

ANÁLISE DE RISCO MEDIANTE A LÓGICA FUZZY

A análise do Risco é influenciada tanto por fatores qualitativos como quantitativos. Isto sugere que a metodologia que avalie o Risco deve ser capaz de manipular dados qualitativos e quantitativos. No entanto, o tratamento de fatores qualitativos pode ser problemático devido à não existência de um procedimento objetivo para sua avaliação. Por isso, algumas metodologias somente consideram os fatores quantitativos. No entanto, as características qualitativas são também importantes e devem ser consideradas na avaliação.

Nesse cenário as metodologias que avaliam o Risco podem ser classificadas em duas classes, as qualitativas ou quantitativas [9]. As metodologias qualitativas avaliam os fatores quantitativos ou qualitativos, mediante formas subjetivas ou aproximadas. Por exemplo, a variável nível de corrosão, que é uma variável tipo quantitativa, pode ser representada mediante termos subjetivos, tal como, *nível de corrosão baixo, médio ou alto*. Já a metodologia quantitativa só consegue representar variáveis que só são possíveis de serem medidas, por exemplo, a variável de nível de corrosão medido em um duto pode ser expressa como uma porcentagem da espessura de um duto.

Comparando as duas metodologias, ambas apresentam vantagens e desvantagens. Por exemplo, na primeira, a avaliação das variáveis é obtida de forma mais rápida, sem necessidade de fazer muito investimento. Na segunda, requer-se fazer medições de campo, tornando sua obtenção demorada. Em alguns casos há necessidade de um alto investimento econômico para que os resultados sejam mais confiáveis se comparados com os resultados da metodologia qualitativa.

Das duas classes de metodologias acima mencionados, surge uma terceira, a semiquantitativa, que aproveita as vantagens das duas metodologias que a originaram. Sendo assim, as variáveis mantêm sua natureza durante sua avaliação. Se a variável é do tipo quantitativo será avaliada mediante a forma quantitativa e se for do tipo qualitativo será avaliada mediante a forma qualitativa.

Nesta tese somente se tratará a metodologia qualitativa para avaliar o Risco. Na qual, todos os fatores do tipo quantitativo ou qualitativo, serão representados mediante a forma aproximada ou subjetiva. Em seguida serão mencionados argumentos que justificam as razões do Risco poder ser avaliado mediante a forma qualitativa.

- “Na análise de Risco, quanto mais a avaliação da variável tenta descrever a realidade, esta não pode ser avaliada de forma exata, e quanto mais uma variável é avaliada com um valor pontual, esta não representa a realidade” Albert Einstein [8].
- “Muitas variáveis usadas para avaliar o Risco são difíceis de serem quantificadas, por conseguinte, estas são de natureza vaga. Para assegurar a representação deste cenário é necessário que a natureza vaga da variável seja refletido no modelo. Por exemplo, a satisfação dos empregados dentro de uma organização poderia ser levada em consideração quando é avaliado um possível Risco. No entanto, o grau de satisfação de um empregado é difícil de ser quantificado, em outras palavras é um termo incerto” [17]
- “Em geral o Risco pode ser tratado como um conceito nebuloso, no sentido de que não existe um único Risco para um evento perigoso ocorrer em um determinado tempo, também, o Risco de um evento pode variar de tempo em tempo, de circunstância em circunstância” [29]
- “Muitas análises das ciências sociais rejeitam o argumento de que o Risco pode ser quantificado objetivamente, ao invés disso, defendem que o Risco é inerentemente subjetivo” [61]
- “O conhecimento cognitivo (experiência) do especialista em avaliar o Risco é melhor representado na forma subjetiva” [62]

Com isto, a teoria da lógica fuzzy desenvolvida por Zadeh [63], é aplicada nos problemas de análise de Risco. As razões da escolha desta teoria se devem aos seguintes aspectos:

- Pode representar variáveis incertas ou vagas.

- Fácil modelagem de problemas cujas teorias clássicas apresentam deficiência;
- Potencialidade de poder representar o conhecimento do especialista mediante as variáveis lingüísticas;
- Adaptabilidade e flexibilidade de assimilar novos conhecimentos;
- Capacidade de resolver problemas de diversas áreas.
- Modela a forma de pensar do ser humano, isto é, a forma de obter conclusões baseadas em avaliações subjetivas.

Neste capítulo, o problema do *Risco* será avaliado através da teoria de *lógica fuzzy*, portanto, se estudará a relação entre estes dois conceitos. Como resultado deste estudo, a inferência Mamdani e a teoria de números fuzzy serão aplicadas na solução dos problemas de análise de Risco.

DEFINIÇÕES BÁSICAS DA TEORIA DE LÓGICA FUZZY

Para uma melhor compreensão da teoria de lógica fuzzy, a seguir se definirá os seguintes conceitos: conjuntos fuzzy, função de pertinência, princípio de extensão, variáveis lingüísticas, relações fuzzy, composição, operações de conjuntos fuzzy, base de regras fuzzy. Na definição de cada um deles, exemplos serão dados com base na análise do seguinte enunciado:

“Freire [64] menciona que a perda por corrosão em um duto pode ser avaliada pela idade do duto e o meio agressor no qual opera. Para a variável idade assume-se uma faixa de zero ate vinte anos, para o meio agressor uma faixa entre 0-1, na qual valores perto de zero ou um representam ambientes não corrosivos ou muito corrosivos respectivamente, e para a variável perda por corrosão entre 0 e 60% da espessura do duto. A relação entre as três variáveis é feita mediante regras fuzzy do tipo SE-ENTÃO da lógica fuzzy, com base nesta relação, a perda por corrosão no duto é uma função da idade e meio ambiente. No entanto, um outro especialista pode sugerir um outro modelo com base a novas regras fuzzy, o mesmo modificando a faixa de valores para qualquer das três variáveis.

Sendo assim, seja um especialista que considere que a perda por corrosão (**Z**) é relacionada pela soma da variável idade (**X**) e meio agressor (**Y**). O especialista considera que os valores de **X** variaram no intervalo 0 e 20 anos, para os valores de **Y** entre 0-30. Neste último, um resultado perto de zero indica um meio muito favorável para a corrosão, e perto de 30, um meio muito desfavorável. Com isto, o resultado de **Z**, estará entre 0 e 50. Considera-se também que as variáveis **X**, **Y** e **Z** somente poderão assumir valores inteiros.

Com o exposto, deseja-se gerar um modelo que relacione a variável idade, meio ambiente e perda por corrosão, baseada nas regras fuzzy do tipo SE-ENTÃO da lógica fuzzy, tal que, seus resultados obtidos sejam aproximados aos apresentados pelo especialista”.

3.1.1

VALORES LINGÜÍSTICOS

Um valor lingüístico não pode ser representado por números e sim por palavras ou sentenças expressadas em uma linguagem natural ou artificial. Palavras ou sentenças, em geral são menos precisas que os números, pois, os conceitos destas servem para dar significado a uma caracterização aproximada de um fenômeno, por exemplo: idade *baixo*, meio ambiente *muito* corrosivo, corrosão *média*, etc.

3.1.2

CONJUNTO FUZZY

Um conjunto fuzzy é uma coleção de dados, sem características bem definidas, isto é, sem limites estipulados, em que a pertinência parcial – valor entre 0 (exclusão completa) e 1 (inclusão completa) – é permitida. Formalmente um conjunto fuzzy é caracterizado por uma função de pertinência que mapea os elementos de um domínio X para o intervalo $[0,1]$, isto é, $\mu: X \rightarrow [0,1]$. De modo geral, um conjunto fuzzy M pode ser representado pela seguinte expressão: $M = \{x, \mu_M(x) | x \in X\}$, na qual:

- x : um elemento do conjunto fuzzy M
- $\mu_M(x)$: função de pertinência do conjunto fuzzy M
- X : universo de discurso de x

3.1.3

FUNÇÃO DE PERTINÊNCIA

Função de pertinência associada a um conjunto fuzzy M , representado por $\mu_M(x)$, permite definir as fronteiras de M dentro do universo de discurso, por exemplo, seja o conjunto fuzzy idade **alta**, representada por M :

$$\mu_M(x) = \begin{cases} \frac{x}{15}, & \text{se } x \in [0, 15] \\ 1, & \text{se } x > 15 \end{cases}$$

cuja representação gráfica é:

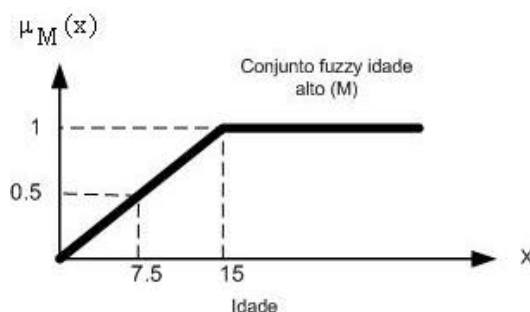


Figura 3.1: Representação gráfica de um conjunto fuzzy M

Ao valor de $\mu_M(x)$ é denominado grau de pertinência, assim, se este é igual a 1 significa que x pertence completamente ao conjunto fuzzy M , se é igual a 0 significa que x não pertence ao conjunto fuzzy M . Os valores entre $[0-1]$ significa que x pertence parcialmente ao conjunto fuzzy M . Na figura 3.1, os valores de x iguais a 7.5 e 15 tem grau de pertinência iguais a 0.5 e 1 respectivamente, isto significa, que x igual a 15 (maior grau de pertinência) tem ligação mais forte ao conjunto M se comparado x igual a 7.5 (menor grau de pertinência).

Na literatura podem-se encontrar diferentes tipos de função de pertinência, por exemplo, triangular, trapezoidal, sigmoidal, gaussiana, etc., destes tipos o mais utilizado é o triangular, devido a representação da informação de uma forma mais fácil, e também sua expressão matemática é simples, o que possibilita pouco esforço computacional.

3.1.4

CORTE α (α -CUT)

O corte α de um conjunto fuzzy M em um universo X , denotado por M_α , é o conjunto dos elementos de X cujos graus de pertinência são maiores ou iguais que o valor $\alpha \in [0,1]$. Assim, $M_\alpha = \{x \in X; \mu_M(x) \geq \alpha\}$. Por exemplo, o corte α igual a 0.5 no conjunto fuzzy da figura 3.1 é observado na figura 3.2.

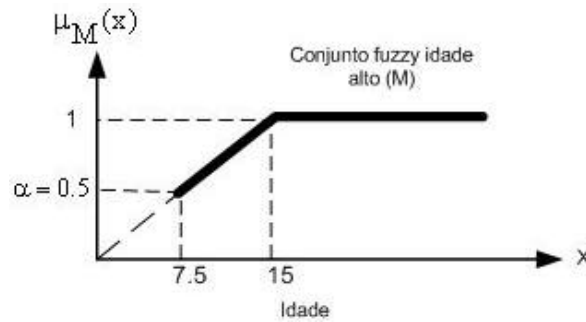


Figura 3.2: Representação gráfica de α -cut=0.5 no conjunto fuzzy M

3.1.5

PRINCÍPIO DE EXTENSÃO

“O princípio de extensão é um conceito básico da teoria de lógica fuzzy que sustenta a extensão das expressões matemáticas do domínio CRISP ao domínio fuzzy. Este procedimento generaliza o mapeamento pontual de uma função $f(\bullet)$ para um de conjuntos fuzzy” [65]. Por exemplo, seja o conjunto fuzzy idade média, denotado por M , do tipo triangular no domínio de X :

$$\mu_M = \begin{cases} \frac{x}{5} - 1 & 5 \leq x \leq 10 \\ -\frac{x}{5} + 3 & 10 \leq x \leq 15 \\ 0 & x \leq 5 \text{ e } x \geq 15 \end{cases}$$

Com este conjunto fuzzy **M**, a imagem refletida através de uma função qualquer, por exemplo, a função $Y=X^2$ gerará um conjunto fuzzy **P**, no universo de valores de **Y**, representada por:

$$\mu_P = \begin{cases} \left(\frac{x}{5} - 1\right)^2 & 25 \leq x \leq 100 \\ \left(-\frac{x}{5} + 3\right)^2 & 100 \leq x \leq 225 \\ 0 & x \leq 25 \text{ e } x \geq 225 \end{cases}$$

Cuja representação gráfica pode ser observada na figura 3.3

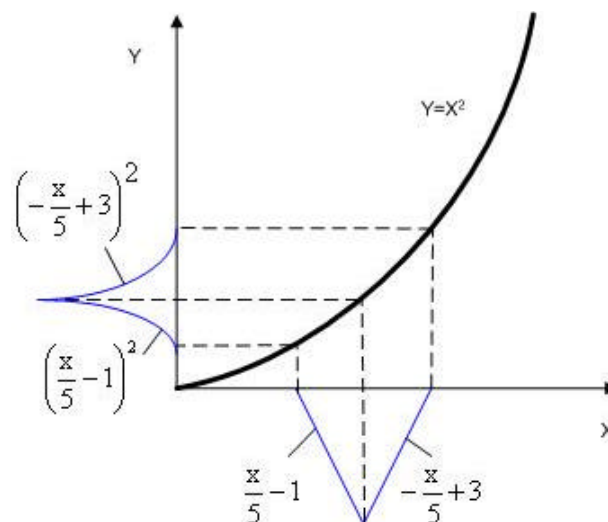


Figura 3.3: Imagem do conjunto fuzzy M ao conjunto fuzzy P através da função $y=x^2$

3.1.6

VARIÁVEL LINGÜÍSTICA (VL)

De forma geral, uma variável é expressa por valores numéricos, mas, se a variável é representada por meio de valores lingüísticos, esta é chamada de variável lingüística.

A definição formal de uma **VL** é:

$$VL = \{x, T(x), U, M\}$$

Na qual:

x : nome da variável lingüística

$T(x)$: conjuntos de valores lingüísticos que a **VL** pode aceitar

U : universo de discurso é o conjunto de valores que a **VL** pode assumir

M : são os conjuntos fuzzy associado a cada valor lingüístico.

Como exemplo apresenta-se na figura 3.4 a variável lingüística idade do duto, **X**, com quatro conjuntos fuzzy do tipo triangular definidos dentro do universo $[0,20]$.

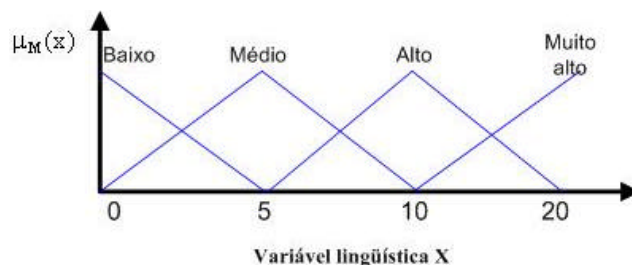


Figura 3.4: Variável lingüística **X** com quatro conjuntos fuzzy.

3.1.7

RELAÇÕES FUZZY

A noção de relações em engenharia é essencial para descobrir as relações entre dois conjuntos **A** e **B**. Na forma tradicional a relação entre os elementos de dois conjuntos **A** e **B** é outro conjunto $(A \times B)$ com valores para o grau de pertinência $(\mu_{A \times B}(x, y))$ iguais a **0** ou **1**. Onde zero significa que **x** não tem relação com **y**, e **1** significa que **x** tem relação com **y**. Nas relações fuzzy, **x** relaciona-se com **y** com um grau de pertinência entre $[0,1]$. Assim a relação **R**, onde $R = A \times B$, é outro conjunto fuzzy com uma função de pertinência $\mu_R : A \times B \rightarrow [0,1]$, onde **R** é igual a:

$$R = \{((x, y), \mu_R(x, y)) | \mu_R(x, y) \geq 0, x \in A, y \in B\}$$

Por exemplo, sejam os conjuntos **X** com elementos dados pelas causas que originam falha em um duto e **Y** com elementos que contem os tipos de danos que poderiam causar a falha no duto:

$$\begin{aligned} X &= \{\text{vibração, pressão, temperatura, chuva}\} \\ Y &= \{\text{fadiga, corrosão, corrosão - fadiga, fratura}\} \end{aligned}$$

Então a segundo a forma tradicional a relação **R** que indica **alta** influencia de **X** em **Y** denotado por $\mu_R(x_i, y_i)$ pode ser dado por:

$$\mu_R(x_i, y_i) = \begin{bmatrix} \text{fadiga} \\ \text{corrosão} \\ \text{corrosão - fadiga} \\ \text{fratura} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{vibração} & \text{pressão} & \text{temperatura} & \text{umidade} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Esta relação indica que a vibração tem alta influencia na fadiga (grau de pertinência igual a 1) enquanto que no tem alta influencia na corrosão (grau de pertinência igual a 0). A mesma relação **R**, pode ser obtida mediante a relação fuzzy, tal como se apresenta a seguir:

$$\mu_R(x_i, y_i) = \begin{bmatrix} \text{fadiga} \\ \text{corrosão} \\ \text{corrosão - fadiga} \\ \text{fratura} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{vibração} & \text{pressão} & \text{temperatura} & \text{umidade} \\ \begin{bmatrix} 0.9 & 0.6 & 0.7 & 0.4 \\ 0.4 & 0.5 & 0.7 & 0.5 \\ 0.95 & 0.8 & 0.9 & 0.7 \\ 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.5 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Já nesta relação se aceita que a vibração tem alta influencia na corrosão com um grau de pertinência igual a 0.4 no conjunto fuzzy alto. Desta a forma, nas relações fuzzy é permitido relacionar elementos de diferentes conjuntos por valores intermediários entre [0,1].

3.1.8

COMPOSIÇÃO MAX-MIN

Se duas relações fuzzy **R** e **S** são definidas baseadas nos conjuntos fuzzy **X**, **Y** e **Z**, tal que $R \subseteq X \times Y$ e $S \subseteq Y \times Z$, então a composição de **R** e **S**, representada como $R \bullet S$, é definida como:

$$\mu_{R \bullet S}(x, z) = \text{Max}[\text{Min}(\mu_R(x, y), \mu_S(y, z))]$$

A composição $R \bullet S$ pode ser interpretada como uma indicação da relação existente entre os conjuntos **X** e **Z**. Por exemplo, seja **X** o conjunto trechos de dutos: $X = \{\text{Duto1}, \text{Duto2}, \text{Duto3}\}$, **Y** um conjunto de tipos de danos atuantes nos dutos: $Y = \{\text{Corrosão}, \text{Dano por terceiros}, \text{Operações incorretas}\}$ e **Z** conjunto de programas de inspeção (**PI**): $Z = \{\text{PI1}, \text{PI3}, \text{PI2}\}$. Baseado nestes três conjuntos deseja-se saber que tipo de **PI** pode-se realizar nos três dutos, com base no conhecimento das relações entre $P=(X,Y)$ e $Q=(Y,Z)$:

$$P(X, Y) = \mu_P(x_i, y_i) = \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y1 & y2 & y3 \\ 0.2 & 0.8 & 0.8 \\ 0.5 & 0.7 & 0.9 \\ 0.8 & 0.7 & 0.9 \end{bmatrix}$$

$$Q(Y, Z) = \mu_Q(y_i, z_i) = \begin{bmatrix} y1 \\ y2 \\ y3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z1 & z2 & z3 \\ 1 & 0.5 & 0.2 \\ 0.5 & 1 & 0.2 \\ 0.2 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

Com estas duas relações, pode-se obter a relação **R** entre os conjuntos **X** e **Z**, aplicando a operação composição, $R = P \bullet Q$:

$$R(Y, Z) = P \bullet Q = \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z1 & z2 & z3 \\ 0.5 & 0.8 & 0.8 \\ 0.5 & 0.7 & 0.9 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix}$$

Desta relação, opta-se por realizar o **PI2** e **PI3** no duto 1, enquanto que no duto 2 recomenda-se fazer o **PI3** e para o duto 3 o **PI1** e **PI3**.

3.1.9

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS FUZZY

Sejam **A** e **B** conjuntos fuzzy definidos no universo de discurso **X**, com funções de pertinência $\mu_A(x)$, $\mu_B(x)$, tal com apresenta-se na figura 3.5.

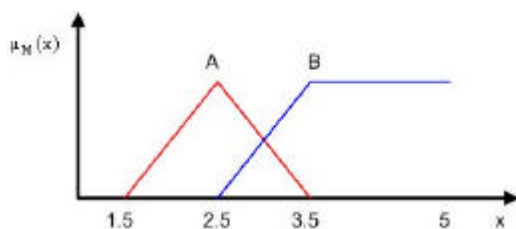


Figura 3.5: Conjuntos fuzzy A e B

Na qual:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} x-1 & 1.5 \leq x \leq 2.5 \\ 4-x & 2.5 \leq x \leq 3.5 \\ 0 & x \leq 1.5 \text{ e } x \geq 3.5 \end{cases} \quad \mu_B(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 2.5 \\ x-2 & 2.5 \leq x \leq 3.5 \\ 1 & x \geq 3.5 \end{cases}$$

Apresentam-se abaixo as operações básicas de união e interseção de conjuntos fuzzy.

1- A união de **A** com **B**, $A \cup B$, é igual ao significado do operador booleano **OU** (ver figura 3.6):

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in X$$

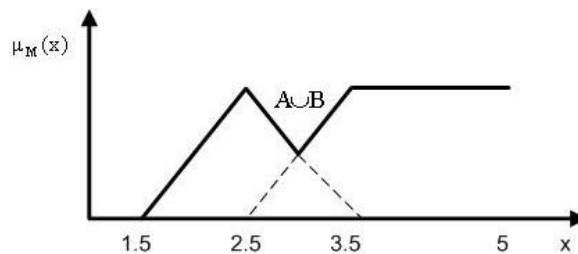


Figura 3.6: União dos conjuntos fuzzy A e B

2- A interseção de **A** com **B**, $A \cap B$ é igual ao significado do operador booleano **E** (ver figura 3.7):

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in X$$

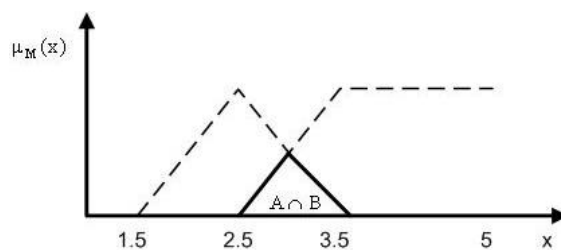


Figura 3.7: Interseção dos conjuntos fuzzy A e B

3.1.10

BASE DE REGRAS FUZZY

“ Uma regra fuzzy normalmente é formada por duas partes principais:

$$\text{Se } \langle \text{antecedente} \rangle \text{ Então } \langle \text{Consequente} \rangle$$

O antecedente é composto por um conjunto de condições que, quando satisfeitas (mesmo parcialmente), determinam o processamento do conseqüente da regra por um mecanismo de inferência fuzzy” [66].

As regras fuzzy relacionam os conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas de entradas com as saídas. Na maioria dos casos as regras fuzzy têm a forma de muitas variáveis lingüísticas de entradas e de saídas (**MIMO**). No entanto, demonstra-se que um **MIMO** com “**n**” entradas e “**q**” saídas pode ser descomposto em “**q**” regras com “**n**”

entradas e uma só saída (**MISO**) [68]. A forma de uma regra tipo **MISO** com duas variáveis lingüísticas de entradas e uma de saída é a seguinte:

Regra_i : SE X é igual a A_i e Y é igual a B_i então Z é igual a C_i

Onde:

Regra_i : i-ésima regra fuzzy da base de regras fuzzy.

X, Y : são as variáveis lingüísticas de entrada, por exemplo, idade do duto e meio agressor respectivamente.

Z : é a variável lingüística de saída, por exemplo, perda por corrosão.

A_i, B_i e C_i: são conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas X, Y e Z.

3.1.8

IMPLICAÇÃO

A regra fuzzy **SE X é igual a A_i então Z é igual a C_i**, é uma relação fuzzy expressa mediante uma implicação fuzzy $R = A_i \rightarrow C_i$. A relação **R** pode ser vista como um conjunto fuzzy com grau de pertinência bidimensional,

$$\mu_R(x, z) = f(\mu_{A_i}(x), \mu_{C_i}(z))$$

A função **f**, chamada de função de implicação, realiza a tarefa de transformar os graus de pertinência de **x** em A_i e de **z** em C_i, para **(x,z)** em A_i×C_i. Em [50] podem-se encontrar mais de 10 opções para a função de implicação **f**, no entanto, os tipos de implicação mais conhecidos são: MINIMO e PRODUTO. O primeiro, proposto por Mamdani, avalia a implicação fuzzy R mediante a expressão:

$$R = A \times C = \int_{A \times C} \mu_A(x) \wedge \mu_C(z) / (x, z)$$

na qual, “**^**” é o operador mínimo. No tipo de implicação PRODUTO, a implicação fuzzy R é calculada por:

$$R = A \times C = \int_{A \times C} \mu_A(x) \bullet \mu_B(z) / (x, z)$$

na qual $\bullet$ é o produto algébrico.

3.2

METODOLOGIAS PARA AVALIAR O RISCO BASEADO NA LÓGICA FUZZY

De um levantamento bibliográfico foram encontradas quatro metodologias diferentes, na qual a teoria de lógica fuzzy é aplicada na avaliação do Risco:

1.- *Inferência Mamdani* [9]: Proposto por Ebrahim Mamdani no ano 1975, esta é o tipo de inferência mais conhecida na lógica fuzzy. Este método foi o primeiro a ser aplicado ao controle de sistemas usando a teoria de lógica fuzzy.

Para obter a resposta final mediante a inferência de Mamdani, os operadores MINIMO para a implicação fuzzy e MAX-MIN para a composição fuzzy são aplicadas a cada uma das regras fuzzy, por exemplo, na figura 3.8, no detalhe A e A' apresenta-se a aplicação do operador MÍNIMO na ativação de duas regras fuzzy compostas por duas variáveis lingüísticas de entrada e uma de saída, no detalhe B e B' apresentam-se os resultados do operador MAX-MIN. Da realização destas operações são obtidos os conjuntos fuzzy em cada regra, com as quais são realizados os processos de agregação (detalhe C) e desfuzificação para obter o resultado final (detalhe D). A definição dos processos de agregação e desfuzificação, assim como mais informações da inferência Mamdani serão realizadas em 3.3.

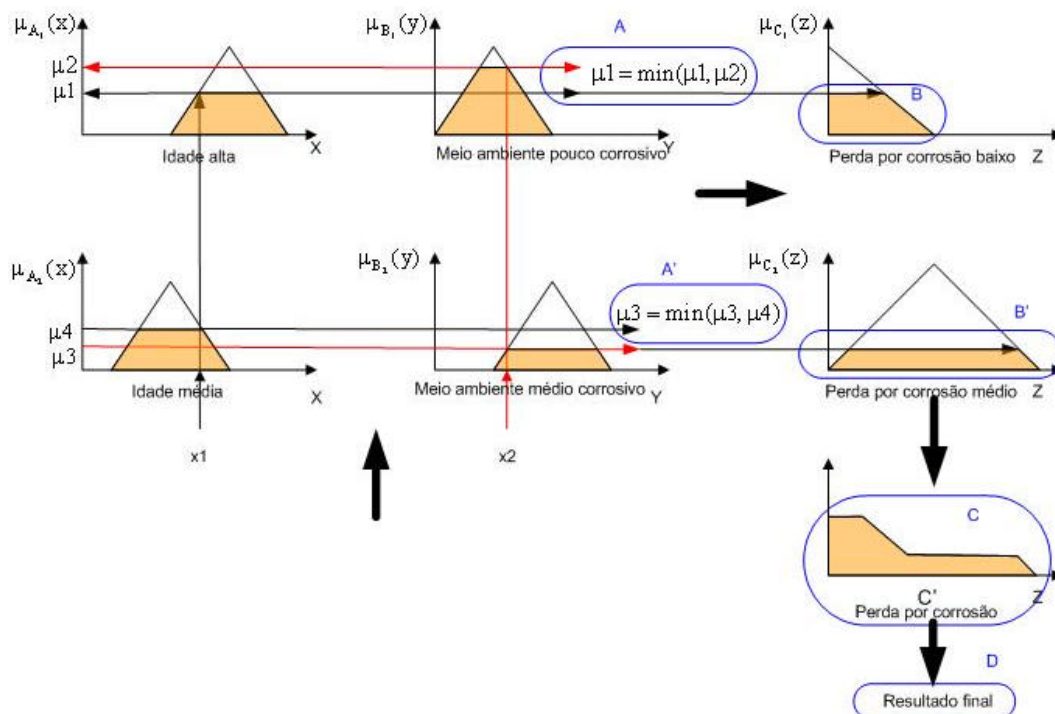


Figura 3.8: Procedimento geral da inferência Mamdani para obter a saída C' com base nos valores de entrada x_1 e x_2 .

2.- *Inferência monotônica* [18,19]: Na inferência monotônica a obtenção do resultado final é obtida diretamente da função de pertinência do conjunto fuzzy do antecedente, tal como apresentado na figura 3.9.

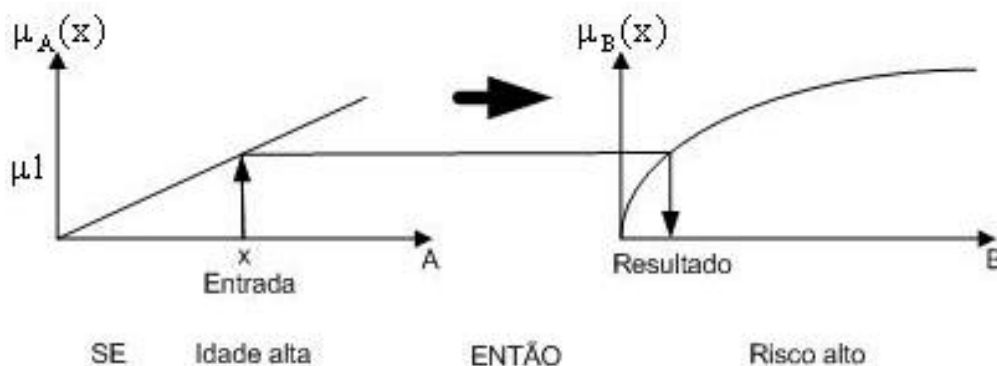


Figura 3.9: Procedimento geral da inferência monotônica para obter o resultado em base a uma variável de entrada x

No caso de aplicar a inferência monotônica para varias regras, o resultado final deveria ser avaliado como a média dos resultados de cada regra fuzzy, tal como está mostrada na figura 3.10.

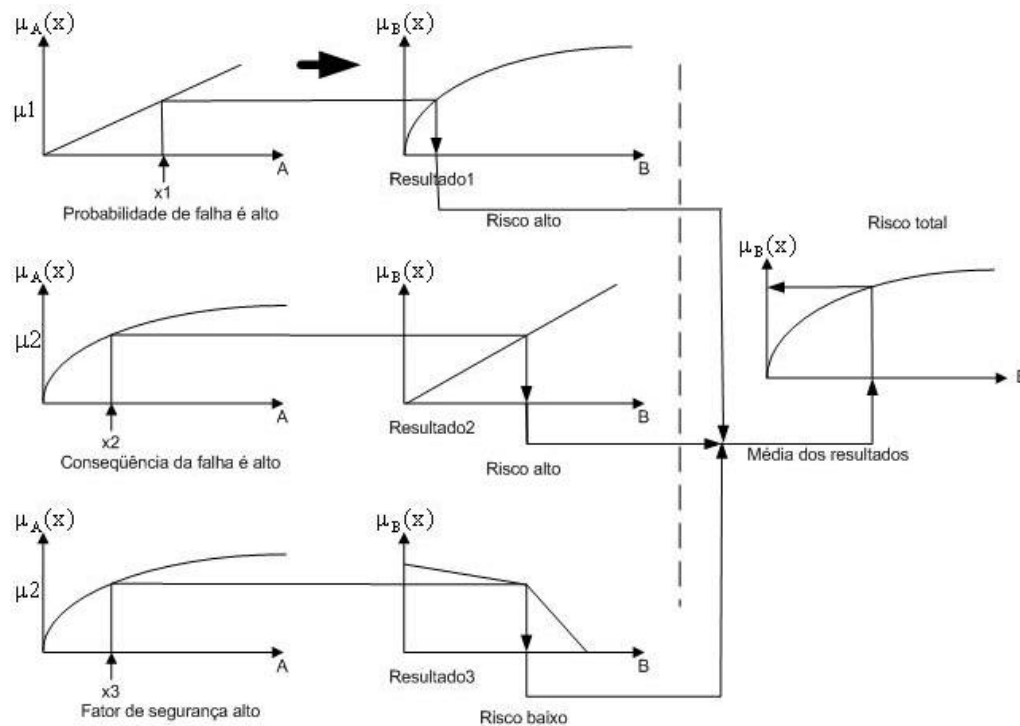


Figura 3.10: Procedimento geral da inferência monotônica para obter o resultados para três variáveis de x_1, x_2 e x_3

3.- *Teoria possibilística* [8]: os procedimentos que avaliam o Risco em engenharia precisam gerar resultados confiáveis, pois, o contrario pode ocasionar graves conseqüências para a sociedade. No entanto, na prática muitos destes procedimentos são relativamente novos fazendo-se necessários as avaliações subjetivas do especialista. Por muito tempo as experiências dos especialistas têm sido substituídas pela teoria de confiabilidade. Esta teoria tradicional baseia-se em dois fundamentos que são:

- *Consideração da probabilidade:* significa que o sistema deve ser caracterizado no contexto da probabilidade.

- *Condição de estado binário*: significa que o estado do sistema é bem definido para qualquer instante do tempo por dois estados, um de funcionamento e outro de não funcionamento.

De acordo com a teoria de probabilidade, o termo probabilidade deveria satisfazer as seguintes premissas: evento definido precisamente, condição repetitiva nos dados coletados do evento analisado e um tamanho grande de dados coletados.

Do exposto, podem observações fazer: (1) existem casos onde os eventos não são definidos exclusivamente por somente dois estados (funcionando e não funcionando), como por exemplo, Freire [64] considera um duto crítico quando apresenta uma perda de 70 % na espessura, já para 50 % de perda de espessura considera que o duto tem uma grande corrosão, enquanto para 20 % define-se como baixa corrosão e para 10% como se o duto não tive-se corrosão, com isto, a definição da criticidade do duto com base a perda de espessura por corrosão, não somente se realiza baseados em dois estados (crítico e não crítico), senão também com estados intermédios como alto, médio, baixo, etc., e (2) há situações onde não existe uma quantidade grande de dados, por conseguinte, em estas situações não pode ser aplicada a teoria de probabilidade, como é o caso do impacto da construção de um gasoduto na antártica ou em áreas de alta sensibilidade a acidentes, etc.

Com base nas observações feitas, surgiu a teoria de confiabilidade possibilística baseada na lógica fuzzy. Na confiabilidade possibilística existem três modelos bem definidos, os quais visam a avaliar a confiabilidade do sistema, estas são POSBIST [69], POSFUST [70] e PROSFUST [71,72]. Destes três modelos, o primeiro e o terceiro têm sido bastante estudados com relação ao segundo.

4.- *Método de Karwoski e Mital* [73]: Este método propõe avaliar o Risco com base na probabilidade de ocorrer um evento (**L**), a influencia do ambiente no evento (**E**) e as conseqüências ocasionadas se o evento ocorrer (**C**). Com isto, Karwoski e Mital consideram que **L**, **E** e **C** podem ser avaliados por valores lingüísticos em vez dos numéricos, tal como se apresentam na seguinte tabela:

Definições usadas na análise de Risco	Correspondentes valores lingüísticos
Probabilidade	
Freqüentemente	Muito provável
Absolutamente possível	provável
Inusual	Mais ou menos provável
Remotamente possível	Improvável
Possível mas altamente improvável	Muito improvável
Praticamente impossível	Impossível
Exposição	
Muitas vezes ao dia	Muito alto
Uma vez ao dia	Alto
Ocasionalmente	Moderado
Uma vez por mês	Mais o menos baixo
Raramente	Baixo
Muito raro	Muito baixo
Conseqüências	
Catastrófico, sobre 10^7 e muitas fatalidades.	Extremamente alto
Desastroso, $10^7 - 10^6$ e fatalidades	Muito alto
Muito sério, $10^6 - 10^5$ e uma fatalidade	Alto
Sério, $10^5 - 10^4$ e sério perigo.	Médio
Importante, $10^4 - 10^3$ e fora de serviço.	Mais ou menos médio
Sensível, $10^3 - 10^2$ e primeiros auxílios.	Baixo

Tabela 3.1: Valores lingüísticos para L, C e E dados por Karwoski e Mital [38]:

E para relacionar os valores lingüísticos de L, E, C com o Risco (**R**) Karwoski e Mital propõem a seguinte expressão, $R = C \bullet E \times L$, na qual, “ $\bullet$ ” é o operador composição e “ $\times$ ” o operador produto cartesiano.

Da comparação destes quatro métodos, pode-se mencionar que o método proposto por Karwoski e Mital considera que todas as variáveis que influenciam no Risco, deveriam ser avaliadas através do **L**, **E** ou **C**. Esta forma de avaliar o Risco é mais restrito se comprado com o método de Mamdani, na qual, as variáveis influentes no Risco se relacionam por meio das regras fuzzy do tipo: **Se** CORROSÃO *é* severa **e** **e** INSPEÇÃO *é* ótima **então** RISCO *é* alto. Nesta regra, o número de variáveis lingüísticas (CORROSÃO e INSPEÇÃO) que se podem associar é ilimitado, no entanto, não se recomenda associar mais de 7 variáveis lingüísticas, devido a maior

quantidade de variáveis lingüísticas mais difícil de gerar boas regras. Uma vantagem da inferência Mamdani está na possibilidade de que o modelo usado que avalie o Risco possa ser atualizado na incorporação de novas regras.

Na inferência monotônica podem-se também associar as diversas variáveis com o Risco, no entanto, esta é limitada a associar somente uma variável lingüística de entrada com outra de saída. Esta limitação o faz mais restrita e menor geral se comparada com a inferência Mamdani.

Com relação aos métodos que aplicam a teoria possibilística para avaliar o Risco, estas não limitam a quantidade de variáveis na sua análise, no entanto, a avaliação de cada variável requer representá-la mediante os números fuzzy, o que significa determinar as dispersões da esquerda e direita respeito ao valor médio que a variável possa assumir.

Em resumo, na inferência Mamdani e na teoria possibilística podem-se relacionar muitas variáveis com a variável Risco, enquanto na inferência monotônica limita-se a relacionar um variável por vez, já no método proposto por Karwowski e Mital somente podem-se relacionar três variáveis.

Com base nas comparações das quatro alternativas, na presente tese se estudará com maior profundidade os métodos que aplicam a inferência Mamdani e a teoria possibilística na avaliação do Risco por serem mais genéricos e menos restritos se comparados com os outros dois métodos.

3.3

INFERÊNCIA MAMDANI

Na inferência Mamdani [9,67], a forma geral de uma base com regras tipo MISO com duas variáveis lingüísticas de entrada **X** e **Y** e uma de saída **Z** tem a seguinte forma:

Entradas	:	Se	x é A'	e	y é B'	
R_1	:	Se	x é A_1	e	y é B_1	então z é C_1
R_2	:	Se	x é A_2	e	y é B_2	então z é C_2
...	...					...
...	...					...
R_n	:	Se	x é A_n	e	y é B_n	então z é C_n
Saida	:					z é C'

Na qual, A' e B' são os valores das variáveis lingüísticas de entrada, estes podem ser representados por valores CRISP ou lingüísticos; $R_1, R_2, \dots, R_n$ são as regras fuzzy que relacionam as duas variáveis lingüísticas com a variável lingüística de saída e C' é o valor resultante da variável lingüística de saída z .

A expressão para calcular C' é a seguinte [50]:

$$C' = \bigcup_{i=1}^n \left(\left[A' \bullet Rc(A_i, C_i) \right] \cap \left[B' \bullet Rc(B_i, C_i) \right] \right)$$

Na qual:

Rc é o operador implicação, “ $\bullet$ ” é o operador composição, $\bigcup$ o operador união e $\cap$ o operador interseção. Na expressão anterior, o resultado gerado pela expressão que está entre parênteses, é o resultado dado por cada uma das regras fuzzy. Assim, a união de todos os resultados de cada regra, será igual a C' . Ao processo de obter a resposta de C' com base na união das repostas de cada regra, chama-se de processo de agregação pelo método máximo. Na figura 3.11, observa-se a obtenção de C' mediante o método de agregação máximo da ativação de duas regras fuzzy.

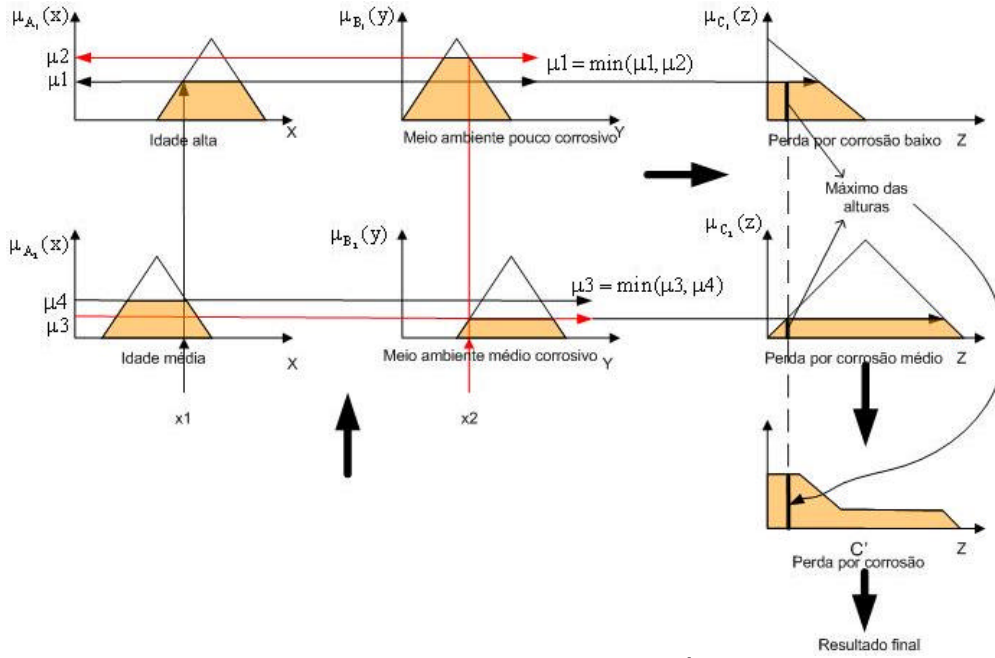


Figura 3.11: Inferência Mamdani com método de agregação MÁXIMO

Em [68] menciona que a obtenção de C' também pode ser realizado pelo método de agregação do tipo soma, tal como apresentado na seguinte expressão:

$$C' = \sum_{i=1}^n \left(\left[A' \bullet Rc(A_i, C_i) \right] \cap \left[B' \bullet Rc(B_i, C_i) \right] \right)$$

Neste caso, C' é obtida da soma de todas as respostas obtidas de cada uma das regras fuzzy. Na figura 3.12, mostra-se como o método de agregação soma é aplicado para obter C' mediante a ativação de duas regras fuzzy.

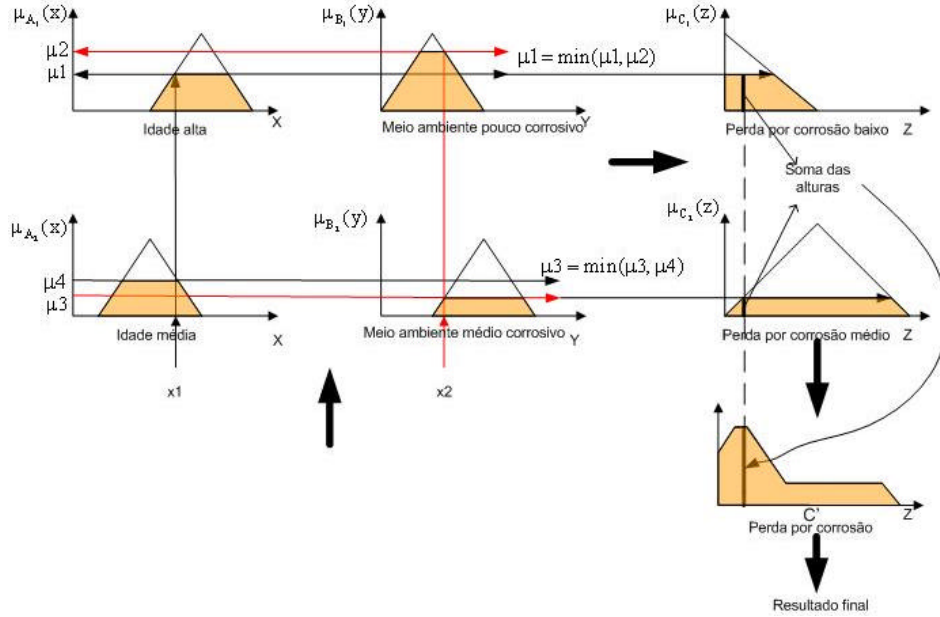


Figura 3.12: Inferência Mamdani com método de agregação SOMA

A escolha do método de agregação dependerá do tipo de problema, no entanto, esta deve garantir que a agregação seja capaz de transmitir adequadamente o conhecimento explicitado pelo conjunto de regras fuzzy. Outros métodos de agregação mencionados em [57] são a média das alturas ou do peso estatístico.

Com o valor obtido C' , a metodologia Mamdani realiza o processo de desfuzzificação objetivando obter uma saída tipo CRISP para z . Esta saída é necessária por que na maioria das aplicações necessita-se tomar decisões com base nos resultados. Em [74] menciona-se a existência de cinco métodos de desfuzzificação:

O método do centróide (CENTROIDE): Este método de desfuzzificação considera que a saída CRISP é igual ao o centro de gravidade $\bar{z}$ de todas as possíveis soluções dadas por C' , a qual é avaliada mediante a seguinte expressão:

$$\bar{z} = \frac{\int z \times \mu_{C'}(z) dz}{\int \mu_{C'}(z) dz}$$

Método que considera o valor médio dos pontos máximos (MOM): Este avalia $\bar{Z}$ como a média dos valores máximos contidas em C' .

Método que considera o valor máximo dos máximos (LOM): Conceitualmente significa o mesmo do MOM, porém, em vez de calcular a média dos máximos, calcula-se o máximo dos máximos.

Método que considera o valor mínimo dos máximos (SOM): Este avalia $\bar{Z}$ como o valor mínimo dos mínimos.

Método BISECTOR: Este método considera que a saída determinística $\bar{Z}$ é igual ao valor de z que divide a C' em duas áreas equivalentes

Na figura 3.13 apresenta-se esquematicamente como cada tipo de desfuzificação obtém o resultado final dado um conjunto fuzzy de saída C' .

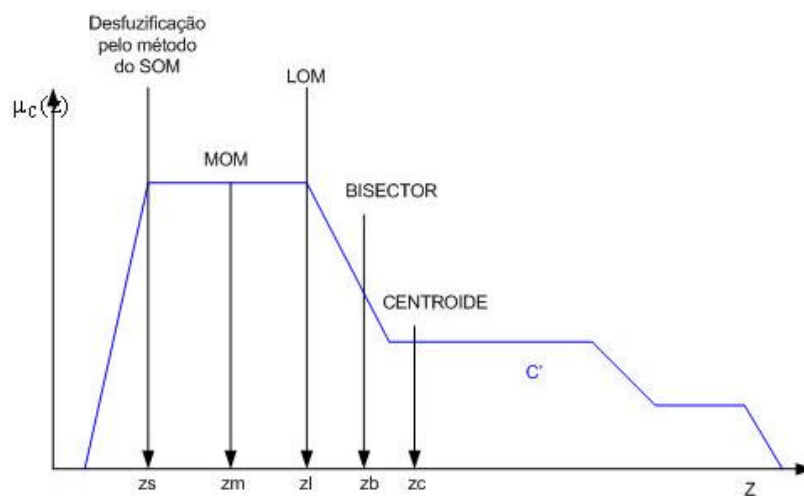


Figura 3.13: Valores z_s, z_m, z_l, z_b e z_c obtidos segundo diferentes métodos de desfuzificação.

3.3.1

SISTEMAS DE LÓGICA FUZZY

A aplicação da inferência Mamdani é feita através do chamado sistema de lógica fuzzy (SLF). Não existe um procedimento definido para a construção deste sistema, no entanto a sua estrutura é muito similar a estrutura dos sistemas de controle [75].

De forma geral, um SLF é composto por quatro partes, a seguir (ver figura 3.14):

- 1- *Fuzificador*: sua função é transformar os valores determinísticos de entrada em valores fuzzy.
- 2- *Base de regras fuzzy*: representa o conhecimento do problema mediante regras da forma: SE-ENTÃO.
- 3- *Área de inferência*: estabelece a relação entre as variáveis fuzzy de entrada e saída.
- 4- *Desfuzificador*: transforma os valores fuzzy de saída em valores determinísticos.



Figura 3.14: Estrutura de um sistema de lógica fuzzy

O funcionamento de um SLF começa com a fuzificação dos dados das variáveis lingüísticas, os quais podem ser expressos mediante números ou conjuntos fuzzy, a continuação executa-se o processo de inferência Mamdani para cada uma das regras fuzzy, finalmente realiza-se o processo de agregação e desfuzificação.

3.3.2

IDENTIFICAÇÃO DE UM SISTEMA FUZZY

Independente do problema a resolver, o sucesso do SLF encontra-se associado em identificar:

- (1) a melhor base de regras fuzzy,
- (2) o melhor tipo de agregação,
- (3) o melhor tipo de desfuzificação,
- (4) a quantidade ótima de conjuntos fuzzy,
- (5) o melhor tipo de inferência e
- (6) o melhor tipo de função de pertinência para a solução de um determinado problema.

A identificação destas seis características dos SFL variam de problema a problema, sendo assim, uma boa escolha destas influenciará grandemente no desempenho do SLF. Andreas Bastian [21] menciona que na bibliografia pode-se encontrar diversos trabalhos onde se identificam algumas das características, no entanto, são raros os trabalhos nos quais se analisa todas as características, nesta tese serão identificados as quatro primeiras características, e com relação as duas últimas, serão definidas a inferência Mamdani e tipo triangular.

Para facilitar a análise das quatro características, foi desenvolvido um aplicativo com uma interface gráfica que possibilitará a análise do desempenho de um SLF. A descrição desta interface gráfica pode-se dividir em duas partes.

A primeira parte faz uso do TOOLBOX fuzzy do software MATLAB para gerar o **SLF** cujo objetivo é aproximar a função soma, multiplicação e divisão, isto significa, que o **SLF** gerado terá duas variáveis lingüísticas de entrada, **X** e **Y**, e uma variável de lingüística de saída **Z**. Este aplicativo permite selecionar o tipo de agregação (soma e máximo), desfuzificação (Centroide, Bisector, SOM, MOM e LOM) e o tipo de técnica para gerar a base de regras. Nesta última, existem três tipos de técnicas para gerar a base de regras, que estão baseados no princípio de extensão, no valor máximo dos conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas de entrada e no Método de Ishibuchi [76], a descrição das três técnicas será realizada em 3.3.2.1.

Na figura 3.15 apresenta-se a visualização gráfica do exposto.

Limites da variável X: [0 20]
 Limites da variável Y: [0 30]
 Relação entre as variáveis X e Y: +
 Discretização da variável X: 1
 Discretização da variável Y: 1

Número de conjuntos fuzzy {X}: 4
 Número de conjuntos fuzzy {Y}: 4

Tipo de agregação: Máximo
 Tipo de desfuzificação: Centroide
 Método de geração de regras: Valores máximo

Número de variáveis lingüísticas {X+Y} - Método Ishibuchi: 4
 alpha: 2.5

Figura 3.15: Entrada de dados no aplicativo.

Nela, as primeiras duas caixas brancas servem para limitar o intervalo de valores das variáveis lingüísticas **X** e **Y**, enquanto que a terceira caixa branca serve para escolher a relação que tem **X** e **Y** para determinar a variável de saída **Z**. As seguintes duas caixas brancas servem para estabelecer a discretização a ser usada em cada variável **X** e **Y**. Assim, com estas cinco informações, o aplicativo gera uma base de dados, que servirá para comparar o desempenho do SLF que será gerado. As seguintes duas caixas brancas, servem para estabelecer os números de conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas **X** e **Y**. A continuação encontra-se duas caixas que possibilitam escolher os tipos de agregação e desfuzificação, e ainda, uma caixa para selecionar o método de geração de regras. Nela existem quatro métodos, a primeira baseada nos valores máximos dos conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas de entrada, a segunda baseada

no princípio de extensão e as duas últimas baseadas no método de Ishibuchi. As duas últimas caixas brancas são informações que requer o método de Ishibuchi, estas não são necessárias para os dois primeiros métodos de geração de regras.

Com estas informações, os resultados gerados pelo aplicativo são o cálculo do erro quadrático, erro quadrático médio e a variação observada entre os resultados gerados pelo SLF e as informações contidas na base de dados. Na figura 3.16 apresenta-se a visualização gerada pelo aplicativo.

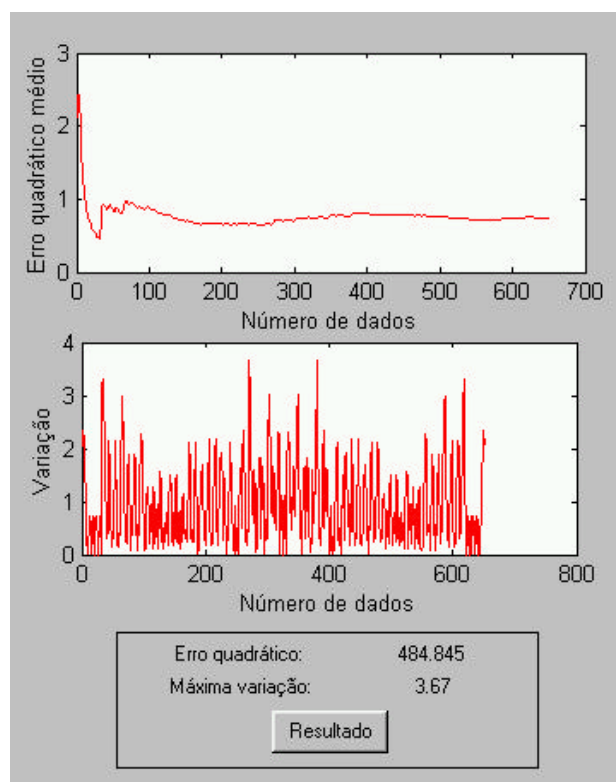


Figura 3.16: Obtenção de resultados do aplicativo

Além destes resultados, a primeira parte do aplicativo gera o SLF segundo o formato do TOOLBOX FUZZY do software MATLAB.

A segunda parte do aplicativo permite representar os valores de **X** e **Y** mediante a forma de conjuntos fuzzy, isto significa, considerar incerteza sobre as avaliações CRISP de **X** e **Y**. As restrições desta segunda parte do aplicativo é que somente permite representar os valores de **X** e **Y** mediante a forma triangular e que a determinação da base de regras seja realizada segundo o método dos valores

máximos. Isto por que o tipo de representação mediante os conjuntos fuzzy tipo triangular são os mais aplicados na lógica fuzzy e o método de geração de regras pelo método dos valores máximos foi o que apresentou melhores resultados comparados com os outros três métodos (isto se tratará em 3.3.2.1). Na figura 3.17 apresenta-se a visualização gráfica da segunda parte do aplicativo.

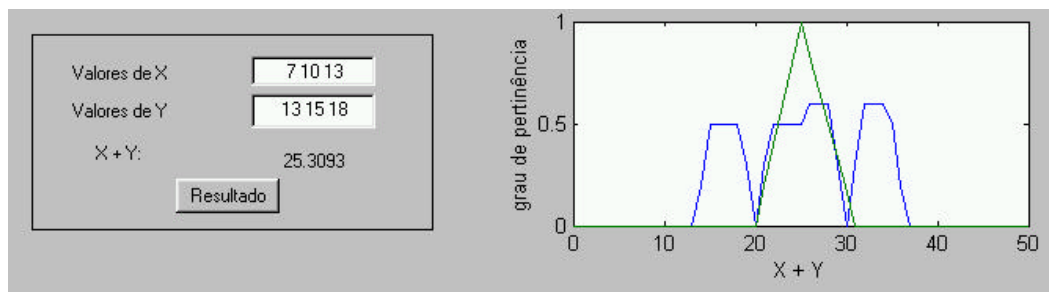


Figura 3.17: Entrada de dados em forma CRISP ou por números fuzzy no aplicativo.

Na figura 3.17, as caixas brancas são para representar os valores fuzzy, tipo triangular, das variáveis lingüísticas X e Y. Em cada caixa branca, existem três números, o primeiro representa o vértice inferior esquerdo do triângulo, o segundo o vértice médio superior e o ultimo o vértice inferior direito do triângulo. Debaixo da segunda caixa encontra-se o resultado final obtido do SLF gerado com as características estabelecidas na primeira parte. No lado direito da figura 3.17, apresentam-se os resultados gerados pelo SLF (linha de cor azul) e o resultado esperado (linha de cor verde).

Logo mais, com ajuda do aplicativo gerado, se realizará uma análise para selecionar o método para gerar a base de regras, tipo de agregação, desfuzificação e a quantidade ideal de conjuntos fuzzy.

3.3.2.1

BASE DE REGRAS

Uma base de regras fuzzy pode ser gerada baseada na experiência do especialista ou por técnicas geradoras de regras. Se a base de regras for gerada pelo especialista, o

sucesso do SLF dependerá do quão confiáveis são as regras dadas por ele. Se uma técnica geradora for usada, o sucesso estará em função do desempenho do algoritmo gerador de regras, neste caso, é preciso a existência de uma base de dados para avaliar o desempenho.

Na literatura encontram-se diferentes métodos para gerar regras, aqui serão analisados três métodos diferentes. A primeira será baseada no princípio de extensão, a segunda nos valores máximos dos conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas de entradas, finalmente, a terceira é uma adaptação do trabalho desenvolvido por Ishibuchi [76]. As duas primeiras metodologias são propostas nesta tese, objetivando “*fuzificar o modelo de Muhlbauer*”, na qual as variáveis estão relacionadas por meio de operações soma, divisão ou multiplicação. A comparação dos resultados destas duas propostas foram realizadas com os resultados do modelo proposto por Ishibuchi [76], este modelo gera as regras fuzzy com base nas informações de uma base de dados. A escolha da metodologia de Ishibuchi como referência para a comparação, deve-se a facilidade de implementá-lo em um programa computacional, além, Ishibuchi, um professor da universidade de Osaka – Japon, é pesquisador com ampla experiência na área de lógica fuzzy com mais de trinta publicações em revistas internacionais, por exemplo, *Fuzzy Set and Systems*, com o exposto, a continuação se explicará as três metodologias.

3.3.2.1.1

MÉTODO DE GERAÇÃO DE REGRAS BASEADA NO PRINCÍPIO DE EXTENSÃO

Com base na definição do princípio de extensão explicado em 3.1.5, desenvolveu-se uma metodologia para a geração de regras, a qual requer o conhecimento da função f que relacione as variáveis lingüísticas de entrada e saída. Esta metodologia pode ser implementado através dos 5 passos a seguir:

1.- Definir uma função f , seja por exemplo:

$$z = f(X, Y) = X + Y, \forall X \in [0 - 20] \wedge Y \in [0 - 30]$$

- 2.- Definir os conjuntos fuzzy triangulares A_i e B_j para as variáveis lingüísticas X e Y . Onde $i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, m$, sendo “n” e “m” a quantidade de conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas X e Y .
- 3.- Aplicar o princípio de extensão para obter o conjunto fuzzy $C_{(i-1)m+j}$, que é imagem de A_i e B_j obtido através da função $f(X, Y)$.
- 4.- A regra associada a esta imagem é: **SE X é A_i e Y é B_j então Z é $C_{(i-1)m+j}$**
- 5.- Repetir os passos 3 e 4 para todos os valores de i e j .

Para visualizar o desempenho de um SLF que utilize o método de geração de regras descrito, se apresentaram os resultados do erro quadrático, erro quadrático médio e máxima variação obtida na solução do exemplo enunciado em 3.1. Na figura 3.18 apresentam-se os resultados gerados pelo aplicativo descrito em 3.3.2.

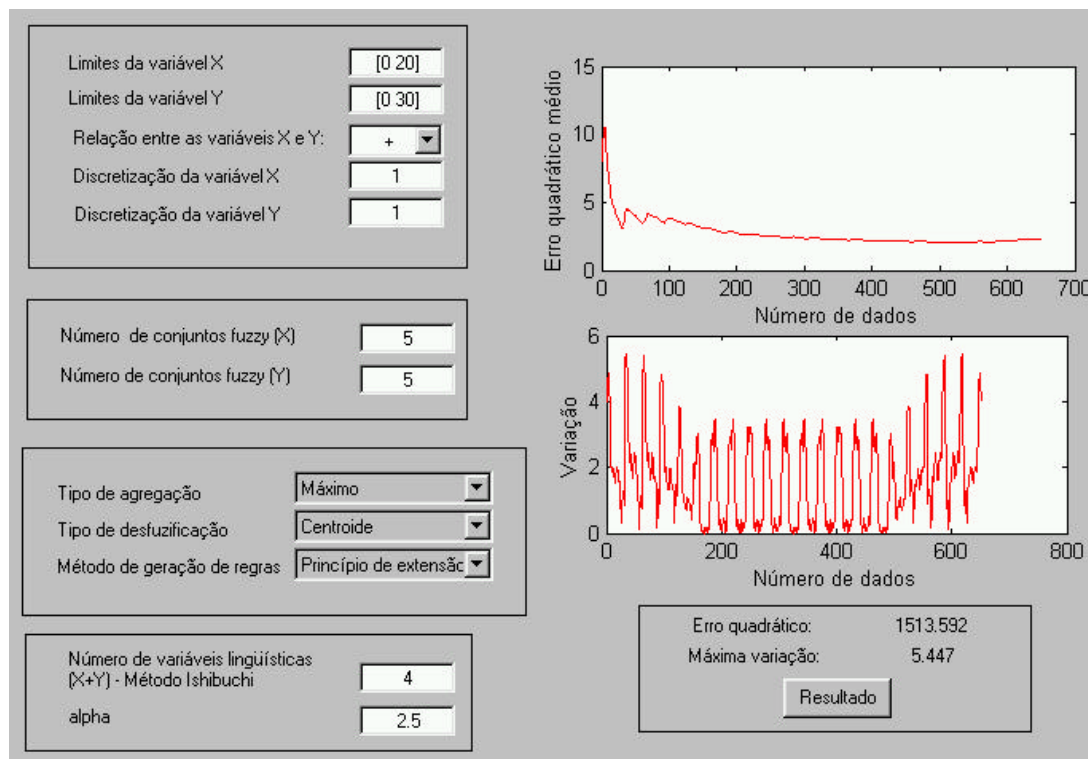


Figura 3.18: Resultado obtido pelo aplicativo 1.

Os resultados apresentados na figura 3.18 corresponde para o método de agregação tipo MÁXIMO, tipo de desfuzificação tipo CENTROIDE e com 5 conjuntos fuzzy tipo triangular distribuídos uniformemente no universo de discurso das variáveis lingüísticas **X** e **Y**. Na figura 3.19 apresenta-se os 5 conjuntos fuzzy para a variável lingüística **X** gerado pelo TOOLBOX fuzzy do MATLAB.

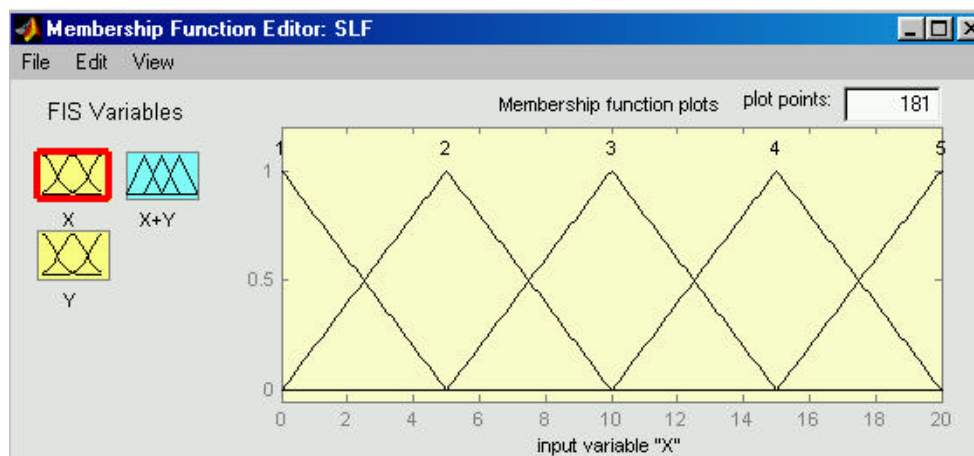


Figura 3.19: Conjuntos fuzzy gerados pelo aplicativo para a variável lingüística **X**.

3.3.2.1.2

MÉTODO DE GERAÇÃO DE REGRAS BASEADO NOS VALORES MÁXIMOS DOS CONJUNTOS FUZZY

Esta metodologia diferencia-se da anterior, em que o princípio de extensão somente é aplicado nos valores máximos dos conjuntos fuzzy, isto é, quando o valor do grau de pertinência for igual a um, em quanto na primeira metodologia é aplicada em todos os valores dos conjuntos fuzzy, ou seja, quando o valor do grau de pertinência varia de zero até um. Esta diferença origina que ambas metodologias gerem diferentes quantidades de conjuntos fuzzy. A explicação desta metodologia pode ser dividido em dez passo a seguir:

1- Definir as variáveis lingüísticas de entradas e saídas, como também o domínio de cada variável. Seja por exemplo as variáveis de entradas: **X** e **Y**, como também, variável de saída a **Z**, sendo que $X \in [0 - 20] \wedge Y \in [0 - 30] \wedge Z \in [0 - 50]$

2.- Definir os conjuntos fuzzy triangulares A_i e B_j para as variáveis lingüísticas X e Y . Na qual $i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, m$, sendo n e m a quantidade de conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas X e Y .

4.- Encontrar a função f que aproxime as variáveis de entradas com a variável de saída.

5.- Para cada conjunto fuzzy A_i e B_j das variáveis de entradas, extrair os valores x_i e y_j tal que possuam um grau de pertinência igual a um.

6.- Com os valores x_i e y_j , encontrar o valor $z_{(i-1)m+j}$ através da função f encontrada no passo quatro.

7.- Formar a matriz $M = [i \ j \ z_{(i-1)m+j}]$.

8.- Mantendo livre a primeira e a segunda coluna da matriz M , ordenar em forma descendente a terceira coluna da matriz M . Assim se produzirá uma nova matriz denominada $M \downarrow$.

9.- Cada “s”- ésima fila ($s=1, \dots, nxm$) da matriz $M \downarrow$ representará o seguinte:

- um conjunto fuzzy tipo triangular para a variável lingüística de saída, com a seguinte representação:

$$Z(s) = [M(s-1,3) \ M(s,3) \ M(s+1,3)]$$

- uma regra fuzzy do tipo:

$$\text{SE } X \text{ é } A_{M(s,1)} \text{ e } Y \text{ é } B_{M(s,2)} \text{ então } Z \text{ é } Z(s)$$

10.- Fazer passos 5,6,7,8 e 9 para todos os valores de “i” e “j”.

Na figura 3.20 apresenta-se o mesmo caso apresentado na figura 3.18, exceto que nesta figura, a base de regras foi gerada pelo método dos valores máximos dos conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas de entrada.

Os resultados da figura 3.20, são obtidos para o método de agregação tipo máximo, tipo de desfuzificação centroide e cinco conjuntos fuzzy para as duas variáveis lingüísticas X e Y .

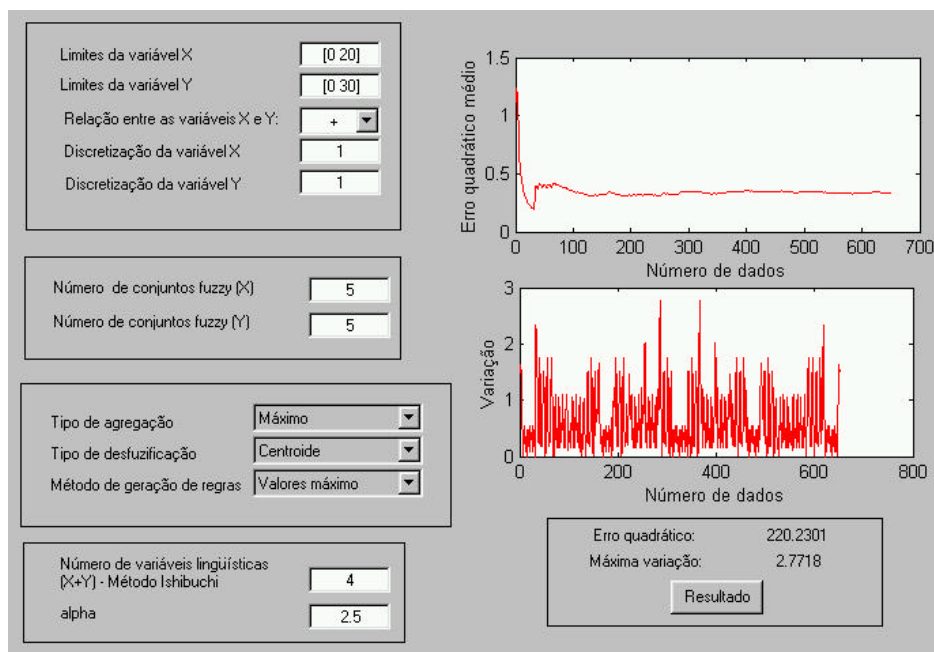


Figura 3.20: Resultado obtido pelo aplicativo 2.

3.3.2.1.3

MÉTODO DE GERAÇÃO DE REGRAS BASEADO NO MÉTODO DE ISHIBUCHI

O procedimento proposto por Ishibuchi encontra-se explicado em 19 folhas do trabalho [51], as quais foram necessárias estudá-la para implementá-lo em um programa computacional. Como resultado deste estudo, a metodologia proposta por Ishibuchi pode ser resumida em dez passos a seguir:

- 1.- Definir as variáveis lingüísticas de entradas e de saídas, como também o domínio de cada variável. Seja por exemplo, as variáveis de entradas: X e Y, como também, variável de saída a Z, sendo que $X \in [0 - 20] \wedge Y \in [0 - 30] \wedge Z \in [0 - 50]$
- 2.- Normalizar as variáveis de entradas e saída, tal que seus domínios fiquem entre [0-1].
- 3.- Definir os conjuntos fuzzy triangulares A_i e B_j para as variáveis lingüísticas X e Y. Onde $i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, m$, sendo “n” e “m” a quantidade de conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas X e Y.

3.- Definir os conjuntos fuzzy triangulares Z_k para a variável lingüísticas Z . Onde $k = 1, \dots, r$, sendo “ r ” a quantidade de conjuntos fuzzy da variável lingüísticas Z .

4.- Gerar a base de dados numéricos para as variáveis lingüísticas de entradas e saída. Seja por exemplo “ m ” dados para X , Y e Z . Com isso formar as matrizes $V_p = [X \ Y]$ e $T_p = [Z]$, onde $p=1, \dots, m$.

5.- Calcular os valores de W mediante a seguinte expressão: $W_{ij}(V_p) = \{\mu_{ij}(V_p)\}^\alpha$, onde α é um parâmetro que serve para ajustar os resultados.

6.- Calcular os valores b mediante a seguinte expressão:

$$b_{ij} = \sum_{p=1}^m W_{ij}(V_p) \times T_p / W_{ij}(V_p)$$

7.- Este método gera duas bases de regras, chamadas de primária e secundária com base nos resultados de b_{ij} .

8.- As regras da base primária (BP) têm a seguinte forma:

Se X é A_i e Y é B_i então Z é Z^*_{ij} , com um grau de certeza dada por CF^*_{ij}

9.- As regras da base secundária (BS) têm a seguinte forma:

Se X é A_i e Y é B_i então Z é Z^{}_{ij} , com um grau de certeza dada por CF^{**}_{ij}**

Para maiores detalhes de Z^*_{ij} , Z^{**}_{ij} , CF^*_{ij} e CF^{**}_{ij} ver referência [51].

10.- Calcular a saída T^* mediante a seguinte expressão:

$$T^*(V_p) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left\{ \mu_{ij}(V_p) \times \bar{Z}^*_{ij} \times CF^*_{ij} + \mu_{ij}(V_p) \times \bar{Z}^{**}_{ij} \times CF^{**}_{ij} \right\}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left\{ \mu_{ij}(V_p) \times CF^*_{ij} + \mu_{ij}(V_p) \times CF^{**}_{ij} \right\}}$$

Na figura 3.21 apresenta-se os resultados gerados pelo SLF, no qual, sua base de regras foi gerada mediante o método Ishibuchi.

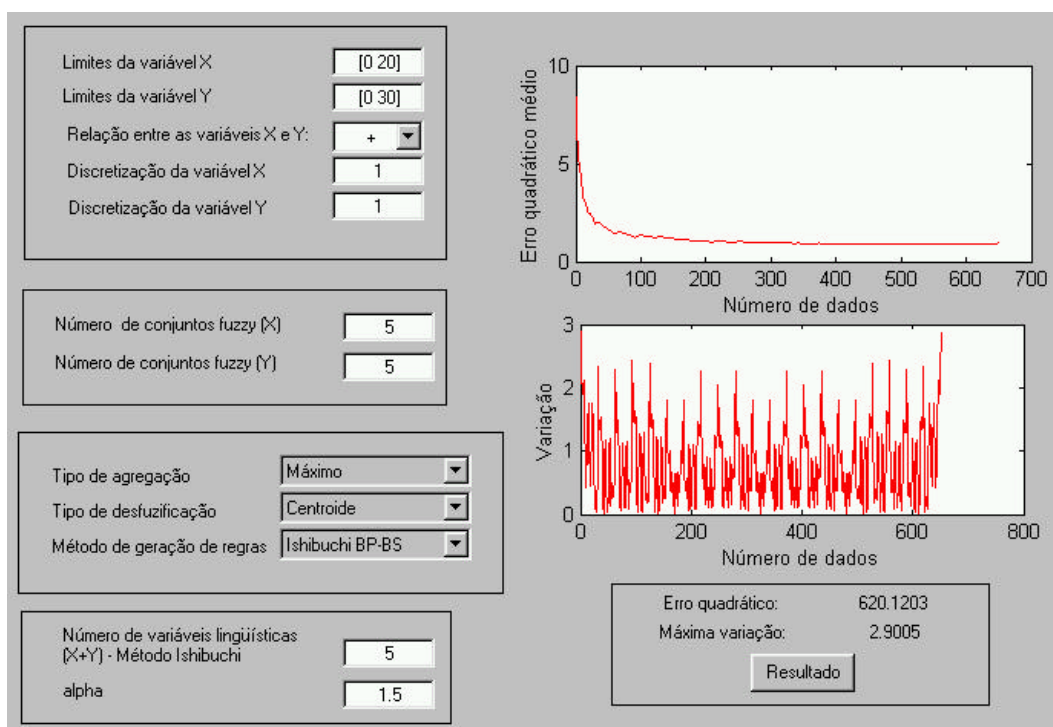


Figura 3.21: Resultado obtido pelo aplicativo 3.

Os resultados da figura 3.21 não foram obtidos para o método de agregação do tipo máximo e de desfuzificação tipo centroide, já que, o método Ishibuchi considera seus próprios métodos de agregação e desfuzificação os quais estão expressos no passo 10. Outra diferença com relação aos outros dois modelos, é que o modelo Ishibuchi requer informação adicional para gerar a base de regras, como é a quantidade de conjuntos fuzzy para a variável linguística de saída e valor de ajuste, alpha. Neste caso, considerou-se um valor de 1.5, já que, com este valor o SLF tem menor erro quadrático, no entanto, não garante ter a menor variação, pois, com um valor de alpha igual a 2.5, tem-se uma máxima variação de 2.5 que é menor a 2.9, a qual foi obtida para alpha igual a 1.5, como poder ser observada na figura 3.21.

Na figura 3.22, apresenta-se os resultados dados pelo mesmo SLF gerado pelo aplicativo, no entanto, para a avaliação do seu desempenho só se considerará a base primária.

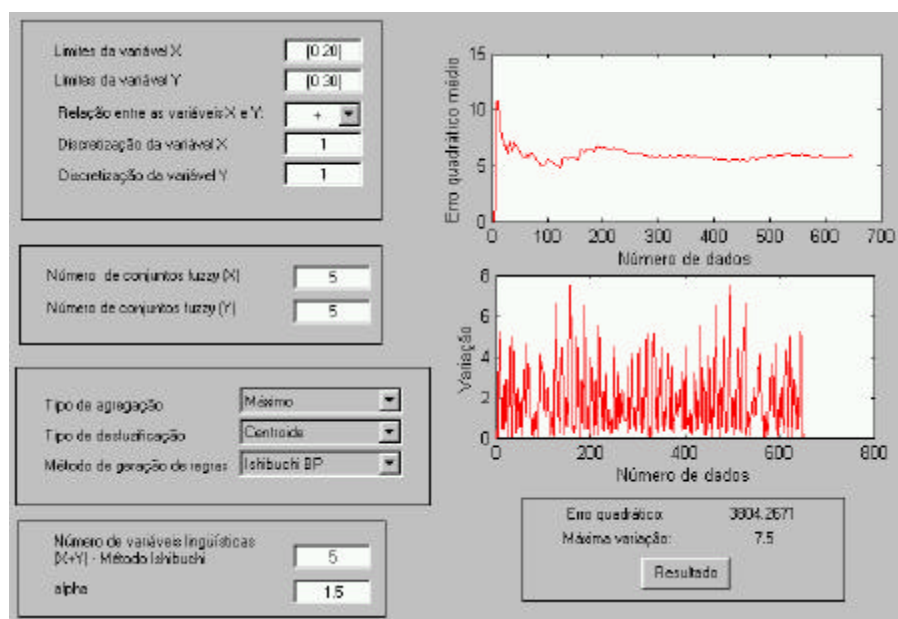


Figura 3.22: Resultado obtido pelo aplicativo 4.

Destes três métodos para gerar a base de regras, o método que considera os valores máximos é o que apresenta melhores resultados do erro quadrático, erro quadrático médio e variação máxima, tal como pode ser ver na tabela 3.2:

Método baseado no:	Erro quadrático	Variação máxima
Princípio de extensão	1513	5.5
Valores máximos	220	2.9
Ishibuchi BP – BS (alpha =1.5)	620	3
Ishibuchi BP (alpha =1.5)	3804	7.9

Tabela 3.2: Resumo de resultados das figuras 3.18, 3.20, 3.21 e 3.22.

No caso do método de Ishibuchi que considera a base de regras primaria e secundaria, os valores dados na tabela 3.2 são para alpha igual a 1.5, no entanto, se alpha fosse igual a 2.5, a variação máxima seria igual 2.4 e o erro quadrático seria igual a 906.

Com base a estes resultados, nesta tese se selecionará o método baseado nos valores máximos dos conjuntos nebulosos das variáveis lingüísticas de entrada.

3.3.2.2

TIPOS DE AGREGAÇÃO E DESFUZIFICAÇÃO

A escolha do método de agregação e desfuzificação dependeram do tipo de problema, no entanto, estas devem garantir que o resultado final reflita as informações explícitas no conjunto de regras fuzzy. Este estudo analisará dois tipos de agregação, SOMA e MAXIMO, e cinco tipos de desfuzificação, CENTROIDE, BISECTOR, MOM, SOM e LOM. Com os tipos de agregação e desfuzificação, faz-se uma combinação entre todos eles, tal como apresentado na tabela 3.3.

Número de opções	Tipo de agregação	Tipo de desfuzificação
1 (M-C)	MAXIMO	CENTROIDE
2 (M-B)	MAXIMO	BISECTOR
3 (M-M)	MAXIMO	MOM
4 (M-L)	MAXIMO	LOM
5 (M-S)	MAXIMO	SOM
6 (S-C)	SOMA	CENTROIDE
7 (S-B)	SOMA	BISECTOR
8 (S-M)	SOMA	MOM
9 (S-L)	SOMA	LOM
10 (S-S)	SOMA	SOM

Tabela 3.3: Diferentes opções de seleção para o tipo de agregação e desfuzificação.

Para selecionar o tipo de agregação e desfuzificação, se gerará um SLF baseado no enunciado descrito em 3.1 o aplicativo descrito em 3.3.2. A geração automática de regras é realizada pelo método escolhido em 3.3.2.1, isto é, pelo método dos valores máximos dos conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas de entrada. Para continuar a sequência dos exemplos apresentados ao longo deste capítulo da tese, considera-se cinco conjuntos fuzzy para as variáveis lingüísticas de entrada **X** e **Y**. Na figura 3.23 apresentam-se os resultados do erro quadrático e erro quadrático médio obtidos do aplicativo para os dez casos da tabela 3.3.

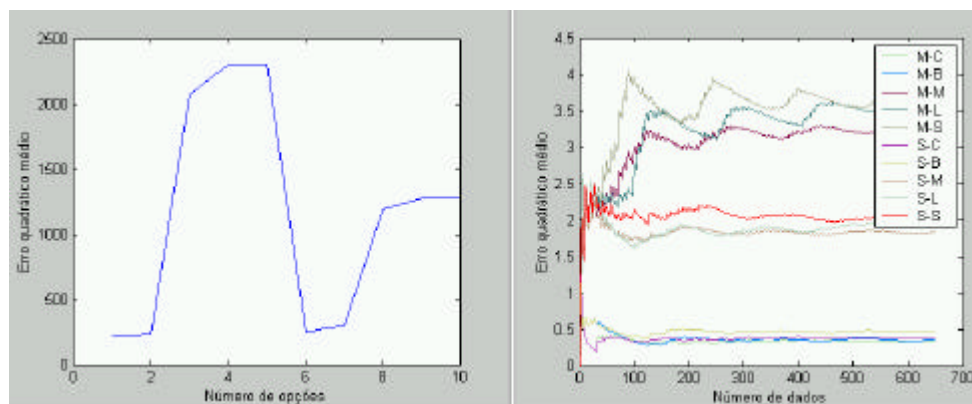


Fig. 3.23: Erro quadrático e erro quadrático médio para as dez opções da tabela 3.3.

Na gráfica anterior, observa-se que as opções 1,2,6 e 7 são os que apresentam menos erro quadrático e erro quadrático médio. Isto significa que independente do tipo de agregação, os tipos de desfuzificação CENTROIDE e BISECTOR são as melhores opções.

As variações máximas que apresentam os SLF com as dez opções (tabela 3.3), são apresentadas na figura 3.24.

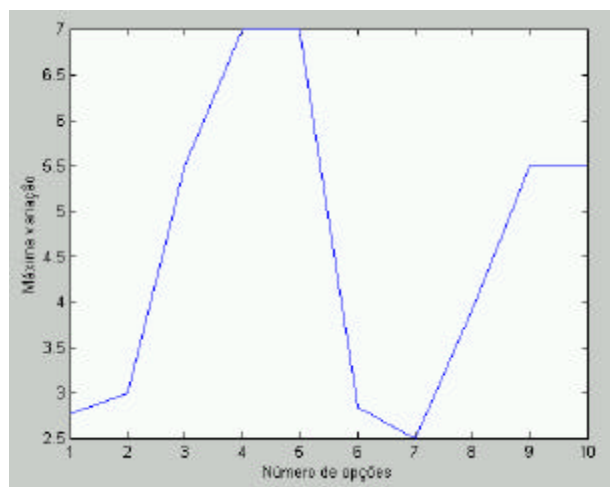


Figura 3.24: Máxima variação gerada pelas dez opções da tabela 3.3.

Nos resultados da figura 3.24, os SLF que apresentam as menores variações são as opções 1,2,6 e 7, que coincidem com os resultados da figura 3.23.

3.3.2.3

QUANTIDADE DE CONJUNTOS FUZZY

A quantidade de conjuntos fuzzy dado a cada uma das variáveis lingüísticas de entradas e de saída são decididos de acordo à preferência do SLF que seja “genérico” ou “preciso” na solução de um problema.

Se a preferência é por generalidade, se usarão poucos conjuntos fuzzy, os quais podem ser identificados por especialistas ou por técnicas de classificação. O especialista poderá determinar os conjuntos fuzzy com base nos valores lingüísticos que são geralmente usados na solução do problema, por exemplo, alto, médio, baixo, etc. No caso de utilizar as técnicas de classificação é preciso a existência de uma base de dados. Se não existir esta base de dados, a única opção é recorrer ao especialista.

Por outro lado, se a opção é por um SLF preciso, se levará em conta que a maior quantidade de conjuntos fuzzy para cada variável lingüística de entrada e de saídas, os resultados do SLF serão mais exatos. Neste caso, o especialista não é eficiente em identificar grandes quantidades de conjuntos fuzzy, assim, as técnicas de classificação surgem como uma boa alternativa. Elas identificam os limites dos conjuntos fuzzy com base a diversos critérios de classificação.

Nesta tese, o critério a levar em consideração para definir os conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas de entrada será a de classificação uniforme, isto significa, que os conjuntos fuzzy serão definidos uniformemente dentro do universo de discurso da variável. Um exemplo do exposto é dado na figura 3.19, no qual, a variável lingüística **X** possui cinco conjuntos fuzzy distribuídos uniformemente no universo de discurso [0,20]. No que respeita à definição dos conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas de saída, estas serão definidas pelo método de geração de regras escolhido em 3.2.2.1 (valores máximos).

Com este critério de classificação para definir os conjuntos fuzzy, se analisará a influência da quantidade de conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas de entrada no desempenho de um SLF. Esta análise se realizará para os diferentes tipos de agregação e desfuzificação mencionados na tabela 3.3. Para isso, se considerará o

enunciado realizado em 3.1, no qual, as variáveis lingüísticas **X** e **Y** terão conjuntos fuzzy variando de 2 até 9, é dizer, a quantidade de conjuntos fuzzy para **X** variará de 2 até 9, e para cada quantidade do conjunto fuzzy de **X**, a quantidade de conjuntos fuzzy para **Y** variará de 2 até 9.

Com a variação dos conjuntos fuzzy para as variáveis lingüísticas **X** e **Y**, com os dos tipos de agregação e com os cinco tipos de desfuzificação, a quantidade de SLF a analisar é de 640. Na figura 3.25 apresentam-se os resultados do erro quadrático para os 640 SLF.

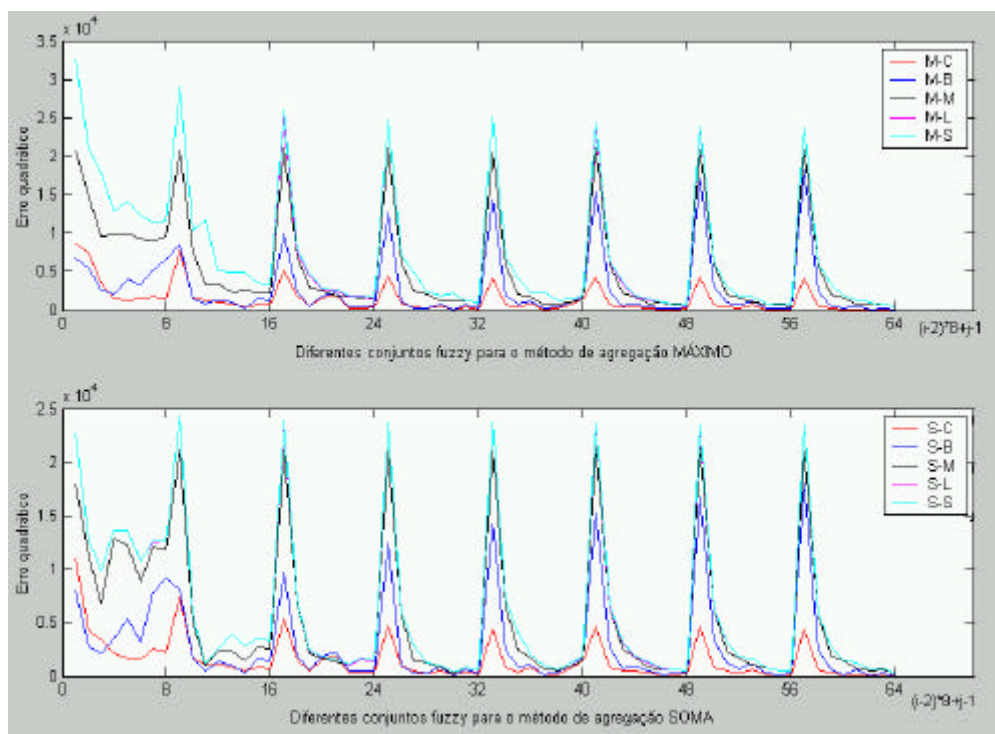


Figura 3.25: Erros quadráticos gerado pelos SLF para diferentes quantidades de conjuntos fuzzy

Na figura 3.25, “i” e “j” representam o número de conjuntos fuzzy das variáveis lingüísticas **X** e **Y** respectivamente. Desta figura pode-se mencionar que o tipo de desfuzificação CENTROIDE é o que apresenta menor erro quadrático em quase todos os 640 sistemas fuzzy, no entanto, nos casos onde o tipo CENTROIDE não é o melhor, este apresenta um erro quadrático próximo ao melhor tipo. Com respeito aos tipos de agregação, estes apresentam resultados aproximadamente iguais, sendo que o tipo SOMA apresenta ligeiramente melhores resultados do que tipo MÁXIMO.

Continuando, na figura 3.26 apresentam-se os resultados da variação máxima obtida dos 640 SLF.

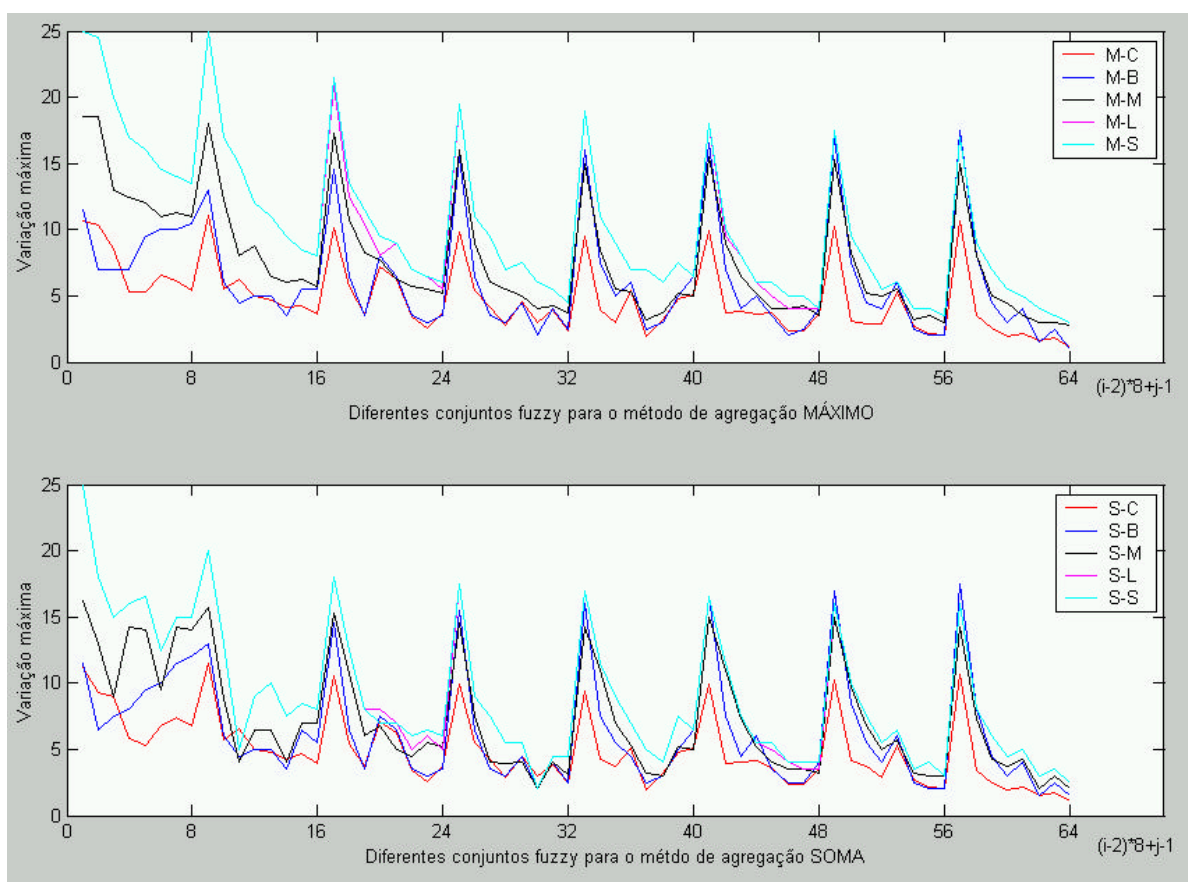


Figura 3.26: Variação máxima gerada pelos SLF para diferentes quantidades de conjuntos fuzzy

Da figura 3.26 observa-se que para a maior parte dos 640 sistemas fuzzy analisados o tipo de desfuzificação CENTROIDE é o que apresenta menor variação máxima, tal como observado na figura 3.26.

Das figuras 3.25 e 3.26 observa-se que para valores baixos de “i” e “j” (região esquerda dos gráficos) os resultados do erro quadrático e da variação máxima gerados pelos SLF não convergem para os diferentes tipos de agregação e desfuzificação, enquanto, para valores alto de “i” e “j” (região direita dos gráficos) os resultados convergem para os diferentes tipos de agregação e desfuzificação.

Analisando todos os SLF que tenham como método de desfuzificação centróide (linha vermelha nas figuras 3.25 e 3.26) observa-se que os maiores erros quadráticos e as maiores variações máximas ocorrem quando a quantidade de conjuntos fuzzy dadas as variáveis lingüísticas de **X** e/ou **Y** são iguais a dois, e conforme aumenta esta quantidade de conjuntos fuzzy, o erro quadrático e a variação máxima tendem a diminuir.

A continuação se realizará uma análise particular para visualizar o efeito das quantidades de conjuntos fuzzy nos resultados. Para isso se fará uso da segunda parte do aplicativo descrito em 3.3.2 e do enunciado realizado em 3.1. Esta análise particular considerará que os valores de **X** e **Y** serão dados de duas formas, CRISP e FUZZY. Os valores CRISP de **X** e **Y** serão 10 e 15 respetivamente, enquanto que seus valores fuzzy serão [7 10 13] e [13 15 18] (detalhes sobre o que significa cada valor numérico entre aspas encontra-se em 3.3.2). As regras do SLF utilizadas para a análise particular serão realizadas tal como recomendado em 3.3.2.1, o tipo de agregação e desfuzificação a considerar será segundo o recomendado em 3.3.2.1, além, se considerará que a quantidade de conjuntos fuzzy para as variáveis lingüísticas **X** e **Y** sejam iguais. Nesta análise se avaliará dez SLF, com quantidades dos conjuntos fuzzy variando de 2 até 11. Os resultados dados pelos dez SLF quando avaliam os dados de **X** e **Y** mencionados acima estão apresentados nas figuras 3.27 e 3.28.

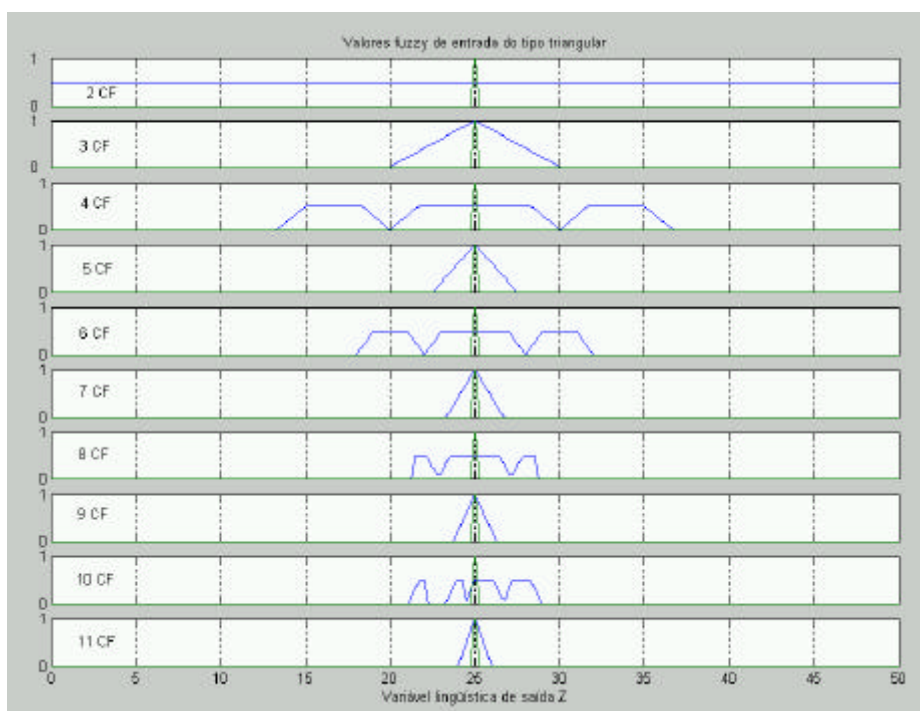


Figura 3.27: Resultados dos SLF quando as variáveis de entradas são expressas mediante conjuntos CRIPS.

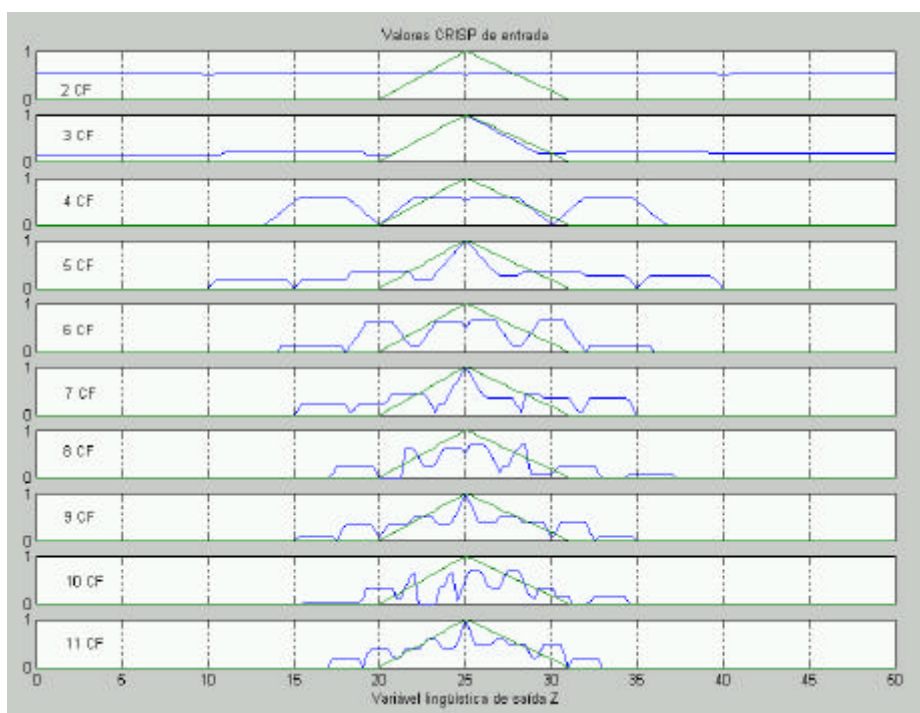


Figura 3.28: Resultados dos SLF quando as variáveis de entradas são expressas mediante conjuntos fuzzy.

Nestas duas figuras, a linha de cor verde representa as respostas esperadas, enquanto que a linha de cor azul são as respostas dadas pelos SLF. Pode-se observar destas figuras que conforme o número de conjuntos fuzzy aumenta para as variáveis lingüísticas X e Y, os valores dados pelos SLF se aproximam do valor esperado. Em geral a maior quantidade de conjuntos fuzzy para as variáveis lingüísticas de entrada, se obterá o menor erro quadrático e menor variação máxima nos resultados.

Volvendo nos 640 sistemas fuzzy analisados nas figuras 3.25 e 3.6, seleciona-se um grupo de SLF, tal que apresentem os menores erros quadráticos e as menores variações máximas objetivando avaliar o desempenho destes SLF. Este grupo selecionado é apresentado na tabela 3.4:

Opção número	Número de conjuntos fuzzy para a variável "x"	Número de conjuntos fuzzy para a variável "y"	Erro quadrático	Máxima variação
2 (M-B)	9	7	35.50	1.50
7 (S-B)	9	7	37.75	1.50
7 (S-B)	5	7	44.75	2.00
1 (M-C)	9	9	45.89	1.11
1 (M-C)	9	7	50.56	1.58
6 (S-C)	9	9	53.64	1.12
2 (M-B)	9	9	73.75	1.00

Tabela 3.4: SLF escolhidos dos 640 fuzzy analisados.

Da tabela 3.4, seleciona-se uma opção qualquer, por exemplo, a opção 1 (tipo de agregação MÁXIMO e tipo de desfuzificação CENTROIDE) que possui nove conjuntos fuzzy para as duas variáveis lingüísticas de entradas. A seguir, na figura 3.29, apresentam-se os resultados do erro quadrático, erro quadrático médio e a variação máxima para o SLF selecionado, a qual foi gerado pelo aplicativo descrito em 3.3.2.

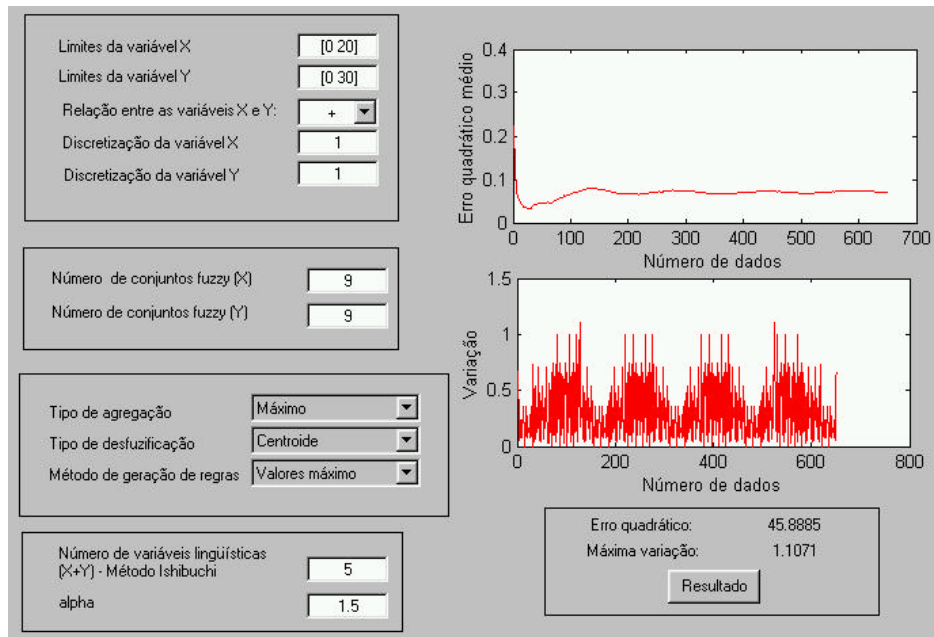


Figura 3.29: Resultado gerado pelo aplicativo para o SLF escolhido.

Com os resultados obtidos do erro quadrático, erro quadrático médio e de variação máxima na figura 3.29, observa-se que são menores aos resultados obtidas anteriormente (figura 3.18, 3.20, 3.21 e 3.22). Esta diferença deve-se principalmente a quantidade de conjuntos fuzzy utilizados para as variáveis lingüísticas **X** e **Y**, e ao tipo de técnica utilizada para determinar a base de regras fuzzy,

Como conclusão geral dos tópicos desenvolvidos em 3.3.2.1, 3.3.2.2 e 3.3.2.3 conclui-se os seguintes:

- O melhor método de geração de base de regras é dos valores máximos
- O melhor tipo de desfuzificação é do CENTROIDE
- No que respeita ao melhor tipo de agregação, os resultados demonstraram que para o tipo de desfuzificação CENTROIDE o método de agregação tem pouca influência no resultado final, além disso, se a quantidade de conjuntos fuzzy fosse grande para as variáveis lingüísticas, o método de agregação e o método de desfuzificação têm pouca influência nos resultados.

Consideram-se que as conclusões anteriores baseiam-se no problema enunciado em 3.1, isto significa, se as condições do enunciado variassem, os resultados obtidos em 3.3.2.1, 3.3.2.3 e 3.3.2.3 não necessariamente seriam os mesmos, este caso será analisado no capítulo quatro.

3.4

NÚMERO FUZZY

Na ciência e na engenharia, freqüentemente se trabalha com valores imprecisos representados na forma de intervalos para procurar soluções. Para isso, as diversas operações precisam ser desenvolvidas sobre estes intervalos. A este tipo de análise chama-se análise por intervalos.

Neste tópico da tese se generalizará o conceito de intervalos para o conceito de intervalos fuzzy, em virtude de um valor representado por intervalos somente ser definido para um nível, enquanto que um valor fuzzy (qual é representado por números fuzzy) é definido para diversos níveis no intervalo $[0,1]$.

Na continuação se definirá os números fuzzy e as operações básicas que se podem realizar entre eles. Um exemplo de cálculo do Risco mediante o modelo Muhlbauer será explicado. Um exemplo, as variáveis de entrada serão os quatro índices de dano e o FIV, os quais estarão representados mediante números fuzzy do tipo trapezoidal ou triangular.

3.4.1

DEFINIÇÃO NÚMEROS FUZZY

Um número fuzzy é definido como um *subconjunto convexo* no campo real, limitado por uma função de pertinência normalizada. Um número fuzzy $\tilde{b}$ tem a seguinte forma: $\tilde{b} = (a, \alpha, \beta)_{LR}$ e satisfaz as seguintes condições:

$$\tilde{b}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{a-x}{\alpha}\right) & \text{para } a - \alpha \leq x \leq a \\ R\left(\frac{x-a}{\beta}\right) & \text{para } a \leq x \leq a + \beta \\ 0, & \text{em qualquer caso} \end{cases}$$

Na qual:

- a é o valor médio do número fuzzy $\tilde{b}$
- α e β são as dispersões do lado esquerdo e direito respectivamente. Quando α e β são iguais a zero, o número $\tilde{b}$ coincidirá com a forma CRISP.
- L e R são funções decrescentes e contínuas dentro do intervalo $[0-1]$, as quais satisfazem as seguintes condições:
 - $L(0)=R(0)=1$, e
 - $L(1)=R(1)=0$

A representação gráfica do número fuzzy $\tilde{b}$ é apresentada na figura 3.30:

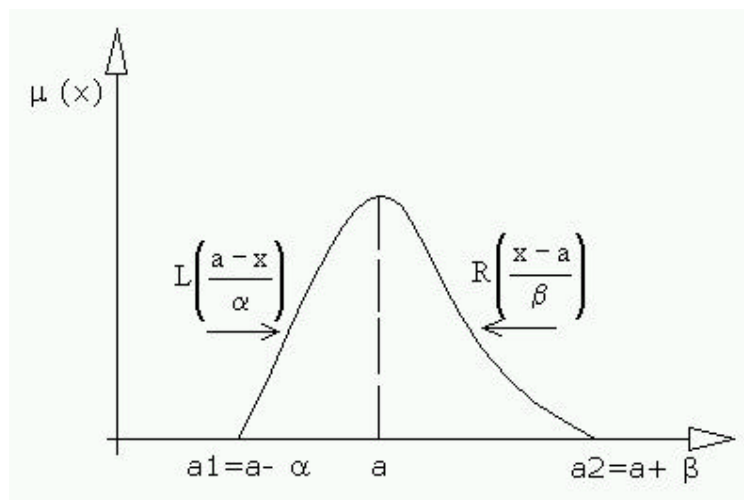


Figura 3.30: Representação gráfica de um número fuzzy

A característica de um número fuzzy é que os α -cut, os quais são paralelos ao eixo horizontal, têm a seguinte propriedade:

$$\forall \alpha', \alpha \in [0,1], \text{ se } \alpha' < \alpha \Rightarrow a_1^{\alpha'} \leq a_1^{\alpha} \wedge a_3^{\alpha'} \geq a_3^{\alpha}$$

3.4.1.1

OPERAÇÕES COM NÚMEROS FUZZY

Algumas operações que podem ser realizadas com dois números fuzzy $\tilde{A}$ e $\tilde{B}$ para diferentes α -cut são:

$\forall a_1, a_3, b_1, b_3 \in \mathbb{R}$ onde

$\tilde{A}^{\alpha} = [a_1^{\alpha}, a_3^{\alpha}]$, $\tilde{B}^{\alpha} = [b_1^{\alpha}, b_3^{\alpha}]$ define - se :

- 1) Adição : $\tilde{A}^{\alpha} \oplus \tilde{B}^{\alpha} = [a_1^{\alpha}, a_3^{\alpha}] \oplus [b_1^{\alpha}, b_3^{\alpha}] = [a_1^{\alpha} + b_1^{\alpha}, a_3^{\alpha} + b_3^{\alpha}]$
- 2) Subtração : $\tilde{A}^{\alpha} \ominus \tilde{B}^{\alpha} = [a_1^{\alpha}, a_3^{\alpha}] \ominus [b_1^{\alpha}, b_3^{\alpha}] = [a_1^{\alpha} - b_1^{\alpha}, a_3^{\alpha} - b_3^{\alpha}]$
- 3) Multiplicação : $\tilde{A}^{\alpha} \otimes \tilde{B}^{\alpha} = [a_1^{\alpha}, a_3^{\alpha}] \otimes [b_1^{\alpha}, b_3^{\alpha}] = [a_1^{\alpha} \cdot b_1^{\alpha}, a_3^{\alpha} \cdot b_3^{\alpha}]$
- 4) Divisão : $\tilde{A}^{\alpha} \div \tilde{B}^{\alpha} = [a_1^{\alpha}, a_3^{\alpha}] \div [b_1^{\alpha}, b_3^{\alpha}] = [a_1^{\alpha} \div b_3^{\alpha}, a_3^{\alpha} \div b_1^{\alpha}]$

Como exemplo aplicativo dos números fuzzy, se avaliará o Risco de um duto mediante o método de Muhlbauer, no qual, as variáveis de entrada, os quatro índices de danos e o FIV, serão representados via os números fuzzy. Para facilitar esta análise será desenvolvido um aplicativo com interface gráfica desenvolvida com ajuda do software MATLAB. Na figura 3.31 visualiza-se a interface gráfica do aplicativo desenvolvido.

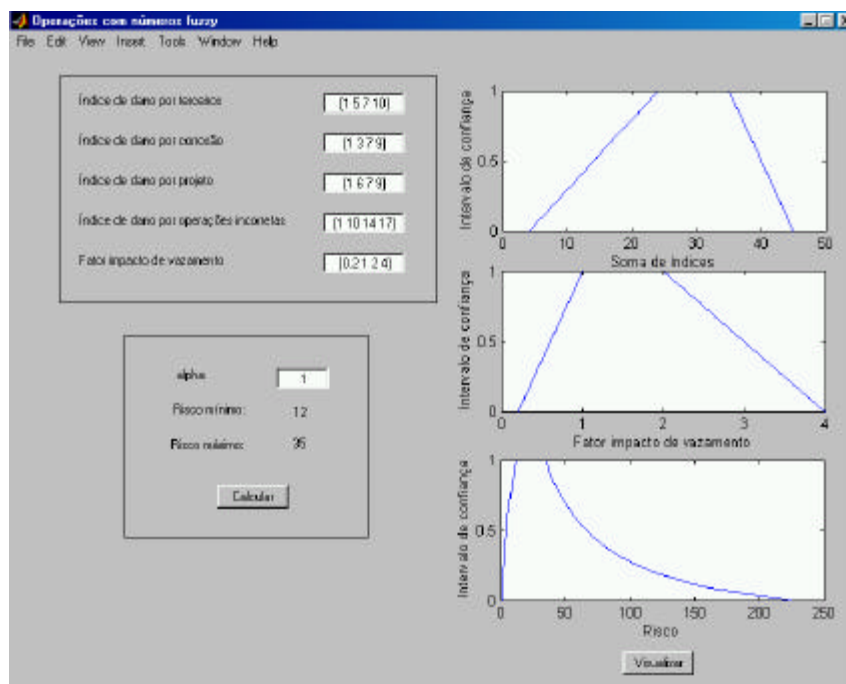


Figura 3.31: Operações com números fuzzy

Na figura 3.31, as cinco primeiras caixas brancas servem para o ingresso de dados dos quatro índices de dano e do FIV. Cada uma destas caixas requer como informação quatro valores, os quais representam números fuzzy tipo trapezoidal, tal como apresenta-se na figura 3.32.

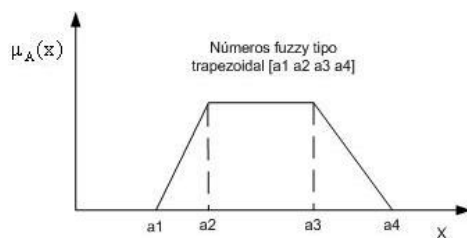


Figura 3.32: Números fuzzy tipo trapezoidal

Com estes cinco dados de entrada, o aplicativo avalia mediante operações fuzzy a soma de índices e Risco. Estes resultados encontram-se mostrados em forma gráfica

na figura 3.31. Nesta figura também se apresenta a variável FIV mediante a representação fuzzy.

A última caixa branca da figura 3.31 permite o ingresso de parâmetro denominado (alpha), definido como intervalo de confiança por Ching Hsue [77]. Os valores de estão definidos para o intervalo $[0,1]$, na qual, um valor de zero significa o caso mais pessimista das avaliações das variáveis, entanto que o valor igual a 1 significa o caso mais otimista na avaliação das variáveis. Na figura 3.31, apresenta-se o caso para igual a 1; com este valor o resultado mais otimista para o Risco do duto variará no intervalo $[12,35]$ e para o caso que seja igual a zero, cenário menos otimista, o resultado do Risco variará no intervalo $[1-225]$.

Como observado, a utilização dos números fuzzy permite quantificar a incerteza nas avaliações para diferentes valores de com base nas informações dadas às variáveis, possibilitando considerar seus resultados em uma seguinte etapa do gerenciamento de Risco.