.66)}$$

Onde

$u_e$  = Velocidade de erosão, ft/sec

$\rho$  = Massa específico do fluido,  $\text{lbm}/\text{ft}^3 = \rho_L \lambda_L + \rho_g (1 - \lambda_L)$

$C$  = Valor entre 75 e 100

Uma boa média do valor de  $C$  foi estabelecida em, aproximadamente 100. Se  $C$  é igual a 100 e a equação de estado do gás é utilizada para expressar a massa específica, a equação 4.66 torna-se:

$$u_e = \frac{100}{\left[ \frac{29 p \gamma_g}{Z R T} \right]^{0,5}} \quad \text{eq.(4.67)}$$

Onde,  $p$ ,  $T$  e  $Z$  são as condições em que a velocidade deverá ser determinada.

A equação pode ser expressada em termos de vazão de fluxo de gás a condições padrão.

$$q_e = 1,86 \times 10^5 A \left( \frac{p}{Z T \gamma_g} \right) \quad \text{eq.(4.68)}$$

Onde

$q_e$  = Vazão de fluxo de erosão,  $\text{Mscfd}$

$A$  = Área da tubulação,  $\text{ft}^2$

$p$  = Pressão mais baixa na tubulação,  $\text{psia}$

$T$  = Temperatura no ponto onde a pressão é determinada,  $^{\circ}\text{R}$

$Z$  = Fator de compressibilidade do gás a  $p$ ,  $T$

$\gamma_g$  = Densidade do gás