

Cristiane Azevedo Ferreira

**Um algoritmo para reconstrução de
curvas a partir de pontos esparsos**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Programa de Pós-graduação em Matemática

Rio de Janeiro
Julho de 2003

Cristiane Azevedo Ferreira

**Um algoritmo para reconstrução de curvas a
partir de pontos esparsos**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática da PUC-Rio

Orientador: Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes

Rio de Janeiro
Julho de 2003

Cristiane Azevedo Ferreira

**Um algoritmo para reconstrução de curvas a
partir de pontos esparsos**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes

Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Luiz Henrique de Figueiredo

IMPA

Prof. Marcos Craizer

PUC-Rio

Prof. Marco Antonio Grivet Mattoso Maia

PUC-Rio

Prof. Ney Augusto Dumont

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 31 de Julho de 2003

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Cristiane Azevedo Ferreira

Graduou-se em Engenharia de Computação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Em seu Mestrado, trabalhou com Computação Gráfica, Modelagem Geométrica e Processamento de Imagens.

Ficha Catalográfica

Ferreira, Cristiane

Um algoritmo para reconstrução de curvas a partir de pontos esparsos/ Cristiane Azevedo Ferreira; orientador: Hélio Côrtes Vieira Lopes. — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Matemática, 2003.

v., 72 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Teses. 2. Reconstrução de curvas. 3. Mínimos quadrados. 4. Morfologia digital. 5. Afinamento topológico. 6. Computação Gráfica. I. Lopes, Hélio Côrtes Vieira. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. III. Título.

CDD: 510

Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Hélio Lopes, pela dedicação, incentivo, atenção, conselhos e opiniões.

Ao meu namorado, Miguel, e aos meus pais, avós e irmã, pelo carinho, apoio e incentivo.

Ao Prof. Geovan Tavares, pela apresentação do tema e pelas referências iniciais.

Aos amigos Marcos Craizer, Sinésio Pesco, Dirce Uesu, Marcelo Jimenez, Ana Cristina e Renata Trauttmann, que sempre estiveram presentes para me ajudar e para trocar idéias.

Resumo

Ferreira, Cristiane; Lopes, Hélio Côrtes Vieira. **Um algoritmo para reconstrução de curvas a partir de pontos esparsos**. Rio de Janeiro, 2003. 72p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A reconstrução de curvas e superfícies a partir de pontos esparsos é um problema que tem recebido bastante atenção ultimamente. A não-estruturação dos pontos (ou seja, desconhecimento das relações de vizinhança e proximidade) e a presença de ruído são dois fatores que tornam este problema complexo. Para resolver este problema, várias técnicas podem ser utilizadas, como triangulação de Delaunay, reconstrução de iso-superfícies através de Marching Cubes e algoritmos baseados em avanço de fronteira. O algoritmo proposto consiste de quatro etapas principais: a primeira etapa é o agrupamento espacial dos pontos de amostragem de acordo com sua localização espacial. O agrupamento fornece uma estrutura espacial para os pontos, e consiste em dividir o espaço em células retangulares de mesma dimensão, classificando as células em cheias (caso possuam pontos de amostragem em seu interior) ou vazias (caso não possuam pontos de amostragem em seu interior). A estrutura de dados gerada nesta etapa permite também obter o conjunto dos pontos de amostragem de cada uma das células. A segunda etapa é o processamento dos pontos através de projeções MLS. A etapa de pré-processamento visa reduzir ruído dos pontos de amostragem, bem como adequar a densidade de pontos ao nível de detalhe esperado, adicionando ou removendo pontos do conjunto inicial. A terceira etapa parte do conjunto das células que possuem pontos de amostragem em seu interior (células cheias) e faz a esqueletonização deste conjunto de células, obtendo, assim, uma aproximação digital para a curva a ser reconstruída. Este esqueleto é encontrado através do afinamento topológico das células que possuem pontos. A implementação do algoritmo de afinamento é feita de modo que o número de pontos em cada célula seja levado em consideração, removendo primeiro sempre as células com menor número de pontos. Na quarta etapa, a reconstrução da curva é finalmente realizada. Para tal, parte-se do esqueleto obtido na terceira etapa e constrói-se uma curva linear por partes, onde cada vértice é obtido a partir da projeção MLS do ponto médio de cada célula do esqueleto.

Palavras-chave

Reconstrução de curvas; Mínimos quadrados; Afinamento topológico.

Abstract

Ferreira, Cristiane; Lopes, Hélio Côrtes Vieira. **An algorithm for curve reconstruction from sparse points**. Rio de Janeiro, 2003. 72p. MSc. Dissertation — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Curve and surface reconstruction from sparse data has been recognized as an important problem in computer graphics. Non structured data points (i.e., a set of points with no knowledge of connectivity and proximity) together with the existence of noise make this problem quite difficult. In order to solve it, several techniques have been proposed, such as, some of them are based on Delaunay triangulation, other are based on implicit surface reconstruction or on the advancing front techniques. Our algorithm consists basically in four steps. In the first step, a clustering procedure is performed in order to group the sample points according to their spatial location. This procedure obtains an spatial structure for the points by subdividing uniformly the plane in rectangular cells, and classifying them into two categories: empty (when the cell contains no point inside) or not empty (otherwise). At this stage, a data structure is built in such way that it is possible to query the set of sample points that belong to a given rectangular cell. The second step processes the point through the Moving Least Squares method. Its objective is not only to reduce the noise on the data, but also to adapt the number of point to the desired level, by adding or removing points from the initial set. The third step builds the skeleton of the set of cells that have sample point on its interior. Such skeleton is in fact a digital approximation for the curve that will be reconstructed. It is obtained by the use of a topological thinning algorithm, and its implementation is done in such a way that the number of points in each cell is considered, for example, the cells with less number of points are not considered for the thinning. In the last step, the curve is finally reconstructed To do so, the skeleton obtained in the third step is used to construct a piecewise-linear approximation for the curve, where each vertex is obtained from the MLS projection on the middle point of the skeleton rectangular cell.

Keywords

Curve reconstruction, Least squares, Topological thinning.

Sumário

1	Introdução	10
2	Mínimos Quadrados Móveis	15
2.1	Mínimos Quadrados Móveis	16
2.2	Procedimento MLS Básico	17
2.3	Procedimento de Projeção MLS	21
2.4	Implementação	23
3	Afinamento topológico digital	27
3.1	Definições, notações e conceitos básicos	28
3.2	Classificações de células através de operações Hit-or-Miss	32
3.3	Afinamento topológico através de operações Hit-or-Miss	34
3.4	Implementação	36
3.5	Pós-processamento do esqueleto através de poda	39
4	Algoritmo de reconstrução de curvas	43
4.1	Agrupamento espacial dos pontos de amostragem	44
4.2	Processamento dos pontos de amostragem	46
4.3	Afinamento, podagem e reconstrução	50
5	Resultados	55
6	Conclusão	65
	Referências Bibliográficas	70

Lista de figuras

1.1	O parâmetro ρ do CONSERVATIVE-CRUST determina se há aresta entre dois pontos de amostragem. O algoritmo, sem o parâmetro fornecido pelo usuário, não tem como decidir qual das reconstruções é a correta.	11
2.1	MLS com pesos	17
2.2	Procedimento MLS básico	21
2.3	Projeção MLS	23
3.1	Esqueleto de um objeto	29
3.2	Exemplo de imagens homotópicas	30
3.3	Árvore de homotopia de uma imagem	30
3.4	Relação de conectividade entre células	31
3.5	Nomenclatura das células em relação às suas posições	31
3.6	Afinamento digital: superposição do elemento estrutural em uma imagem	33
3.7	Afinamento digital: elementos estruturais	34
3.8	Afinamento digital: processo completo	35
3.9	Codificação da vizinhança de uma célula	37
3.10	Testando a configuração da vizinhança através de sua codificação	38
3.11	Exemplo de esqueleto digital	41
3.12	Algoritmo de poda com e sem marcação prévia de células removíveis	42
4.1	10.000 pontos de amostragem com ruído	44
4.2	Células do grid	45
4.3	Superamostragem	50
4.4	Processamento de pontos de amostragem e afinamento	51
4.5	Processamento de pontos de amostragem e afinamento (zoom)	51
4.6	Resultado final	52
4.7	Resultado final (zoom)	53
4.8	Resultado final (ilustrando a curva digital)	53
5.1	Reconstrução de um círculo - ampliação	56
5.2	Reconstrução de uma reta - efeitos da poda	57
5.3	Reconstrução de uma reta - efeitos do ruído	58
5.4	Reconstrução de uma reta - zoom	58
5.5	Inseto	59
5.6	Inseto - singularidade com 4 células	60
5.7	Inseto - singularidade com 3 células	60
5.8	Dois círculos	61
5.9	Dois círculos - pontos de amostragem	62
5.10	Dois círculos - zoom	62
6.1	Estrutura topológica indesejada	66

Lista de tabelas

5.1	Dados da reconstrução para 100 pontos de amostragem, ruído máximo igual a zero	63
5.2	Dados da reconstrução para 1000 pontos de amostragem, ruído máximo igual a zero	63
5.3	Dados da reconstrução para 10000 pontos de amostragem, ruído máximo igual a zero	63
5.4	Dados da reconstrução para 1000 pontos de amostragem, ruído máximo igual a 0.01	64
5.5	Dados da reconstrução para 10000 pontos de amostragem, ruído máximo igual a 0.01	64