

**Gladys Augusta Zevallos  
Nalvarte**

**Estabilidade do escoamento  
viscoelástico em processo de  
revestimento por rotação direta.**

**TESE DE DOUTORADO**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
Programa de Pós-graduação em  
Engenharia Mecânica**

Rio de Janeiro  
Agosto de 2003

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Gladys Augusta Zevallos Nalvarte**

**Estabilidade do escoamento viscoelástico em  
processo de revestimento por rotação direta.**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Márcio Carvalho  
Co-Orientador: Prof. Matteo Pasquali

Rio de Janeiro  
Agosto de 2003



**Gladys Augusta Zevallos Nalvarte**

**Estabilidade do escoamento viscoelástico em  
processo de revestimento por rotação direta.**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Márcio Carvalho**

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica — PUC-Rio

**Prof. Matteo Pasquali**

Co-Orientador

Department of Chemical Eng. — RICE University/USA

**Prof. Paulo Roberto de Souza Mendes**

Departamento de Engenharia Mecânica PUC-Rio

**Prof. Angela Ourivio Nieckele**

Departamento de Engenharia Mecânica PUC-Rio

**Prof. Marcio Arab Murad**

Departamento de Mecânica Computacional - LNCC

**Prof. Felipe de Bastos Rachid**

Departamento de Engenharia Mecânica - UFF

**Prof. Nei Augusto Dumont**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —  
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 07 de Agosto de 2003

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

**Gladys Augusta Zevallos Nalvarte**

Graduou-se em Engenharia Mecânica na Universidade Nacional de Ingeniería - UNI (Lima, PERU). Mestrado em Engenharia Mecânica na PUC-Rio (Rio de Janeiro, BRASIL), usando o método de Volumes Finitos testou a resposta de três modelos de turbulência num tubo com obstrução curvilínea.

Ficha Catalográfica

Zevallos Nalvarte, Gladys Augusta

Estabilidade do escoamento viscoelástico em processo de revestimento por rotação direta./ Gladys Augusta Zevallos Nalvarte; orientador: Márcio Carvalho; co-orientador: Matteo Pasquali. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Engenharia Mecânica, 2003.

148 f. : il. ; 30 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2. Processo de Revestimento por Rotação Direta. 3. Fluidos Viscoelásticos. 4. Tensor Conformação. 5. Análise de Estabilidade Linear. I. Carvalho, Márcio. II. Pasquali, Matteo. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDD: 621

## Agradecimentos

A Deus por ter me guiado até aqui e protegido no percurso.

Ao meu orientador Professor Márcio da Silveira Carvalho pela amizade, pela participação ativa na elaboração deste projeto, pelo esclarecimento de muitas das minhas dúvidas acadêmicas e por me lembrar que no doutorado se "aprende a aprender".

Ao meu co-orientador Professor Matteo Pasquali, pela nova oportunidade de vencer meus medos, pela hospitalidade e as boas idéias.

A Doris Vizcarra Fano, Luisa Flores, Daniel Zevallos Olivares e Eduardo Ingar Ventocilla *in memoriam* pelo exemplo de vida.

A minha família de origem Carmen, Doris, Katty e Augusto por ser a motivação desta longa viagem.

A Carlos Eduardo pelo amor, apoio e por ser a meu principal incentivo para amadurecer.

A Johan e Bo Nygard pela oportunidade de um novo começo.

A minha irmã brasileira Ana Cristina, pelas brincadeiras, as conversas, e sobre tudo por ter me ajudado a entender que não é necessário ter uma casa para ter um lar.

A minha irmã chinesa Xueying que me mostrou como Deus distribui pessoas da mesma família espiritual em famílias muito diferentes na terra.

As minhas irmãs peruanas Ana Trujillo, Maria del Carmen Sáenz, Heidi Fayaque e Elizabet Vera grandes mestras, mulheres que resgatam a verdadeira identidade peruana.

As famílias que formam parte da minha nova família Joana, Presvitero, Ivone, Jô, Erika, Alejandro, Mattias, Karina, Katty, Abril, Eugenio, Roxana, Ivana, Raquel, Suzana, Sandra e o incomparável Presencia.

Aos meus amigos da UNI-PERU "Los Jarros" pelo carinho, otimismo e esperança que tenho através deles no meu país.

Aos meus amigos da PUC-Rio, Ricardo, Alberto Ildefonso, Marcia, Maria Helena, Marcelo Lavrador, Claudia Marcia, Andrea, as Julianas, Roney, Erick, Andre, Jesús, e tantos outros por terem alegrado minha passagem por aqui.

Aos meus amigos da Rice University Alberto e Rajat pela hospitalidade, amizade e pela troca de idéias, experiências e culturas.

Aos funcionários do departamento Carlucio, Flavia, Márcia, Christiano, Rosely, Nair e Carol pelas coisas simples do dia a dia.

À CAPES pelo suporte financeiro.

## Resumo

Zevallos Nalvarte, Gladys Augusta; Carvalho, Márcio; Pasquali, Matteo. **Estabilidade do escoamento viscoelástico em processo de revestimento por rotação direta.** Rio de Janeiro, 2003. 148p. Tese de Doutorado — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O processo de revestimento por rotação é caracterizado pelo uso de cilindros girantes para controlar a espessura e aplicar uma fina camada de líquido em um substrato em movimento. O escoamento bi-dimensional na região de formação dos filmes sobre cada cilindro é instável, a não ser a baixas velocidades dos cilindros, e o padrão observado experimentalmente consiste num escoamento tri-dimensional e periódico na direção transversal ao substrato. Esta instabilidade pode limitar a velocidade máxima do processo devido a necessidade da camada líquida depositada sobre o substrato ser uniforme. Para líquidos Newtonianos, a estabilidade deste escoamento é determinada pela competição de forças viscosas e capilares: a instabilidade ocorre acima de um número de capilaridade máximo. Apesar da maioria dos líquidos utilizados em processos de revestimento serem não Newtonianos, as análises disponíveis deste escoamento se limitam a estudos de líquidos Newtonianos. O comportamento não Newtoniano do líquido pode alterar completamente a natureza do escoamento perto da superfície livre; quando pequenas quantidades de polímeros flexíveis de alto peso molecular estão presentes, a instabilidade na direção transversal ocorre a velocidades muito mais baixas, quando comparado ao caso Newtoniano. Os mecanismos responsáveis pela instabilidade a baixas velocidades ainda não são completamente compreendidos. Um escoamento viscoelástico com superfície livre é analisado neste trabalho através de duas equações constitutivas diferenciais, o modelo de Oldroyd-B e o modelo de FENE-P.

As equações de conservação de massa, quantidade de movimento linear acopladas com os modelos constitutivos, e as equações não-lineares de mapeamento que transformam o problema de superfície livre em um problema de valor de contorno foram resolvidas pelo método de elementos finitos DEVSS-G/SUPG. O sistema de equações algébricas não lineares foi resolvido pelo método de Newton com continuação por pseudo-comprimento de arco. Os resultados mostram como o campo de tensão muda com o aumento do número de Weissenberg (elasticidade do líquido), levando a formação de uma camada limite de tensão elástica na superfície livre e tensões elásticas compressivas na direção transversal. Estes comportamentos podem explicar o aparecimento da instabilidade a baixas velocidades. Este trabalho também apresenta a formulação de estabilidade linear para escoamentos viscoelásticos com superfícies livres. O modelo dá origem a um problema de auto-valor generalizado, que foi resolvido pelo método de Arnoldi com o pacote (ARPACK). Os autovalores dominantes da matriz Jacobiana indicam a estabilidade do escoamento. Esta formulação foi testada em três escoamentos distintos: escoamento em uma cavidade de tampa móvel, piscina de líquido estática e um escoamento de Couette (simples de cisalhamento).

### **Palavras-chave**

Processo de Revestimento por Rotação direta; Análise de estabilidade linear; Escoamento Viscoelástico; Tensor Conformação; método de Elementos Finitos.

## Abstract

Zevallos Nalvarte, Gladys Augusta; Carvalho, Márcio; Pasquali, Matteo. **Stability of Viscoelastic Forward Roll Coating Flows**. Rio de Janeiro, 2003. 148p. PhD. Thesis — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Roll coating is distinguished by the use of one or more gaps between rotating cylinders to meter and apply a liquid layer to a substrate. Except at low speed, the film splitting flow that occurs in forward roll coating is three-dimensional and results in more or less regular stripes in the machine direction. This instability can limit the speed of the process if a smooth film is required as a final product. For Newtonian liquids, the stability of the film-split flow is determined by the competition of capillary forces and viscous forces: the onset of meniscus nonuniformity is marked by a critical value of the capillary number. Although most of the liquids coated industrially are polymeric solutions and dispersions, that are not Newtonian, most of previous theoretical analyses of film splitting flows dealt only with Newtonian liquids. Non-Newtonian behavior can drastically change the nature of the flow near the free surface; when minute amounts of flexible polymer are present, the onset of the three-dimensional instability occurs at much lower speeds than in the Newtonian case. The mechanisms responsible for the early onset of this flow instability is not well understood. This free surface coating flow is analyzed here with differential constitutive models, the Oldroyd-B and the FENE-P equations. The continuity, momentum equations coupled with the constitutive models, and the non-linear mapping equations that transform the free boundary problem into a fixed boundary problem are solved with the DEVSS-G/SUPG method with finite element basis functions. The resulting set of non linear equations is solved by Newton's method with pseudo-arc-length continuation. The results show how the stress field changes with Weissenberg number, leading to the formation of an elastic boundary layer near the free surface and compressive elastic stresses in the cross-flow direction that may explain the onset of the ribbing instability at smaller Capillary numbers when viscoelastic liquids are used. This work also presents the formulation for linear stability analysis of viscoelastic free surface flows. The model leads to a generalized eigenproblem that is solved here using the Arnoldi's method with the software (ARPACK). The leading eigenvalues of the Jacobian Matrix indicate the stability of the flow. The formulation is tested in three different flows: lid-driven cavity, static liquid pool and a couette flow.

## Keywords

Forward roll coating; Linear stability analysis; Viscoelastic Flow; Conformation Tensor; Finite-element method.

## Conteúdo

1	Introdução	<b>16</b>
1.1	Processo de Revestimento por Rotação	16
1.2	Instabilidade do escoamento no processo de revestimento por rotação direta	19
1.3	Escopo e Roteiro da Tese	23
2	Modelagem Teórica de Líquidos Microestruturados.	<b>25</b>
2.1	Introdução	25
2.2	Aplicação da teoria mesoscópica às soluções poliméricas.	28
2.3	A equação de transporte para o tensor conformação para soluções poliméricas diluídas.	29
2.4	Modelos do efeito do escoamento na Conformação polimérica	32
2.5	Estimativa de estabilidade do escoamento bidimensional.	36
3	Cálculo de escoamentos com superfície livre de soluções poliméricas	<b>38</b>
3.1	Introdução	38
3.2	Método de geração de malha elíptica.	39
3.3	Equações de Transporte.	43
3.4	Equações de transporte modificadas.	46
3.5	Forma fraca das equações de transporte no domínio de referência pelo Método de Galerkin dos elementos finitos.	49
3.6	Solução do sistema não linear pelo Método de Newton.	52
4	Resultados do Escoamento em Regime Permanente.	<b>60</b>
4.1	Teste de malhas.	62
4.2	Líquidos Newtonianos	63
4.3	Líquidos não-Newtonianos	70
4.4	Estimativa de Estabilidade dos Escoamentos Bidimensionais.	107
5	Análise de Estabilidade do Escoamento de Soluções Poliméricas.	<b>114</b>
5.1	Análise da Estabilidade Linear: Perturbações tridimensionais de Fluidos Viscoelásticos.	116
5.2	Validação do Código computacional para a Análise de Estabilidade Linear de líquido viscoelásticos.	126
6	Comentários Finais e Sugestões.	<b>141</b>
6.1	Comentários Finais.	141
6.2	Sugestões para trabalhos futuros.	143
	Referências Bibliográficas	<b>144</b>

## Lista de Figuras

1.1	Processo de revestimento por rotação direta.	18
1.2	Vista esquemática dum processo de revestimento por rotação direta.	19
1.3	Padrão do escoamento tridimensional, periódico na direção transversal (foto por Suszynski).	20
1.4	Superfície livre perturbada na direção transversal.	21
2.1	Modelagem do comportamento mecânico dos líquidos microestruturados.	26
2.2	Viscosidade extensional como função da taxa de extensão para o modelo Oldroyd-B.	33
2.3	Viscosidade extensional como função da taxa de extensão para o modelo FENE-P.	35
2.4	Sistema de coordenadas cilíndricas usada por Graham(2003) perto da superfície livre.	37
3.1	Mapeamento do domínio físico desconhecido apriori num domínio computacional de referência.	40
3.2	Condições de contorno das equações de geração de malha elíptica.	42
3.3	Condições de contorno para a equação de quantidade de movimento linear.	44
4.1	Desenho esquemático do domínio físico e parâmetros geométricos importantes.	60
4.2	Condições de contorno para o escoamento entre cilindros girantes.	61
4.3	Detalhe da região perto da superfície livre da Malha 1 e Malha 3 respectivamente.	63
4.4	Tensão normal ao longo da superfície livre para as três malhas testadas.	65
4.5	Influência do número de capilaridade na distribuição de pressão ao longo da linha de simetria, para líquidos Newtonianos.	65
4.6	Vista em detalhe da distribuição de pressão na linha de simetria para líquidos Newtonianos com diferentes números de capilaridade.	66
4.7	Influência do número de capilaridade no Campo de Tensão normal total na direção $x$ , para líquidos Newtonianos.	67
4.8	Influência do número de Capilaridade na Tensão normal total ao longo da linha de simetria na direção $x$ para líquidos Newtonianos.	67
4.9	Influência do número de Capilaridade no campo de taxa de deformação para líquidos Newtonianos.	68
4.10	Distribuição da taxa de deformação ao longo da linha de simetria para líquidos Newtonianos considerando números de Capilaridade estáveis.	69

4.11	Distribuição da taxa de deformação ao longo da linha de simetria para líquidos Newtonianos considerando números de Capilaridade instáveis comparados com um caso estável $0, 2$ .	70
4.12	Campo de Pressão para diferentes números de Weissenberg mantendo fixo o número de Capilaridade $Ca = 0, 2$ .	71
4.13	Distribuição da pressão ao longo da linha de simetria para diferentes números de Weissenberg mantendo fixo o número de Capilaridade $Ca = 0, 2$ .	71
4.14	Influência dos efeitos elásticos no campo da taxa de deformação, para um número de Capilaridade $Ca = 0, 2$ .	72
4.15	Influência do número de Weissenberg na taxa de deformação ao longo da linha de simetria, para $Ca = 0, 2$ .	73
4.16	Evolução dos campos de Tensão normal total $\mathbf{T}_{xx}$ com função do número de Weissenberg, para $Ca = 0, 2$ .	74
4.17	Distribuição da tensão normal total ao longo da linha de simetria na direção $x$ como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0, 2$ .	74
4.18	Campos de tensão elástica normal na direção $x$ como função do Número de Weissenberg, para $Ca = 0, 2$ .	75
4.19	Tensões total, elástica e viscosa normais ao longo da superfície livre para $We = 6$ , mantendo fixo o número de capilaridade $Ca = 0, 2$ .	76
4.20	Tensões total, elástica e viscosa normais ao longo da superfície livre para $We = 8$ , para $Ca = 0, 2$ .	76
4.21	Evolução da componente $\mathbf{T}_{yy}$ do tensor das tensões como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0, 2$ .	77
4.22	Distribuição da tensão total $\mathbf{T}_{yy}$ na linha de simetria como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0, 2$ .	78
4.23	Campos de tensão elástica $\mathbf{\sigma}_{yy}$ como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0, 2$ .	79
4.24	Distribuição da tensão elástica $\mathbf{\sigma}_{yy}$ ao longo da linha de simetria como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0, 2$ .	79
4.25	Campos de tensão elástica $\mathbf{\sigma}_{zz}$ para diferentes números de Weissenberg, para $Ca = 0, 2$ .	80
4.26	Interpretação molecular dos autovalores e autovetores do tensor de conformação.	81
4.27	Componente do tensor conformação na direção principal $M_{11}$ , como função do número de Weissenberg, mantendo o número de capilaridade fixo $Ca = 0, 2$ .	82
4.28	Componente do tensor conformação na direção principal $M_{13}$ , como função do número de Weissenberg, mantendo o número de capilaridade fixo $Ca = 0, 2$ .	82
4.29	Componente do tensor conformação na direção principal $M_{33}$ , como função do número de Weissenberg.	83
4.30	Taxa de cisalhamento e extensão molecular.	83
4.31	Campos da taxa de extensão molecular $\mathbf{\dot{\epsilon}}_M$ baseada no tensor conformação como função do número de Weissenberg, mantendo fixo o número de capilaridade $Ca = 0, 2$ .	84

4.32	Campos da taxa de cisalhamento molecular $\dot{\gamma}_M$ baseada no tensor conformação como função do número de Weissenberg, mantendo fixo o número de capilaridade $Ca = 0, 2$ .	85
4.33	Cinemática de um elemento de fluido aproximando-se a uma superfície livre de cisalhamento ( Graham, 2003 [57] ).	86
4.34	Campos do maior autovalor do tensor conformação como função do número de Weissenberg (modelo Oldroyd-B).	86
4.35	Isofaixas do campo do menor autovalor do tensor conformação como função do número de Weissenberg.	87
4.36	Variação dos Campos de Pressão em função do número de Weissenberg, mantendo fixo o número de capilaridade $Ca = 0, 6$ .	87
4.37	Campo de Pressão para diferentes números de Weissenberg, para $Ca = 2$ .	88
4.38	Distribuição da pressão ao longo da linha de simetria para diferentes números de Weissenberg, mantendo fixo $Ca = 0, 6$ .	89
4.39	Distribuição da pressão ao longo da linha de simetria para diferentes números de Weissenberg, para $Ca = 2$ .	89
4.40	Evolução da Tensão normal total $\mathbf{T}_{xx}$ com função do número de Weissenberg, para $Ca = 0, 6$ .	90
4.41	Evolução da Tensão normal total $\mathbf{T}_{xx}$ com função do número de Weissenberg, para $Ca = 2$ .	90
4.42	Distribuição da tensão normal total na direção $x$ para $Ca = 0, 6$ como função do número de Weissenberg.	91
4.43	Distribuição da tensão normal total na direção $x$ para $Ca = 2$ como função do número de Weissenberg.	92
4.44	Tensão elástica normal na direção $x$ como função do Número de Weissenberg, para $Ca = 0, 6$ .	92
4.45	Tensão elástica normal na direção $x$ como função do Número de Weissenberg, mantendo $Ca = 2$ .	93
4.46	Distribuição da tensão elástica normal na linha de simetria como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0, 6$ .	93
4.47	Distribuição da tensão elástica normal na linha de simetria como função do número de Weissenberg, para $Ca = 2$ .	94
4.48	Evolução da componente $\mathbf{T}_{yy}$ do tensor das tensões com função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 0, 6$ .	94
4.49	Evolução da componente $\mathbf{T}_{yy}$ do tensor das tensões com função do número de Weissenberg, para $Ca = 2$ .	95
4.50	Distribuição da tensão total $\mathbf{T}_{yy}$ na linha de simetria como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0, 6$ .	96
4.51	Distribuição da tensão total $\mathbf{T}_{yy}$ na linha de simetria como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 2$ .	96
4.52	Campo da tensão elástica $\sigma_{yy}$ como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 0, 6$ .	97
4.53	Campo da tensão elástica $\sigma_{yy}$ como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 2$ .	97
4.54	Distribuição da tensão elástica $\sigma_{yy}$ na linha de simetria como função do número de Weissenberg para $Ca = 0, 6$ .	98

4.55	Distribuição da tensão elástica $\sigma_{yy}$ na linha de simetria como função do número de Weissenberg para $Ca = 2$ .	98
4.56	Campos da taxa de cisalhamento molecular como função do número de Weissenberg, mantendo fixo $Ca = 0,6$ .	99
4.57	Campos da taxa de cisalhamento molecular como função do número de Weissenberg, mantendo fixo $Ca = 2$ .	100
4.58	Campos da taxa de extensão molecular como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 0,6$ .	101
4.59	Campos da taxa de extensão molecular como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 2$ .	101
4.60	Campos do maior autovalor do tensor conformação, como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 0,6$ (modelo Oldroyd-B).	102
4.61	Campos do maior autovalor do tensor conformação, como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 2$ (modelo Oldroyd-B).	102
4.62	Campos do menor autovalor do tensor conformação, como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 0,6$ (modelo Oldroyd-B).	103
4.63	Campos do maior autovalor do tensor conformação, como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 2$ (modelo Oldroyd-B).	103
4.64	Evolução da Tensão normal total $\mathbf{T}_{xx}$ como função do número de Weissenberg, mantendo fixo $Ca = 0,2$ (modelo FENE-P com módulo de extensibilidade $b = 50$ ).	105
4.65	Isofaixas do campo da Tensão elástica normal $\sigma_{xx}$ como função do número de Weissenberg, mantendo fixo $Ca = 0,2$ (modelo FENE-P com módulo de extensibilidade $b = 50$ ).	105
4.66	Distribuição da Tensão elástica normal $\sigma_{xx}$ ao longo da linha de simetria como função do número de Weissenberg para o modelo FENE-P com módulo de extensibilidade $b = 50$ .	106
4.67	Vista em detalhe da distribuição da Tensão elástica normal $\sigma_{xx}$ ao longo da linha de simetria como função do número de Weissenberg para o modelo FENE-P com módulo de extensibilidade $b = 50$ .	106
4.68	Isofaixas dos campos de tensão normal $\mathbf{T}_{xx}$ e $\mathbf{T}_{yy}$ como função do módulo de extensibilidade $b$ para $Ca = 2$ (modelo FENE-P).	107
4.69	Campos de tensão elástica $\sigma_{xx}$ e $\sigma_{yy}$ como função do módulo de extensibilidade $b$ para $Ca = 2$ .	108
4.70	Distribuição da tensão elástica $\sigma_{xx}$ ao longo da linha de simetria como função do módulo de extensibilidade $b$ para $Ca = 2$ .	108
4.71	Distribuição da tensão elástica $\sigma_{yy}$ ao longo da linha de simetria como função do módulo de extensibilidade $b$ para $Ca = 2$ .	109
4.72	Vista esquemática do processo de revestimento por rotação direta.	110
4.73	Aproximação do raio de curvatura.	111
4.74	Tensão normal $\mathbf{T}_{xx}$ , $\mathbf{T}_{yy}$ , diferença de tensões $\frac{\mathbf{T}_{xx} - \mathbf{T}_{yy}}{R}$ e derivada do raio de curvatura $\frac{\sigma}{R^2} \frac{dR}{dx}$ como função do número de Capilaridade para líquido Newtoniano.	111

4.75	Diferença de tensões $\frac{T_{xx}-T_{yy}}{R}$ e derivada do raio de curvatura $\frac{\sigma}{R^2} \frac{dR}{dx}$ , ambas quantidades adimensionalizadas, como função do número de Weissenberg para um número de Capilaridade $Ca = 0,2$ (modelo Oldroyd-B).	112
4.76	Número de Weissenberg crítico $We^* \approx 3,4$ usando o critério simplificado de estabilidade para o número de Capilaridade $Ca = 0,6$ (modelo Oldroyd-B).	113
5.1	Desenho do domínio perturbado tridimensional.	119
5.2	Condições de contorno para o caso base e para o escoamento perturbado na cavidade quadrada.	126
5.3	Malha não uniformemente distribuída para a cavidade quadrada.	127
5.4	Escoamento base numa cavidade quadrada $Re = 930$	128
5.5	Autovalores condutores como função do número de onda para a análise de estabilidade de um escoamento numa cavidade quadrada, $Re = 930$ comparação dos resultados no presente trabalho com os resultados de Musson (2001) [53].	128
5.6	Campos de velocidade do primeiro modo do escoamento de líquido Newtoniano numa cavidade quadrada para $Re = 930$ .	129
5.7	Campos de velocidade do quinto modo do escoamento de líquido Newtoniano numa cavidade quadrada para $Re = 930$ .	130
5.8	Condições de contorno para o escoamento perturbado de camada de líquido estagnado numa piscina retangular.	131
5.9	Autovalores condutores como função do número de onda para a análise de estabilidade da camada estática de líquido numa piscina para um número de Bond igual a 1; comparação dos resultados no presente trabalho com os resultados de Carvalho (1995) [40].	131
5.10	Malha não uniformemente distribuída para o escoamento entre placas paralelas tipo Couette.	133
5.11	Campos de velocidade na direção transversal $W$ para dois números de onda $N = 0$ e $1$ do primeiro autovetor correspondente a o primeiro autovalor(real) de um escoamento tipo Couette com fluido Newtoniano $Re = 0,01$ .	134
5.12	Campos de velocidades na direção do escoamento $U$ e na direção transversal $W$ , correspondentes ao décimo quinto autovalor (complexo conjugado) de um escoamento tipo Couette com fluido Newtoniano $Re = 0,01$ .	134
5.13	Espectro total dos autovalores para um escoamento tipo Couette de um fluido Oldroyd-B para um número de Weissenberg igual a $0,1$ com três malhas diferentes.	135
5.14	Vista em detalhe de uma parte do espectro de um escoamento Couette de um fluido Oldroyd-B para um $We = 0,1$ com duas malhas com diferente número de elementos na direção horizontal.	136
5.15	Vista em detalhe de uma parte do espectro, considerando os "shifts" = $-11, -10,5, -10,25, -10, -9, -8$ de um escoamento tipo Couette de um fluido Oldroyd-B.	136

5.16	Vista em detalhe de uma parte do espectro de um escoamento tipo Couette de um fluido Oldroyd-B.	137
5.17	Vista em detalhe de uma parte do espectro, considerando os "shifts" = $-10,25$ , $-10,5$ , $-11$ , $-11,5$ e $-11,75$ de um escoamento tipo Couette de um fluido Oldroyd-B.	137
5.18	Vista em detalhe de uma parte do espectro, considerando os "shifts" = $-50$ , $-15$ , $-12$ e $-11$ de um escoamento tipo Couette de um fluido Oldroyd-B.	138
5.19	Vista em detalhe de uma parte do espectro de um escoamento Couette de um fluido Oldroyd-B, considerando os "shifts" = $0$ , $-8,25$ , $-9$ , $-9,5$ e $-10$ para um número de Weissenberg $We = 0,1$ para duas malhas com diferente número de elementos na direção vertical.	139
5.20	Vista em detalhe de uma parte do espectro de um escoamento tipo Couette de um fluido Oldroyd-B, considerando os "shifts" = $-10,25$ , $-11$ e $-11,75$ .	140
5.21	Vista em detalhe de uma parte do espectro considerando os "shifts" = $-50$ , $-15$ , $-12$ , $-11,75$ e $-10$ de um escoamento Couette de um fluido Oldroyd-B mantendo o número de Weissenberg $We = 0,1$ .	140

## Lista de Tabelas

- 2.1 Parâmetros e funções de relaxação dos modelos constitutivos Maxwell/Oldroyd-B (Larson, 1988 [26]) e FENE-P (Bird et al., 1987 [24]).  $I_M$  é o primeiro invariante do tensor conformação  $\mathbf{M}$  e  $G$  é módulo de elasticidade polimérica. 35
- 4.1 Número de elementos e incógnitas nas diferentes malhas usadas para resolver o escoamento de líquidos não Newtonianos com os modelos Oldroyd-B e FENE-P para um número de Capilaridade fixo  $Ca = 0,2$ . 64