

## 7

# Simulação Numérica de Grandes Escalas Modelo de Smagorinsky - Resultados

### 7.1.

#### Introdução

A falta de universalidade dos modelos de turbulência com média de Reynolds, os limitados resultados obtidos com estes modelos, o contínuo crescimento da capacidade computacional e o aperfeiçoamento das técnicas numéricas têm feito com que cresça o interesse pelo uso da técnica de simulação de grandes escalas na predição de escoamentos turbulentos de interesse prático.

A simulação de grandes escalas (LES por Large Eddy Simulation) foi primeiro aplicada a escoamentos de interesse prático em engenharia por Deardoff, que simulou, no início da última década de setenta, o escoamento turbulento em canal, para um número de Reynolds muito alto. Naquele tempo, a aplicação da técnica estava limitada a escoamentos simples e a um pequeno grupo de pesquisadores, os quais tinham acesso a supercomputadores. Hoje, com o decrescente custo computacional e o crescente aperfeiçoamento das técnicas numéricas, a metodologia de simulação de grandes escalas tem sido usada por um número maior de pessoas.

Toda a fundamentação da técnica de simulação de grandes escalas e os principais modelos submalha já foram discutidos no capítulo 4. Pretende-se agora apresentar os resultados obtidos com a aplicação desta técnica, acoplada ao modelo de Smagorinsky, na solução de escoamentos turbulentos complexos.

Foram simulados escoamentos turbulentos nas seguintes geometrias: canal de placas planas e infinitas; canal de placas e infinitas com dupla expansão de área e duto quadrado. O escoamento turbulento em canal de placas planas e infinitas foi resolvido tanto em duas como em três dimensões. Já o escoamento turbulento em canal de placas planas e infinitas com dupla expansão de área foi simulado somente em duas dimensões, enquanto o duto quadrado foi resolvido exclusivamente de modo tridimensional. Estas geometrias são as mesmas que foram utilizadas nas simulações com média de Reynolds, cujos resultados foram apresentados no capítulo anterior, onde também foram expostas as peculiaridades

de cada uma dessas configurações e as vantagens da sua utilização.

No item 7.2, são apresentados os resultados obtidos na simulação bidimensional do escoamento em canal de placas planas e infinitas, enquanto a solução tridimensional é discutida no item 7.3. Os resultados da simulação bidimensional do escoamento em degrau (*'backstep'*) compõem o item 7.4. Já a simulação tridimensional do escoamento turbulento em duto quadrado é apresentada no item 7.5.

Em todas as simulações realizadas avaliou-se a relação esforço computacional - capacidade de predição, face aos resultados obtidos na simulação com a modelagem estatística clássica.

## 7.2.

### **Escoamento Turbulento de Baixo Reynolds em Canal Simulação Bidimensional**

O primeiro experimento numérico foi a simulação do escoamento turbulento incompressível de baixo número de Reynolds, em um canal de placas planas e infinitas. Utilizou-se a versão bidimensional do código e se resolveu o escoamento até a parede.

Sabe-se que o modelo submalha de Smagorinsky possui algumas limitações. Por exemplo, o modelo superestima a tensão cisalhante submalha na região da parede. Nessa região, a tensão cisalhante submalha deveria ir para zero como  $y^2$ , contudo a tensão predita pelo modelo, com o coeficiente constante, permanece finita na parede, devido ao cisalhamento (Meneveau & Katz, 2000). O modelo é assim muito dissipativo e requer funções empíricas de amortecimento na parede (Meneveau & Katz, 2000). A função de Van Driest.

$$f_{\mu} = 1 - \exp[-(y^+ / A^+)^n] \quad (7.1)$$

onde  $y^+ = u_{\tau} y / \nu$  é a distância adimensional a parede, sendo  $u_{\tau}$  a velocidade de atrito,  $y$  a distância à parede e  $\nu$  a viscosidade cinemática, e  $A^+$  e  $n$  são constantes empíricas, tem sido largamente utilizada juntamente com o modelo submalha de Smagorinsky em escoamentos parientais (Breuer, 1998; Piomelli, 1999).

Por outro lado, embora o parâmetro  $C_s$  do modelo tenha sido obtido

analiticamente por Lilly como 0,16 (Meneveau & Katz, 2000), na prática tem-se ajustado o valor da constante do modelo de acordo com o problema a ser resolvido. Na literatura, tem-lhe sido atribuído valores que variam de 0,1 a 0,4 (Piomelli, 1999; Matos et al., 1999).

Neste contexto, além de avaliar a capacidade de predição das estatísticas de turbulência, este estudo teve o objetivo de ajustar a função empírica de amortecimento, o parâmetro  $C_s$  e gerar condições iniciais mais aproximadas para a solução tridimensional. Desde que o custo computacional de uma simulação numérica de grandes escalas tridimensional é ainda muito alto, qualquer tentativa de ajustar os parâmetros via solução estatisticamente permanente do escoamento 3D seria praticamente inviável. A validação do procedimento, aqui adotado, permitirá a redução efetiva do tempo de computação, para se obter uma solução estatisticamente permanente, no caso de uma simulação tridimensional.

O problema a ser resolvido é o escoamento turbulento completamente desenvolvido, incompressível, estatisticamente em regime permanente e homogêneo na direção axial ( $x$ ). Para o caso do canal tridimensional, a direção transversal ( $z$ ) também é considerada homogênea. As predições foram comparadas à simulação direta de Kim et al. (1987), que realizaram uma extensiva simulação deste escoamento. O número de Reynolds ( $Re_c$ ), baseado na metade da altura do canal ( $h$ ) e na velocidade na linha de centro ( $U_c$ ), é 3300, correspondendo a um número de Reynolds ( $Re_\tau$ ), baseado na velocidade de atrito ( $u_\tau$ ), de 180 e ao número de Reynolds ( $Re$ ), baseado na velocidade média na seção transversal, de 2800. A geometria e o sistema de coordenadas são mostrados na fig. (7.1).

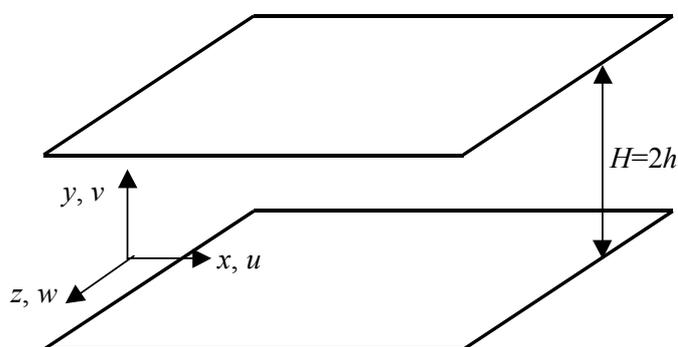


Figura 7.1 – Geometria para escoamento em canal de placas planas

O domínio computacional deve ser especificado de tal forma que as condições de fronteira artificiais não influenciam a solução de um modo

indesejado (Moin & Kim, 1982). O uso das condições periódicas de fronteira, nas direções homogêneas, se justifica se o domínio computacional é capaz de incluir os maiores turbilhões do escoamento (Kim et al., 1987). Nesta simulação, foram utilizadas as dimensões estabelecidas na simulação de grandes escalas de Moin & Kim (1982) e na simulação direta de Kim et al. (1987). Nesses trabalhos, inicialmente selecionou-se o comprimento, nas direções  $x$  e  $z$ , através das medidas das correlações de dois pontos de Conte-Bellot (Moin & Kim, 1982; Kim et al., 1987). Os dados mostraram que a correlação entre flutuações de velocidade, para dois pontos afastados da parede, tornam-se insignificantes, quando a separação dos pontos é da ordem de  $3,2h$ . Assim, se condições de contorno periódicas são empregadas na direção axial, o domínio computacional deve ser aproximadamente duas vezes esta dimensão (Moin & Kim, 1982). Desta análise, concluiu-se que as dimensões do domínio, nas direções axial e transversal ( $x$ ,  $z$ ), deveriam ser tomadas como  $2\pi h$  e  $\pi h$  (Silvestrini et al., 1998).

Seguindo os citados autores, adotou-se nas soluções do escoamento em canal de placas planas, com a técnica de grandes escalas, o domínio computacional  $(2\pi h, 2h, \pi h)$ , sendo que no caso bidimensional a direção homogênea  $z$  foi tomada como sendo um.

Como já foi dito anteriormente, foram realizadas duas simulações bidimensionais do escoamento. Na primeira, com o objetivo de se avaliar o comportamento computacional e a capacidade de predição do modelo em simulações bidimensionais, utilizou-se a malha  $120 \times 100$  uniforme e não uniforme. Já na outra simulação, empregou-se a mesma malha do problema tridimensional ( $60 \times 60$ ) uniforme, uma vez que o principal objetivo era gerar as condições iniciais e ajustar os parâmetros do modelo, para o problema tridimensional. Deve-se registrar que a malha não uniforme, concentra levemente os pontos sobre a parede. O esquema de interpolação Quick mostrou-se muito sensível a não uniformidade da malha. A solução com significativas concentrações dos pontos nodais sobre a parede não convergiram satisfatoriamente. Isto ocorre em malhas não uniformes, talvez devido a uma maior influência dos pontos nodais mais afastados, referente aos termos difusivos.

Na parede, adotou-se a condição de não deslizamento para as velocidades  $u$  e  $v$ , enquanto, na direção axial ( $x$ ), a condição periódica foi aplicada ao

escoamento. A solução foi obtida para um gradiente de pressão médio prescrito, de forma a se reproduzir o número de Reynolds desejado. A incompressibilidade do escoamento foi garantida pela resolução da equação de correção de pressão. Para iniciar a resolução do problema, partiu-se da condição de escoamento uniforme em todo o domínio ( $u = \text{constante}$  e  $v = 0$ ).

A solução do problema com condições de contorno aproximadas para as placas, conforme proposta por Piomelli et al. (1989), foi descartada devido ao baixo número de Reynolds simulado. Como o primeiro ponto nodal interno está localizado no centro do volume de controle, sua distância a parede é dada por:

$$y(2) = \frac{2h}{2N} = \frac{h}{N} \quad (7.2)$$

onde  $N$  é o número de volumes de controle empregados para solução do problema. Em coordenadas de parede, tem-se que:

$$y^+(2) = \frac{h u_\tau}{N\nu} = \frac{1}{N} Re_\tau = \frac{180}{N} \quad (7.3)$$

Para a condição  $y^+ \geq 12$ , tem-se finalmente que  $180/N \geq 12$  e  $N \leq 15$ . Deste modo, a solução seria obtida com uma malha muito grosseira. Daí, ter-se optado por resolver a subcamada laminar.

A resolução das menores escalas requer que (Moin & Rogallo, 1984):

$$\Delta t = \frac{h}{u_\tau} \frac{1}{Re^{1/2}} \quad (7.4)$$

Como, no presente caso,  $Re = 2800$  e  $Re_\tau = 180$ , a exigência de resolução temporal das menores escalas leva a um passo de tempo da ordem de  $2 \times 10^{-3}$ s. Porém, a fim de se manter o número de Courant-Friedrich-Lewy:

$$CFL = \text{Máx} \left\{ \Delta t \left[ \left| \frac{u}{\Delta x} \right| + \left| \frac{v}{\Delta y} \right| \right] \right\} \quad (7.5)$$

da ordem de 0,1 em todo o domínio, adotou-se o passo de tempo  $\Delta t = 2 \times 10^{-4}$ s, com a malha  $60 \times 60$ , e  $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ s, para malha  $120 \times 100$ , os quais correspondem ao passo de tempo, adimensionalizado pela velocidade média e a metade da altura do canal ( $h$ ),  $\Delta t^* = 2,8 \times 10^{-2}$  e  $\Delta t^* = 1,4 \times 10^{-2}$ , respectivamente.

Partindo do campo de velocidade inicial, as equações de governo foram

integradas no tempo até a solução numérica alcançar o regime permanente. Para a identificação desta condição, foram monitorados os comportamentos de convergência da tensão cisalhante nas paredes, da velocidade na linha de centro do canal, da velocidade média, do fator de atrito nas paredes e as velocidades  $u$  e  $v$  em três pontos do canal. Considerou-se ter alcançado o regime estatisticamente permanente, quando os parâmetros acima relacionados não mais apresentaram variações significativas no processo de convergência, sendo possível identificar uma periodicidade aproximada no comportamento dos parâmetros.

Deve ser salientado que na análise do comportamento de convergência foi sempre descartada a parte inicial do processo de convergência, tendo em vista que, devido ao seu caráter altamente transiente, esta parte impede a escala do gráfico reproduzir claramente variações significativas no processo de convergência, conforme pode ser visto nos gráficos da fig. (7.2).

Nesta figura, está representado o processo de convergência da velocidade média na linha de centro do canal, em função do tempo adimensional. No gráfico 'a' é exibido todo o processo. Já no gráfico 'b' foi eliminada a parte inicial do processo, enquanto no gráfico 'c' consta somente a parte final de convergência. A análise pura e simples do gráfico 'a' permitiria afirmar que, entre os tempos adimensionais 800 e 1000, o parâmetro já havia convergido perfeitamente. Contudo, a análise do gráfico 'b' mostra a incorreção dessa conclusão. Por fim, o gráfico 'c' revela que o processo de convergência somente não estaria influenciando no levantamento das estatísticas a partir de 1200.

Diversos testes foram realizados para determinar a escala de comprimento  $\Delta$ , o valor da constante  $C_s$  e a função de amortecimento, de modo a permitir que o modelo apresentasse as melhores previsões possíveis, com relação as estatísticas da velocidade axial e tensões na parede, comparadas com as previstas por DNS (Kim et al., 1987). Com a malha  $60 \times 60$  serão apresentados os resultados, utilizando-se duas formas diferentes de se avaliar a escala de comprimento  $\Delta$ . Nas simulações com a malha  $60 \times 60$ , onde se tinha o objetivo de otimizar os parâmetros para a solução tridimensional,  $\Delta$  foi definida como:

$$\Delta = [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2]^{1/2} \quad (7.6)$$

sendo  $\Delta z$  tomado das dimensões do caso tridimensional.

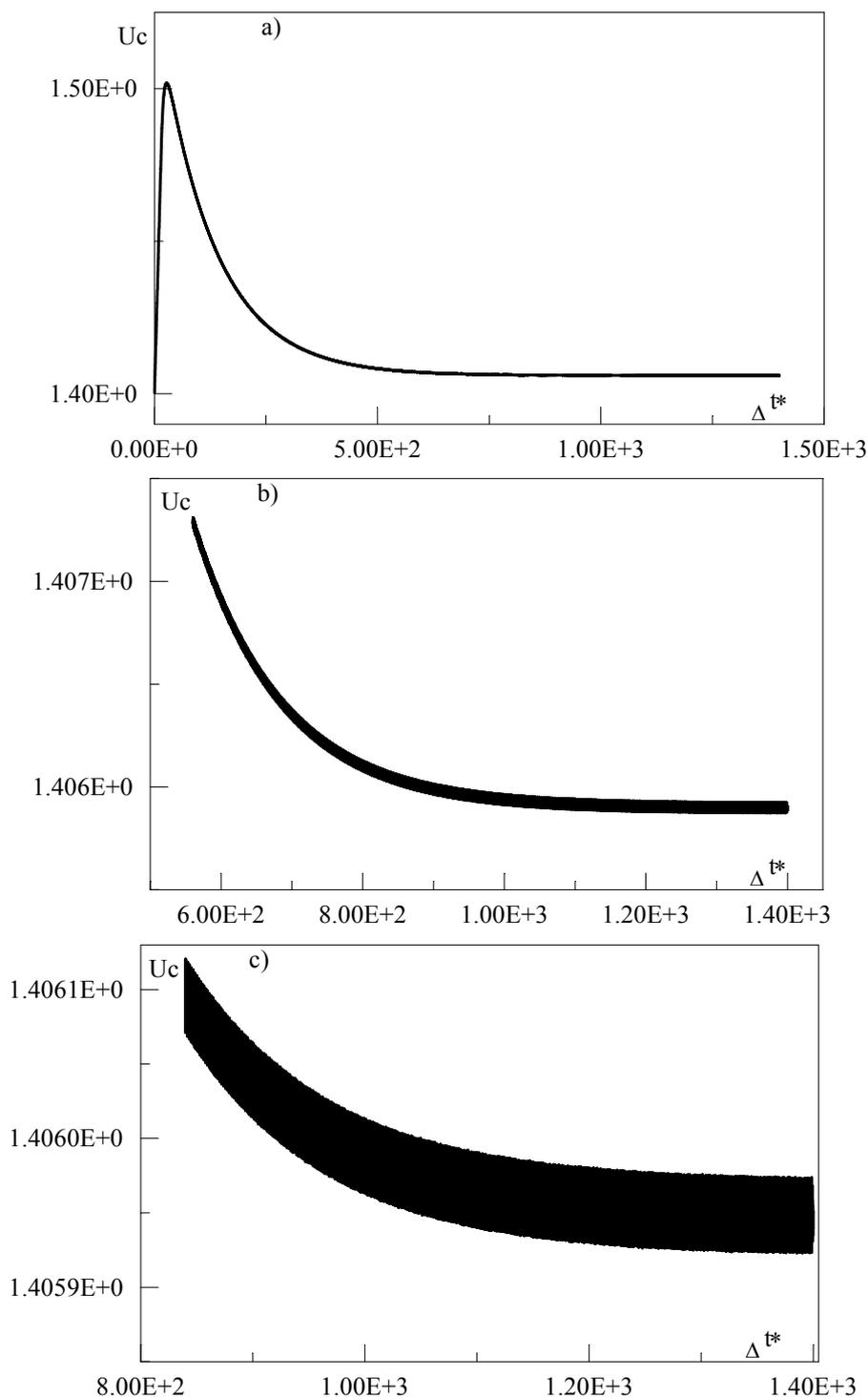


Figura 7.2 – Processo de convergência da velocidade na linha de centro do canal

Já nas simulações com a malha  $120 \times 100$  e  $60 \times 60$ , onde o objetivo era a solução do problema de forma bidimensional, a referida escala foi definida como

$$\Delta = [(\Delta x)(\Delta y)(\Delta z)]^{1/3} \tag{7.7}$$

sendo  $\Delta z$  assumido como 1. Neste caso, como  $\Delta z$  é dominante, a expressão dada pela eq. (7.6) não é representativa do escoamento.

O parâmetro  $C_s$  deveria ter um comportamento decrescente à medida que a malha fosse sendo refinada, indicando a menor necessidade da modelagem de termos de pequenas escalas. No entanto, diversos testes foram realizados, visando ajustar as estatísticas da velocidade axial e tensão na parede e uma variação grande do valor ótimo do parâmetro  $C_s$  foi obtida. O valor do parâmetro  $C_s$  foi ajustado como 0,13, para a malha  $60 \times 60$ , e 0,206, quando o problema foi resolvido com a malha mais refinada ( $120 \times 100$ ), sendo a escala de comprimento ( $\Delta$ ) calculada, nestes casos, de acordo com a eq. (7.7). Já, com o comprimento de escala calculado de acordo com a eq. (7.6), visando a otimização da simulação tridimensional, o valor do parâmetro foi ajustado como 0,4. Comparando-se este valor com o valor de 0,13, ambos referentes a malha  $60 \times 60$ , verifica-se a enorme discrepância do valor do coeficiente  $C_s$ , em função exclusivamente de como é definida a escala de comprimento. Cabe também destacar que o valor do parâmetro  $C_s$  foi maior na malha  $120 \times 100$ , comparativamente ao valor ajustado, para a malha  $60 \times 60$ , parecendo compensar o menor valor da escala de comprimento.

O formato da função de amortecimento (eq. 7.1) foi estabelecida a partir do estudo realizado sobre o seu comportamento em função dos parâmetros  $A^+$  e  $n$ . A fig. (7.3) exibe a forma da referida função, para algumas das possíveis escolhas dos seus parâmetros. Da análise das curvas para  $A^+=25$ , valor mais utilizado na literatura, pode-se verificar que à medida que o expoente  $n$  cresce a função tem um efeito de amortecimento muito maior na região da parede, mas também recupera o valor de um mais próximo à parede. O efeito do maior amortecimento na região da parede é desejado, porém reduzir o seu efeito a uma pequena faixa não é interessante. Optou-se por elevar o valor do parâmetro  $A^+$ , a fim de aumentar o limite do efeito da função de amortecimento. As curvas para  $A^+=50$  foram então traçadas e verificou-se que o conjunto  $A^+=50$  e  $n=2$  exibe um melhor comportamento. A função foi, então, testada na simulação bidimensional do escoamento em canal e mostrou ter um efeito na solução superior as outras opções. Deste modo, a função de amortecimento foi finalmente estabelecida como:

$$f_{\mu} = 1 - \exp[-(y^+ / 50)^2] \tag{7.8}$$

onde  $y^+ = u_{\tau} y / \nu$  é a distância adimensional a parede, sendo  $u_{\tau}$  a velocidade de atrito,  $y$  a distância à parede e  $\nu$  a viscosidade cinemática.

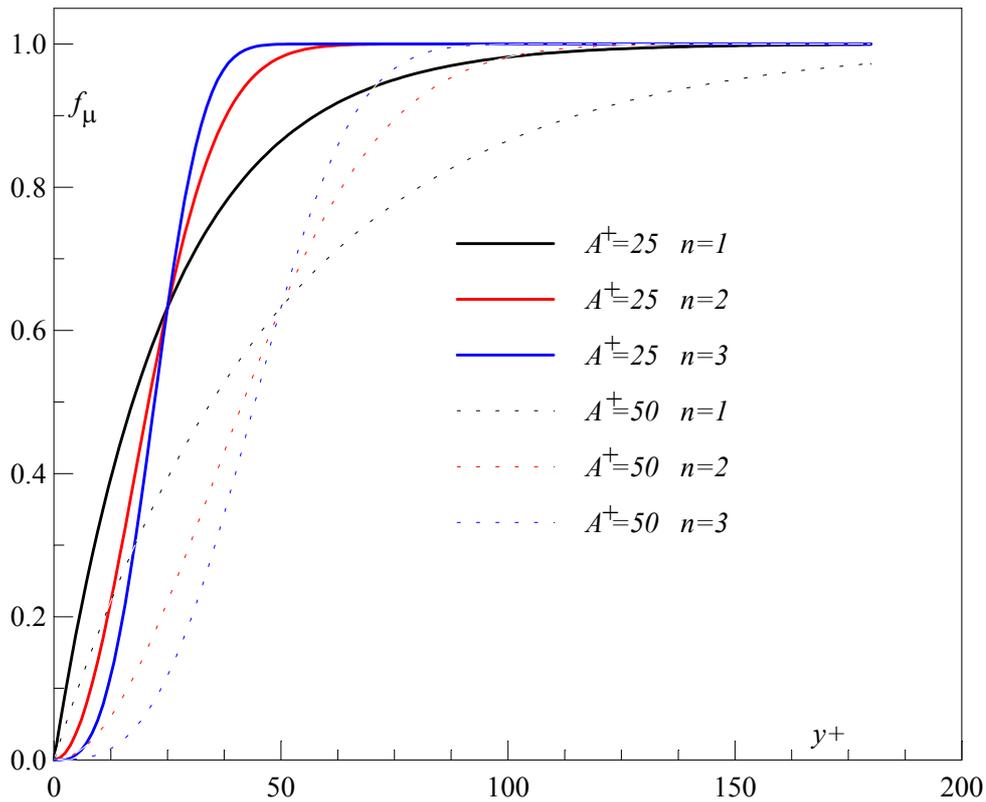


Figura 7.3 – Comportamento da função de amortecimento (eq. 7.1) em função dos parâmetros  $A^+$  e  $n$ .

As propriedades médias previstas pelo modelo de Smagorinsky, tais como velocidade média de mistura, velocidade média na linha de centro do canal ( $y=h$ ) e fator de atrito, entre outros, são comparados com os resultados da simulação direta de Kim et al. (1987), na tabela (7.1). Nessa tabela, a velocidade média de mistura foi definida como:

$$u_m = \frac{1}{n} \sum_i^n \left[ \frac{1}{2\pi h} \frac{1}{2h} \int_0^{2h} \int_0^{2\pi h} u(x,y) dx dy \right]_i \tag{7.9}$$

Enquanto a velocidade média na linha de centro do canal foi estabelecida como:

$$u_c = \frac{1}{n} \sum_i^n \left[ \frac{1}{2\pi h} \int_0^{2\pi h} u(x, h) dx \right]_i \tag{7.10}$$

Já o fator de atrito foi levantado da relação:

$$f = \frac{1}{n} \sum_i^n \left[ \frac{8 u_\tau^2}{u_m^2} \right]_i \tag{7.11}$$

onde  $u_\tau$  é a velocidade de atrito e  $n$  o número de passos de tempo.

Propriedades Médias	'DNS' Kim et al. (1987)	LES			
		Malha unif 60×60, Cs=0,4 e Δ (eq. 7.6)	Malha unif 60×60, Cs=0,13 e Δ (eq. 7.7)	Malha unif 120×100 Cs=0,206 e Δ (eq. 7.7)	Malha não unif 120×100 Cs=0,206 e Δ (eq. 7.7)
$u_m / u_\tau$	15,63	15,44	15,55	15,05	13,89
$u_c / u_\tau$	18,20	18,27	18,41	17,78	16,42
$u_c / u_m$	1,16	1,18	1,18	1,18	1,18
$u_\tau$	$8,89 \times 10^{-2}$	$9,41 \times 10^{-2}$	$9,42 \times 10^{-2}$	$9,53 \times 10^{-2}$	$9,64 \times 10^{-2}$
$\tau$	$7,91 \times 10^{-3}$	$8,85 \times 10^{-3}$	$8,87 \times 10^{-3}$	$9,09 \times 10^{-3}$	$9,31 \times 10^{-3}$
$f$	$3,27 \times 10^{-2}$	$3,35 \times 10^{-2}$	$3,31 \times 10^{-2}$	$3,53 \times 10^{-2}$	$4,17 \times 10^{-2}$
$Re_c$	3300	3310	3314	3309	3310
$Re_\tau$	180,0	181,2	180,0	186,0	201,8

Tabela 7.1 – propriedades médias do escoamento

De um modo geral, pode-se concluir que o refinamento da malha, com a melhor resolução da subcamada laminar, não levou ao esperado melhoramento das predições, na região da parede. Os resultados obtidos com a malha 120×100 não uniforme são mais pobres que os preditos com a malha 120×100 uniforme nessa região. Isto talvez seja uma consequência do tipo de função de amortecimento e do método numérico empregados (p. ex., esquema de interpolação quick na direção perpendicular à parede). Já as predições, obtidas

com a malha mais grossa (60×60), em geral, estão em boa concordância com os resultados da simulação direta de Kim et al. (1987).

Na fig. (7.4) são comparados os perfis de velocidade preditos, nas várias configurações, com os resultados experimentais de Nishino & Kasagi (Gavrillakis, 1992). Nesta figura verifica-se que os resultados obtidos são praticamente semelhantes e apresentam uma boa concordância com as medidas experimentais.

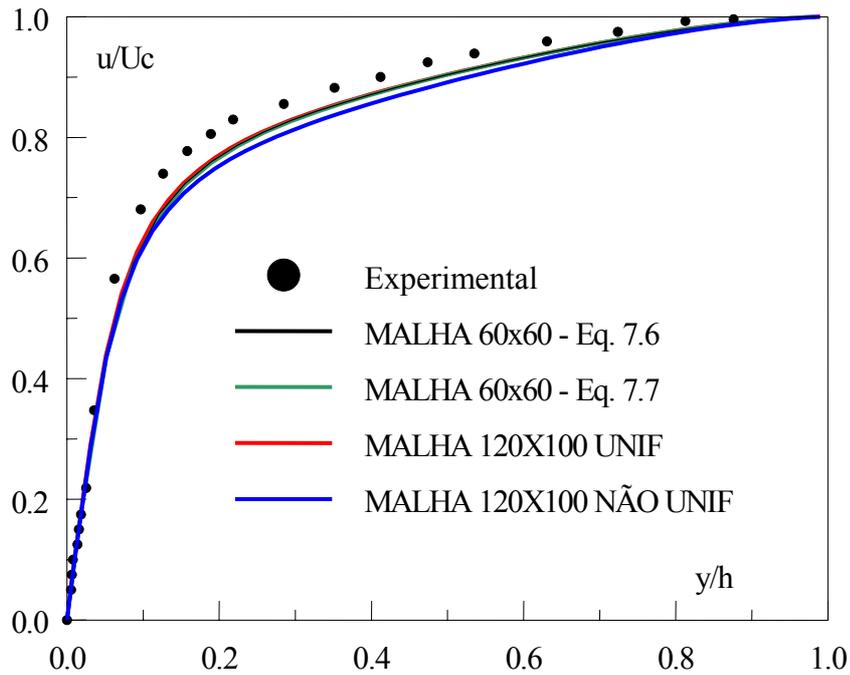


Figura 7.4 – Perfil de velocidade  $u$

O perfil de velocidade axial adimensionalizado pela velocidade de atrito ( $u_\tau$ ) é mostrado na fig. (7.5). A lei logarítmica é também exibida nessa figura. A sua constante aditiva foi adotada como sendo 5,5, de acordo com proposta de Kim et al. (1987). Este maior valor da constante é um efeito do baixo número de Reynolds simulado (Kim et al., 1987). A análise da figura mostra que os resultados obtidos com a malha 120×100 não uniforme são os que mais se afastam do perfil logarítmico e da simulação direta. Este problema é uma consequência direta das suas previsões mais pobres no limite da parede e, como já foi dito anteriormente, talvez se explique pelo tipo de função de amortecimento utilizada, além do método numérico empregado.

A tensão de Reynolds ( $\overline{u'v'}$ ), predita pelo modelo e adimensionalizada pela velocidade de atrito, é comparada, na região da parede, com o resultado da

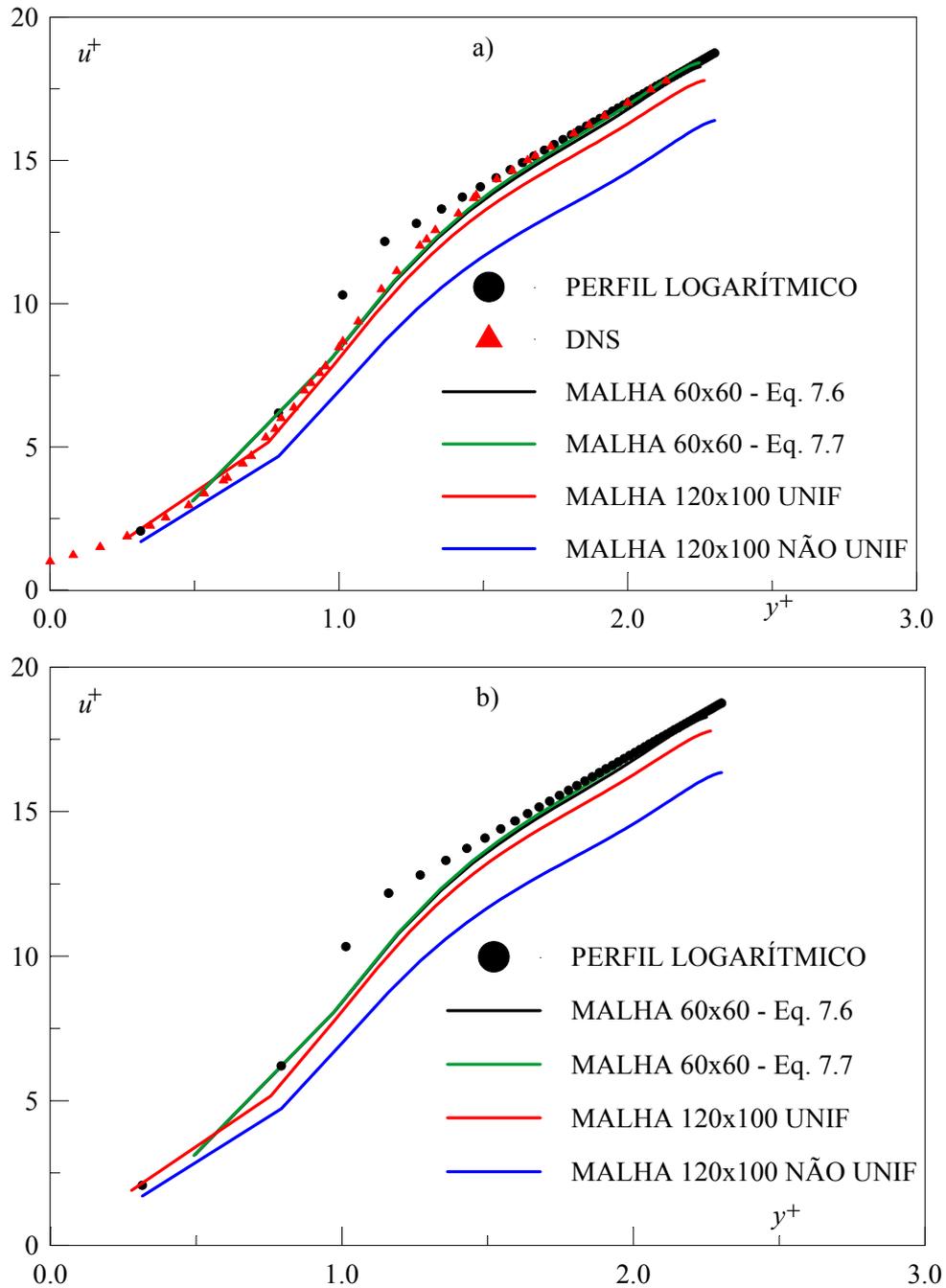


Figura 7.5 – Perfil de velocidade adimensional:  
 a) Parede inferior; b) Parede superior.

simulação direta de Kim et al. (1987) na fig. (7.6). Verifica-se que o modelo subestima o valor da tensão em todas as simulações realizadas. O valor máximo predito é, em média, 13% menor que o valor máximo da simulação direta. Particularmente, na avaliação desta estatística, a simulação com a malha 120×100 não uniforme obteve um melhor resultado, reproduzindo corretamente o comportamento da simulação direta na subcamada laminar.

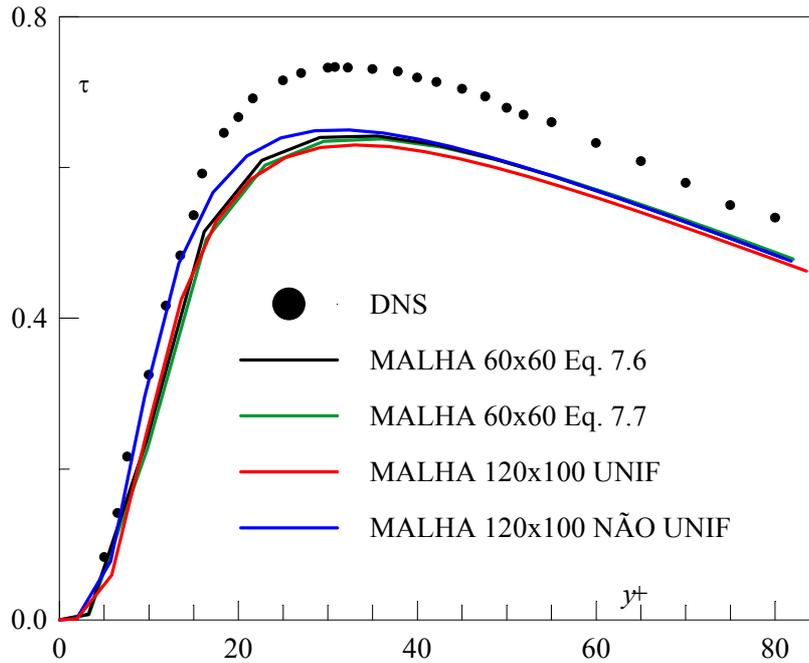


Figura 7.6 – Tensão de Reynolds ( $\overline{u'v'}$ ) na região da parede

O perfil de tensão cisalhante total (tensão de Reynolds mais tensão viscosa), adimensionalizada pela velocidade de atrito, é mostrado na fig. (7.7). Nessa figura, são exibidos ainda o perfil de tensão viscosa e o perfil de tensão de Reynolds separadamente. No escoamento em canal completamente desenvolvido, como aqui considerado, o perfil teórico da tensão cisalhante total tem um comportamento linear. Este perfil também é incluído na figura como referência. Deve-se registrar ainda que, como as várias previsões apresentam pequenas diferenças e a fim de manter a simplicidade do gráfico, somente é exibido o resultado obtido com a malha 120×100 não uniforme. Da análise da figura, verifica-se que a tensão viscosa só é significativa na região vizinha a parede, resultado que está de acordo com a teoria. A tensão viscosa é predominante, em relação a tensão de Reynolds, na região entre a parede e  $y^+=10$ . Já, entre  $y^+=10$  e  $y^+=15$ , são da mesma ordem de grandeza, sendo seus valores idênticos em  $y^+=12,5$ . Quando se considera que este é um valor normalmente adotado como referência na literatura para o perfil logarítmico, verifica-se a correção dos resultados obtidos. Por outro lado, a tensão cisalhante total predita pela presente simulação, embora tenha um comportamento linear, na maior parte do domínio, foi subestimada, em relação ao valor teórico de referência. Esta é uma consequência direta do modelo ter subestimado a tensão de Reynolds, conforme

foi visto na análise da fig. (7.5). Na região da subcamada laminar ( $y^+ \approx 8$ ), como mostrado no gráfico b), o perfil de tensão cisalhante total apresenta um comportamento inconsistente, devido a insuficiente resolução da subcamada laminar. Esta região foi melhor resolvida pela malha  $120 \times 10$  não uniforme, enquanto, nas malhas  $60 \times 60$ , o comportamento atípico da curva foi mais acentuado.

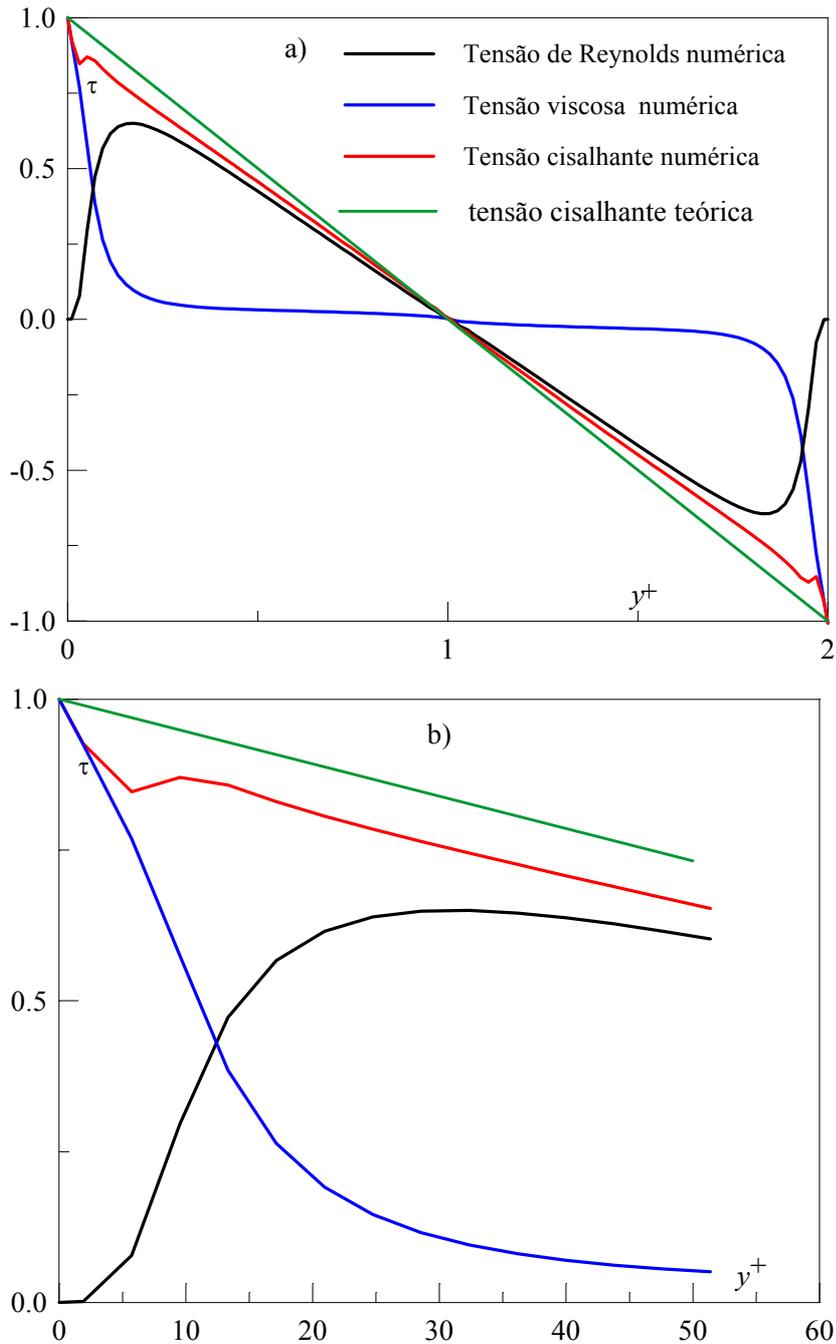


Figura 7.7 – Perfil de Tensão cisalhante: a)  $0 \leq y/h \leq 2$ ; b)  $y^+ \leq 55$ .

O valor do componente  $\omega_z$  do vetor vorticidade, obtido a partir do perfil médio de velocidade,

$$\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (7.12)$$

é apresentado na fig. (7.8), para a solução com a malha  $120 \times 100$  uniforme. Como neste caso o vetor vorticidade é perpendicular ao plano do escoamento, está representado na figura somente o seu módulo e sentido. Sabendo que a deformação angular está relacionada a tensão cisalhante pela viscosidade molecular, pode-se verificar a correção do perfil. Desde que o vetor é o rotacional do vetor velocidade, sabe-se também que é livre de divergência, não havendo fonte ou sumidouro de vorticidade no próprio fluido. Já na equação de transporte da vorticidade, conhecida como equação de Helmholtz, facilmente se demonstra que o termo de geração de vorticidade é nulo em escoamentos bidimensionais. Isto tudo leva a conclusão que não é possível gerar vorticidade em escoamentos bidimensionais (Curie, 1974; Silveira Neto, 2002). Os mecanismos de transporte de vorticidade, presentes no caso de escoamentos bidimensionais, são a difusão viscosa e a convecção. Deste modo, o perfil de vorticidade (fig. 7.8) deve ser reproduzido em todo o domínio de solução. A fig. (7.9) mostra a evolução do

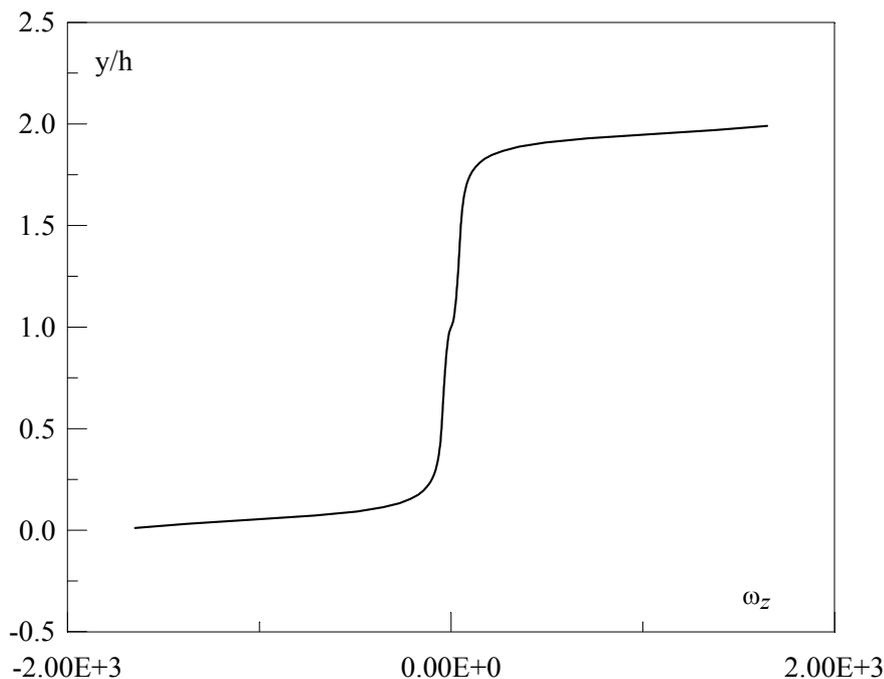


Figura 7.8 – Perfil de vorticidade média

perfil de vorticidade na direção axial do canal, para a simulação do escoamento com a malha  $120 \times 100$  uniforme, e confirma numericamente as observações teóricas.

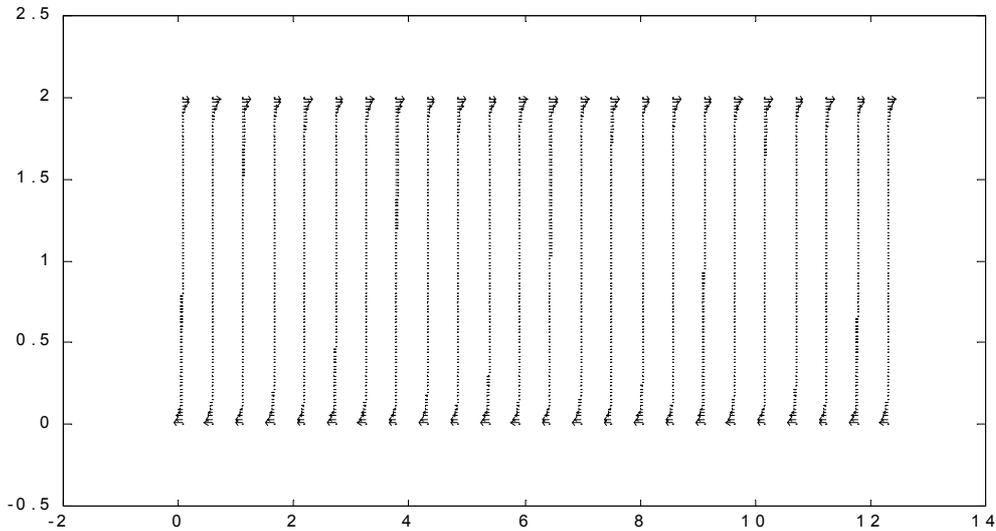


Figura 7.9 – Perfil de vorticidade ao longo da direção x

Por outro lado, na parede tem-se  $\partial v / \partial x = 0$ . Consequentemente, a vorticidade é dada por  $\omega_z = -\partial u / \partial y$ . Do perfil universal logarítmico sabe-se que, para  $y \rightarrow 0$ ,  $\omega_z|_{y \rightarrow 0} = -R_{e\tau} (u_\tau / h) = -180(u_\tau / h)$  ou  $-\omega_z|_{y \rightarrow 0} (h / u_\tau) = 180$ . A solução numérica obteve  $-\omega_z|_{y \rightarrow 0} (h / u_\tau) = 173$ . Este valor (4% menor) confirma a correção da presente solução.

Com relação aos resultados obtidos com a modelagem estatística clássica, pode-se dizer que a solução bidimensional tipo simulação de grandes escalas exigiu um esforço computacional muito maior. A simulação do mesmo escoamento turbulento em canal, com o modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  de baixo Reynolds de Launder & Sharma e malha  $100 \times 140$ , consumiu cerca de 10% do tempo de computação da simulação tipo grandes escalas, com modelo de Smagorinsky e malha  $60 \times 60$ . Contudo, deve-se registrar que o perfil, obtido pela modelagem tipo grandes escalas, apresenta-se mais ajustado ao resultado experimental de Nishino & Kasagi (Gavrilakis, 1992), como pode ser visto na fig. (7.10).

Foi também realizada uma simulação do escoamento em estudo sem utilização do modelo de turbulência. A solução convergiu para um escoamento laminar, mostrando a importância fundamental do modelo.

Por fim, deve-se registrar que foram ainda realizadas simulações com o

modelo de turbulência, mas na condição de regime permanente. O esforço computacional neste caso foi bem menor, cerca de um terço do tempo de computação do caso transiente. Assim para a situação de ajuste de parâmetro talvez esta seja a melhor condição de simulação.

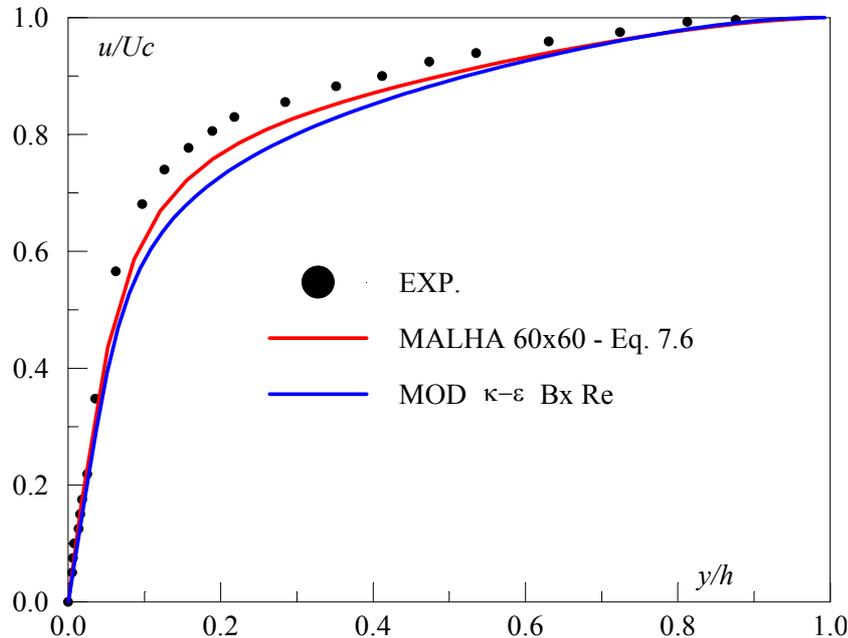


Figura 7.10 – Comparação do perfil de velocidade  $u$  com modelagem de Reynolds.

### 7.3.

#### Escoamento Turbulento de Baixo Reynolds em Canal Simulação Tridimensional

O mesmo problema resolvido no item anterior (7.2) é novamente apresentado aqui, considerando agora uma modelagem tridimensional. Considera-se portanto o escoamento turbulento tridimensional completamente desenvolvido, incompressível, estatisticamente em regime permanente e homogêneo nas direções axial ( $x$ ) e transversal ( $z$ ). A geometria e o sistema de coordenadas foram expostas na fig. (7.1). O número de Reynolds ( $Re_c$ ), baseado na metade da altura do canal ( $h$ ) e na velocidade na linha de centro ( $U_c$ ), é 3300, correspondendo a um número de Reynolds ( $Re_\tau$ ), baseado na velocidade de atrito ( $u_\mu$ ), de 180 e ao número de Reynolds ( $Re$ ), baseado na velocidade média na seção transversal, de 2800. As previsões novamente foram comparadas à simulação direta de Kim et al. (1987).

O domínio computacional, conforme já discutido no caso bidimensional, foi

tomado como  $(2\pi h, 2h, \pi h)$  (Moin & Kim, 1982; Kim et al., 1987; Silvestrini et al. 1998)

As equações de governo do escoamento, como exposto no capítulo 5 deste trabalho, foram resolvidas pela técnica do volume finito, com o esquema de interpolação CDS-4 na direção axial e o esquema Quick nas direções transversais  $y$  e  $z$  e o esquema Crank-Nicolson no tempo.

Basicamente foram realizados dois tipos de simulações. Na primeira resolveu-se todo o domínio na direção  $y$  ( $2h$ ), enquanto na outra, visando avaliar os efeitos da utilização da simetria sobre os resultados, com a correspondente redução do esforço computacional, resolveu-se somente metade do domínio ( $h$ ). Na simulação de todo domínio, foram utilizadas malhas uniformes com  $40 \times 40 \times 10$  e  $60 \times 60 \times 16$  pontos nodais, enquanto na condição de simetria empregou-se as mesmas malhas com metade dos pontos na direção normal a parede. Deve-se registrar que os resultados para este problema com e sem simetria não apresentaram significativas diferenças.

Na parede, adotou-se a condição de não deslizamento para as velocidades  $u$ ,  $v$  e  $w$ , enquanto, na direção axial ( $x$ ), a condição periódica foi aplicada ao escoamento. Já na direção transversal  $z$ , tanto a condição periódica quanto a condição de simetria foram utilizadas. Quando somente metade do domínio foi resolvido, a condição de simetria,  $\partial u / \partial y = \partial w / \partial y = 0$  e  $v = 0$ , foi aplicada a fronteira superior do escoamento. A solução foi obtida para um gradiente de pressão médio prescrito, de forma a se reproduzir o número de Reynolds desejado. A incompressibilidade do escoamento foi garantida pela resolução da equação de correção de pressão. Para iniciar a resolução do problema, partiu-se dos perfis médios de  $u(y)$  e  $v(y)$  obtidos na simulação bidimensional. Estes perfis foram tomados em cada posição  $(x, y, z)$  e imposta a condição inicial de velocidade transversal  $w$  nula em todo o domínio ( $w(x, y, z) = 0$ ).

A possibilidade de utilizar condições de contorno aproximadas nas placas foi descartada, devido ao baixo número de Reynolds simulado. Conforme ficou demonstrado no caso bidimensional, a solução seria obtida com malhas uniformes muito grossas na direção  $y$  (menos de quinze pontos nodais nessa direção). Cabe também destacar que o esquema de interpolação Quick introduziu elevadas oscilações numéricas na solução, quando malhas não uniformes foram

empregadas. Face estas dificuldades e como as operações de filtragem e derivação não comutam exatamente em malhas não uniformes acopladas aos filtros tradicionais (Ghosal & Moin, 1995; Ghosal, 1996; Kravchenko & Moin, 1997; Vasilyev et al., 1998; Moin, 2002; Marsden et al., 2002), optou-se por utilizar somente malhas uniformes ou aproximadamente uniformes na resolução dos escoamentos com a técnica de grandes escalas.

Como o escoamento foi resolvido até a parede e sabendo que o modelo de Smagorinsky superestima a tensão cisalhante submalha na região da parede (Meneveau & Kats, 2000), foi utilizada a função de amortecimento de Van Driest:

$$f_{\mu} = 1 - \exp[-(y^+ / A^+)^n] \quad (7.13)$$

acoplada ao modelo submalha (Piomell, 1999). Os parâmetros  $A^+=50$  e  $n=2$  foram estabelecidos de acordo com a simulação bidimensional (eq. 7.8)

A resolução das menores escalas requer que (Moin & Rogallo, 1984):

$$\Delta t = \frac{h}{u_{\tau}} \frac{1}{Re^{1/2}} \quad (7.14)$$

Como, no presente caso,  $Re = 2800$  e  $Re_{\tau} = 180$ , a exigência de resolução temporal das menores escalas leva a um passo de tempo da ordem de  $2 \times 10^{-3}$ s. Porém, a fim de se manter o número de Courant-Friedrich-Lewy:

$$CFL = \text{Máx} \left\{ \Delta t \left[ \left| \frac{u}{\Delta x} \right| + \left| \frac{v}{\Delta y} \right| + \left| \frac{w}{\Delta z} \right| \right] \right\} \quad (7.15)$$

da ordem de 0,3 em todo o domínio, adotou-se o passo de tempo  $\Delta t = 2 \times 10^{-4}$ s, o qual corresponde ao passo de tempo, adimensionalizado pela velocidade média e a metade da altura do canal ( $h$ ),  $\Delta t^* = 2,8 \times 10^{-2}$ .

Partindo do campo de velocidade inicial, as equações de governo foram integradas no tempo até a solução numérica alcançar o regime permanente. Para a identificação desta condição, foram monitorados os comportamentos de convergência da tensão cisalhante nas paredes, da velocidade média no plano central do canal ( $y=h$ ), da velocidade média de mistura, da velocidade máxima em todo domínio, da velocidade de atrito média, do fator de atrito nas paredes e as velocidades  $u$ ,  $v$  e  $w$  em três pontos do domínio. Considerou-se ter alcançado o regime estatisticamente permanente, quando os parâmetros acima relacionados

não mais apresentaram variações significativas no processo de convergência, sendo possível identificar uma periodicidade aproximada no comportamento dos parâmetros.

Deve ser salientado que na análise do comportamento de convergência foi mais uma vez descartada a parte inicial do processo de convergência, tendo em vista que, devido ao seu caráter altamente transiente, esta parte impede a escala do gráfico reproduzir claramente variações significativas no processo de convergência, conforme foi demonstrado no caso bidimensional (fig. 7.2). Como exemplo do comportamento de convergência da presente solução, é exibido, na fig. (7.11), o processo final de convergência da tensão cisalhante média em  $z$ , na posição  $x=\pi h$  (centro do canal) e  $y=0$  (parede inferior), em função do tempo adimensional.

O gráfico da fig. (7.11) mostra que, a partir do tempo adimensional  $1,25 \times 10^3$ , o regime estatisticamente permanente foi alcançado e que o processo de convergência não mais estaria influenciando o levantamento das estatísticas.

As simulações foram realizadas em computador pentium II, 450 MHz, sendo requerido, para a malha  $60 \times 60 \times 16$ , cerca de 60s por passo de tempo. Grande parte do tempo de computação (85%) foi consumido na obtenção do regime estatisticamente permanente.

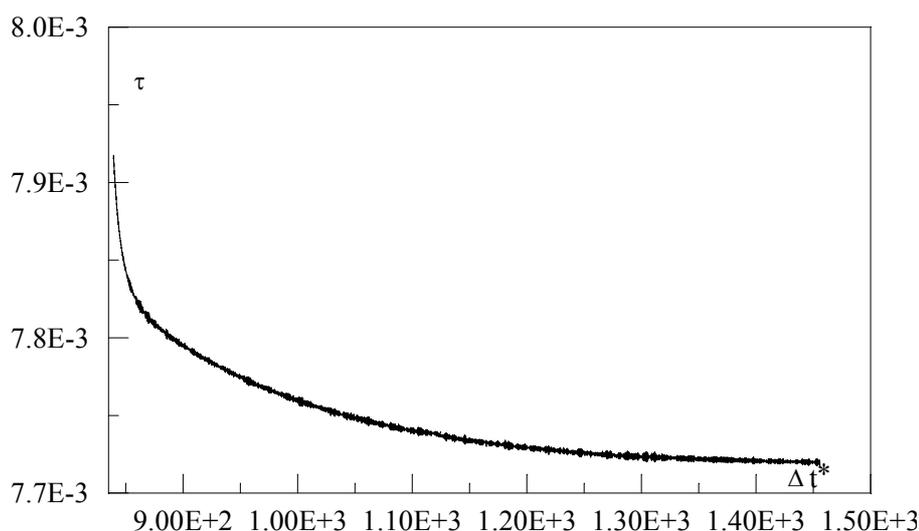


Figura 7.11 – Processo de convergência da tensão de cisalhamento média

A escala de comprimento  $\Delta$  nas simulações tridimensionais foi obtida da expressão:

$$\Delta = [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2]^{1/2} \quad (7.16)$$

onde  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  são as dimensões do volume de controle nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. Deve-se registrar que a solução bidimensional do escoamento permitiu inferir que esta seria a melhor forma de se levantar a escala de comprimento no presente caso. Este fato reveste-se de fundamental importância, quando se compara o esforço computacional da solução bidimensional com o dispendioso esforço computacional da solução tridimensional.

O valor do parâmetro  $C_s$  do modelo de Smagorinsky foi ajustado na solução bidimensional como 0,4, para as condições da solução tridimensional. As primeiras simulações tridimensionais do problema validaram esse valor, indicando, porém, a necessidade de um pequeno refinamento, a fim de se obter soluções mais ajustadas aos dados teóricos e experimentais disponíveis. Deste modo, chegou-se ao valor final de  $C_s$  como sendo 0,44. Mais uma vez, confirmou-se como sendo fundamental o procedimento de primeiro ajustar-se os parâmetros na solução bidimensional.

As propriedades médias previstas pelo modelo de Smagorinsky, tais como velocidade média de mistura, velocidade média no plano da linha de centro do canal ( $y=h$ ) e fator de atrito, entre outros, são comparados com os resultados da simulação direta de Kim et al. (1987), na tabela (7.2). Nessa tabela, a velocidade média de mistura foi definida como:

$$u_m = \frac{1}{n} \sum_i \left[ \frac{1}{\pi h} \frac{1}{2\pi h} \frac{1}{2h} \int_0^{2h} \int_0^{2\pi h} \int_0^{\pi h} u(x, y, z) dz dx dy \right]_i \quad (7.17)$$

Enquanto a velocidade média no plano da linha de centro do canal foi estabelecida como:

$$u_c = \frac{1}{n} \sum_i \left[ \frac{1}{2\pi h} \frac{1}{\pi h} \int_0^{2\pi h} \int_0^{\pi h} u(x, h, z) dz dx \right]_i \quad (7.18)$$

Já o fator de atrito foi levantado da relação:

$$f = \frac{1}{n} \sum_i \left[ \frac{8 u_\tau^2}{u_m^2} \right]_i \quad (7.19)$$

onde  $u_\tau$  é a velocidade de atrito e  $n$  o número de passos de tempo.

Propriedades Médias	$\frac{u_m}{u_\tau}$	$\frac{u_c}{u_\tau}$	$\frac{u_c}{u_m}$	$u_\tau$	$\tau$	$f$	$Re_c$	$Re_\tau$
'DNS' Kim et al. (1987)	15,63	18,20	1,16	8,89 $10^{-2}$	7,91 $10^{-3}$	3,27 $10^{-2}$	3300	180,0
Malha 60x60x16	15,94	18,77	1,18	8,89 $10^{-2}$	7,91 $10^{-3}$	3,08 $10^{-2}$	3337	175,7
Malha 40x40x10	12,98	15,11	1,16	8,11 $10^{-2}$	6,57 $10^{-3}$	4,75 $10^{-2}$	3259	215

Tabela 7.2 – propriedades médias do escoamento, simulação tridimensional

Da análise da tabela (7.2), verifica-se que a simulação com a malha 60×60×16 apresentou resultados médios bem próximos dos preditos pela simulação direta. Entretanto, as previsões obtidas com a malha menos refinada (40×40×10) exibem deficiências significativas, especialmente naqueles parâmetros referentes à região da parede.

Na fig. (7.12) são comparados os perfis de velocidade preditos com os resultados experimentais de Nishino & Kasagi (Gavrilakis, 1992). De um modo geral, pode-se dizer que os resultados concordam bem com os dados experimentais. Mais uma vez, a maior diferença entre as previsões das simulações tridimensionais (malhas 60×60×16 e 40×40×10) está na região da parede. O resultado bidimensional é semelhante ao perfil obtido com a malha mais refinada.

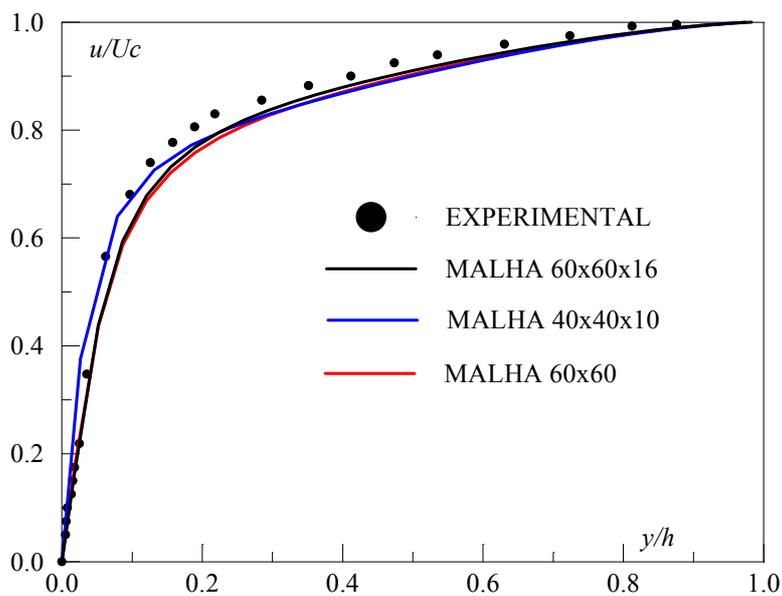


Figura 7.12 – Perfil de velocidade  $u$ , simulação tridimensional.

O perfil de velocidade axial adimensionalizado pela velocidade de atrito ( $u_\tau$ ) é mostrado na fig. (7.13), tanto para a parede sul ( $y=0$ ) (gráfico ‘a’) como para a parede norte ( $y=2h$ ) (gráfico ‘b’). É também exibido nesta figura o resultado da simulação direta de Kim et al. (1987) e a lei logarítmica. Conforme já foi dito anteriormente, na definição do perfil logarítmico, a constante aditiva foi adotada como 5,5, de acordo com proposta de Kim et al. (1987). O alto valor da constante é um efeito do baixo número de Reynolds simulado (Kim et al., 1987). É imediato

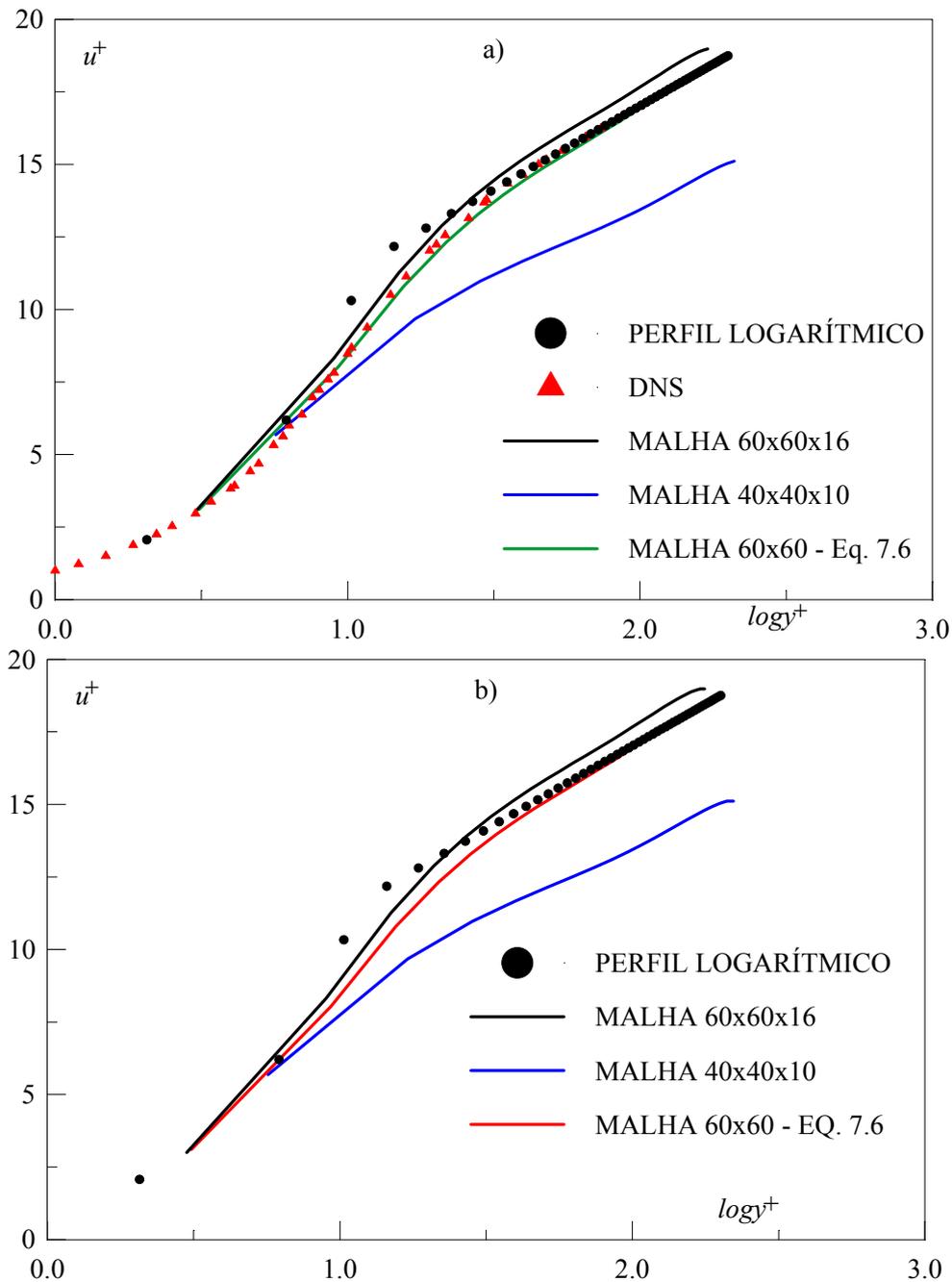


Figura 7.13 – Perfil de velocidade adimensional, simulação tridimensional:

a) Parede inferior; b) Parede superior.

verificar que o pior resultado é obtido com a malha  $40 \times 40 \times 10$ , enquanto as predições da malha mais refinada concordam bem com a simulação direta. Verifica-se ainda que a facilidade de ajuste dos parâmetros, no caso bidimensional, leva a uma melhor correspondência dos seus resultados com a simulação direta.

A tensão de Reynolds ( $\overline{u'v'}$ ), predita pelo modelo e adimensionalizada pela velocidade de atrito, é comparada, na região da parede, com o resultado da simulação direta de Kim et al. (1987) e com as predições das simulações bidimensionais na fig. (7.14). Verifica-se que há uma excelente concordância do perfil predito pelo modelo, no caso tridimensional, com o resultado da simulação direta. O valor máximo e a própria posição onde este valor ocorre são corretamente preditos pela simulação tridimensional.

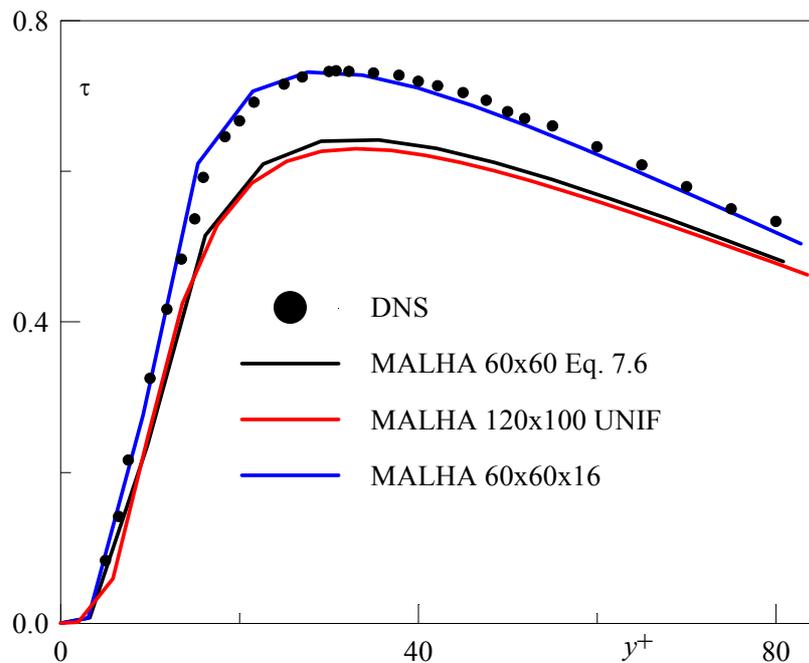


Figura 7.14 – Tensão de Reynolds ( $\overline{u'v'}$ ) na região da parede

O perfil de tensão cisalhante total (tensão de Reynolds mais tensão viscosa), adimensionalizada pela velocidade de atrito, é mostrado na fig. (7.15). Nessa figura, são exibidos ainda o perfil de tensão viscosa e o perfil de tensão de Reynolds separadamente. Como no caso da simulação bidimensional, o perfil teórico da tensão cisalhante total (linear) também é incluído na figura como referência. Da análise da figura (gráfico b), verifica-se que a tensão viscosa numérica somente é significativa, como deveria ser, na região vizinha à parede. A

tensão viscosa é predominante, em relação a tensão de Reynolds, na região entre a parede e  $y^+=10$ . Já, entre  $y^+=10$  e  $y^+=15$ , são da mesma ordem de grandeza, sendo seus valores idênticos em  $y^+=13$ . Por outro lado, a tensão cisalhante total (malha, submalha e viscosa) predita pela presente simulação exibe corretamente um comportamento linear, coincidindo com o perfil teórico, na maior parte do domínio ( $y^+>35$ ). Na região próxima à parede, a solução não foi capaz de reproduzir precisamente o comportamento teórico, devido a insuficiente resolução da subcamada laminar, conforme mostrou o estudo do caso bidimensional. Para  $y^+\leq 3$ , o perfil de tensão cisalhante total coincide com a tensão viscosa, mostrando que a tensão de Reynolds é insignificante nessa região. De modo diferente, entre

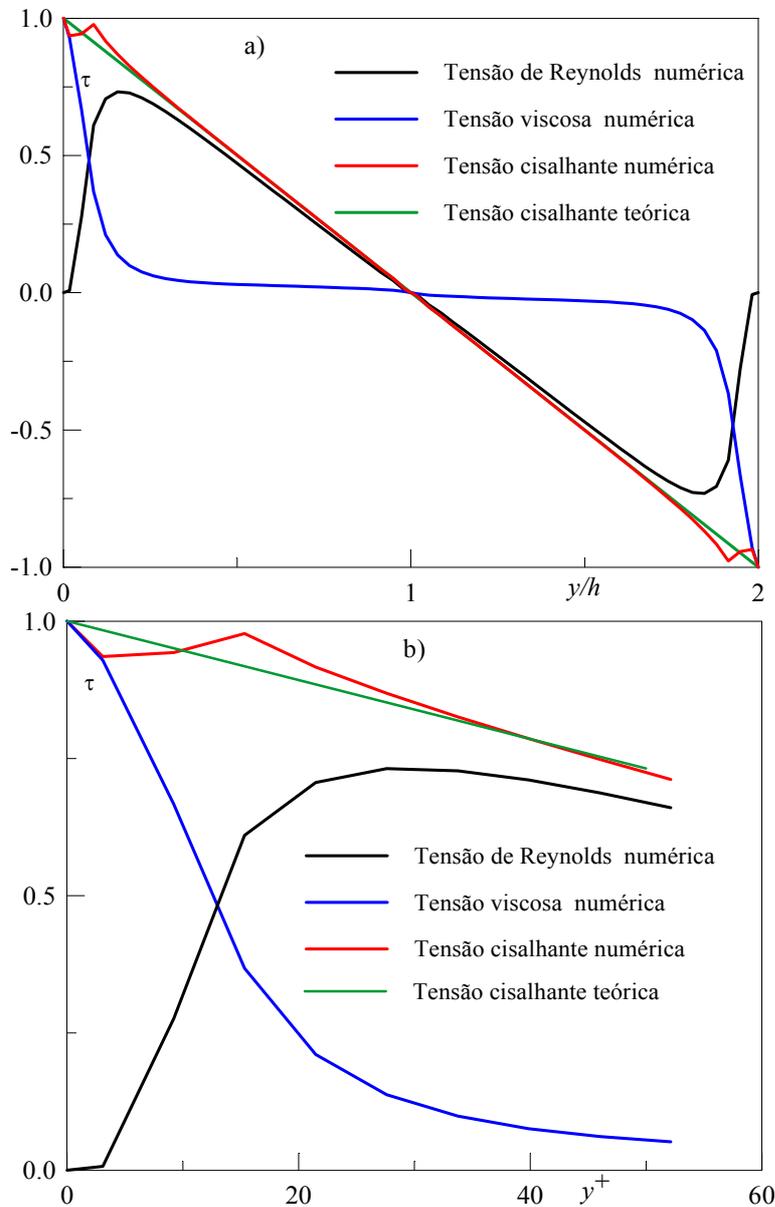


Figura 7.15 – Perfil de Tensão cisalhante: a)  $0 \leq y/h \leq 2$ ; b)  $y^+ \leq 55$

$y^+=10$  e  $y^+=30$ , a tensão cisalhante total numérica é maior que a prevista pela teoria.

O componente do vetor vorticidade:

$$\omega_z = \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \tag{7.20}$$

para o tempo  $t = 1420 h/u_m$  e  $z = \pi h/2$ , é mostrado na fig. (7.16). Nessa figura são apresentados duas vistas do campo de  $\omega_z$ . Verifica-se que o valor desse componente do vetor vorticidade torna-se significativo somente na região da parede. Contudo, deve-se ressaltar que esta avaliação é referente ao campo de velocidade instantâneo total, ou seja, velocidade média mais flutuações. O campo das flutuações de vorticidade  $\omega'_z$  é apresentado isoladamente na fig. (7.18). A validação dos resultados da fig. (7.16) foi realizada mediante comparação qualitativa com as previsões obtidas por Antonia et al. (1992). Estes autores publicaram um estudo sobre os efeitos do número de Reynolds no escoamento

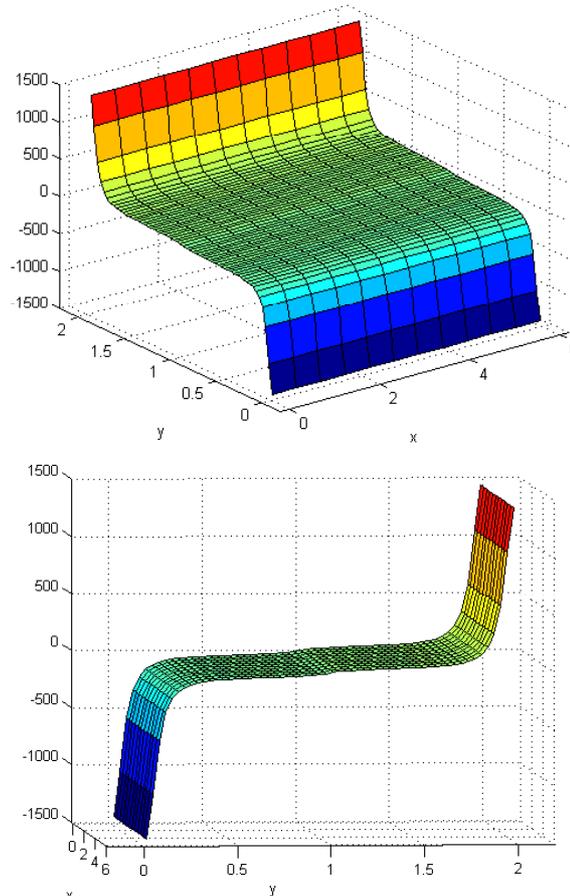


Figura 7.16 – Campo de vorticidade  $\omega_z$

turbulento completamente desenvolvido em canal. Foram realizadas observações experimentais e simulação numérica direta do referido escoamento, para o mesmo número de Reynolds utilizado nesta tese. A comparação da fig. (20) do trabalho de Antonia et al. (1992), reproduzida abaixo na fig. (7.17), com a fig. (7.16) deste estudo mostra a correção dos resultados obtidos. Cabe destacar que, na solução dos referidos autores, a vorticidade está adimensionalizada pela metade da altura do canal ( $h$ ) e pela velocidade de atrito e o detalhe inserido na figura refere-se ao efeito sobre a vorticidade do aquecimento de uma das paredes. Por fim, registre-se que o erro do valor da vorticidade predita na parede em relação ao calculado pela lei logarítmica é da ordem de 5%.

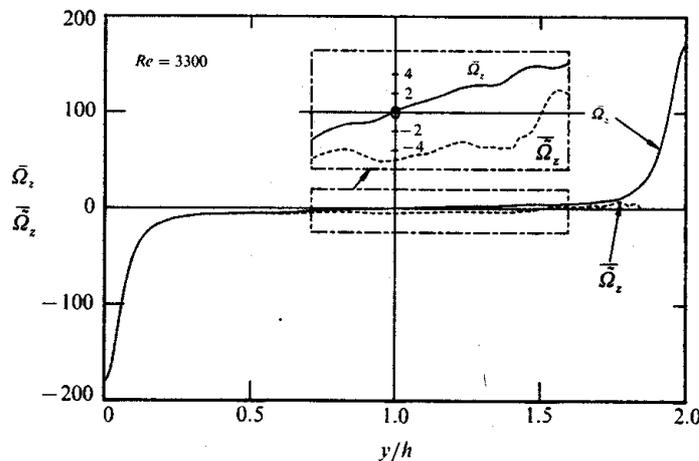


Figura 7.17 – Perfil de vorticidade predito por Antonia et al. (1992)

Como foi dito anteriormente, as flutuações da vorticidade  $\omega'_z$  são exibidas na fig. (7.18). Também são apresentadas, nessa figura, duas vistas do campo de  $\omega'_z$ , para o tempo  $t = 1420 h/u_m$  e  $z = \pi h/2$ . Verifica-se que as flutuações da vorticidade assumem os maiores valores na região próxima a parede. Porém, os gráficos mostram a existência de vórtices significativos na região central do canal ( $y/h=1$ ).

A fim de se estudar a vorticidade em detalhes, é exibido na fig. (7.19) a região central do campo de flutuação de vorticidade ilustrado na figura anterior. Da análise das vistas do núcleo central (fig. 7.19), pode-se verificar a existência, nessa região, de pequenos vórtices e contra-vórtices, os quais se mantêm ao longo do tempo. A existência dessas estruturas talvez possa indicar a existência de estruturas vórticas mais estáveis no núcleo central do canal.

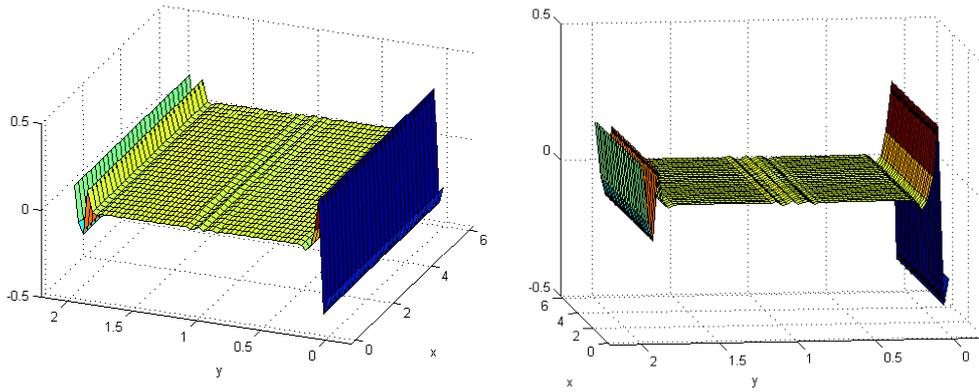


Figura 7.18 – Campo de flutuação de vorticidade  $\omega'_z$

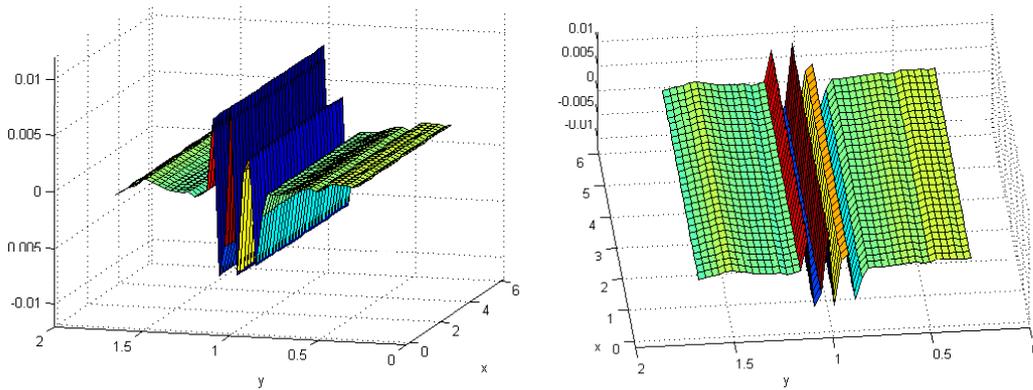


Figura 7.19 – Flutuação de  $\omega'_z$  no núcleo central do canal ( $0,3 < y/h < 0,7$ )

O componente do vetor vorticidade:

$$\omega_y = \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) \tag{7.21}$$

para os tempos  $t = 1420 h/u_m$ ,  $t = 1425 h/u_m$ ,  $t = 1430 h/u_m$  e  $t = 1435 h/u_m$  e  $y = h$ , é mostrado nas fig. (7.20) e (7.21). Verifica-se que esse componente do vetor vorticidade tem um comportamento totalmente aleatório no plano estudado. Não há qualquer indício da existência de estruturas coerentes nessa parte do canal. Já o comportamento da vorticidade  $\omega_y$  no limite da parede (primeiro ponto interno) é mostrado na fig. (7.22). São exibidas duas vistas diferentes, referentes ao tempo  $t = 1420 h/u_m$ . Nessa região, o campo de  $\omega_y$  mostrou-se estável durante o período de levantamento das estatísticas, uma vez que estas estruturas permaneceram nesta região durante o tempo de análise.

O componente do vetor vorticidade:

$$\omega_x = \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \tag{7.22}$$

para os tempos  $t = 1430 h/u_m$ ,  $t = 1435 h/u_m$ ,  $t = 1440 h/u_m$  e  $t = 1445 h/u_m$  e  $x = \pi h$ , é mostrado nas fig. (7.23) e (7.24). Verifica-se que os maiores valores de  $\omega_x$  concentram-se na região da parede. A análise da estrutura em uma seqüência de passos de tempo, permitiu inferir que os vórtices crescem na região próxima à parede, sendo convectados posteriormente em direção as fronteiras abertas em  $z$  ( $z=0$  e  $z=h\pi$ ).

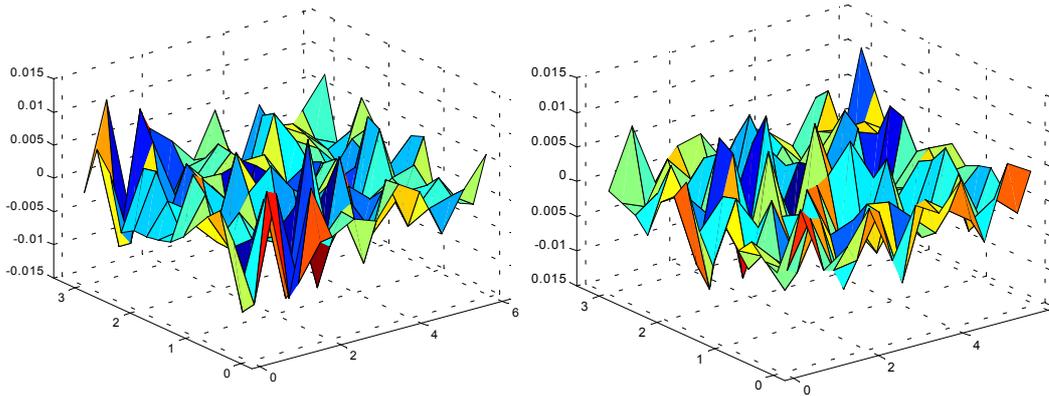


Figura 7.20 – Campo de vorticidade  $\omega_y$   $t = 1420 h/u_m$  s,  $t = 1425 h/u_m$

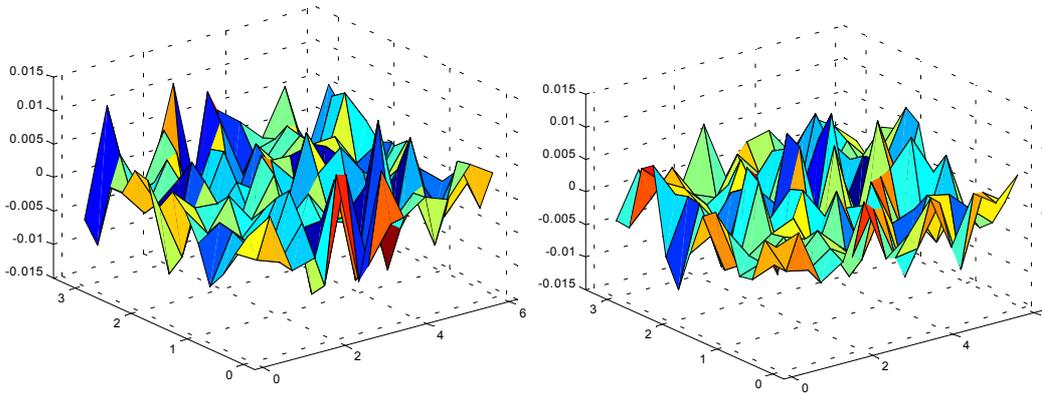


Figura 7.21 – Campo de vorticidade  $\omega_y$   $t = 1430 h/u_m$ ,  $t = 1435 h/u_m$

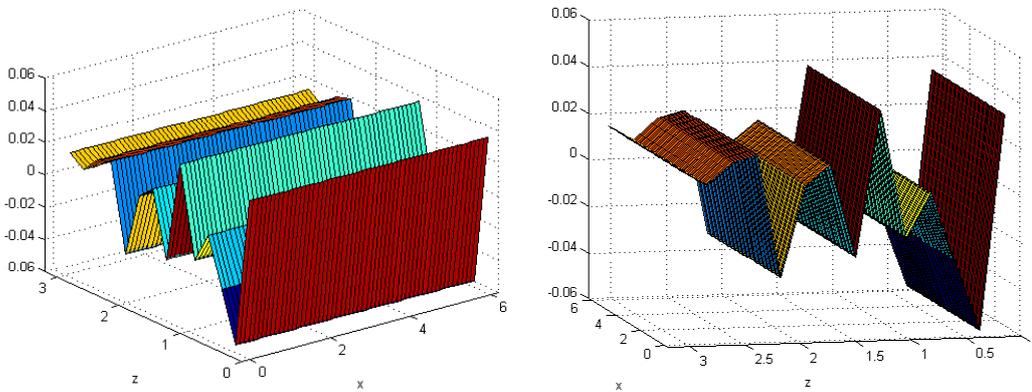


Figura 7.22 – Campo de vorticidade  $\omega_y$   $t = 1420 h/u_m$

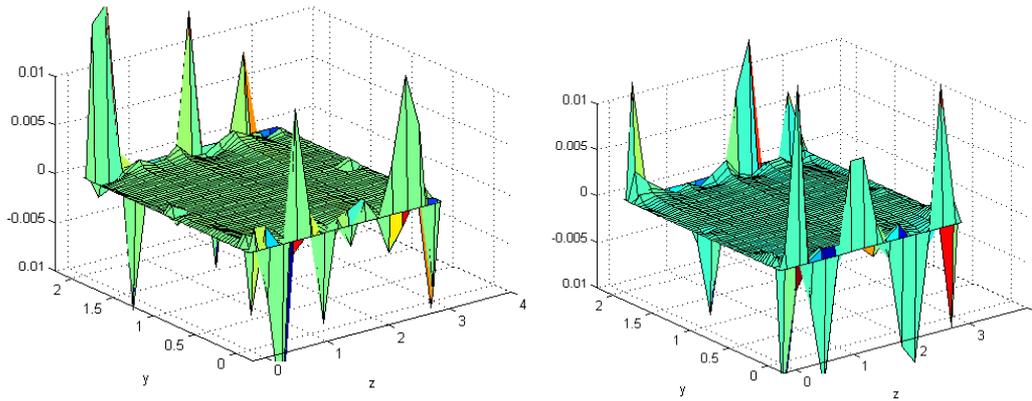


Figura 7.23 – Campo de vorticidade  $\omega_x$   $t = 1430 h/u_m$ ,  $t = 1435 h/u_m$

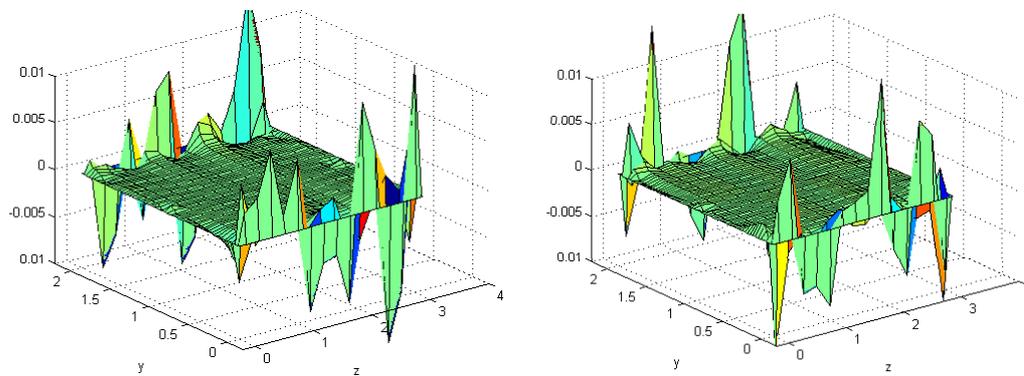


Figura 7.24 – Campo de vorticidade  $\omega_x$   $t = 1440 h/u_m$ ,  $t = 1445 h/u_m$

Já a fig. (7.25) mostra uma visão lateral do campo de  $\omega_x$  em  $t = 1460 h/u_m$ . Nesta vista pode-se ver as estruturas de vórtices que crescem do centro para à parede. Vórtices e contra-vórtices parecem se suceder e sofrem um processo de amplificação na direção  $y$ . Esta observação é confirmada pela análise da fig. (7.26). Nessa figura é exibida uma vista superior do plano de estudo. As curvas de níveis mostram exatamente uma concentração dos vórtices no limite da parede.

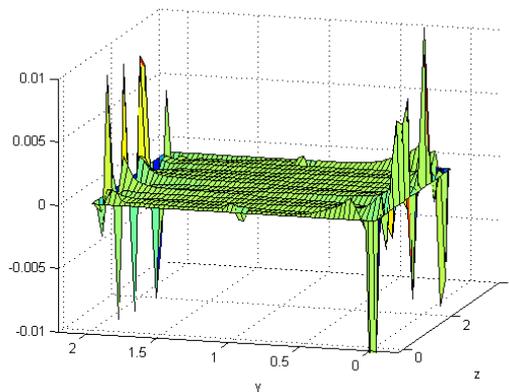


Figura 7.25 – Campo de vorticidade  $\omega_x$  - vista lateral -  $t = 1460 h/u_m$

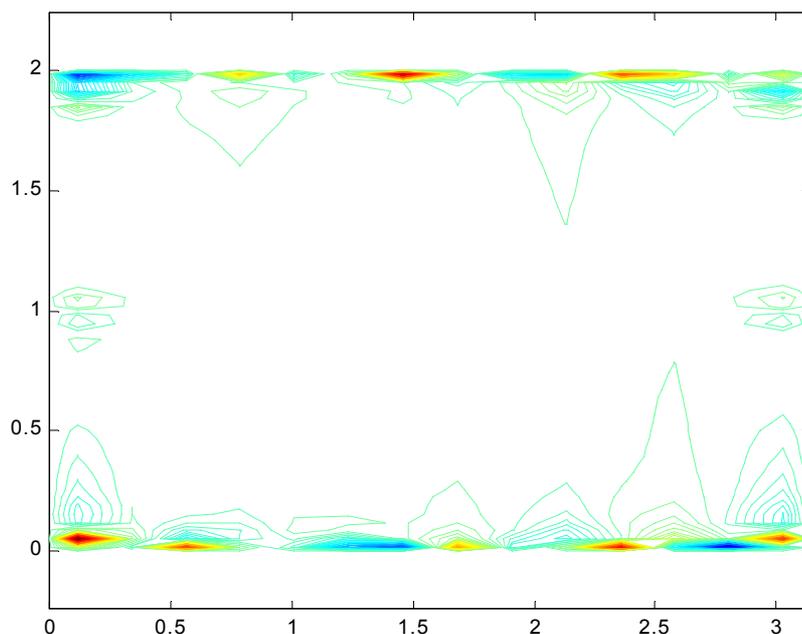


Figura 7.26 – Campo de vorticidade  $\omega_x$  - vista superior

#### 7.4. Escoamento Turbulento de Baixo Número de Reynolds Canal de Placas Planas com Dupla Expansão

Uma simulação numérica bidimensional e transiente, tipo simulação de grandes escalas, do escoamento turbulento incompressível, em canal de placas planas com dupla expansão de área, foi aqui realizada.

O problema simulado é o mesmo apresentado no item 6.4 do capítulo anterior, onde foi resolvido com modelos  $\kappa$ - $\epsilon$  de baixo número de Reynolds. A fig. (7.27) mostra esquematicamente o domínio computacional utilizado na

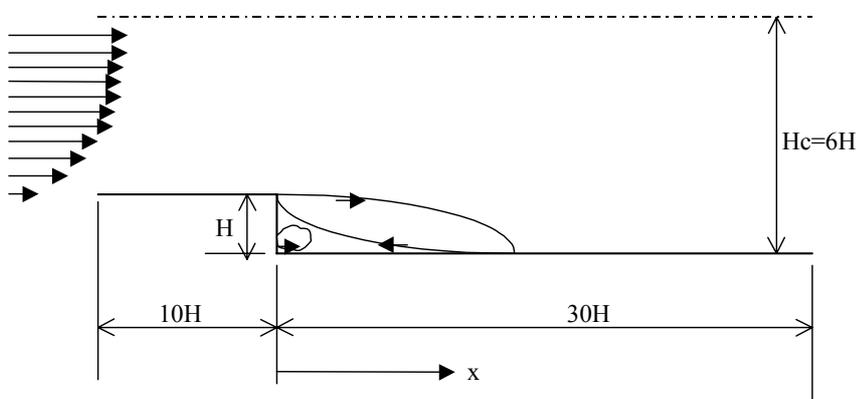


Figura 7.27 – Configuração física para escoamento com dupla expansão

simulação. A entrada foi especificada a uma distância de dez vezes a altura do salto ( $10H$ ), a montante do mesmo. Adotou-se um comprimento de canal, após o salto, de trinta vezes a altura do salto ( $30H$ ) (Thangam & Speziale, 1992). O canal tem uma altura de cinco vezes a altura do salto ( $5H$ ) na entrada e uma altura correspondente a seis vezes a altura do salto ( $6H$ ) na saída.

A razão entre a altura do canal na saída e altura do canal na entrada é 1,20, sendo a razão de expansão  $H_c/H$  (altura do canal na saída/altura do salto) igual a 6. O número de Reynolds é  $Re=(\rho U_c H)/\mu = 5100$ , onde  $U_c$  é a velocidade máxima na entrada e  $H$  altura do salto. sendo o número de Reynolds, baseado na espessura da camada limite da quantidade de movimento ( $Re_\theta = \rho U_c \theta / \mu$ ), igual a  $Re_\theta = 670$ . As predições dos modelos foram comparadas com os dados experimentais de Jovic & Driver (Le et al., 1997) e os resultados da simulação direta de Le et al. (1997).

Em todas as superfícies sólidas, utilizou-se a condição de contorno de não deslizamento. Na linha de simetria, fronteira superior ( $y=6H$ ), impôs-se variação nula de  $u$  na direção transversal ( $\partial u / \partial y = 0$ ), assim como especificou-se nulo o componente transversal da velocidade ( $v=0$ ). A semelhança da simulação direta de Le et al. (1997), o perfil de velocidade média axial na entrada, ( $u(y)$ ), é obtido do perfil de camada limite, para  $Re_\theta = 670$ , onde  $\theta$  é a espessura da camada limite da quantidade de movimento. A espessura da camada limite é  $\delta_{99} = 1,2H$ . O correspondente número de Reynolds, baseado na velocidade de corrente livre e altura do salto, é  $Re = 5100$ . Como este escoamento tem se mostrado altamente transiente mesmo sem a introdução de pequenas perturbações no perfil de entrada (Silveira Neto et al., 1993) e perturbações físicas são difíceis de serem geradas numericamente, optou-se por não serem introduzidas quaisquer perturbações no perfil de entrada. Na saída adotou-se, como condição de contorno, a hipótese de difusão nula. A especificação do comprimento do canal após o salto como sendo  $30H$  teve por objetivo evitar que os efeitos dessa condição de contorno se fizessem sentir sobre as regiões de recirculação e recuperação do escoamento (Thangam & Speziale, 1992).

As equações de Navier-Stokes foram filtradas com a função ‘top-hat’ ou ‘box’ e o fechamento das equações foi realizado com o modelo de Smagorinsky. As equações de governo foram resolvidas numericamente pela técnica do volume finito, com o esquema de interpolação CDS-4 na direção axial ( $x$ ), o esquema

Quick na direção normal às paredes do canal ( $y$ ) e o esquema Crank-Nicolson no tempo. Duas malhas uniformes, uma com  $162 \times 242$  pontos nodais e outra com  $202 \times 242$  pontos nodais, foram utilizadas nos cálculos.

A escala de comprimento  $\Delta$  foi obtida da expressão:

$$\Delta = [(\Delta x)(\Delta y)(\Delta z)]^{1/3} \quad (7.23)$$

onde  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  são as dimensões do volume de controle numérico nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. No presente caso,  $\Delta z$  foi assumido como 1. Em ambas as malhas, acoplou-se ao modelo a mesma função de amortecimento do escoamento em canal (Piomelli, 1999):

$$f_{\mu} = 1 - \exp[-(y^+ / 50)^2] \quad (7.24)$$

Das simulações do escoamento em canal, sabe-se que, para a ordem de grandeza dos números de Reynolds simulados, a exigência de resolução temporal das menores escalas leva a um passo de tempo da ordem de  $10^{-3}$  s, o qual corresponde ao passo de tempo adimensionalizado pela velocidade média e a metade da altura do canal da ordem de  $10^{-2}$ . Le et al. (1997), na simulação direta do presente escoamento “backstep”, adotaram o passo de tempo  $\Delta t = 1,8 \times 10^{-3} H / U_o$  s, onde  $U_o$  é a velocidade máxima. De posse destas observações e a fim de manter sempre o número de Courant-Friedrich-Lewy

$$CFL = \text{Máx} \left\{ \Delta t \left[ \left| \frac{u}{\Delta x} \right| + \left| \frac{v}{\Delta y} \right| + \left| \frac{w}{\Delta z} \right| \right] \right\} \quad (7.25)$$

da ordem de 0,1 em todo o domínio, fixou-se em média nesta simulação o passo de tempo como  $\Delta t = 2,5 \times 10^{-3} H / U_o$  s.

Para iniciar a resolução do problema, o perfil de entrada  $u(y)$  foi repetido em toda o canal de entrada. Após o salto a velocidade média de mistura ( $u_m$ ) foi atribuída a cada ponto nodal. Já a velocidade transversal ( $v(x,y)$ ) foi tomada como sendo nula em todo o domínio ( $v(x,y) = 0$ ). De posse da primeira solução para cada uma das malha empregadas, passou-se a utilizar essa solução como condição inicial das outras simulações.

Para cada uma das malhas, foram realizadas três simulações, onde se variou o coeficiente do modelo  $C_s$ . Com a malha  $162 \times 242$ , foram obtidas soluções para

$C_s=0,1$  ( $C_s^2=0,01$ ),  $C_s=0,122$  ( $C_s^2=0,015$ ) e  $C_s=0,141$  ( $C_s^2=0,02$ ). Já com a malha mais refinada, fez-se  $C_s=0,1$  ( $C_s^2=0,01$ ),  $C_s=0,15$  ( $C_s^2=0,0225$ ) e  $C_s=0,173$  ( $C_s^2=0,03$ ). A solução com  $C_s=0,1$  mostrou um comportamento instável, enquanto as outras simulações exibiram resultados estáveis. Entretanto, antes de se apresentar os resultados, cabe destacar que, de um modo geral, o uso da malha  $162 \times 242$  levou a soluções mais pobres, face aos dados experimentais e a simulação direta de Le et. al. (1997). Sabendo-se que a insuficiente resolução na direção axial leva a esse tipo de problema (Le et al., 1997), serão apresentados somente os resultados obtidos com a malha mais refinada de  $202 \times 242$ . Em algumas situações, quando for relevante, será comentado o resultado obtido com a malha  $162 \times 242$ .

Partindo do campo de velocidade inicial, as equações de governo foram integradas no tempo até a solução numérica alcançar o regime estatisticamente estável. A integração das equações foi realizada em computador Pentium IV 1,7GHz. Para a identificação da condição estatisticamente permanente, foi monitorado o comportamento de convergência do coeficiente de atrito na parede, do coeficiente de pressão na parede e da tensão de cisalhamento em três pontos após o degrau, a extensão da região de recirculação principal e das velocidades  $u$  e  $v$  em oito pontos do domínio.

A fig. (7.28) apresenta o processo convergência do módulo da tensão de cisalhamento em três pontos do canal após o salto, para  $C_s=0,15$ . Já a fig. (7.29) mostra o processo de convergência do módulo da tensão de cisalhamento, nos mesmos três pontos da fig. (7.28), para  $C_s=0,1$ . Nos gráficos superiores de ambas as figuras estão representados todo o processo de convergência, enquanto nos inferiores são exibidas somente a parte final do processo, com escala ampliada. Deve-se ressaltar que a solução para  $C_s=0,1$  foi obtida a partir da solução com  $C_s=0,15$ .

Da análise das figuras, verifica-se facilmente que, para  $C_s=0,15$ , a solução apresenta um comportamento de convergência assintótico, enquanto para  $C_s=0,1$  a tensão mostra um comportamento instável, particularmente na região de recirculação e início da recuperação do escoamento. Nesses dois pontos, a tensão parece ter um comportamento periódico de baixa frequência. O efeito do maior valor da viscosidade turbulenta ( $C_s=0,15$ ) parece amortecer as instabilidades

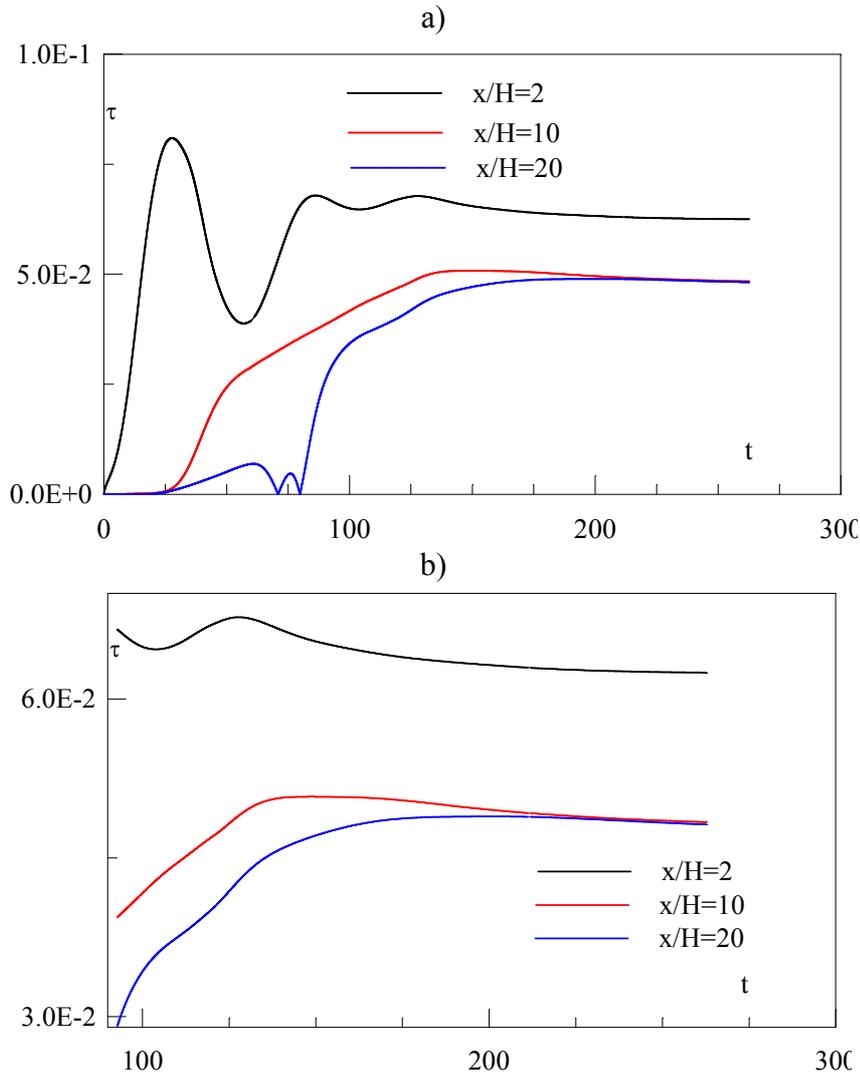


Figura 7.28 – Processo de convergência da tensão cisalhante em três pontos da parede inferior após o salto,  $C_s=0,15$

geradas na altura do degrau, fazendo com que seja predito um escoamento quase em regime permanente. Resultado idêntico foi obtido, quando se resolveu o escoamento com  $C_s=0,173$ . Nesses casos, inicialmente foi gerado um vórtice na região de recolamento, o qual foi transportado em direção da fronteira de saída. Durante esse movimento, à frente do vórtice, foi gerado um pequeno contra-vórtice, conforme pode ser visto da curva  $x/H=20$  no gráfico ‘a’ da fig. (7.28) ( $t \approx 75$ ). Por outro lado, para  $C_s=0,1$ , na posição  $x/H=2$  do gráfico ‘a’ da fig. (7.29), verifica-se prontamente a passagem de vórtices e contra-vórtices pelo ponto. Como a posição do ponto está ao centro da região de recirculação, pode-se inferir que por essa posição passam seguidamente intensos vórtices com sentido negativo ( $-\omega_z \hat{k}$ ) seguidos de pequenos vórtices com sentido positivo ( $\omega_z \hat{k}$ ). Esse vórtices parecem se desprender da região da parede, ao fim da região de recirculação, e

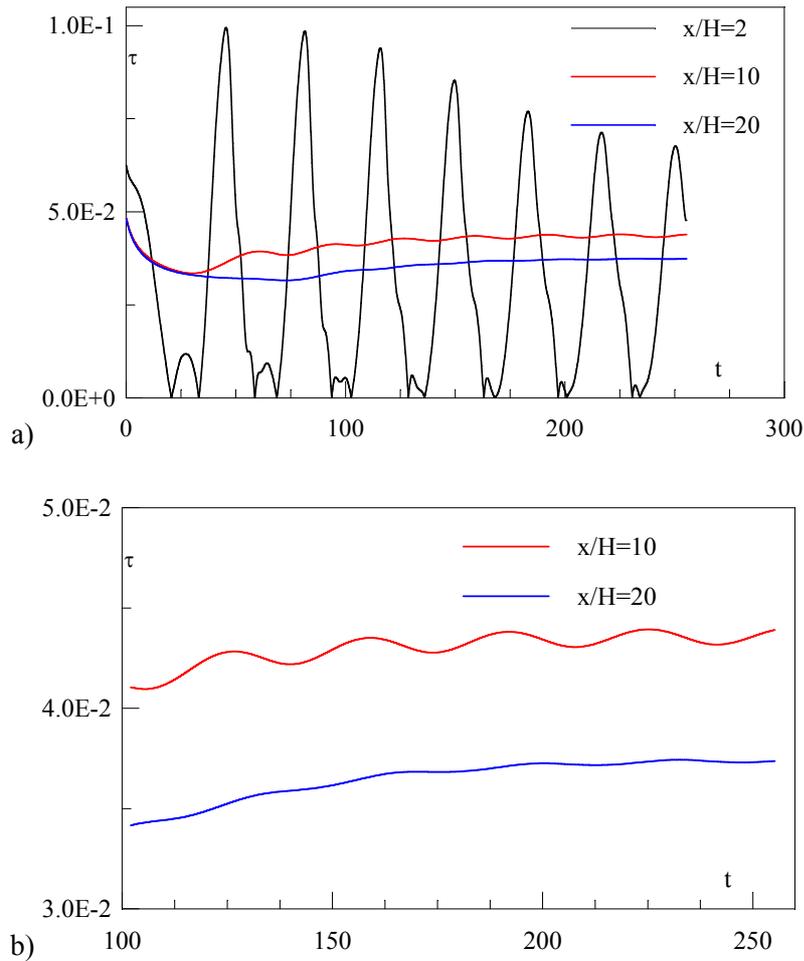


Figura 7.29 – Processo de convergência da tensão cisalhante em três pontos da parede inferior após o salto,  $C_s=0,1$

serem dissipados ao longo do canal, tendo em vista o comportamento da tensão nas posições  $x/H=10$  e  $x/H=20$ . No gráfico b), pode-se ver que, em  $x/H=10$ , a tensão apresenta uma maior oscilação que na posição  $x/H=20$ , onde a tensão exibe um comportamento levemente oscilatório. Este fato é confirmado pela análise da fig. (7.30). Esta figura mostra a velocidade axial ( $u$ ) do primeiro ponto interno da parede inferior após o salto, para  $C_s=0,1$ , em vários passos de tempo.

Observando-se a fig. 7.30a, verifica-se nitidamente o processo de formação dos vórtices e contra-vórtices e o correspondente deslocamento desses vórtices no interior da região de recirculação. No tempo adimensional  $t^*=15,37$  (gráfico a), verifica-se a existência de um vórtice positivo ( $\omega_z \hat{k}$ ) e o início da formação de um vórtice negativo ( $-\omega_z \hat{k}$ ). Já no tempo  $t^*=20,47$ , é possível ver esse pequeno vórtice negativo formado, deslocando-se após o vórtice positivo. Os tempos seguintes ( $t^*=25,57$  e  $t^*=30,67$ ) mostram com mais clareza essas observações.

Todo esse processo se repete no gráfico b), o qual corresponde a faixa de tempo adimensional entre 100 e 125. É nítida a sucessão de vórtices e contra-vórtices que se formam e deslocam-se através da região de recirculação. Esta seqüência de curvas também permite ver que o vórtice positivo é dissipado antes do final da região de recirculação, fazendo com que os vórtices negativos se unam em único vórtice ( $t^*=117,32$ ). Estas curvas confirmam a região de recirculação com a estrutura observada em experimentos e em simulações numéricas (Le et al., 1997), ou seja: (i) um grande vórtice negativo, na chamada região de recirculação

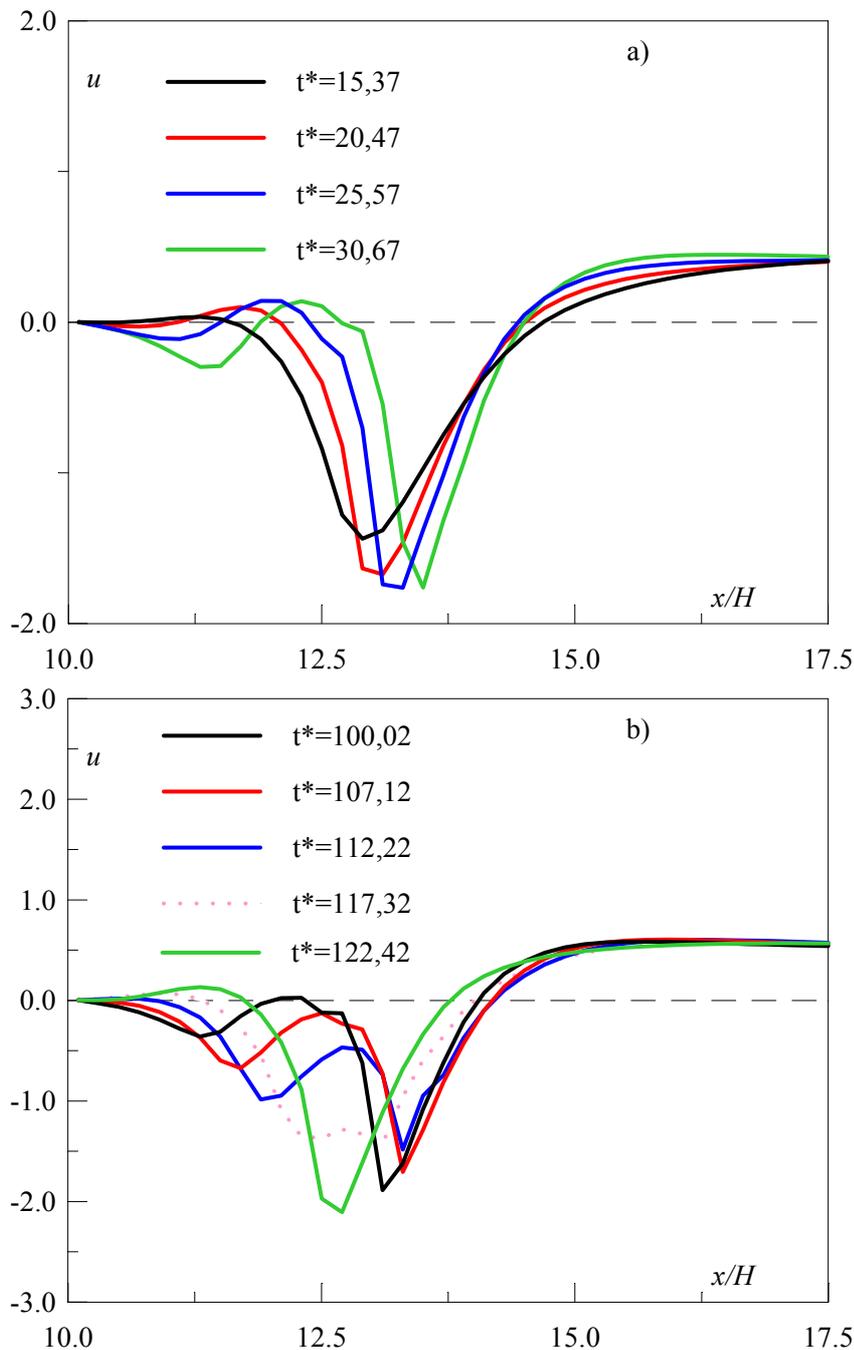


Figura 7.30 - Velocidade axial ( $u$ ) no primeiro ponto ( $y(2)$ ) da parede inferior após salto

principal; (ii) um vórtice menor, com uma extensão média de  $1,76H$  (Le et al., 1997), girando em sentido contrário, sendo esta região chamada de recirculação secundária; (iii) e um pequeno vórtice junto a parede, girando no sentido do grande vórtice.

Outra observação que pode ser feita da fig. (7.30) é a oscilação existente no ponto de recolamento. Como observado experimentalmente por Eaton & Johnston (1980), a região de recirculação, no caso da solução com  $C_s=0,1$ , tem uma extensão variável. Interessante notar que as soluções com  $C_s=0,15$  e  $C_s=0,173$  não apresentaram flutuações significativas no ponto de recolamento, como pode ser visto na fig. (7.31). Nessa figura é apresentada a localização do ponto de recolamento em função do tempo. Deve-se registrar que neste caso o ponto de recolamento foi levantado a nível de primeiro ponto interno.

Da análise da fig. (7.31), verifica-se a enorme diferença de predição existente entre as soluções com  $C_s=0,1$  e  $C_s=0,15$ . No gráfico a), a solução com  $C_s=0,15$ , semelhantemente a simulação com  $C_s=0,173$ , exhibe, após a convergência, uma região de recirculação estável, com um ponto de recolamento fixo, contrariando as evidências experimentais (Eaton & Johnston, 1980) e as predições da simulação direta (Le et al., 1997). Por outro lado, os resultados obtidos com  $C_s=0,1$  mostram um efetivo comportamento oscilatório a baixa frequência, como observado nos experimentos de Eaton & Johnston (1980) e Jovic & Driver (Le et al., 1997) e predito pela simulação direta de Le et al. (1997). Contudo, o ponto de recolamento nas simulação com  $C_s=0,15$  e  $C_s=0,173$  está mais próximo do experimental e da simulação direta que o valor médio predito com  $C_s=0,1$ . O valor medido experimentalmente varia entre  $6,0H$  e  $6,1H$ ,

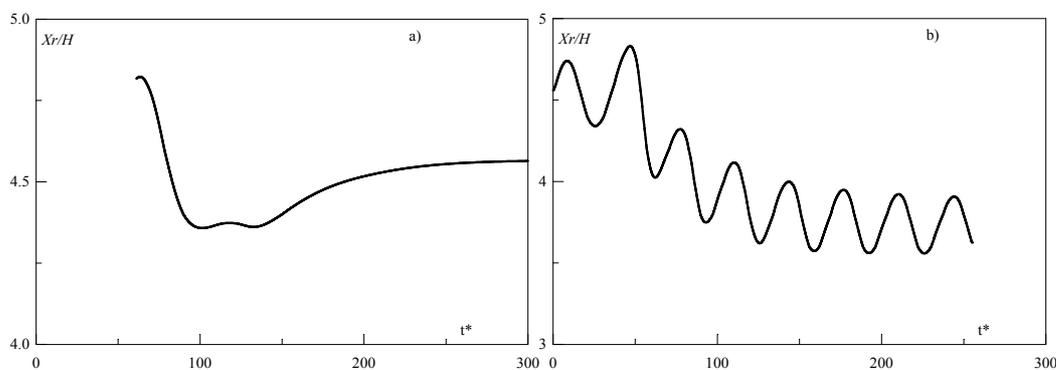


Figura 7.31 – Processo de convergência do ponto de recolamento a nível de primeiro ponto interno: a)  $C_s=0,15$ ; b)  $C_s=0,1$

enquanto a simulação direta obteve  $6,28H$  (Kim et al., 1997). Neste trabalho o ponto de recolamento foi levantado de três modos diferentes. Utilizou-se a condição de tensão de cisalhamento nula ( $\tau=0$ ) na parede, a velocidade axial nula a nível de primeiro ponto interno e através da linha de corrente. As diferenças percentuais entre estas três formulações foram sempre menor que 4%.

Os valores obtidos das linhas de corrente, com a respectiva diferença percentual em relação ao resultado da simulação direta, estão indicados na Tabela (7.3).

Experi- mental	DNS	Malha 162×242 $C_s=0,122$	Malha 202×242 $C_s=0,1$	Malha 202×242 $C_s=0,15$	Malha 202×242 $C_s=0,173$
6,05	6,28	4,3 31,5%	3,85 38,7%	4,75 24,4%	4,82 23,2%

Tabela 7.3 - Ponto de recolamento ( $Xr/H$ )

Pode-se observar na tabela 7.3, que para  $C_s=0,1$ , o valor atribuído é o valor médio entre os tempos adimensionais 150 e 250. Da análise dos resultados, verifica-se que a maior extensão da região de recirculação foi obtida com a malha  $202 \times 162$  e  $C_s=0,173$ . As predições também mostram que os resultados apresentam pequenas diferenças para as simulações com  $C_s=0,15$  e  $C_s=0,173$ . O fato do ponto de recolamento praticamente não ter apresentado significativas variações, a partir da convergência do escoamento, quando a solução foi obtida com estes valores de  $C_s$ , revela o forte efeito de amortecimento provocado pelo modelo de turbulência acoplado ao método numérico nesses casos. Interessante notar que com a malha  $162 \times 242$ , esse efeito se fez sentir até quando  $C_s$  foi tomado como 0,122. Já para  $C_s=0,1$ , deve se destacar que a região de recirculação principal oscila entre 3,62 (42,36%) e 4,06 (35,35%).

Nas fig. (7.32) e (7.33) são exibidas as partes dos perfis de velocidade axial  $u$  próximas à parede inferior após o salto, em várias posições e passos de tempo. Cabe destacar que todas as posições levantadas estão no interior da região de recirculação.

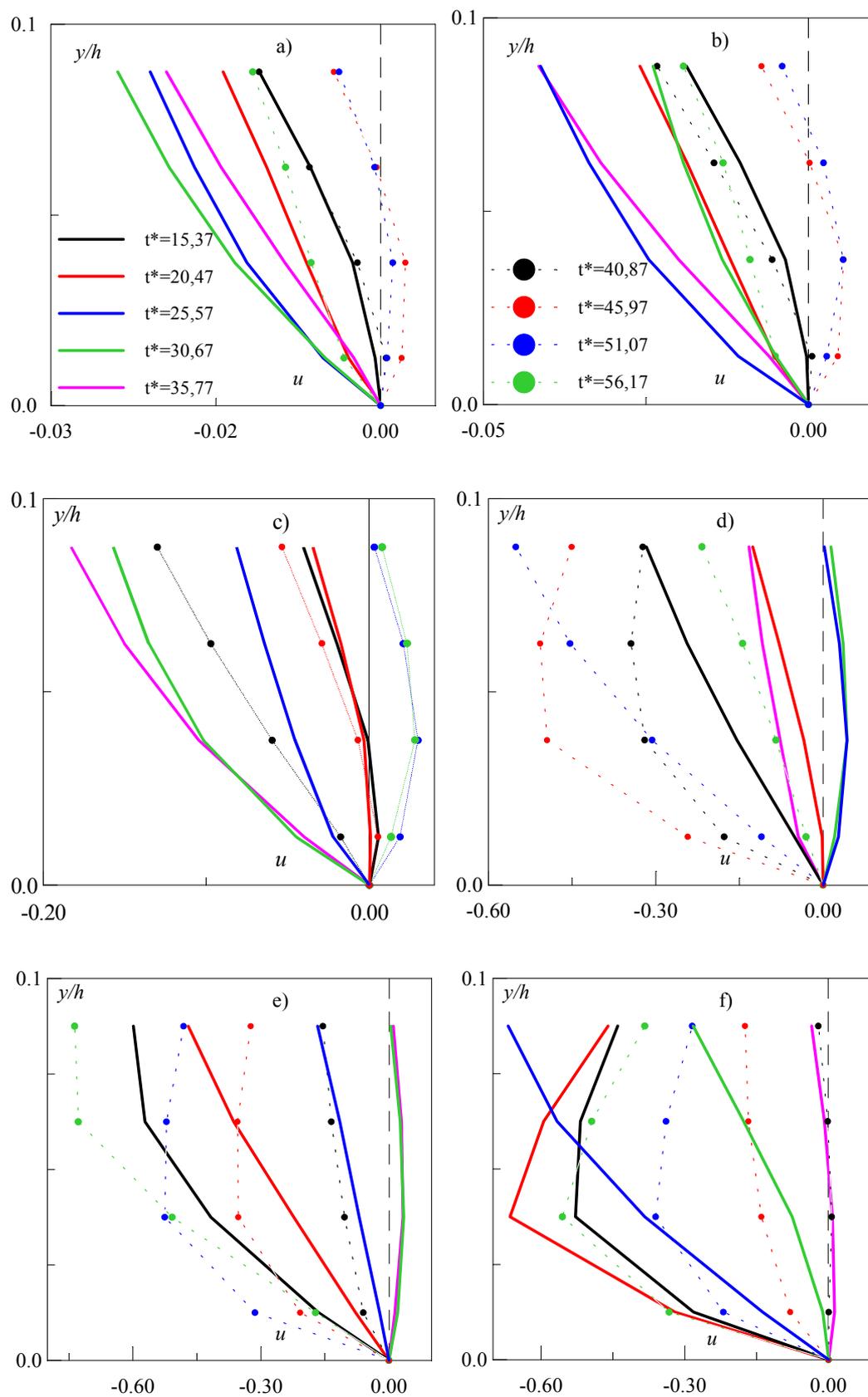


Figura 7.32 – Perfis de velocidade axial  $u$  entre os tempos adimensionais  $t^*=15$  e  $t^*=60$ : a)  $x/H=0,2$ ; b)  $x/H=0,4$ ; c)  $x/H=1,0$ ; d)  $x/H=2,0$ ; e)  $x/H=2,4$ ; f)  $x/H=2,8$ .

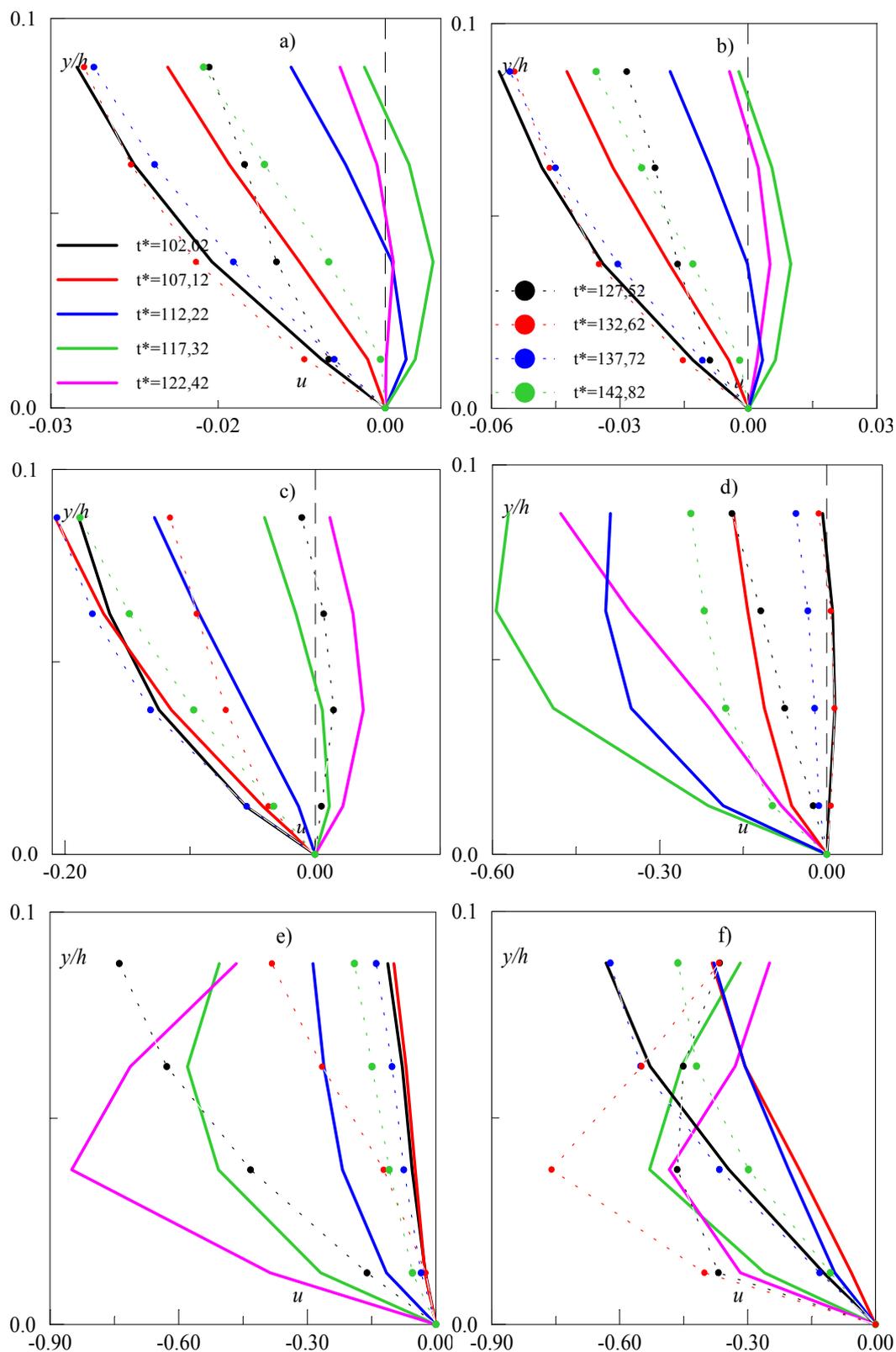


Figura 7.33 – Perfis de velocidade axial  $u$  entre os tempos adimensionais  $t^*=100$  e  $t^*=145$ : a)  $x/H=0,2$ ; b)  $x/H=0,4$ ; c)  $x/H=1,0$ ; d)  $x/H=2,0$ ; e)  $x/H=2,4$ ; f)  $x/H=2,8$ .

Da análise do gráfico a) da fig. (7.32), verifica-se que, junto à parede vertical do degrau ( $x/H=0,2$ ), o perfil de velocidade muda o sinal com o tempo, indicando que vórtices, girando no sentido horário e antihorário ( $\omega_z > 0$  e  $\omega_z < 0$ ), se alternam nessa região. Isto não só confirma a existência da chamada recirculação secundária ( $\omega_z < 0$ ), junto à parede vertical do salto, como também evidência a existência de uma terceira célula de vórtice nessa região ( $\omega_z > 0$ ) (Le et al., 1997). Esse pequeno vórtice, girando no sentido horário junto à parede, foi previsto pela simulação direta e observado experimentalmente (Le et al., 1997). A mesma análise dessa posição pode ser feita no gráfico a) da fig. (7.34), onde estão representados os perfis em outra seqüência de tempo. Também nessa faixa de tempo ( $t^*=100$  a  $t^*=150$ ) verifica-se a existência dessas duas estruturas.

Já o movimento dos vórtices da parede para o interior da região de recirculação também pode ser visto desses gráficos. Por exemplo, no gráfico a) da fig. (7.33), verifica-se, acompanhando o perfil do tempo  $t^*=102,02$  para  $t^*=117,32$  (cor preta para verde), que o perfil sai da condição de máxima velocidade negativa para máxima velocidade positiva. A seguir retorna a máxima condição de velocidade negativa ( $t^*=132,62$ ) (verde, passando pelo rosa, até tracejado vermelho), para mais uma vez se desenvolver em direção da velocidade positiva (tracejado azul e verde,  $t^*=137,72$  e  $142,82$ ). Esta mesma análise pode ser feita nas posições  $x/H=0,4$  e  $x/H=1,0$  (gráficos b) e c)).

Na simulação direta a região correspondente a recirculação secundária, girando no sentido antihorário, junto à parte inferior da parede vertical do salto, se estende, na direção  $x$ , em média até  $1,76H$  e até  $0,8H$ , na direção  $y$  (Le et al., 1997). Da análise dos perfis de velocidade, para a condição de regime estatisticamente permanente, a região de recirculação secundária ( $u > 0$ ) foi observada se estender até  $x/H=2,0$ . Verifica-se assim a boa concordância da predição desse vórtice na direção  $x$ , embora na direção  $y$  ele seja subavaliado. Deve-se destacar que, embora a extensão da região de recirculação principal seja melhor predita pelas simulações com os maiores valores do coeficiente do modelo de Smagorinsky ( $C_s=0,15$  e  $C_s=0,173$ ), estas não foram capazes de prever a existência da região de recirculação secundária, junto à parte inferior da parede vertical do salto.

A análise das linhas de corrente da simulação realizada com  $C_s=0,1$  permitiu serem realizadas importantes observações da dinâmica da região do degrau, particularmente quanto a camada de cisalhamento e do comportamento do

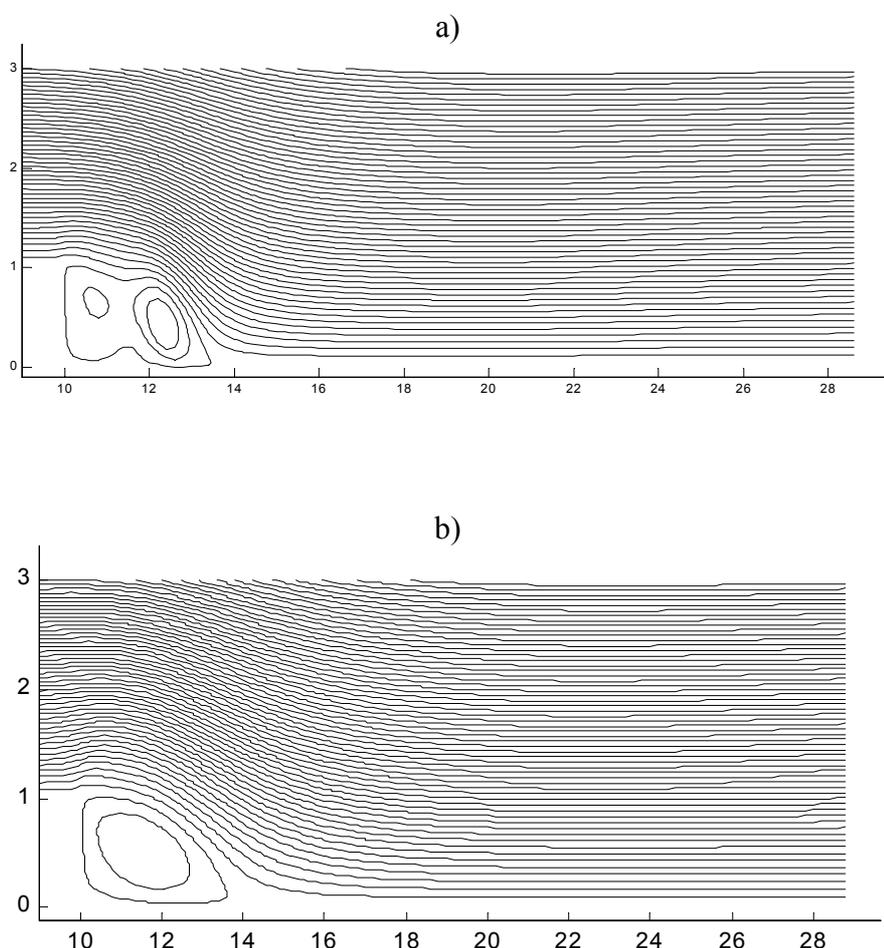


Figura 7.34 – Linhas de corrente para  $t^*=220$ : a)  $C_s=0,1$ ; b)  $C_s=0,15$

pequeno vórtice junto à parede vertical. Já as linhas de corrente das soluções com  $C_s=0,15$  e  $C_s=0,173$  se mostraram constante no tempo não permitindo uma análise do transiente desta região. O gráfico a) da fig. (7.34) mostra as linhas de corrente da solução com  $C_s=0,1$  para o tempo  $t^*=229$ . Está é uma representação instantânea do campo de velocidade. Já o gráfico b) exhibe as linhas de corrente da solução com  $C_s=0,15$ . Este gráfico é referente ao tempo  $t^*=249$ , mas é bem representativa do escoamento, pois não há significativas diferenças para os outros passos de tempo nessa solução. É bem clara a diferença de predição da solução com  $C_s=0,1$  para a simulação com  $C_s=0,15$ . O formato da região de recirculação

nesta última solução se mostra bastante regular e bem definido. Por outro lado, mesmo nesta figura se pode observar detalhes interessantes da solução com o menor  $C_s$ . Há posição instantânea do pequeno vórtice junto à parede é delineada pela curva do grande vórtice, embora o referido vórtice não seja representado na escala adotada. Outra observação interessante é que, na região da camada de cisalhamento, o formato do grande vórtice não é regular, indicando uma forte interação entre as camadas.

O levantamento das linhas de corrente, para o caso com  $C_s=0,1$ , em vários passos de tempo, permitiu que se observasse alguns aspectos interessantes da dinâmica dessa região, como já foi dito acima. A fig. (7.35) apresenta uma seqüência de gráficos das linhas de corrente da região de recirculação, espaçados por dez passos de tempo, a partir do tempo adimensional  $t^*=229,55$ . A análise dessa seqüência de quadros do escoamento possibilitou verificar o movimento vertical da camada de cisalhamento. O grande vórtice nesse instante está expandindo-se e com isto a camada de cisalhamento está tendo um movimento vertical. Este detalhe pode ser visto mesmo, quando se realiza a análise estática dos gráficos, observando-se a linha de corrente que emana de  $y/H=1$ . Le et al. (1997) também constataram este movimento da camada de cisalhamento e apontaram como causa a oscilação da posição do ponto de recolamento. Os resultados aqui observados confirmam essa análise, pois no caso de  $C_s=0,15$ , onde o ponto de recolamento tem sua posição bem definida, não foi observado esse movimento da camada de cisalhamento. Outra observação interessante diz respeito aos vórtices existentes dentro do grande vórtices. Inicialmente estão bem separados, mas, com o tempo, apresentam um movimento de expansão que os leva a se unirem em um só vórtice. Por fim, cabe registrar o comportamento do pequeno vórtice existente junto à parede inferior. Esta seqüência de gráficos confirma a observação realizada na análise da figura anterior, quando se afirmou que o contorno do grande vórtice delineava o pequeno vórtice existente junto à parede. Verifica-se facilmente dos quadros apresentados que o vórtice existente na parede inferior sofre um processo de deformação, imposto pelo grande vórtice, fazendo com que ele se dissipe e o ponto de recolamento oscile.

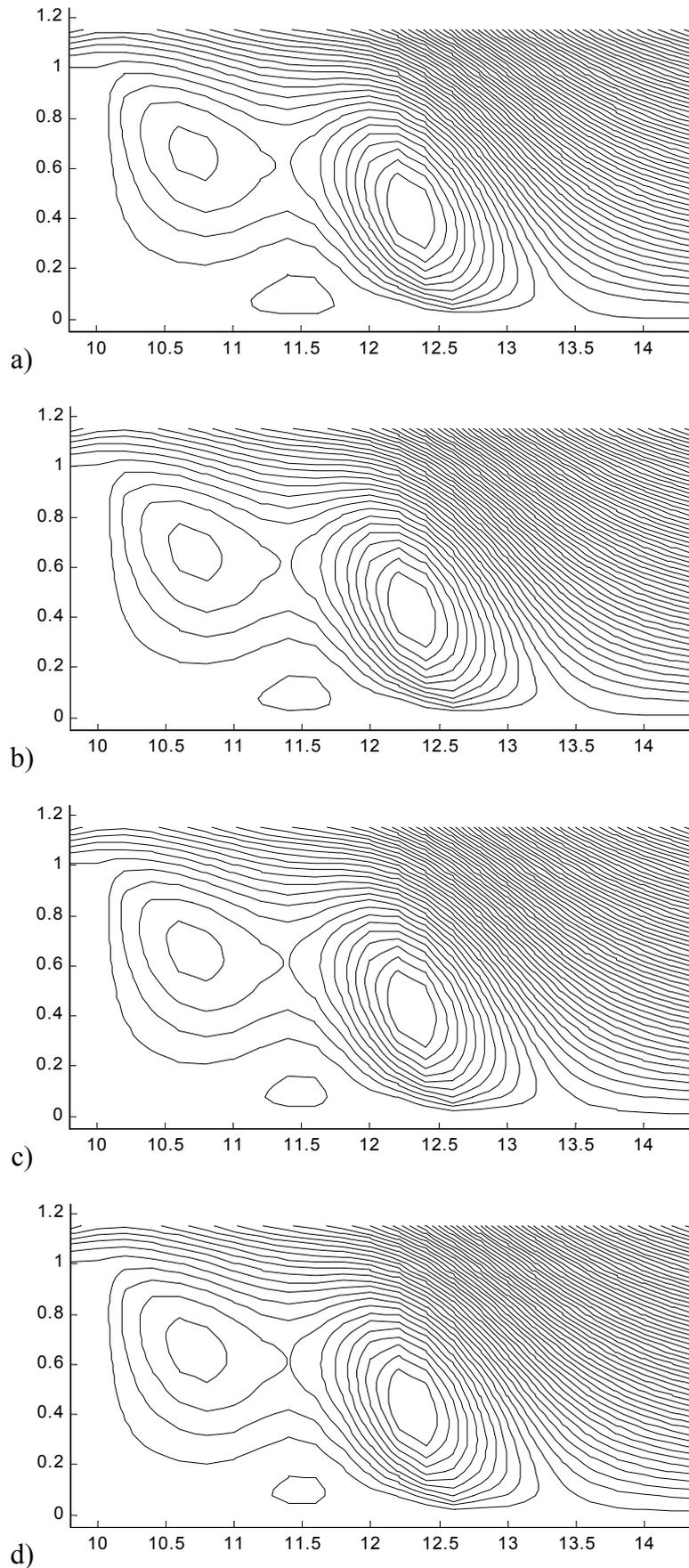


Figura 7.35 – Linhas de corrente região do degrau, para  $C_s=0,1$ :  
 a)  $t^*=229,55$ ; b)  $t^*=229,60$ ; c)  $t^*=229,65$ ; d)  $t^*=229,70$

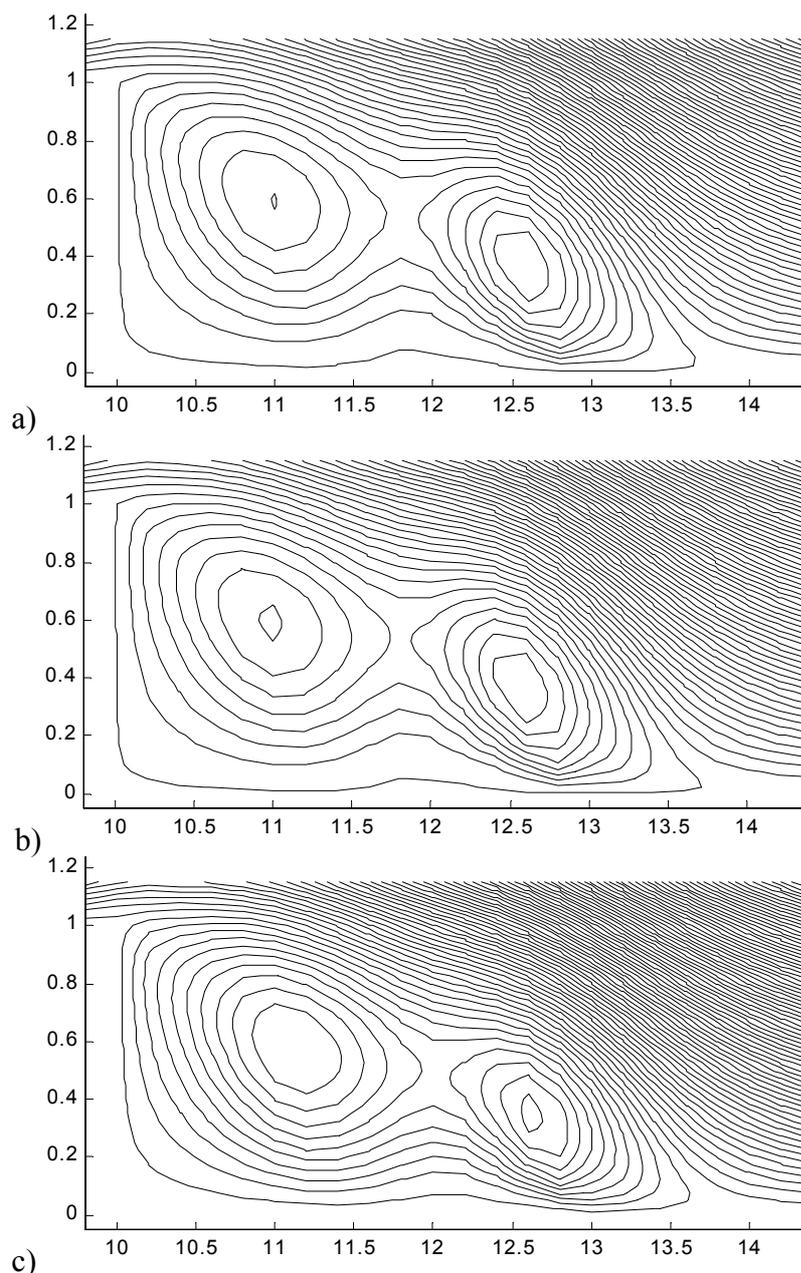


Figura 7.36 – Linhas de corrente região do degrau, para  $C_s=0,1$ :  
 a)  $t^*=236,95$ ; b)  $t^*=237,00$ , c)  $t^*=237,05$

Já a seqüência de gráficos exibida na fig. (7.36), referentes aos tempos  $t^*=236,95$ ,  $t^*=237,00$  e  $t^*=237,05$ , mostra que nessa faixa de tempo o pequeno vórtice, posicionado anteriormente junto à parede inferior, já não mais existe e o grande vórtice praticamente está colocado à parede inferior. A análise também permite começar a identificar uma expansão do vórtice mais próximo à parede vertical, enquanto o outro, próximo ao ponto de recolamento, parece estar sendo dissipado. Esta observação foi confirmada, quando do estudo da seqüência de tempo à frente (fig. 7.37)

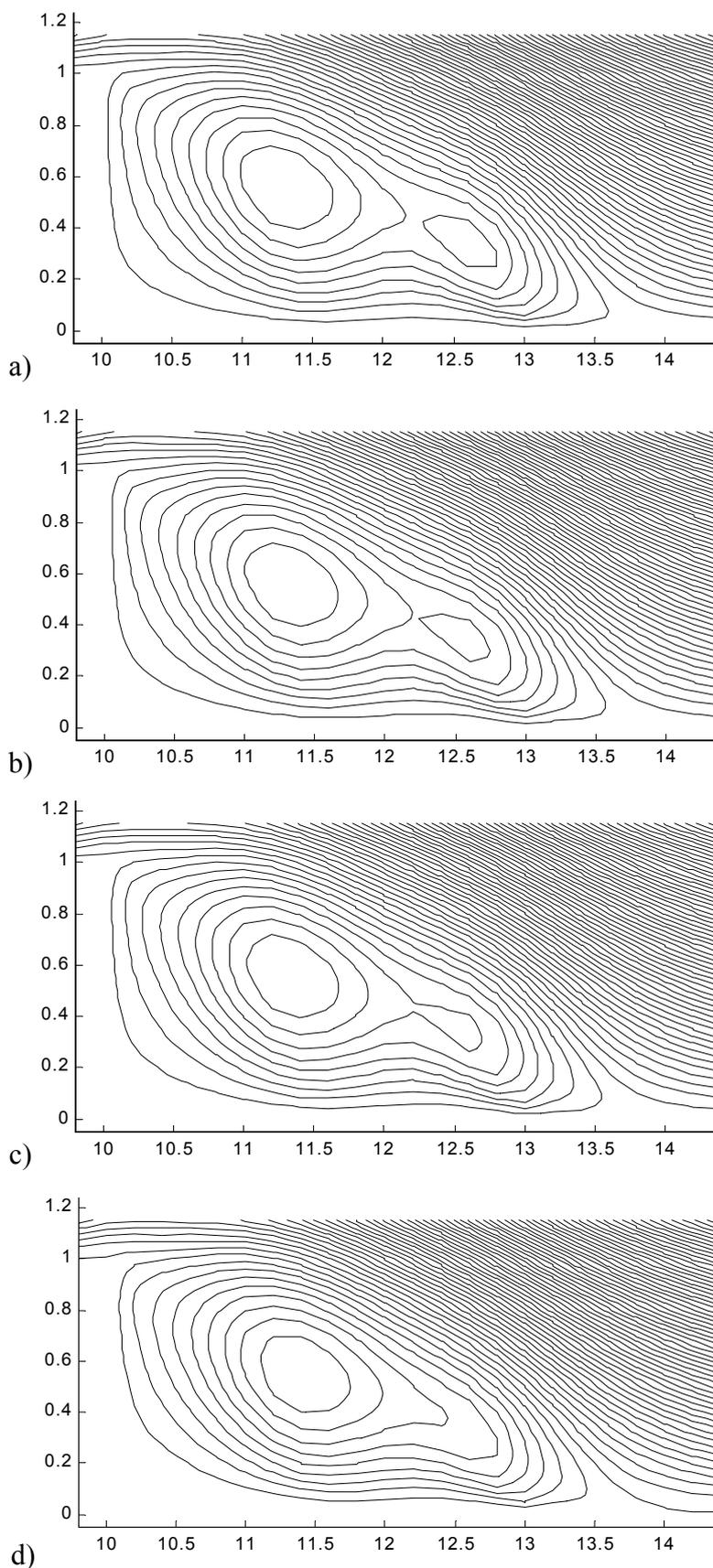


Figura 7.37 – Linhas de corrente região do degrau, para  $C_s=0,1$ :  
 a)  $t^*=244,09$ ; b)  $t^*=244,44$ ; c)  $t^*=244,70$ ; d)  $t^*=244,87$

Na fig. (7.37) é apresentada uma outra seqüência de gráficos das linhas de corrente da região de recirculação, referentes aos tempos  $t^*=244,09$ ,  $244,44$ ,  $244,70$  e  $244,87$ . Verifica-se nessa seqüência a absorção total do vórtice próximo ao ponto de recolamento. Inicialmente é possível identificar os dois vórtices (gráficos a, b e c), mas, no gráfico d), o grande vórtice da região de recirculação não apresenta mais os dois vórtices internos, sendo o seu formato idêntico ao predito pelos modelos de duas equações e aos gerados com  $C_s$  maiores que 0,1. Deste modo pode-se inferir que tal predição é uma consequência da solução estável obtida pelos modelos. Tanto nos modelos de duas equações como nas soluções com  $C_s=0,15$  e  $C_s=0,173$ , o ponto de recolamento obtido não oscilou. A solução obtida com  $C_s=0,1$  se estabiliza em um grande vórtice, até que um novo vórtice, girando no sentido antihorário, seja gerado na região próxima à parede vertical e se desloque em direção ao centro da região de recirculação. Este processo pode ser visto da fig. (7.38), onde se reproduz as linhas de corrente da região de recirculação, nos tempos adimensionais  $t^*=251,28$ ,  $t^*=251,33$  e  $t^*=260,07$ . No primeiro gráfico, a escala não consegue mostrar a existência da pequena célula de recirculação secundária. Contudo, é revelador o formato da linha de corrente junto a quina. Comparando essa linha de corrente com a correspondente no gráfico b), verifica-se que esta linha sofreu uma forte deformação em direção ao ponto de recolamento. É o movimento do vórtice, o qual provavelmente já existia no gráfico a), que faz com que a linha de corrente se deforme. Esta, pelo princípio da ação e reação, também faz com que o vórtice se deforme. Isto pode ser visto comparando-se a última parte do vórtice presente nos gráficos b) e c). O pequeno vórtice é estirado na direção axial, enquanto as linhas de corrente são deslocadas verticalmente. É esta deformação na direção  $y$  que irá provocar a oscilação da região de recirculação, incluindo aí a posição da camada de cisalhamento. A seqüência de gráficos exposta na fig. (7.39) não só confirma essa análise como permitiu aprofundá-la. Nessa figura, as linhas de corrente foram levantadas nos tempos adimensionais  $t^*=253,00$ ,  $t^*=253,11$ ,  $t^*=253,19$  e  $t^*=253,78$ . É mostrado um certo crescimento do vórtice no tempo e a consequente deformação das linhas de corrente. Se for comparada a parte da frente da linha de corrente interna dos vórtice nos gráficos a) e b), pode-se ver facilmente o processo de deformação sofrido por esses pequenos vórtices. A linha de corrente, nessa região, muda totalmente a sua declividade, indicando um processo típico de

cisalhamento. A linha de corrente interna, que tinha um formato tipo pontiagudo no gráfico a), perde esta condição no gráfico b), para em c) e d) voltar a recuperá-la. O mesmo processo de deformação pode ser visto na parte posterior do vórtice. Já a comparação das linhas de corrente do grande vórtice, girando no sentido horário, nos gráficos c) e d), na região ao redor de  $x/H=11,2$ , também mostra como o deslocamento do pequeno vórtice deforma essas linhas de corrente.

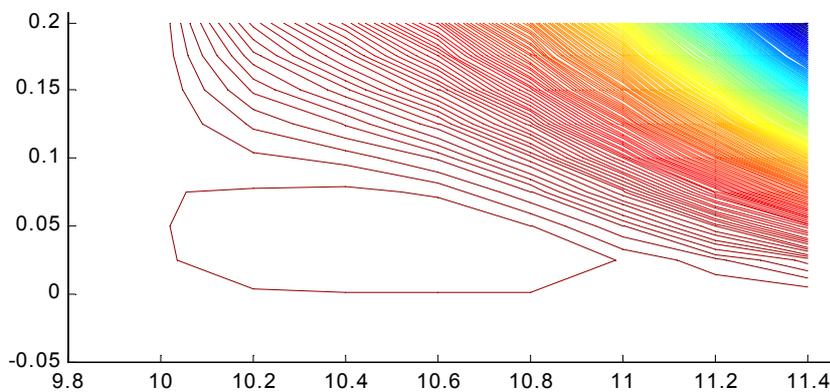
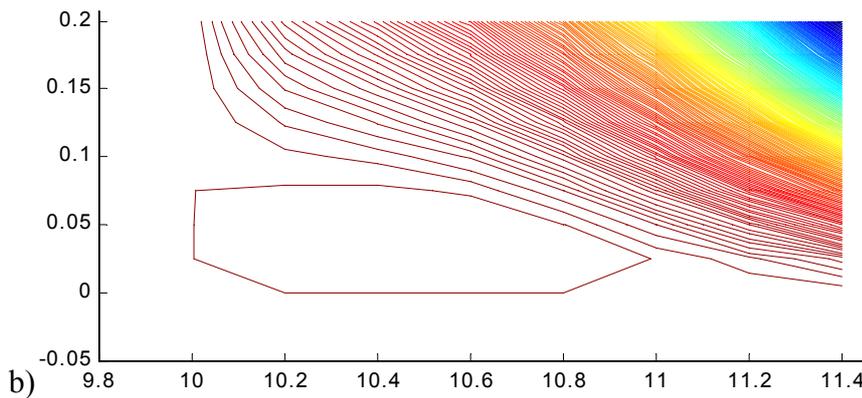
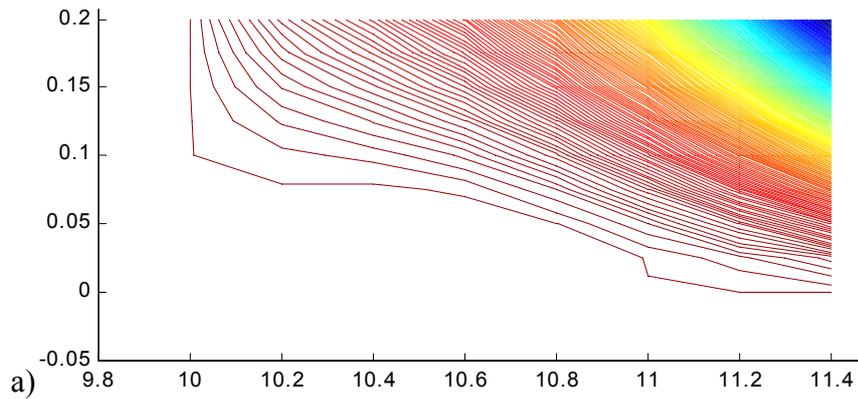


Figura 7.38 – Linhas de corrente região do degrau, para  $C_s=0,1$ :

a)  $t^*=251,28$ ; b)  $t^*=251,33$ ; c)  $t^*=260,07$

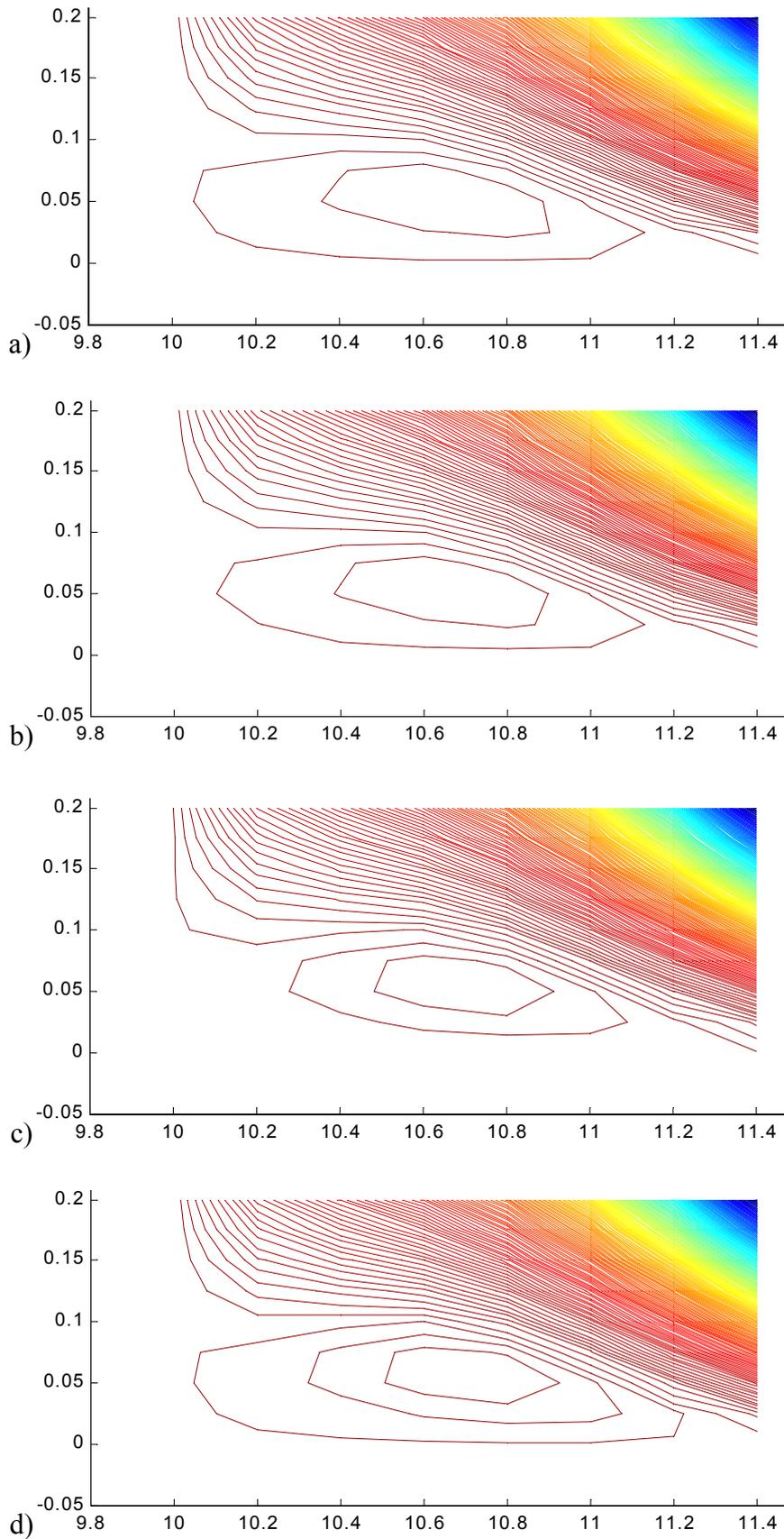


Figura 7.39 – Linhas de corrente região do degrau, para  $C_s=0,1$ :

a)  $t^*=253,00$ ; b)  $t^*=253,11$ ; c)  $t^*=253,19$ ; d)  $t^*=253,78$

Toda essa análise dos perfis de velocidade e das linhas de corrente permite concluir que há uma formação periódica de um vórtice, girando em sentido contrário ao grande vórtice da recirculação principal, junto à parede vertical do degrau. Esse vórtice secundário é transportado em direção ao ponto de recolamento, sofrendo um processo de estiramento e também deformando o grande vórtice (sentido horário). Esse deslocamento faz com que exista um movimento de toda a região de recirculação, particularmente da camada de cisalhamento que se movimenta na direção vertical. O grande vórtice, ao ser deformado, parece introduzir em seu interior o vórtice secundário, desprendendo-o da parede e fazendo aparecer em seu ceio dois vórtices. A existência de dois vórtices, girando em sentido horário, só se justifica com a presença, entre estes vórtices, de uma pequena estrutura, girando em sentido contrário. Esse pequeno vórtice seria a seguir ejetado da região de recirculação e o vórtice principal retomaria novamente a forma predita pela maioria dos modelos de duas equações, ou seja, um grande vórtice girando em sentido horário e ocupando toda a região de recirculação. Novamente se forma uma nova estrutura junto à parede vertical e todo o processo se reinicia.

Dando então continuidade a este estudo, são apresentadas, a seguir, uma série de figuras com as curvas de nível da vorticidade ( $\omega_z$ ), correspondendo a mesma faixa de tempo das linhas de corrente anteriormente analisadas. A fig. (7.40) mostra a vorticidade da região de recirculação nos instantes  $t^*=229,55$ ,  $t^*=230,32$ ,  $t^*=231,34$ ,  $t^*=231,59$ ,  $t^*=231,64$  e  $t^*=232,10$ . Essa faixa de tempo corresponde a região de recirculação principal com os dois vórtices mostrados pelas linhas de corrente. Da análise dos gráficos foi possível identificar que as duas regiões de concentração de vorticidade são a quina do degrau e ao redor do ponto de recolamento. O pequeno vórtice secundário, situado entre o vórtice principal e a parede, é perfeitamente identificado. Pode-se também observar o comportamento dinâmico da camada de cisalhamento. Nesse gráficos também é evidente a presença de uma estrutura que sai da quina do degrau e cresce junto a parede vertical, em direção à parede inferior. O formato altamente instável das curvas de vórtices mostram a contínua deformação das estruturas presentes na região de recirculação. A presença de dois vórtices no interior da região de recirculação principal, indicada pelas linhas de corrente, é também observada aqui.

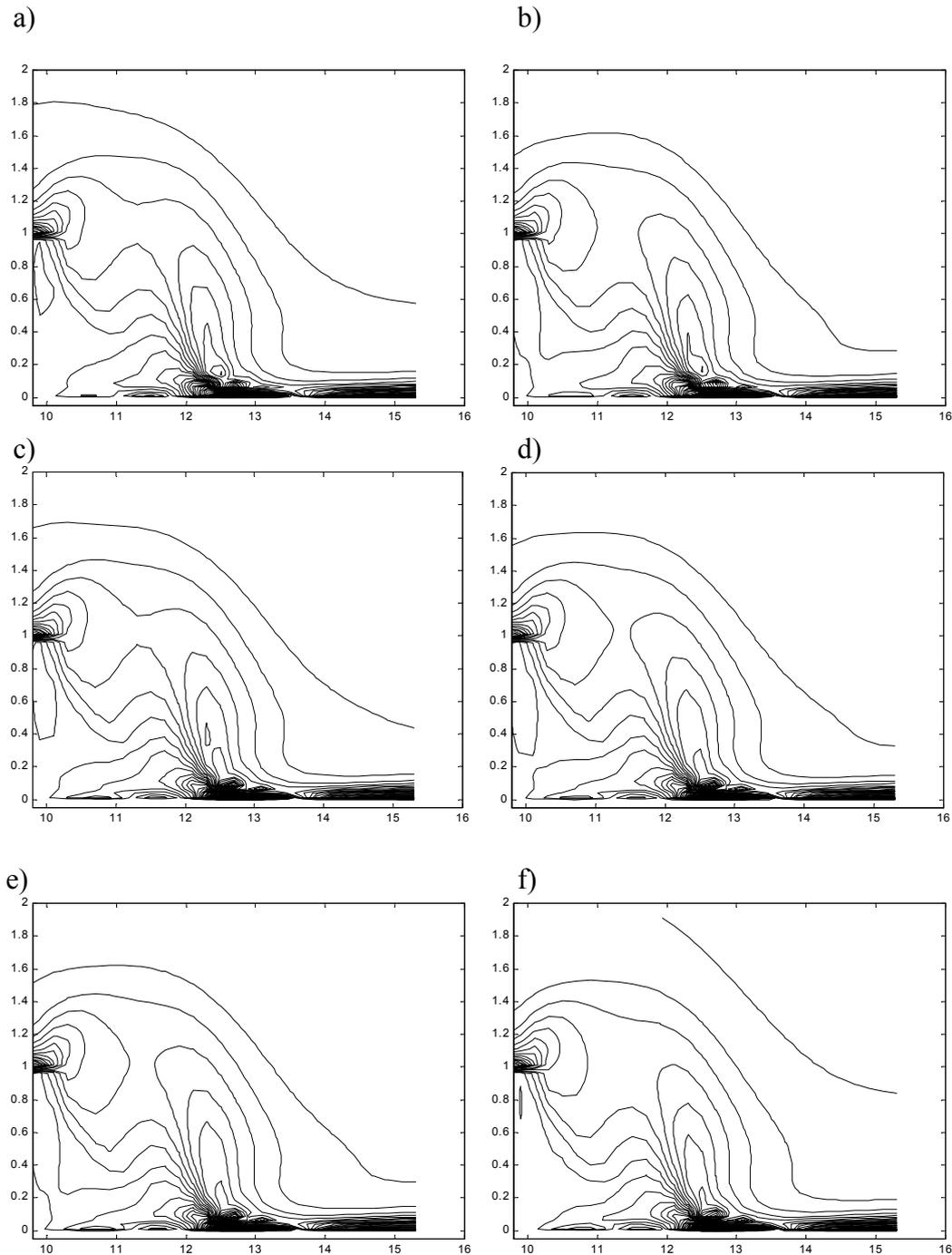


Figura 7.40 – Linhas de vórtice região do degrau, para  $C_s=0,1$ : a)  $t^*=229,55$ ; b)  $t^*=230,32$ ; c)  $t^*=231,34$ ; d)  $t^*=231,59$ ; e)  $t^*=231,64$ ; f)  $t^*=232,10$

A fig. (7.41) exibe as linhas de vórtice para os tempos adimensionais  $t^*=237,00$ ,  $t^*=240,67$ ,  $t^*=242,45$  e  $t^*=242,91$ . Nessa faixa de tempo, o vórtice secundário mostra-se bem reduzido, já não sendo perfeitamente identificado entre as estruturas presentes junto à parede. É também observado, particularmente nos gráficos c) e d), uma mudança efetiva no formato das linhas próximas ao ponto de recolamento. A linha de vorticidade da estrutura interna à região de recirculação,

próxima ao ponto de recolamento, parece indicar que este vórtice tem perdido energia, reduzindo a sua intensidade. Verifica-se novamente a presença de uma estrutura junto à parede vertical do degrau, a qual parece emanar da quina do degrau. Pode-se ver também dessa seqüência de quadros como a vorticidade é transportada ao domínio a partir da quina.

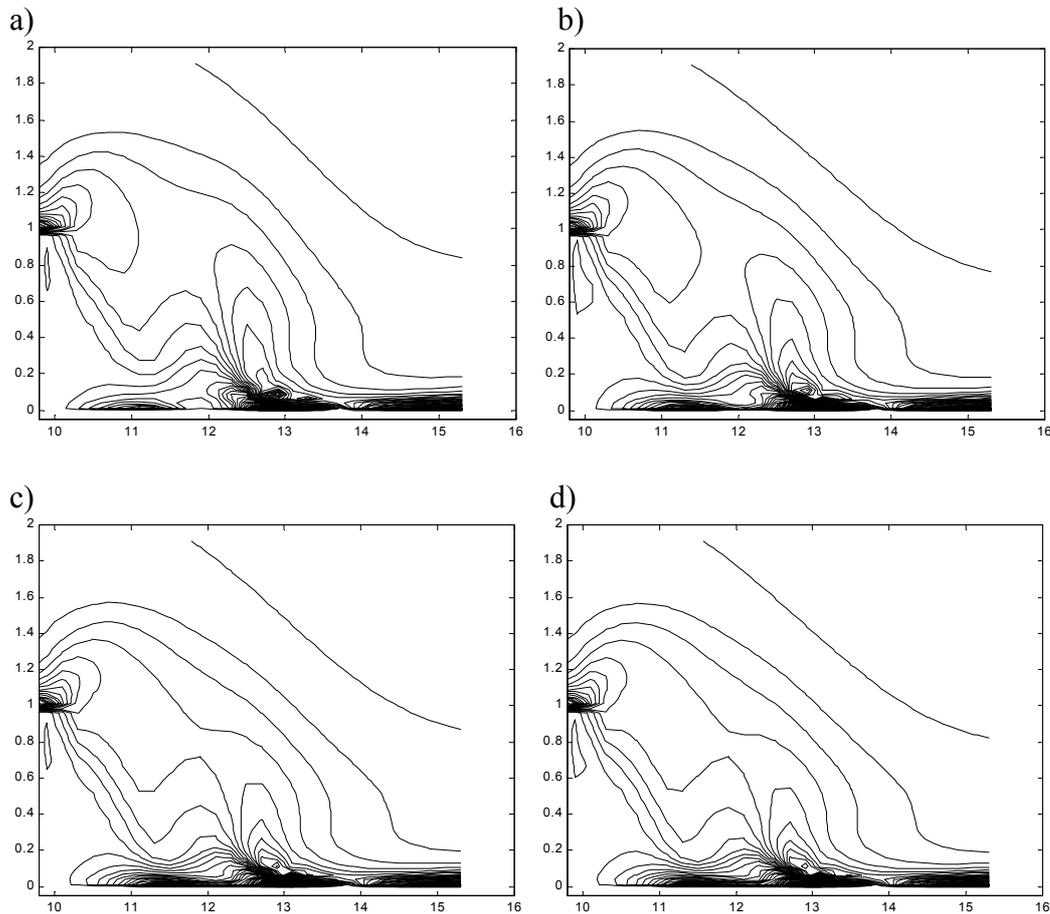


Figura 7.41 – Linhas de vórtice região do degrau, para  $C_s=0,1$ :

a)  $t^*=237,00$ ; b)  $t^*=240,67$ , c)  $t^*=242,45$ ; d)  $t^*=242,91$

É apresentada na fig. (7.42) as linhas de vórtice correspondentes aos tempos adimensionais  $t^*=245,87$ ,  $t^*=246,22$ ,  $t^*=246,43$  e  $t^*=246,64$ . Essa é a faixa de tempo onde não mais se observou a presença do vórtice secundário e a região de recirculação principal passou a exibir um só vórtice. É trivial verificar da figura que a estrutura da camada de cisalhamento é bem distinta do padrão anteriormente observado. O próprio transporte de vorticidade para o interior do domínio, a partir da quina se mostra bem distinto, em relação ao visto anteriormente. A região da parede que na seqüência passada já apresentava-se diferente das primeiras seqüências, agora mostra uma uniformidade em quase toda a região de

recirculação, que não era observada anteriormente. Este comportamento indica que o grande vórtice da recirculação principal agora está colado a toda parede.

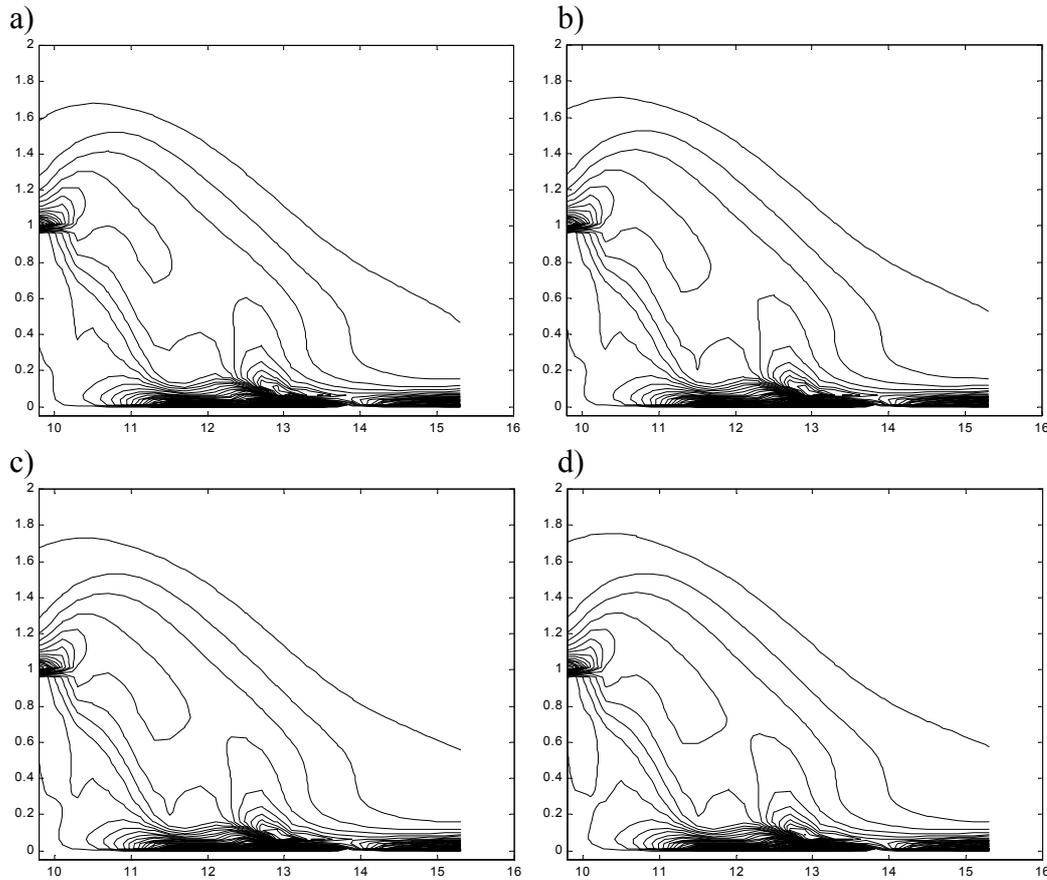


Figura 7.42 – Linhas de vórtice região do degrau, para  $C_s=0,1$ :

a)  $t^*=245,87$ ; b)  $t^*=246,22$ ; c)  $t^*=246,43$ ; d)  $t^*=246,64$

Por fim são exibidas, na fig. (7.43) as curvas de vorticidade, referentes aos tempos adimensionais  $t^*=251,18$ ,  $t^*=251,33$ ,  $t^*=251,38$ ,  $t^*=251,58$ ,  $t^*=253,01$ ,  $t^*=53,16$ ,  $t^*=253,27$  e  $t^*=253,37$ . Essa faixa de tempo corresponde ao período que foi observado o crescimento de um novo vórtice secundário junto à parede vertical, por ocasião do estudo das linhas de corrente. Os gráficos inseridos nesta figura não só mostram o aparecimento desse vórtice e seu crescimento, como mostram o seu transporte em direção ao ponto de recolamento e todas as conseqüências desse movimento, para a região de recirculação. Há um efetivo crescimento do vórtice junto ao ponto de recolamento indicando uma mudança na estrutura do grande vórtice principal. A região da parede parece perder a uniformidade e a camada de cisalhamento é vista mudar completamente o seu comportamento. As linhas de vorticidade que emanam da quina do degrau ( $y/H=1$ ) exibem uma dinâmica diferente.

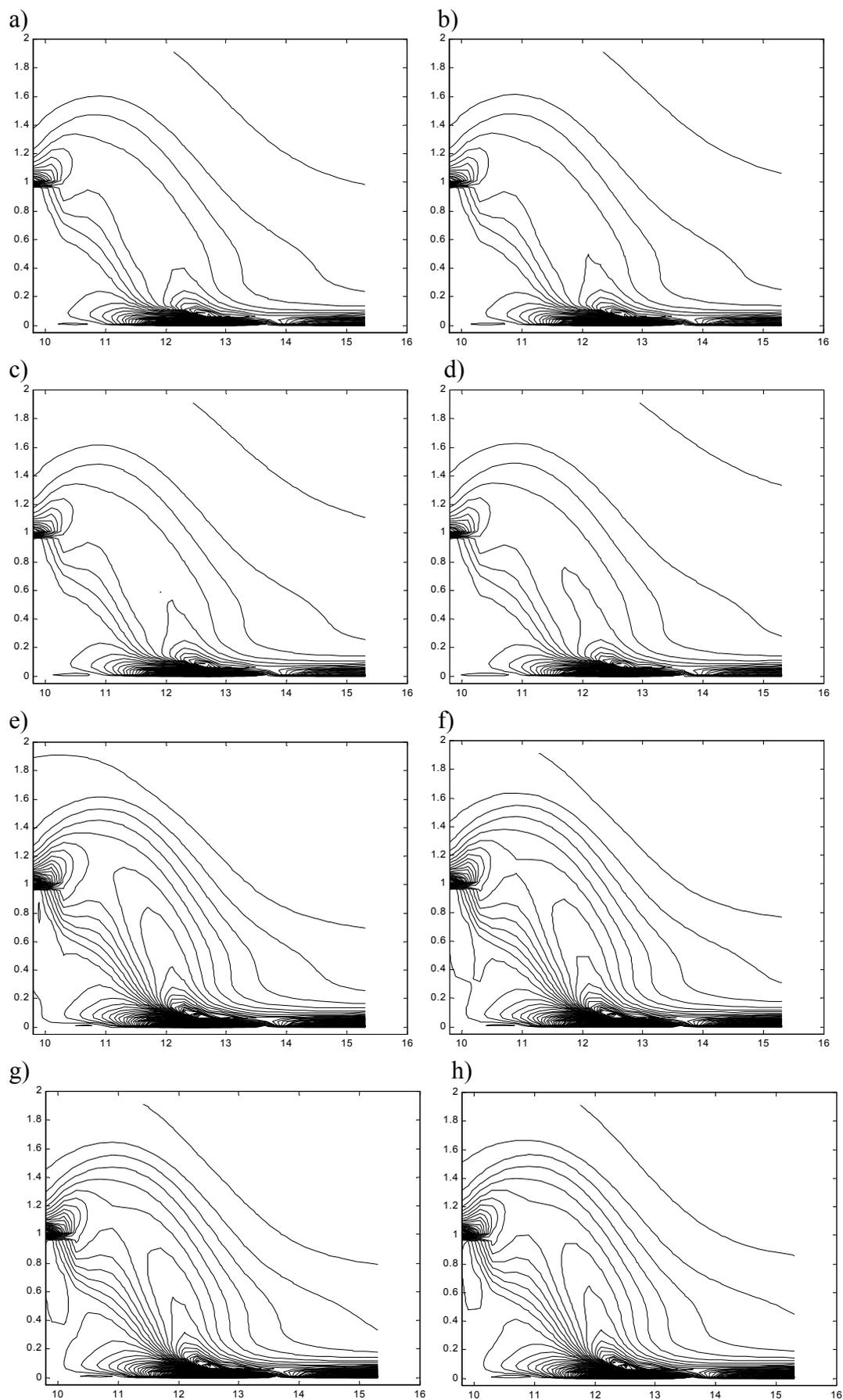


Figura 7.43 – Linhas de vórtice região do degrau, para  $C_s=0,1$ : a)  $t^*=251,18$ ; b)  $t^*=251,33$ ; c)  $t^*=251,38$ ; d)  $t^*=251,58$ ; e)  $t^*=253,01$ ; f)  $t^*=253,16$ ; g)  $t^*=253,27$ ; h)  $t^*=253,37$

Após terem sido estudados alguns aspectos do movimento transiente apresentado pela solução com  $C_s=0,1$ , serão discutidos agora algumas estatísticas capturadas pelas presentes simulações.

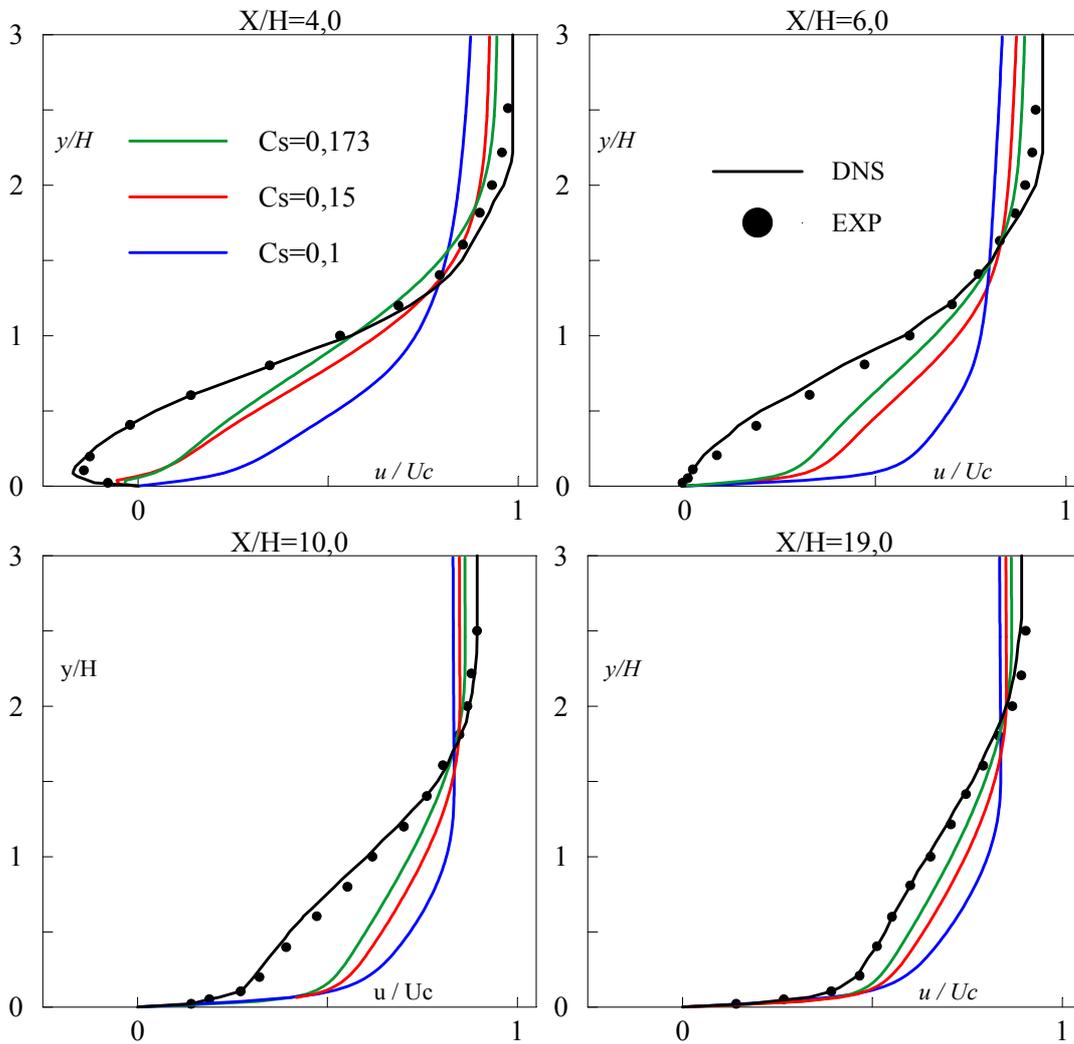


Figura 7.44 – Perfil de velocidade axial em várias seções.

Os perfis médios de velocidade axial ( $u$ ) preditos pelas várias simulações são apresentados na fig. (7.44). Da análise da figura, verifica-se que não há uma efetiva correspondência entre as predições obtidas e a simulação direta e os dados experimentais, especialmente na região de recirculação e início da recuperação do escoamento. Em parte este problema se dá pelo prematuro recolamento predito pelas simulações. A seção  $x/H=4$  é para a simulação direta o meio da região de recirculação, enquanto para as simulações com os maiores coeficientes ( $C_s=0,1$  e  $C_s=0,173$ ) é o final dessa região. Já para o escoamento com  $C_s=0,1$ , nesta seção, o escoamento em média já está recolado. A comparação desta estatística realizada com a simulação direta permite afirmar que as soluções com os maiores  $C_s$  obtiveram melhor predição do perfil médio de velocidade.

O coeficiente de atrito, definido como  $C_f = (2u_\tau^2)/(U_c^2 \rho)$ , onde  $u_\tau$  é a velocidade de atrito e  $U_c$  a velocidade de corrente livre, é mostrado na fig. (7.45). O resultado obtido com o modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  de Sakar (modelo SA) também foi incluído nesta figura. Verifica-se que a predição com  $C_s$  igual a 0,1 apresenta bom resultado até  $x/H = 2,5$  e na região onde o escoamento já se desenvolve novamente, já as predições com  $C_s$  maior que 0,1 apresentam um comportamento global qualitativo mais próximo dos dados experimentais e da simulação direta (Le et al., 1997) e o melhor resultado é obtido com o modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$ . Cabe destacar que estas conclusões são devido ao fato de que os efeitos tridimensionais não foram considerados no modelo LES.

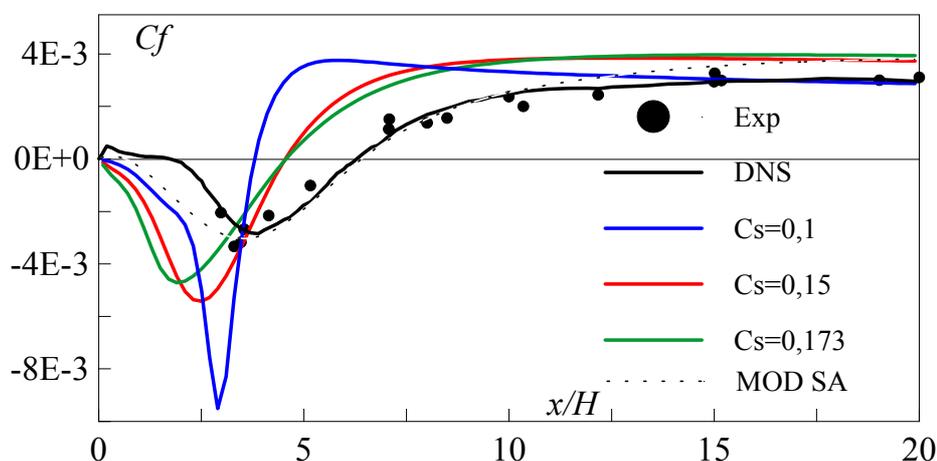


Figura 7.45 – Coeficiente de atrito

## 7.5.

### Escoamento Turbulento de Baixo Número de Reynolds Duto de Seção Quadrada

O escoamento turbulento de baixo número de Reynolds em duto de seção quadrada foi simulado agora pela técnica da simulação de grandes escalas com o modelo de Smagorinsky. Como foi exposto no capítulo 6, este escoamento se caracteriza pela presença de um movimento secundário no plano perpendicular ao eixo do duto, o qual é conhecido na literatura como escoamento secundário de Prandtl de segunda classe e é induzido pela turbulência do escoamento principal.

O padrão do escoamento é bem definido, consistindo de 8 (oito) vórtices, dois em cada quina, girando em sentidos opostos. Cada vórtice está confinado

entre a diagonal (bissetor da quina) e a parede bissetora (eixo de simetria). Embora as velocidades transversais sejam menores que 3% da velocidade de mistura, seus efeitos sobre o escoamento médio, sobre a distribuição da tensão cisalhante na parede e a transferência de calor são significativos (Gavrilakis, 1992). As linhas de contorno da velocidade axial deformavam-se efetivamente próximo as quinas. Recentemente, simulações diretas de escoamento turbulento de baixo Reynolds em duto de seção quadrada confirmaram estas observações. Há uma forte distorção das linhas de isovelocidades do escoamento principal, nas proximidades das quinas do duto, devido a transferência de quantidade de movimento das velocidades secundárias nessa região (Gavrilakis, 1992, e Huser e Birigen, 1993).

Sabe-se, da análise do comportamento da equação de vorticidade média axial ( $x$ ), que o máximo dos seus principais termos ocorrem próximo a parede das quinas, onde a influência da viscosidade molecular não pode ser negligenciada (Mompean, 1998; Gavrilakis, 1992). Portanto, é muito provável que predições precisas dos escoamentos secundários na vizinhança das quinas não possam ser encontradas sem a extensão da solução até essa região.

Neste contexto, pretende-se, neste item, realizar a chamada simulação de grandes escalas de um escoamento turbulento, em duto de seção quadrada, completamente desenvolvido, incompressível, estatisticamente em regime permanente de um fluido Newtoniano. A geometria do duto, com os respectivos eixos de referência, é mostrada na fig. (7.46). As chamadas paredes bissetoras dividem a seção transversal em quatro quadrantes. Devido a presença das paredes sólidas, o escoamento é homogêneo somente na direção principal ( $x$ ). As escalas de comprimento na direção axial impõem limites ao domínio computacional nessa direção. O domínio deve ser extenso o suficiente para capturar as maiores estruturas turbulentas. Os comprimentos das correlações de dois pontos representam o comprimento característico dessas estruturas (Huser e Birigen, 1993). Deste modo, o domínio computacional deve garantir que as correlações axiais de dois pontos das velocidades, em todas as posições da seção reta, tenham decaído suficientemente para separações iguais a metade do comprimento axial do duto (Gavrilakes, 1992; Huser e Birigen, 1993), a fim de capturar todas as estruturas significativas do escoamento naquela direção. Isto é fundamental se condições periódicas forem impostas à direção homogênea. Neste trabalho de simulação, seguiu-se o estudo realizado por Huser e Birigen (1993) que,

semelhantemente ao trabalho de Madabhushi e Vanka (1991), adotaram o comprimento  $L_x$  como  $2\pi H$ , onde  $H$  é o lado do duto.

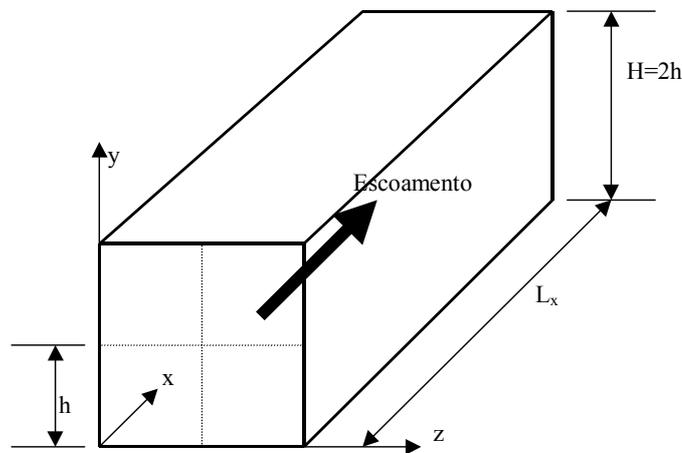


Figura 7.46 - Geometria e sistema de coordenadas do duto quadrado

A correta previsão do escoamento secundário depende da modelagem da região da quina (Mompeam, 1996, 1998; Gavrilakes, 1992; Huser e Biringen, 1993). Portanto, devido aos limites computacionais e numéricos, estes causados particularmente devido as instabilidades apresentadas pelo esquema Quick em malhas altamente não uniformes, e face aos resultados preliminares obtidos na simulação do escoamento em canal com uso da simetria, foi simulado somente um quadrante do duto. O domínio computacional, definido como  $(2\pi H, h, h)$ , permitiu não só avaliar a capacidade do código numérico simular o problema, como estudar a influência da condição de simetria na solução. Esperava-se que os benefícios de uma melhor previsão dos efeitos viscosos na região das paredes compensassem as condições de contorno artificiais impostas à região central do duto.

Embora do ponto de vista prático seja desejável realizar simulações em duto com altos números de Reynolds, considerações físicas e restrições numéricas e computacionais também limitam severamente esse valor. Por outro lado, no início da última década, Gavrilakes (1992) realizou uma extensiva simulação direta deste escoamento. Em seu trabalho, o número de Reynolds, baseado na velocidade de atrito e no diâmetro hidráulico ( $H$ ), era 300, o qual corresponde ao número de Reynolds, baseado na velocidade média de mistura e no diâmetro hidráulico, de 4410. Como as previsões da presente simulação foram comparadas aos resultados da simulação direta de Gavrilakes (1992), o número de Reynolds aqui adotado é igual ao do referido trabalho.

As equações de governo, como exposto no capítulo 5, foram resolvidas numericamente pela técnica de volumes finitos, com o esquema de interpolação CDS-4 na direção axial ( $x$ ), o esquema Quick nas direções transversais  $y$  e  $z$  e o esquema Crank-Nicolson no tempo. Nesta simulação, como em todas as outras realizadas com a técnica de simulação de grandes escalas, utilizou-se um filtro tipo ‘top-hat’. Adotou-se uma malha com  $34 \times 66 \times 66$  pontos nodais, levemente não uniforme nas direções  $y$  e  $z$  e uniforme na direção axial ( $x$ ). A distribuição dos pontos nodais foi derivada da função:

$$y_j = \frac{h}{2} \left[ \left( \frac{j-2}{N-2} \right)^p + \left( \frac{j-1}{N-2} \right)^p \right] \quad \text{para } j=2, \dots, N-1 \quad (7.26)$$

onde  $N$  é o número total de pontos nodais nas direções  $y$  e  $z$  (66, neste caso) e  $p$  foi tomado como 1,04. Utilizando-se a velocidade de atrito média, pode-se verificar que o primeiro ponto interno nas direções  $y$  e  $z$  está posicionado em  $y^+ = z^+ = 1,0$  e que na região da subcamada laminar ( $y^+ \leq 11,5$ ) tem-se sete pontos nodais. O espaçamento mínimo e máximo nessas duas direções foi, em termos da unidade de parede, respectivamente  $\Delta y^+ = \Delta z^+ = 2,09$  e  $\Delta y^+ = \Delta z^+ = 2,43$ . Já o espaçamento da malha na direção axial foi  $\Delta x^+ = 58,9$ .

Como o primeiro ponto interno está dentro da subcamada laminar e bem próximo a parede ( $y^+ = 1$ ), utilizou-se a condição de contorno de não deslizamento para as velocidades ( $\bar{u} = \bar{v} = \bar{w} = 0$ ) na parede, enquanto, na direção axial ( $x$ ), a condição periódica foi aplicada ao escoamento. Já as condições de simetria,  $\partial u / \partial y = \partial w / \partial y = 0$  e  $v = 0$  e  $\partial u / \partial z = \partial v / \partial z = 0$  e  $w = 0$ , foram aplicadas às respectivas paredes bisetoras ( $y = h$  e  $z = h$ ). A solução foi obtida para um gradiente de pressão médio prescrito, de forma a se reproduzir o número de Reynolds desejado. A incompressibilidade do escoamento foi garantida pela resolução da equação de correção de pressão.

Como o escoamento foi resolvido até a parede e sabendo-se que o modelo submalha de Smagorinsky superestima a tensão cisalhante submalha na região da parede (Meneveau e Kats, 2000), na determinação da tensões submalha

$$\tau_{ij} = 2\nu_t S_{ij}, \quad \nu_t = (C_s \Delta f_\mu)^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (7.27)$$

introduziu-se a função de amortecimento  $f_\mu$  na definição de  $\nu_t$  (Piomelli, 1999). A forma da referida função foi tomada do trabalho de Madabhushi e Vanka (1992):

$$f_\mu = 1 - \exp[-(d^+ / A^+)^n] \quad (7.28)$$

onde  $A^+$  é uma constante e  $d^+$  definido como

$$d^+ = \left[ \frac{z^{+2} y^{+2}}{z^{+2} + y^{+2}} \right]^{1/2} \quad (7.29)$$

Apesar do trabalho de Madabhushi & Vanka (1992) ter atribuído ao expoente 'n' e a constante  $A^+$  os valores 3 e 26, respectivamente, simulações realizadas com malhas menos refinadas obtiveram melhores resultados com os valores ajustados na solução bidimensional do canal plano ( $n=2$  e  $A^+=50$ ). Já a escala de comprimento  $\Delta$  foi levantada através de

$$\Delta = \left[ (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \right]^{1/2} \quad (7.30)$$

Face à escolha da escala de comprimento  $\Delta$ , da função de amortecimento  $f_\mu$  e do custo da simulação tridimensional, a constante de Smagorinsky ( $C_s$ ) foi ajustada de modo aproximado como 0,205. Uma solução com o modelo sendo aplicado somente na direção desenvolvida também foi obtida.

Em um escoamento em canal de placas planas, a resolução das menores escalas requer que (Moin & Rogallo, 1984):

$$\Delta t \frac{u_\tau}{h} = \frac{1}{Re^{1/2}} \quad (7.31)$$

onde o número de Reynolds  $Re$  é definido pela velocidade média de mistura e metade da altura do canal ( $h$ ). Utilizando-se os parâmetros do presente caso, a exigência de resolução temporal das menores escalas levaria a um passo de tempo adimensional ( $\Delta t u_\tau / h$ ) de  $2,2 \times 10^{-2}$ . A fim de se manter o número de Courant-Friedrich-Lewy

$$CFL = \text{Máx} \left\{ \Delta t \left[ \left| \frac{u}{\Delta x} \right| + \left| \frac{v}{\Delta y} \right| + \left| \frac{w}{\Delta z} \right| \right] \right\} \quad (7.32)$$

sempre abaixo de 0,3 em todo o domínio, adotou-se o passo de tempo adimensional  $\Delta t u_{\tau} / h = 3 \times 10^{-3}$ , o qual corresponde ao passo de tempo, adimensionalizado pela velocidade média de mistura e pelo metade do diâmetro hidráulico ( $h$ ),  $\Delta t^* = 4,4 \times 10^{-2}$ .

A escolha das condições iniciais não influenciam a precisão da solução final, tendo somente uma influência decisiva no tempo de integração, requerido para alcançar o estado estatisticamente permanente (Madabhushi e Vanka, 1992). Na presente solução, partiu-se dos perfis de  $u$ ,  $v$ , e  $w$  obtidos na simulação do mesmo escoamento, realizada com o modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  não linear renormalizado (RNG).

Partindo do campo de velocidade inicial, as equações de governo foram integradas no tempo até a solução numérica alcançar o regime permanente. A integração das equações foi realizada em computador Pentium IV 1,7GHz. Para a identificação da condição estatisticamente permanente, foi monitorado o comportamento da convergência da tensão cisalhante nas paredes, da velocidade média de mistura, da velocidade máxima em todo o domínio, da velocidade de atrito média, do fator de atrito nas paredes e das velocidades  $u$ ,  $v$  e  $w$  em três pontos do domínio.

Como já foi exaustivamente salientado, na análise do comportamento de convergência, descartou-se a parte inicial do processo, a fim de evitar o mascaramento do estado estatisticamente permanente. A título de exemplo do comportamento de convergência da presente solução, é exibido na fig. (7.47) a parte final do processo de convergência do fator de atrito ( $f$ ) ao centro da parede sul (gráfico 'a') e o da tensão de cisalhamento ( $\tau$ ) (gráfico 'b') na mesma posição ( $y=0$  e  $z=h/2$ ). Cabe destacar que os outros parâmetros tiveram um comportamento semelhante. Os gráficos mostram que a partir do tempo adimensional  $\Delta t^* = 1,5 \times 10^3$ , pode-se considerar que o estado estatisticamente permanente tinha sido atingido. A integração foi então continuada até o tempo adimensional  $\Delta t^* = 2,3 \times 10^3$ , a fim de serem levantadas as correspondentes estatística.

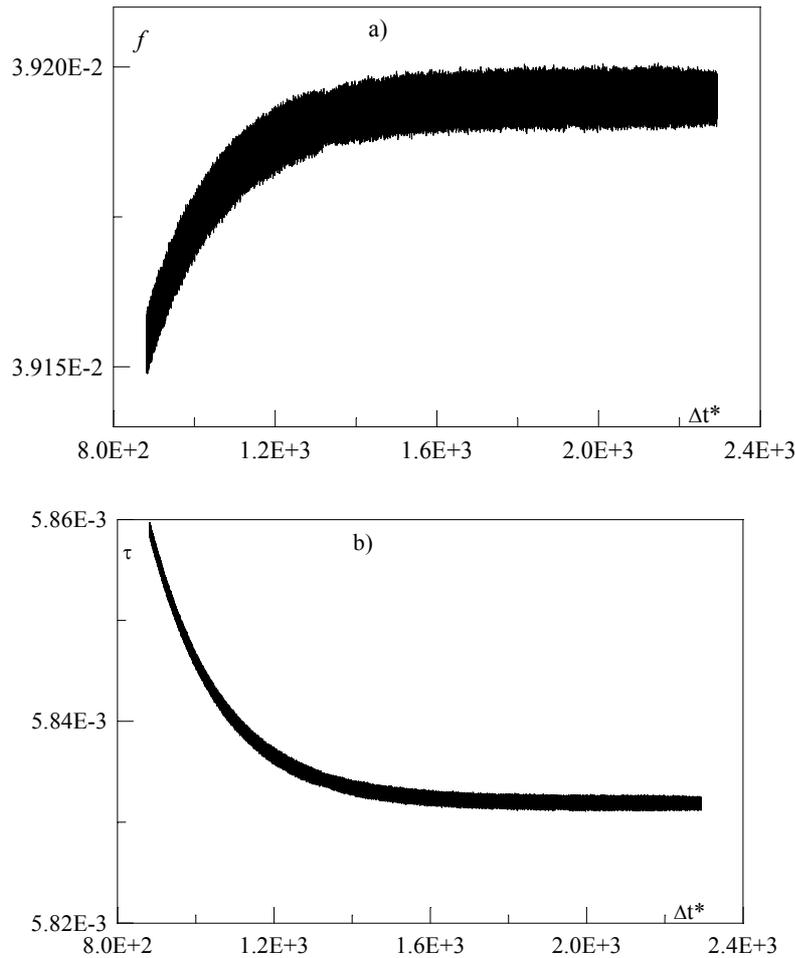


Figura 7.47 – Processo de convergência do fator de atrito e tensão cisalhante ao centro do duto.

Como o gradiente de pressão média é constante neste escoamento, a tensão cisalhante média e conseqüentemente a velocidade de atrito média são dadas por:

$$\bar{\tau}_\omega = u_\tau^2 = -\frac{H}{4} \frac{d\bar{P}}{dx} \quad (7.33)$$

onde  $H$  é o diâmetro hidráulico e, no caso do duto do quadrado, o próprio lado do duto ( $H=2h$ ). Dos valores fixados para o gradiente de pressão e da geometria do duto, obtém-se  $\bar{\tau}_\omega = 5,875 \times 10^{-3}$  Pa e  $u_\tau = 7,665 \times 10^{-2}$  m/s. Já na simulação numérica foram obtidos  $\bar{\tau}_\omega = 5,832 \times 10^{-3}$  Pa e  $u_\tau = 7,637 \times 10^{-2}$  m/s. Estes valores diferem do valor calculado pelo gradiente de pressão por menos que 0,7% e 0,4% do valor teórico respectivo. O número de Reynolds, baseado na velocidade de atrito e diâmetro hidráulico, foi obtido como 305, enquanto na simulação direta de Gavrilakis (1992) era 300.

O fator de atrito médio na simulação direta foi obtido como 0,037, semelhante ao resultado da correlação de Jones (Gavrilakis, 1992). A presente simulação obteve 0,039, valor que é 5,1% maior que o predito pela simulação direta. Outra relação importante é a razão entre a velocidade máxima e a velocidade média do escoamento, que na simulação direta foi obtida como 1,33. Esta relação foi aqui predita como sendo 1,36, valor que é 2,3% maior que o da simulação direta.

As linhas de isovelocidades axial ( $u$ ) são apresentadas na fig. (7.48). A fig. (7.48) a) corresponde a presente solução, enquanto a fig. (7.48) b) corresponde aos dados DNS de Grivilakis (1992). Comparativamente aos dados das simulações diretas disponíveis (Gavrilakis, 1992; Huser e Birigen, 1993), verifica-se que a presente simulação não foi capaz de prever as distorções existentes nestas linhas nas proximidades da quina. Isto mostra que o escoamento secundário, capturado na presente simulação, não influenciou efetivamente a distribuição das isovelocidades  $u$  na seção reta do duto. Esta é uma evidência que o escoamento secundário foi subpredito.

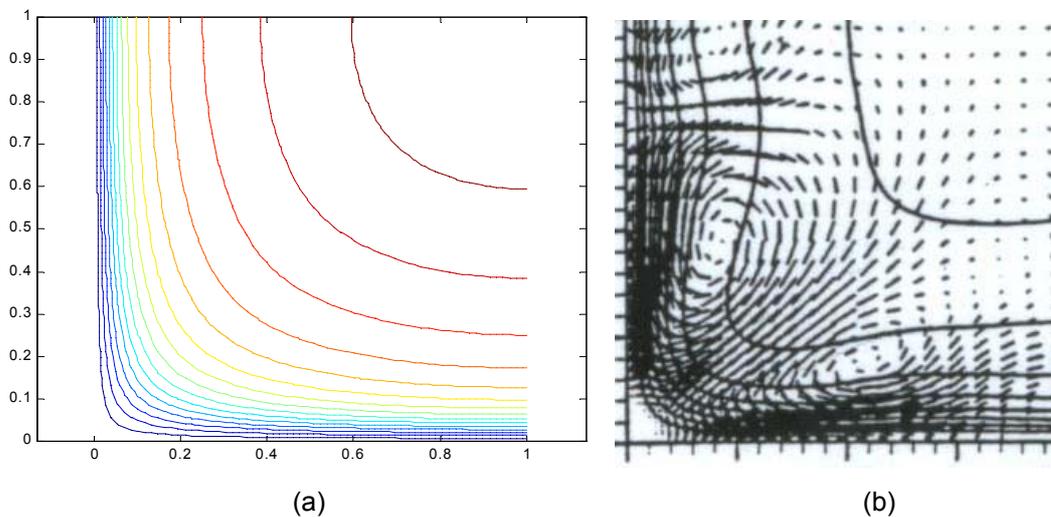


Figura 7.48 Linhas de isovelocidade  $u$ , (a) presente solução (b) DNS

Os perfis de velocidade axial média ( $u/U_{max}$ ) são mostrados na fig. (7.49), respectivamente, para  $z/h=0,1$ ,  $z/h=0,5$  e  $z/h=1,0$ . Nessa figura, as predições são comparadas aos dados experimentais de Cheesewright et al. (1990) e à simulação direta de Gavrilakis (1992). Na primeira seção, junto a parede, os dados DNS e experimentais mostram uma forte distorção, induzida pelo escoamento secundário (Gavrilakis, 1992, e Huser e Birigen, 1993). Enquanto a presente simulação não foi

capaz de reproduzir este comportamento. O perfil aqui predito exibe um formato que nitidamente não sofreu influência do escoamento secundário. Por outro lado, o perfil concorda muito bem com os dados experimentais e da simulação direta na posição  $z/h=1,0$ . As previsões se aproximaram mais dos dados experimentais e da simulação direta, à medida que a seção se aproximou da parede bissetora. Um resultado que em princípio mostra a insignificante influência da imposição da condição de simetria sobre a determinação da velocidade axial. É nítido, todavia, a fundamental importância da perfeita solução da região da quina neste tipo de escoamento.

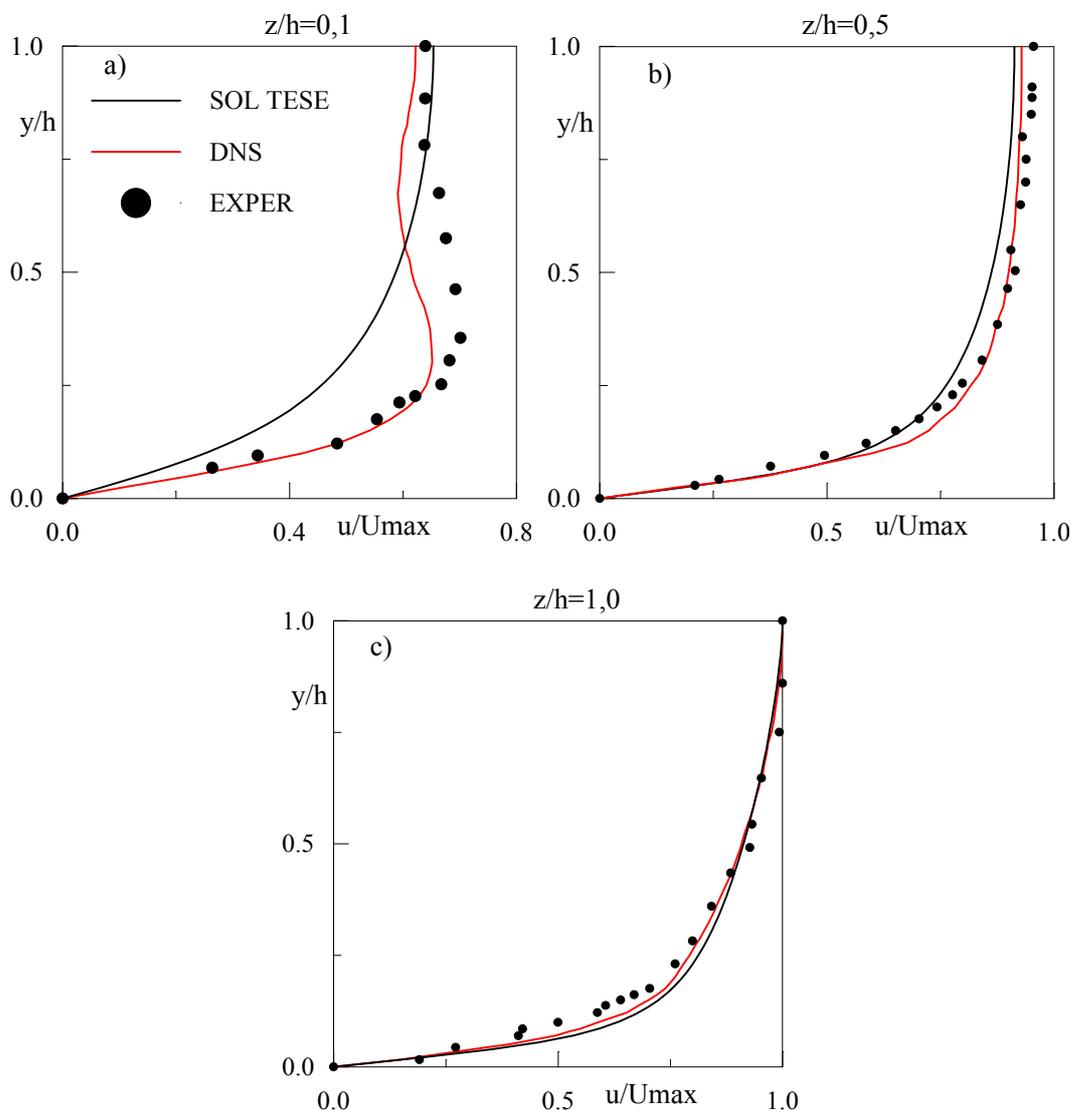


Figura 7.49 Perfil de velocidade  $u/U_{max}$ . (a)  $z/h=0,1$ ;  $z/h=0,5$ ;  $z/h=1,0$ .

A variação, ao longo da diagonal, da velocidade axial  $U^+$ , é mostrada na fig. (7.50). Da comparação com a simulação direta, verifica-se que os resultados

obtidos não reproduzem o comportamento previsto pela simulação direta. Porém, da análise dos perfis de velocidade axial, sabe-se que há uma excelente correspondência destes resultados com a simulação direta na região do núcleo central do duto ( $z/h < 0,5$ ). Deste modo, pode-se concluir que as diferenças apresentadas são em sua maioria oriundas do comportamento da velocidade de atrito ao longo da parede. Uma observação que se confirma na análise da fig. (7.51), onde se exhibe o comportamento da tensão cisalhante ao longo da parede.

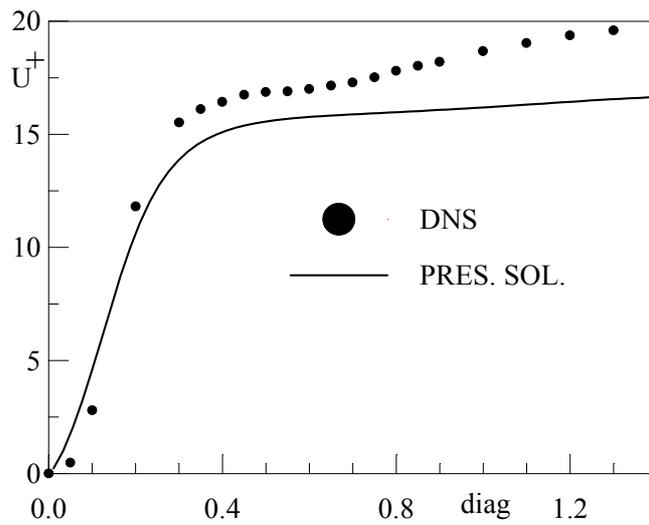


Figura 7.50 Variação da velocidade  $U^+$  na diagonal do duto

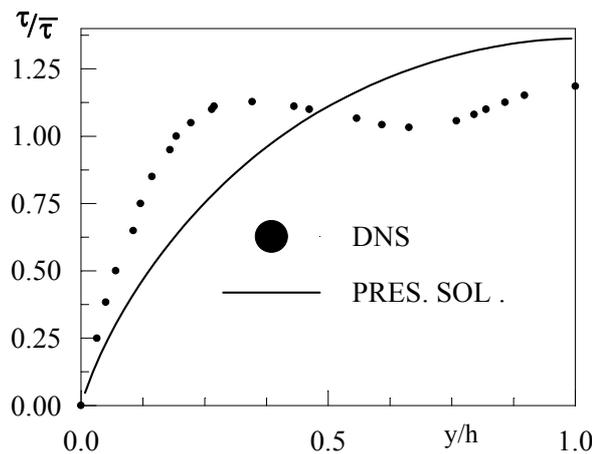


Figura 7.51 – Tensão cisalhante na parede do duto

A simulação direta exhibe um comportamento da tensão cisalhante na parede que não é reproduzido pela presente solução. Os resultados de Graviakakis (1992) apresentam dois máximos relativos, um a  $0,31h$  da quina do duto e o outro no centro da parede do duto ( $z/h=1,0$ ). Já a tensão cisalhante aqui predita mostra um

crescimento monotônico, com o seu máximo perfeitamente definido na parede bissetora. A solução deste escoamento com o modelo não linear de Speziale apresentou este mesmo perfil, conforme pode ser visto da fig. (6.59). A razão entre a tensão cisalhante no ponto médio da parede do duto ( $z/h=1,0$ ) e a tensão cisalhante média é 1,36, enquanto a simulação direta obteve 1,18. Deve-se registrar que, embora os resultados preditos sejam bem distintos da simulação de Grvilakis (1992) na sua forma, o valor da tensão média concorda muito bem, como foi mostrado anteriormente. Os resultados mostram que, apesar de terem sido colocados sete pontos nodais na subcamada laminar, não houve uma boa resolução da região da parede.

O estudo dos perfis das velocidades transversais confirmou que o escoamento secundário foi subpredito. Na fig. (7.52) é realizada uma comparação qualitativa dos perfis de velocidade aqui predito em dois pontos:  $z/h=0,16$  e  $z/h=0,5$ . A análise da figura revela que há uma pequena correspondência qualitativa com os dados de referência

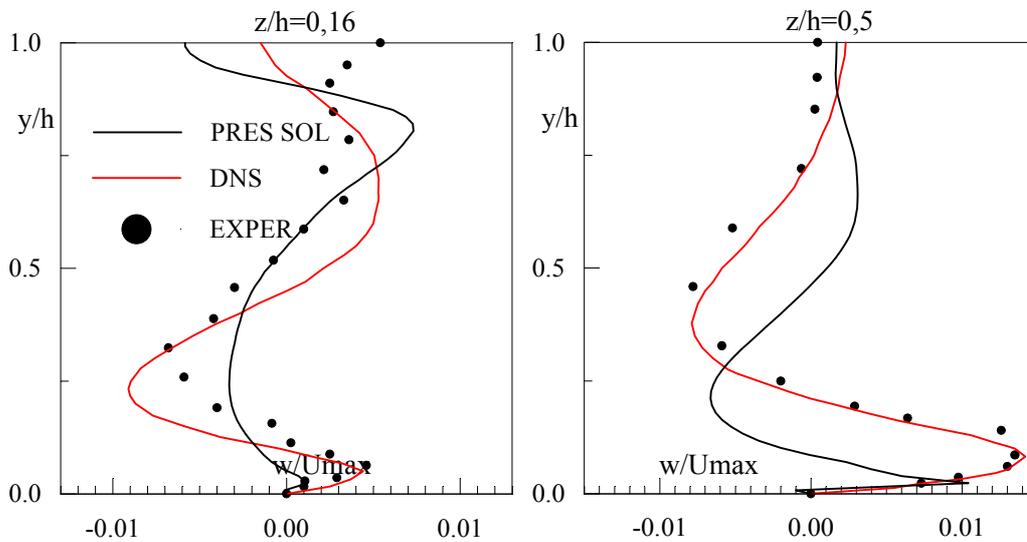


Figura 7.52 Perfil de velocidade  $w/U_{max}$ . (a)  $z/h=0,1$ ;  $z/h=0,5$

A variação da tensão de Reynolds  $\overline{u'v'}$ , adimensionalizada pela velocidade de atrito local, em  $z/h=1,0$ , é mostrada na fig. (7.53). Da análise da figura verifica-se que, apesar do valor máximo predito pela simulação direta ser menor, há uma boa concordância dessa estatística com os resultados de Gavrilakis (1992). A posição do pico é corretamente levantada pelo modelo de Smagorinsky, embora como já foi dito, seu valor seja maior.

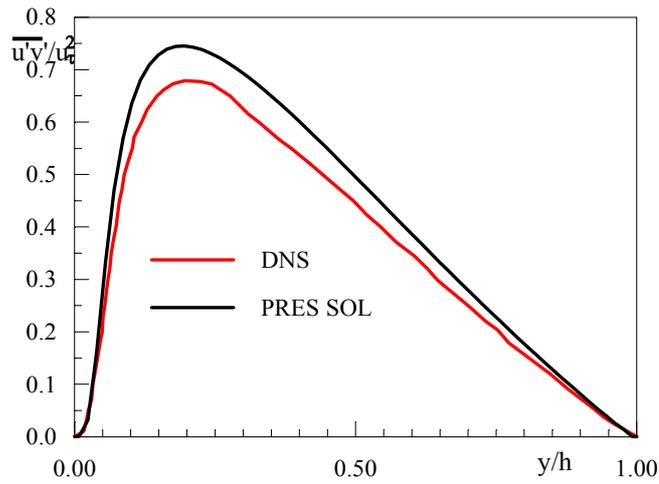


Figura 7.53 Tensão de Reynolds adimensionalizada com a velocidade de atrito local em  $z/h=1,0$

Na fig. (7.54) são exibidas as linhas de corrente em um quarto do duto para três tempos diferentes, espaçados de dez passos de tempo. Pode-se observar a existência das células do escoamento secundário. A seqüência permite que seja observada a dinâmica do problema. É possível identificar o movimento do núcleo de cada vórtice. Enquanto um vórtice parece crescer o outro parece se contrair. Essa dinâmica foi continuamente observada durante toda o tempo de análise do escoamento.

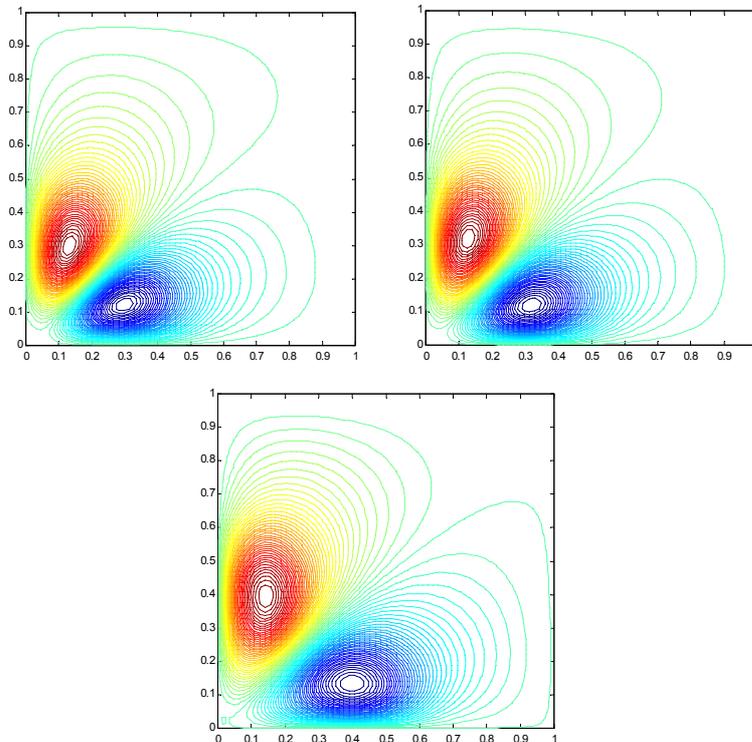


Figura 7.54 – Linhas de corrente do escoamento em  $\frac{1}{4}$  do duto quadrado.

Cabe destacar que no levantamento da estatísticas ( $\overline{u'v'}$ ), pode-se verificar que as flutuações de malha eram insignificantes face a contribuição submalha. Este fato provavelmente tem origem no método numérico (método volume finito tradicional, filtro ‘top-hat’,...), que privilegia o levantamento das condições médias locais.

Formalmente a primeira operação que se realiza no método do volume finito é a integração da equação de governo no volume numérico. Tomando-se o fluxo  $J = (\rho u \phi - \Gamma \partial \phi / \partial x)$ , na direção  $x$ , em um caso bidimensional, como exemplo, tem-se:

$$\int_y \int_x J dx dy = \int_y (J_e - J_w) dy \tag{7.34}$$

onde  $J_e$  e  $J_w$  são os fluxos nas faces ‘e’ e ‘w’ do volume numérico. A integração nas faces é resolvida pela regra do ponto médio, ou seja:

$$\int_y (J_e - J_w) dy = (J_e^* - J_w^*) \Delta y \tag{7.35}$$

sendo  $J_e^*$  e  $J_w^*$  os fluxos no ponto médio das faces ‘e’ e ‘w’, respectivamente.

Sabe-se que este tipo de integração é de segunda ordem em  $\Delta y$ . Contudo, em problemas onde há significativas variações de pequenas escalas (componentes de alto número de onda), a ordem da aproximação no sentido convencional (p. ex., segunda ordem,  $O[\Delta^2]$ ) pode não ser isoladamente um critério apropriado para se avaliar o método (Mansour et al., 1979; Ferziger, 2000). É importante nestes casos saber como o método trabalha todo o intervalo numérico dos números de onda ( $\ell \leq \pi / \Delta y$ ).

Cabe agora, portanto, avaliar qual é a consequência da integração pela regra do ponto médio em relação aos comprimentos de onda do problema. Com esta finalidade, será suposto que os fluxos podem ser representados pelo produto de duas funções de variáveis separadas, onde a função em  $y$  é uma onda simples de Fourier ( $e^{iky}$ ). Deste modo, tem-se:

$$J = f(x) e^{iky} \tag{7.36}$$

A partir desta hipótese, define-se a integral de interesse como:

$$I = \int_y J dy = \int_{y_1}^{y_2} f(x) e^{iky} dy \quad (7.37)$$

Neste caso, a solução exata da integral é dada por:

$$I_e = f(x) \left[ \frac{e^{iky}}{ik} \right]_{y_1}^{y_2}, \quad y_2 - y_1 = \Delta \quad (7.38)$$

onde  $\Delta$  é o espaçamento da malha na direção  $y$ , suposto constante. Definindo-se  $y_m$  como o ponto médio entre  $y_1$  e  $y_2$ , pode-se escrever:

$$I_e = f(x) \left[ \frac{e^{iky}}{ik} \right]_{y_1}^{y_2} = f(x) \frac{e^{iky_m}}{ik} (e^{ik\Delta/2} - e^{-ik\Delta/2}) \quad (7.39)$$

$$I_e = f(x) \frac{e^{iky_m}}{k} 2 \operatorname{sen}\left(\frac{k\Delta}{2}\right) \quad (7.40)$$

Já a aproximação da integral pela regra do ponto médio fornece o seguinte resultado:

$$I_{pm} \approx f(x) \Delta e^{iky_m} \quad (7.41)$$

Somente a título de comparação, pode-se mostrar que a referida integral seria avaliada pela regra do trapézio e de Simpson, respectivamente, como:

$$I_t \approx f(x) \Delta \cos\left(\frac{k\Delta}{2}\right) e^{iky_m} \quad (7.42)$$

$$I_s \approx f(x) \Delta \left[ \frac{2}{3} + \cos\left(\frac{k\Delta}{2}\right) \right] e^{iky_m} \quad (7.43)$$

Na fig. (7.55), compara-se os resultados obtidos  $(I/\Delta e^{iky_m})$  com a solução exata. Foi suposta uma malha uniforme com 16 pontos nodais ( $N=16$ ). Verifica-se dessa figura que a medida que cresce o número de onda ( $k = 2\pi n/(N\Delta)$ ) a integração pela regra do ponto médio afasta-se mais da solução correta. A melhor

aproximação seria a regra de Simpson, a qual captura corretamente quase todo o intervalo dos números de onda.

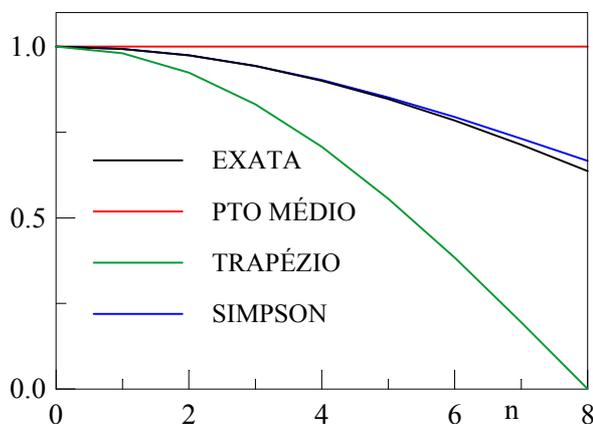


Figura 7.55 – Comparação do comportamento das integrais em função do  $n^{\circ}$  de onda

Além desta aproximação, o método utiliza ainda esquemas de interpolação para avaliar a função e a sua derivada nas faces. Para malhas uniformes o esquema Quick, aqui utilizado nas direções  $y$  e  $z$ , avalia as derivadas de forma análoga ao esquema de diferença central. Neste caso, sabe-se da literatura (Mansour et al., 1979; Fersiger, 2000; Silvestrini, 2000) que os maiores números de onda não são corretamente capturados. Como as malhas utilizadas neste trabalho são aproximadamente uniformes, pode-se concluir que também na avaliação das derivadas os maiores números de onda não foram corretamente preditos.

Estas observações juntamente com a resolução deficiente da região das quinas talvez justifiquem o fato das flutuações de malha terem sido insignificantes face a contribuição submalha. Por outro lado, é também bem provável que estes resultados tenham contribuído efetivamente para o sucesso da solução com simetria.