# 3
# REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No item 3.1, apresenta-se uma visão geral dos trabalhos estudados sobre a programação de horários de trens. No item 3.2, tem-se uma análise dos trabalhos que serviram como base e contribuíram para aprofundar a realização deste trabalho.

## 3.1.Visão Geral

A seguir estão descritos alguns dos modelos de circulação ou movimentação de trens que contribuíram para a evolução da otimização na ferrovia.

Petersen e Taylor (1982) apresentam um modelo de simulação para a ferrovia de uso geral, ajudando na programação de um conjunto de trens, em tempo real, com velocidades e prioridades distintas. O modelo é aplicado em linha singela e linhas múltiplas. Este descreve a movimentação dos trens (LSIM). Em sua dissertação de mestrado Medeiros (1989) implementou em Pascal o modelo de Petersen/Taylor, o LSIM. Podem ser simulados n trens, com diferentes velocidades, considerando-se as restrições impostas para ultrapassagens e as prioridades de trens. O programa atualiza a localização e o horário após o cumprimento de cada atividade dos trens e, define qual será a melhor rota.

Ferreira (1992), apresenta alguns procedimentos operacionais que apóiam os despachadores no gerenciamento e controle do tráfego ferroviário. O autor descreve uma técnica para o cruzamento, em movimento, de dois trens em via singela. Também realiza um estudo sobre os atrasos dos trens, estes com uma relevância significativa para a realização desta pesquisa. Supõe-se um quadro de horários rígidos, contendo as partidas de um número de trens nas sucessivas estações. Se um trem atrasa em uma estação ou entre duas estações, este atraso poderá causar efeitos nas chegadas e partidas em outras estações. Foi estudado a extensão destes efeitos inter-relacionados com a circulação de trens.

Carey e Lockwood (1994) apresentam um modelo para determinar o movimento de trens, onde consideram linhas múltiplas e trens de diferentes velocidades. Todos os trens possuem paradas padrões. O objetivo é minimizar atrasos ou custos e encontrar as demandas de viagem. O modelo resolve conflitos entre trens, sujeito a diversas restrições e é aplicado a uma rede mais geral, sem muita complexidade. É aplicado para o movimento de trens de passageiros e, foi utilizada programação matemática inteira.

## 3.2.Principais trabalhos

Os modelos a seguir apresentam uma grande proximidade quanto ao enfoque dado a esta pesquisa.

### 3.2.1.Modelo Szpigel (1972)

O modelo de Szpigel (1972) foi desenvolvido como dissertação de mestrado na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, tratando do sequenciamento e resolução de conflitos de trens na ferrovia em trechos de linha singela. Apresenta uma solução otimizada relativa aos atrasos de trens. Embora antigo, o trabalho de Szpigel é citado em quase todos os trabalhos que tratam esse assunto. (Sedrez,1983, Higgins, 1996, Leal 2003, etc)

São considerados todos os trens iniciando seus movimentos a partir do instante em que estejam prontos e que sigam suas rotas sem sofrer qualquer interferência. Desta forma, partindo desta solução inicial, surgirão vários conflitos na circulação dos trens, Este modelo busca a solução dos conflitos, levando em conta as prioridades dos trens e tempos de viagem. A solução ótima será aquela que apresentar menor valor para a soma ponderada dos tempos de viagem de todos os trens, conforme a função objetivo, apresentada na fórmula 11.

Os problemas de sequenciamento de trens são vistos como problemas de *job-shop scheduling*, onde tarefas constituídas de operações devem ser executadas por um conjunto de máquinas (Szpigel 1972). Neste modelo foram utilizados os termos “viagem de trem” e “trechos” no lugar de “tarefas” e “máquinas”.

A seguir é apresentado o modelo proposto por Szpigel (1972).

Sejam n os trens que deverão ser seqüenciados em uma linha singela de w trechos. A rota do trem será representada por um vetor $R_i$ com $m_i$ componentes, cujo componente $r_{ik}$ é o k-ésimo trecho a ser percorrido pelo trem i ($R_i = r_{ik}$).

O instante em que o trem i entra no trecho $r_{ik}$ será chamado de $t_{irik}$ e o intervalo de tempo que o trem i ocupa o k-ésimo trecho da rota $R_i$ será chamado de $a_{irik}$.

<u>Função objetivo:</u>

$$Min\, z = \sum_{i=1}^{n} c_i * t_{i_{ri\,mi}} \qquad (11)$$

Restrições:

Sujeito a:

$$t_{i_{ri1}} \geq t_{i_0} \qquad \text{para todo i} \qquad (12)$$

$$t_{i_{rik}} + a_{i_{rik}} \leq t_{i_{rik+1}} \qquad \text{(k = 1, 2, ...mi-1)} \qquad (13)$$

$$t_{ip} + b_{ijp} \leq t_{jp} \ \text{ ou } \ t_{jp} + b_{jip} \leq t_{ip} \qquad \text{para todo (i, j; p)} \qquad (14)$$

$$t_{i_{rik}} \geq 0 \qquad \text{para todo (i, k)} \qquad (15)$$

Onde:

$c_i$ = medida de prioridade de trens;

$t_{i_{rimi}}$ = instante de chegada do trem i, na sua estação final do trecho $m_i$;

$t_{i_{ri1}}$ = horário do início da viagem do trem i;

$t_{i_0}$ = horário de partida do trem i;

$t_{i_{rik}}$ = instante de tempo em que o trem i entra no trecho $r_{ik}$;

$a_{i_{rik}}$ = instante de tempo que o trem i ocupa o k-ésimo trecho da rota $R_i$;

$t_{ip}$ = instante em que o trem i entra no trecho p;

$t_{jp}$ = instante em que o trem j entra no trecho p;

$b_{ijp}$ = $b_{jip}$ = tempo de percurso dos trens em conflito no trecho p.

A função objetivo utilizada foi a média ponderada dos tempos de viagem. A medida de prioridade dos trens representa as diferentes importâncias econômicas dos trens.

A restrição 1 (fórmula 12), significa que não é possível iniciar uma viagem, antes do horário de partida do trem.

Na restrição 2 (fórmula 13), temos que o tempo decorrido entre a desocupação do trecho $r_{ik}$ e o início da ocupação do trecho $r_{ik+1}$ é igual a zero, se o trem i não é obrigado a parar.

Dois trens não podem estar simultaneamente em um trecho. Isto é definido pela restrição 3 (fórmula 14), que tem por finalidade garantir a ausência de conflitos. Em outras palavras, isto quer dizer que existiria um conflito se um trem entra em um trecho antes que ele seja desocupado pelo outro trem.

E, a restrição 4 (fórmula 15), diz que todo o instante em que o trem i entra no trecho $r_{ik}$ deve ser maior ou igual a zero.

O método de resolução utilizado foi o de *branch-and-bound*, que permite obter soluções ótimas (ou evidência de que elas não existem) através da pesquisa de uma parte relativamente pequena do espaço de soluções.

O espaço de soluções é representado por um diagrama em forma de árvore. Um nó y foi considerado como o nó inicial. Este nó corresponde ao modelo proposto sem as restrições $t_{ip} + b_{ijp} \leq t_{jp}$ e $t_{jp} + b_{jip} \leq t_{ip}$. Os subconjuntos $y_1$, $y_2$, ..., $y_k$ são obtidos quando o subconjunto y é particionado (figura 6). O processo de partição corresponde ao de ramificação do nó y. Um nó ainda não ramificado é um nó aberto. Após a ramificação do nó inicial, se originarão dois outros problemas que serão obtidos pela inclusão das restrições $t_{ip} + b_{ijp} \leq t_{jp}$ (em um deles) e $t_{jp} + b_{jip} \leq t_{ip}$ (no outro) correspondentes ao trem i, que está em conflito com o trem j no trecho p (i, j ; p) não fixados no problema de origem.

O valor da solução do nó de origem é um limite inferior (LI) para os nós que dali se originam. É utilizado para orientar a escolha dos nós a ramificar, reduzindo o número de nós pesquisados e permitindo identificar uma solução ótima.

Quando todos os nós abertos tiverem soluções maiores que a melhor solução viável, o processo termina. A melhor solução viável será aquela que apresentar o menor valor. Nesse ponto a solução é a mais próxima da ótima.

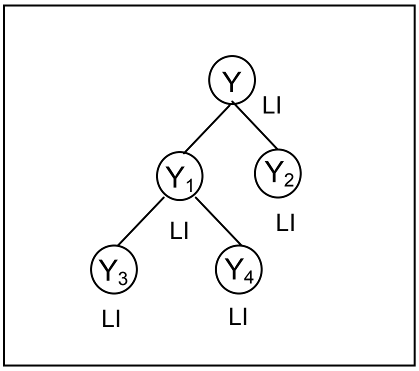


Figura 6: Método de otimização *Branch-and-Bound*

Um nó candidato à ramificação é chamado de nó ativo. A regra de ramificação utilizada por Szpigel é o da escolha do nó ativo de menor valor. Este procedimento permite obter a solução ótima com a pesquisa do menor número de nós possível.

O autor utilizou para a localização dos conflitos a varredura no tempo, onde é escolhido o conflito que ocorre no menor tempo.

Abaixo está descrito o algoritmo de solução do problema:

1) Faça $z_0 = \infty$

2) Ache o valor do nó inicial resolvendo:

$$Min\, z = \sum_{i=1}^{n} c_i * t_{i_{ri\,mi}}$$

$$t_{i_{ri1}} \geq t_{i_0}$$

$$t_{i_{rik}} + a_{i_{rik}} \leq t_{i_{rik+1}}$$

$$t_{i_{rik}} \geq 0 \; t_{irik}$$

3) Localize um conflito, isto é, procure i, j e p tais que apresentam as duas restrições que não são satisfeitas:

$$t_{ip} + b_{ijp} \leq t_{jp} \text{ e } t_{jp} + b_{jip} \leq t_{ip}$$

4) Inclua no problema a restrição $t_{ip} + b_{ijp} \leq t_{jp}$ e resolva encontrando $z_1$ e $t_{ik1}$, para todo (i, k). Localize novamente um conflito. Se houver algum, inclua o nó na “lista de nós” e vá para 5, caso contrário a solução é viável. Vá para 6.

5) Inclua no problema a restrição $t_{jp} + b_{jip} \leq t_{ip}$ e resolva encontrando $z_2$ e $t_{ik2}$, para todo (i, k). Localize novamente um conflito. Se houver algum, inclua o nó na “lista de nós” e vá para 8, caso contrário a solução é viável. Vá para 7

6) Se $z_1 < z_0$ faça $z_0 = z_1$ $t_{ik0} = t_{ik1}$ para todo (i, k). Vá para 5.

7) Se $z_2 < z_0$ faça $z_0 = z_2$ $t_{ik0} = t_{ik2}$ para todo (i, k). Vá para 8.

8) Escolha um nó da “lista de nós”. Se o valor deste nó for menor do que $z_0$ vá para 3. Se for maior, escolha outro nó. Se nenhum outro for menor então a solução ótima é $t_{ik0}$ para todo (i, k) e o valor da solução é $z_0$.

### 3.2.2.Modelo Sedrez (1983)

O objetivo deste trabalho é a formulação de procedimentos que permitam a quantificação de um parâmetro, através do qual seja possível avaliar os impactos provocados pela circulação de trens especiais. Estes são trens que não são regulares e são inseridos na malha, sem que modifique os horários de partida e tempos de percurso dos trens normais.

Sedrez (1983) usou como base a versão do programa de Szpigel (1972) e desenvolveu um novo programa onde é possível a inserção de trens especiais. Foram previstas as seguintes modificações: a criação de um horário por estações e a criação de um gráfico de trens.

No horário por estações apresenta-se um quadro onde aparece o horário de chegada, o tempo de parada e o horário de partida de cada trem em cada estação.

O gráfico de trens é um gráfico espaço x tempo, no qual é representada a circulação de trens.

Ainda não sendo satisfeitas para aplicação em um problema real, devido ao grande armazenamento de dados, Sedrez (1983) realizou mais três mudanças: parcelamento do problema base, redução dos dados a armazenar e reformulação do relatório de saída.

O método de parcelamento do problema base segue um esquema de sub-otimização, com o objetivo de possibilitar a solução de um problema de maiores dimensões. O método é composto pelos seguintes passos: define-se inicialmente um intervalo de tempo que será o módulo do parcelamento; a seguir identifica-se quais trens e trechos de suas rotas se enquadram no primeiro módulo de parcelamento; resolve-se este problema, onde a solução passa a ser considerada imutável e impõe as condições iniciais para o segundo problema parcial. O segundo problema parcial será limitado pelo segundo módulo de parcelamento, cujo tempo limite superior é igual ao dobro do intervalo de tempo definido inicialmente; definem-se os trens e trechos que participam deste problema; soluciona-se o problema; e assim por diante, até que todos os elementos do problema tenham sido analisados. Após, faz-se uma composição de todas as soluções obtendo uma solução viável sub-otimizada do programa base.

Visando a redução da área de memória ocupada em disco, modificou-se o critério de gravação e leitura das matrizes, que originalmente armazenava todos os elementos da matriz.

Em função das alterações feitas, principalmente a implantação do processo de parcelamento, aumentou-se a necessidade de alocar mais unidades de memória e não foi possível manter o gráfico de trens. Assim, criou-se um relatório de saída, apresentando as características do problema base, a definição da hora-pronto dos trens em função do parcelamento, e as informações gerais sobre trens. Para cada solução viável são impressas uma “tabela de horários” e um “resumo dos horários e dos tempos de viagem”. É apresentado também um quadro com a relação dos horários de liberação dos trechos e uma mensagem informando que a última solução viável é ótima e que o problema parcial está resolvido. Após a conclusão do último problema parcial, o programa imprime um quadro que contém: seu número, sua prioridade, sua hora-pronto real, sua hora de chegada final e seu tempo de viagem. Informa também o total dos tempos de viagens de todos os trens.

### 3.2.3.Modelo Higgins (1996)

O modelo é utilizado como uma ferramenta de suporte à decisão para os despachadores, apresentando uma solução ótima para o sequenciamento de trens em tempo real. Avalia, também, os impactos causados pelas trocas na tabela de horários dos trens, sendo desenvolvido para vias singelas. São definidas prioridades para os trens. É aplicado um procedimento para a busca da solução ótima através do método de otimização de *Branch and Bound*. Este resolve os conflitos e desenvolve um limite inferior, realizando uma busca em profundidade.

O objetivo é minimizar custos de operação, levando em consideração as prioridades:

$$\text{Minimizar} \sum_{i=1}^{n} \text{Wi} + \text{C} \qquad (16)$$

Onde, Wi é o atraso do trem no destino e C é o custo de operação do trem.

No procedimento de solução, os atraso dos trens são consideradas em duas partes. Há um atraso corrente de trem em algum ponto no tempo e um limite inferior estimado de cruzamentos e atrasos para este ponto. O modelo é sujeito a várias restrições para assegurar uma operação segura.

<u>Procedimento de solução:</u>

1) Resolver a função objetivo, sujeita a restrições de velocidades, tempos de partida e paradas programadas, ignorando as outras restrições. Isto dará o plano do trem.

2) Para o gráfico de trens, tome o primeiro conflito no “tempo”. Identifique os dois trens envolvidos e o segmento onde ele ocorre. Haverá duas alternativas para a resolução dos conflitos. A primeira é atrasar o trem i e a outra é atrasar o trem j. Resolve-se a função objetivo sujeita a todas as restrições.

Para cada uma das duas alternativas obtém-se um limite inferior estimado para os cruzamentos e atrasos. Adiciona-se, ao custo total, o custo de atraso do limite inferior estimado de atrasos.

3) Toma-se a alternativa com custo mais baixo. Se o custo é maior que o atual limite superior então vá para o passo 8. Senão volte para 4.

4) Para a resolução do nó, pegue o próximo conflito no gráfico de trens. Identifique os trens envolvidos e o segmento em que ocorre o conflito.

5) Idem ao item 2.

6) Se não houver mais conflitos vá para 7, caso contrário vá para 3.

7) Marque a melhor solução. Se o custo desta solução é menor que o limite superior corrente, então o limite superior passa a ser a nova solução.

8) Traçar a árvore de *Branch and Bound*, ramifica-se até encontrar um nó com custo mais baixo que o limite superior. Pegue o nó com menor custo nesta etapa. Volte para 4.

### 3.2.4. Modelo Rosseto (1997)

Este modelo consiste na programação de despachos de trens em vias singelas. É um modelo computacional que busca a otimização de solução de conflitos de trens, para utilização em um caso real, sendo baseado em uma heurística e implementado como parte de um modelo de simulação para a estrada de ferro de Carajás. A heurística proposta busca alocar as ocupações nos trechos disponíveis da via, levando em consideração uma ordem de prioridades, visando otimizar o tempo total de paradas.

Os trens que circulam em linha singela disputam a utilização dos mesmos trilhos, tornando-se esta a maior dificuldade referente ao planejamento operacional. A partir disso surgem os conflitos.

Todos os conflitos devem ser previamente previstos, a partir de uma grade regular de trens. Porém, ocorre que na maioria dos casos essa grade não é cumprida, ocorrendo muitas eventualidades. Desta forma, os conflitos entre trens são na prática, quase aleatórios.

As resoluções dos conflitos entre trens podem resultar em ultrapassagens, atrasos ou cruzamentos. As soluções se tornam complexas, por envolverem um grande número de variáveis que dificilmente podem ser analisadas pelo raciocínio humano normal. Outra questão importante é a prioridade atribuída aos trens. Isto motiva o emprego de um método computacional, que não seja subjetivo, que busque uma solução próxima da ótima em um espaço curto de tempo e, em tempo real.

Rosseto (1997) afirma que as principais vantagens a serem consideradas são o aumento da capacidade operacional; a minimização de investimentos em infra-estrutura; a minimização dos custos; a garantia da segurança operacional; a redução do número de paradas de composições, reduzindo assim, o consumo de combustível; a redução do tempo de percurso, aumentando assim, a velocidade, contribuindo para a redução da frota necessária e dos custos operacionais, entre outras.

Modelo proposto:

Buscou-se definir uma estratégia de solução combinando uma simulação da operação e uma heurística que busca a otimização. Esse modelo deve ser aplicado em tempo real. A estratégia de solução adotada pelo modelo poderia, à primeira vista, resolver um conflito de ocupação de um par de trens em um trecho de via de forma isolada. Neste caso, a solução implica em forçar uma parada em um pátio anterior para a composição de menor prioridade, resolvendo o conflito isoladamente. Essa solução simplista funcionaria somente para ferrovias com pouca circulação de trens. Portanto, para o tratamento do problema na forma mais geral, deve-se buscar a otimização simultânea da circulação de todos os trens que apresentam conflito.

Os conflitos são solucionados em ordem cronológica. Desta forma, de uma só vez é solucionado um conjunto de conflitos. A simulação parte dos tempos de percurso e horários de partida previstos.

Rosseto (1997).

Formulação do problema:

O simulador trata dos eventos operacionais da ferrovia, como o despacho de trens, a busca e solução dos conflitos, as atividades de viagem do trem e atividades de apoio.

A partir da análise de uma tabela de ocupações dos trens na via, entre cada par de trens i e j, busca-se o conflito. Este ocorre quando um trem está previsto para entrar num mesmo trecho t que outro trem, a princípio, já ocuparia.

Todos os próximos conflitos são localizados e aquele que ocorre primeiro em termos de horário é o que será selecionado. A partir dai, segue-se o procedimento para a solução de conflitos da circulação dos trens.

Rosseto (1997).

Procedimento para solução dos conflitos:

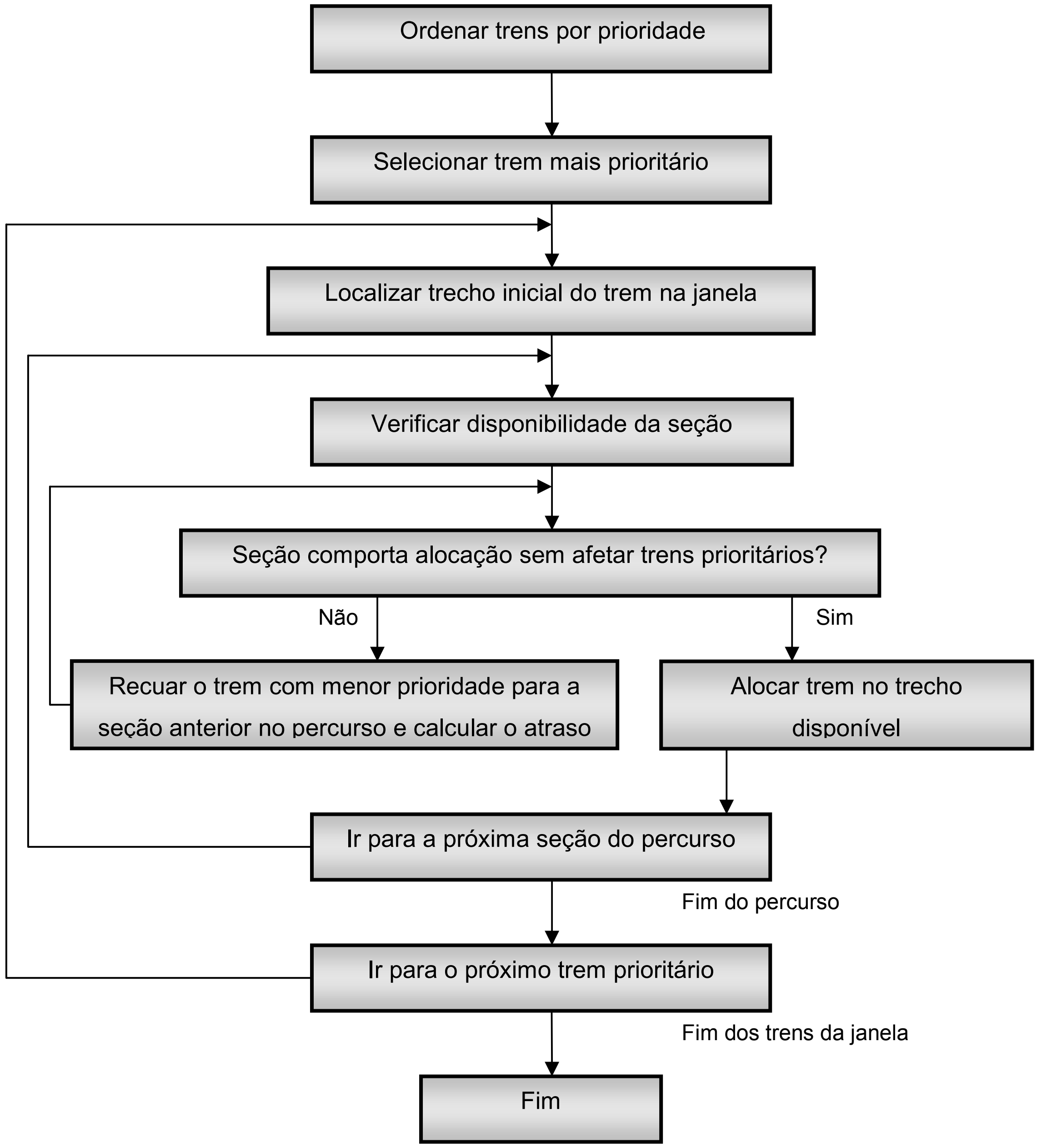


Figura 7: Procedimento para solução de conflitos.

O procedimento consiste na revisão das ocupações de cada trem, na ordem de prioridade para os trechos da via que podem ser ocupados e estão disponíveis, nas seções que fazem parte do percurso do trem. Desta forma, os trens de menor prioridade ajustam-se às disponibilidades viárias deixadas pelos trens de maior prioridade.

Esta revisão das ocupações do trem consiste na ocupação seção a seção, seguindo o percurso do trem. Cada ocupação somente ocorre de acordo com a disponibilidade da seção, tanto em relação ao horário, quanto ao trecho (linha).

Caso o instante de entrada na seção seja atrasado, o trem deverá permanecer, pelo intervalo necessário, esperando em outra seção anterior disponível. Esta espera, deve observar as mesmas restrições consideradas no posicionamento nas demais seções.

Desta forma, cada ocupação do trem ao longo do seu percurso é acomodada, dentro das restrições impostas pelos trens de maior prioridade. Isto resulta numa solução rapidamente obtida (pouco esforço computacional) e plenamente executável operacionalmente.

Rosseto (1997).

<u>Solução do problema:</u>

Após cada ocupação do trem ao longo do seu percurso ser acomodada, dentro das restrições impostas pelos trens de maior prioridade, será gerada uma solução. Para buscar uma solução mais próxima da ótima, introduziu-se uma medida de mérito que possa quantificar as avaliações entre alternativas, tais como: atraso total dos trens, número de paradas, tempo total de percurso, entre outras. As alternativas testadas compreendem ordenações diferentes da lista de trens selecionados pelo envolvimento na "janela de solução" criada em torno do conflito. A busca de soluções alternativas parte sempre de uma solução básica inicial, de acordo com as prioridades básicas dos trens.

Rosseto (1997).

<u>Aplicação do modelo:</u>

O modelo foi desenvolvido para a estrada de ferro de Carajás. Trata-se de um sistema de simulação estratégico denominado Simcar, que objetiva subsidiar o processo de seleção entre possíveis soluções alternativas para os problemas de planejamento estratégico e operacional.

Rosseto (1997).

### 3.2.5. Modelo Leal (2003)

Leal (2003) propõe uma heurística para resolver conflitos entre trens, baseando-se nas formulações de Szpigel (1972). Parte-se inicialmente de uma grade de horário de trens, onde constam todos os horários de partida previstos, origem e destino de cada trem. Os tempos de percurso também são conhecidos.

Segundo Leal (2003) um trecho completo é composto de vários sub-trechos, delimitados por estações. Cada trecho possui diversas estações, dentre elas, a estação inicial e a final.

Abaixo serão descritas as variáveis definidas por Leal (2003), que são os dados de entrada para o procedimento.

O estudo é realizado em via singela. Desta forma, cada trecho pode ser percorrido em dois sentidos, sendo que somente um trem pode ocupar o trecho por vez. Leal (2003) utilizou a seguinte convenção: o sentido de viagem será definido como positivo quando for o da quilometragem crescente e o sentido contrário, como negativo. Cada trem possui um índice (variável $indtrem_i$) positivo (+1) ou negativo (-1), segundo o sentido do percurso.

A programação inicial (originada da grade de horário de trens) possui *ntrens* circulando na linha. Estes trens apresentam diversos conflitos. O objetivo da heurística é realizar uma nova programação livre de conflitos. Cada trem i tem uma estação de início e uma estação de fim de percurso, expressas pelas variáveis *ini* e *fim*.

Cada trem i realiza uma viagem, cujo tempo que é definido pelo momento de entrada em cada trecho j ($tvia_{i,j}$), e pelo momento de chegada à estação final do trecho. Neste trabalho, sempre que houver referência ao trecho estação, estará referindo-se ao trecho à frente do trem, no sentido da viagem do trem.

O autor afirma que cada trem i pode ter uma parada programada na estação j, para realizar uma tarefa operacional. O tempo desta parada estará guardada na variável $tpar_{i,j}$. Além disso, deverá ser considerada para cada trem i uma prioridade $prior_i$, que dá um peso relativo para o trem indicando a sua importância e grau de prioridade, no tratamento da solução de conflitos com outros trens. Neste procedimento, inicialmente, todos os trens terão igual prioridade para melhor compreensão do problema.

O tempo de ocupação do trem i no trecho j ($ocupa_{i,j,}$) é calculado pelo programa, a partir dos dados de entrada, que guarda o tempo de ocupação do trem i, no trecho a frente da estação j e é uma variável necessária para resolver os conflitos.

Também, durante o procedimento, os conflitos ao serem resolvidos, podem ocasionar atrasos no momento da entrada do trem i no trecho a frente da estação j. Este valor será guardado na variável $atraso_{i,j}$.

Leal (2003) chama a atenção com relação a matriz de tempos *tvia*, pois é importante esclarecer o tipo de dado fornecido na matriz para evitar interpretações equivocadas, que conduzem a erros. Ele exemplifica com uma situação conforme a figura abaixo. São dadas uma linha com quatro estações, portanto com três trechos. Há duas maneiras de se representar a viagem dos trens na matriz *tvia*.

a) Dados de momento de entrada no trecho, para cada trem.

As convenções utilizadas pelo autor para representar a matriz dos instantes de entrada ($tvia_{i,j}$) são: o índice i (*ilin)*, que representa os trens, corresponde as linhas e o índice j (*icol*), que representa os trechos, ou as estações de entrada no trecho, corresponde as colunas.

Pode-se apresentar, para os trens com índices positivos, os horários de entrada em cada um dos três trechos, começando do trecho 1, menos na última estação (no exemplo abaixo: estação 4). Aqui se trabalha com n_estações-1, que é o número de trechos. Os trens com índices negativos são representados da última estação até a segunda, e não se apresenta a chegada na primeira estação (no exemplo abaixo: estação 1).

Leal (2003) apresenta abaixo uma matriz $tvia_{i,j}$ demonstrando um exemplo deste caso. Seja que o trem i, positivo, tem os seguintes tempos: 0,10 e 20. O trem j, no sentido contrário, os tempo 12, 17,25. A matriz *tvia* teria os seguintes dados:

| *Estação* | *1* | *2* | *3* | *4* |
|---|---|---|---|---|

$$\begin{array}{rcl}
\textbf{\textit{Trecho}} & \begin{matrix}\textbf{1} & \textbf{2} & \textbf{3}\end{matrix} & \\
\begin{matrix}\textbf{\textit{Trem 1}}\\ \textbf{\textit{Trem 2}}\end{matrix} & \begin{bmatrix}0 & 10 & 20\\ 25 & 17 & 12\end{bmatrix} & \begin{matrix}\Rightarrow +1\\ \Leftarrow -1\end{matrix}
\end{array}$$

Para uma coluna *icol* de um trem i com índice positivo, os dados de horário de um trem i no sentido contrário não se referem à mesma estação, pois a estação de entrada em um trecho para um trem positivo é a estação de saída do trecho para um trem negativo em sentido contrário. Ou seja, um trem ilin = 1 (trem 1), entra no trecho icol = 2 (trecho 2) na estação 2 e sai do trecho na estação icol+indtrem[ilin] = 3. O trem jlin = 2 (trem 2), no sentido contrário, usa o mesmo trecho 2 desde o momento em que ele entra no trecho, na estação 3 até o momento em que ele deixa o trecho, na estação jcol+indtrem[j] = 2. Os dados da coluna 2 são, para o trem positivo o valor 10, de passagem pela estação 2 e para o trem negativo, o valor 17 de passagem pela estação 3, isto é, utilizam o mesmo trecho, mas as estações são diferentes.  A figura 8 ilustra esta situação.

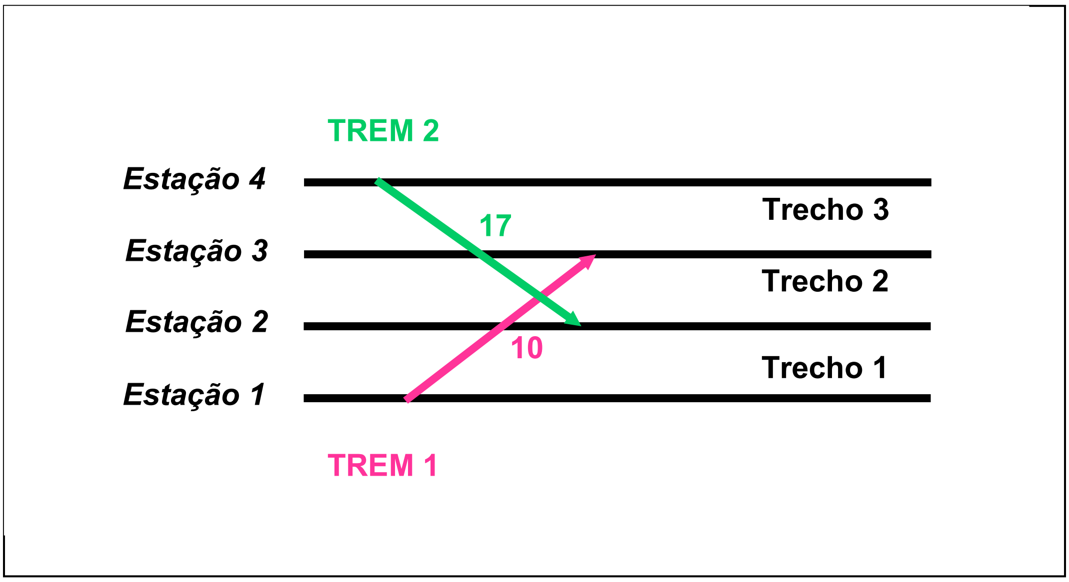


Figura 8: Representação das viagens dos trens com uma matriz de horários de entrada nos trechos.
Fonte: Leal (2003)

b) Dados os horários de passagem, pela estação inicial ou de entrada em cada trecho, inclusive na estação final.

Neste caso são dados os horários de entrada em todas as estações, (n-estações). Para os trens positivos (trem 1), acrescenta-se uma coluna para a chegada na última estação (demonstrado no exemplo abaixo). Para os dados dos trens negativos (trem 2), acrescenta-se um dado na primeira estação (de chegada) e deslocam-se os demais dados (demonstrado no exemplo abaixo). Assim, as estações para os trens positivos e negativos coincidem, em cada coluna, mas não os trechos, como na representação anterior.

Nesta forma de representação, a matriz para este exemplo proposto por Leal (2003) seria:

| *Trecho* | *1* | *2* | *3* |
|---|---|---|---|

$$
\begin{array}{lc}
 & \textbf{\textit{Estação}} \quad \textbf{\textit{1}} \quad \textbf{\textit{2}} \quad \textbf{\textit{3}} \quad \textbf{\textit{4}} \\
\textbf{\textit{Trem 1}} & \left[\begin{array}{cccc} 0 & 10 & 20 & \boxed{30} \\ \boxed{35} & 25 & 17 & 12 \end{array}\right] \begin{array}{l} \Rightarrow +1 \\ \Leftarrow -1 \end{array} \\
\textbf{\textit{Trem 2}} &
\end{array}
$$

Desta forma, os dados de uma dada coluna de momento de entrada no trecho para um trem positivo correspondem, na mesma coluna a passagem de um trem negativo pela mesma estação, mas saindo do mesmo trecho. Os dados da coluna 2, tem o valor 10 de passagem do trem positivo (trem 1), quando este entra na estação 2 e o valor 25 de passagem do trem negativo (trem 2), quando este sai da mesma estação 2 (figura 9).

Aqui, a estação de entrada de um trem positivo, em uma estação, icol = 2 é a estação de saída do trem j em sentido contrário. Assim o trem j usa o mesmo trecho, desde o momento em que entra no trecho na estação icol+indtrem[ilin], até a sua saída na estação icol.

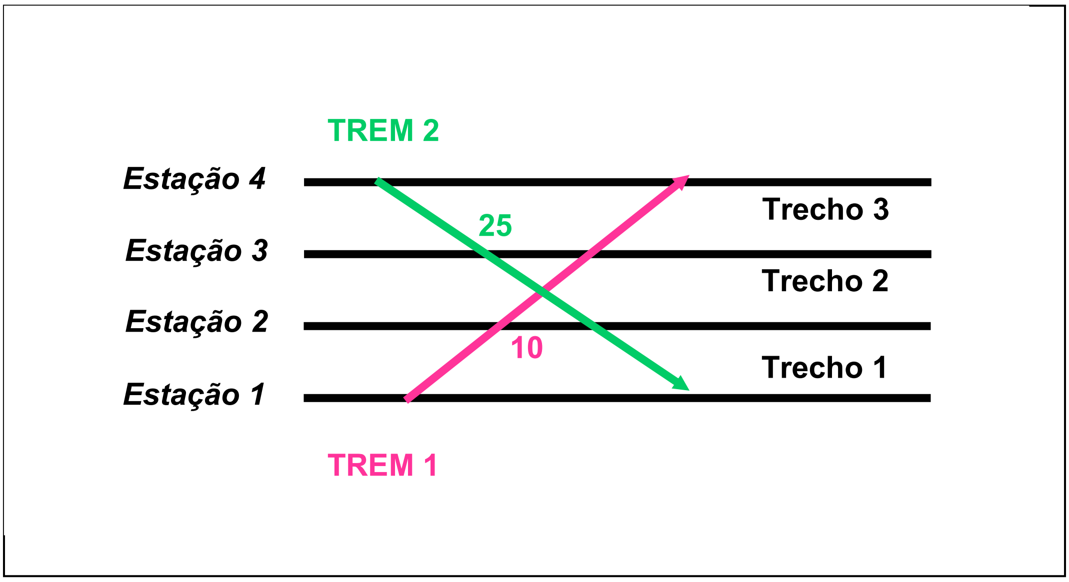


Figura 9: Representação das viagens dos trens dados os horários em todas estações. Fonte: Leal (2003)

Leal (2003) utilizou as duas representações em seu trabalho. A primeira representação, por trecho, para um exemplo inicial, serviu para explicar didaticamente a forma de tratar os conflitos, a partir da matriz. A segunda foi, de fato, implementada no procedimento. Ela tem a vantagem de conter todos os dados da viagem do trem e ser mais intuitiva para os técnicos das ferrovias.

<u>Identificação do conflito e ordem de tratamento dos conflitos:</u>

Para a compreensão do procedimento implementado, Leal (2003) faz algumas definições.

Um conflito se dá quando um trem tenta ocupar um trecho, durante a ocupação deste mesmo trecho, por outro trem.

Para trens de mesmo sentido, a seguinte situação define o conflito. Uma vez que um trem de referência se encontra no trecho, um outro trem, anterior a ele que saísse do trecho, ou um trem posterior a ele que entrasse no trecho durante a sua ocupação estaria em conflito.

Para trens de sentidos opostos, a seguinte situação define o conflito. Uma vez que um trem de referência se encontra no trecho, um trem no sentido oposto que entre, ou saia do trecho durante a sua ocupação, estaria em conflito.

Portanto, os conflitos se dão em trechos. No entanto, o dado disponível da viagem dos trens, na matriz *tvia* usando a representação “a”, fornece o momento de entrada de cada trem no trecho.

O autor faz uma análise de como ocorrem os conflitos de acordo como o sentido dos trens, baseando-se na descrição realizada no item “a”. No caso de conflitos de trens de mesmo sentido, a contagem de trechos é direta, cada estação de entrada icol do trem i corresponde a mesma estação icol do trem j, potencial conflitante. No caso de trens de sentido contrário, as estações de entrada de trecho não tem a mesma correspondência. Para um trem i de sentido positivo, entrando em icol, a estação do trem de sentido negativo entrando no mesmo trecho é icol +1. No caso de um trem i de sentido negativo, entrando em icol, o trem de sentido positivo, conflitando com ele, vai entrar no trecho na estação icol-1.

O tipo de conflito, se os trens são de mesmo sentido, ou de sentido oposto pode ser detectado por:

- Se $indtrem_i$ x $indtrem_j = 1$, se os trens são de mesmo sentido,
- Se $indtrem_i$ x $indtrem_j = -1$, se são de sentido contrário.

Pode ser definida a estação de entrada do trem j como *jcol*. Quando os trens tem o mesmo sentido: jcol = icol. Se, são de sentido contrário, pode ser expresso por: $indtrem_i$ x $indtrem_j < 0$ então, $jcol = icol - indtrem_j$.

Para trens de mesmo sentido o conflito se dá entre o trem *ilin* e o trem *jlin*, quando o trem j:

- Parte da estação icol entre $tvia_{ilin,icol}$ e $tvia_{ilin,icol}+ocupa_{ilin,icol}$.
- Ou entra no trecho $icol+indtrem_{ilin}$ entre os mesmos momentos.

Para trens de sentido contrário a estação de entrada no trecho é jcol=icol-indtrem$_j$. e a de saída jcol+indtrem$_j$.

Resumindo em uma condição, o conflito existe:

- Se ($tvia_{ilin,icol} < tvia_{j,jcol} < tvia_{ilin,icol} + ocupa_{ilin,icol}$) (18)
- Ou ($tvia_{ilin,icol} < tvia_{j,jcol} + ocupa_{j,jcol} < tvia_{ilin,icol} + ocupa_{ilin,icol]}$) (19)

<u>A solução do conflito:</u>

O conflito se resolve atrasando um dos trens. Atrasar um trem significa que um trem deverá parar para que o outro possa prosseguir. O atraso pode ser decidido tanto para o trem *ilin*, como para o trem *jlin*. Quando os trens têm a mesma prioridade, Leal (2003) apresenta dois casos:

1) Fazer o trem j entrar no trecho depois da saída de *ilin*, portanto:

$$atraso_{j,jcol} = tvia_{ilin,icol} + ocupa_{ilin,icol} - tvia_{j,jcol} \quad (20)$$

2) Fazer o trem i entrar no trecho depois do trem *jlin* sair.

$$atraso_{ilin,icol} = tvia_{j,jcol} + ocupa_{j,jcol} - tvia_{ilin,icol} \quad (21)$$

Cabe a discussão, sobre qual a melhor alternativa, olhando somente um conflito isolado. Leal (2003) realiza as seguintes considerações:

- Se os trens têm aproximadamente o mesmo tempo de ocupação no trecho, se trem j chega em *jcol* entre a chegada e a partida de *ilin* do trecho, sempre será melhor atrasar j que *ilin*. Porque:

$$tvia_{ilin,\,icol} < tvia_{j,jcol} < tvia_{ilin,\,icol} + ocupa_{ilin,icol} < tvia_{j,jcol} + ocupa_{j,jcol} \quad (22)$$

E se cumpre:

$$tvia_{ilin,icol} + ocupa_{ilin,icol} - tvia_{j,jcol} < tvia_{j,jcol} + ocupa_{j,jcol} - tvia_{ilin,icol} \quad (23)$$

- Se, por outro lado o trem j sair do trecho durante a passagem de ilin, é melhor atrasar ilin, pois:

$$tvia_{j,jcol} < tvia_{ilin,icol} < tvia_{j,jcol} + ocupa_{j,jcol} < tvia_{ilin,icol} + ocupa_{ilin,icol} \quad (24)$$

logo:

$$tvia_{j,jcol} + ocupa_{j,jcol} - tvia_{ilin,icol} < tvia_{ilin,icol} + ocupa_{ilin,icol} - tvia_{j,jcol} \qquad (25)$$

O autor conclui que com os tempos aproximadamente iguais de viagem, só ocorre uma das duas situações de conflito. Em resumo, em igualdades de prioridade, seria melhor, considerando apenas o conflito local, atrasar o trem que chegou depois no trecho em questão.

Leal (2003) afirma que essa discussão vale apenas para a solução do conflito presente. Na estratégia de solução global, não se pode, a priori, descartar nenhuma das duas soluções.

<u>Procedimento de solução:</u>

O problema proposto por Leal (2003) consiste em resolver os conflitos entre trens, definindo uma programação para os trens. Devem ser consideradas as prioridades de cada trem de forma a minimizar uma função objetivo. A função mais usada (Szpigel, 1972) tem sido a de minimizar os atrasos ponderados pela prioridade dos trens. Tanto se pode expressar esta função tomando os atrasos diretamente, como tomando os tempos de chegada dos trens, ponderados pelas prioridades, já que esta última função apenas agrega uma constante à primeira. Na primeira situação, consideram-se todas as prioridades iguais a um.

Segundo Leal (2003), a função objetivo é:

$$Min\ F = \sum_{i=1}^{ntrem} tvia_{i,fim_{ii}} * prior_i \qquad (26)$$

O procedimento proposto pelo autor pode ser resumido nos seguintes passos:

- Passo 0: No início a solução atual é a solução, com a programação inicial, ignorando os conflitos.

Enquanto não chegar a uma solução viável faça (1):

- Passo 1: Selecione uma solução atual.

- Passo 2: Enquanto houver conflitos faça (2):

1. Identifique um conflito.
2. Identifique o trem de referência, seu sentido e o trecho de referência.
3. Identifique o trem de conflito e seu sentido de viagem.
4. Calcule o atraso para o trem de conflito.
5. Calcule o atraso para o trem de referência.
6. Escolha o menor atraso.
7. Refaça os horários do trem atrasado da estação atual até a estação final da viagem.

Fim faça 2.

- Passo 3. Calcule o valor da Função objetivo.

- Passo 4. Compare com outras soluções.

Fim Faça 1.

*A seleção do próximo conflito:*

O próximo conflito a ser tratado pode ser encontrado fazendo uma varredura no espaço, desde uma estação inicial da linha, ou fazendo uma varredura no tempo, a partir do momento mais cedo de operação na linha. O primeiro conflito encontrado segundo um dos critérios, é o selecionado para ser tratado em primeiro lugar.

Diversos autores (Higgins, 1996, Szpigel, 1972, entre outros) indicam a conveniência de selecionar o conflito pelo tempo. Isto porque tratar primeiro o conflito mais cedo, implica em propagar para frente, no tempo os efeitos da solução deste conflito. No caso do tratamento pelo espaço, esta solução pode afetar e criar conflitos em outros trens, em momento mais cedo que o atual, criando um loop complexo de soluções.

Leal (2003) utiliza neste trabalho, o critério de varredura no tempo para a seleção do próximo conflito a ser tratado.

*A seleção de uma boa solução:*

Este é um procedimento heurístico. Durante as soluções dos conflitos, há propagações dos efeitos para frente criando, eventualmente novos conflitos. O espaço de soluções é imensamente grande. Portanto é necessária uma estratégia para explorar o espaço de soluções, através de uma meta-heurística, ou através de um procedimento de *branch-and-bound*. Uma estratégia de otimização sugerida é a de Higgins (1996) ou Szpigel (1972), que utilizam o método *branch-and-bound* na busca da melhor solução.

*Uma aplicação com o exemplo de Szpigel (1972):*

Pra melhor compreensão do procedimento, Leal (2003) apresenta um problema, utilizando os mesmos dados do exemplo proposto por Szpigel (1972). Ele utiliza a representação de trens, com o momento de entrada em cada trecho – representação "a" desta seção. A finalidade é mostrar o conceito de análise do conflito diretamente a partir de cálculos na matriz de tempos de entrada no trecho, que é a contribuição desta abordagem.

*O problema utilizando o procedimento de Leal (2003):*

Para 3 trens com percursos em três trechos, usando a representação de matriz de tempo de entrada nos trechos, dá os seguintes valores:

Trem 1: percurso do trem = 3,2,1 indtrem = -1
Trem 2: percurso do trem = 1,2,3 indtrem = +1
Trem 3: percurso do trem = 3,2,1 indtrem = -1.

Os tempos de viagem, nos dois primeiros trechos, que serão tomados como os tempos de ocupação nos trechos, são:

Trem 1: 3, 4
Trem 2: 3, 4
Trem 3: 3, 4

Os momentos de partida são:

Trem 1: 0
Trem 2: 2
Trem 3: 3

A matriz tvia de tempos de entrada nos trechos, resultante será:

$$Tvia = \begin{array}{cl} \begin{bmatrix} mto\_part + t\_via & mto\_de\_part + t\_via & mto\_de\_part \\ mto\_de\_part & mto\_de\_part + t\_via & mto\_de\_part + t\_via \\ mto\_de\_part + t\_via & mto\_de\_part + t\_via & mto\_de\_part \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \Leftarrow \text{Indtrem -1} \\ \Rightarrow \text{Indtrem +1} \\ \Leftarrow \text{Indtrem -1} \end{array} \end{array}$$

Onde:

mto_part = momento de partida;

t_via = tempo de viagem;

indtrem = índice do trem.

$$Tvia = \begin{array}{cl} \begin{bmatrix} 3+4 & 0+3 & 0 \\ 2 & 2+3 & 5+4 \\ 6+4 & 3+3 & 3 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \Leftarrow \text{-1} \\ \Rightarrow \text{+1} \\ \Leftarrow \text{-1} \end{array} \end{array}$$

$$Tvia = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & 9 \\ 10 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

O objetivo do problema é de minimizar os atrasos. Os horários de partidas dados são fixos. O valor de uma solução é, no caso dos trens terem o mesmo peso, isto é, a mesma prioridade, a soma dos valores de momento de entrada no trecho final de cada trem. No caso, a solução inicial é: 7 + 9 + 10 = 26

Identificação do conflito na matriz proposta por Leal (2003):

1) Toma-se um trem qualquer em um trecho k. Na matriz, cada trem i, corresponde a uma linha e cada a estação de início de trecho, a uma coluna.

2) Olha-se na coluna k + $indtrem_i$, o tempo $tvia_{i,k}$ + $indtrem_i$.

3) Toma-se na coluna k, para cada trem j <>i, a diferença:

$$tvia_{j,k} - tvia_{i,k} + ocupa_{i,k} \text{ (cálculo dos atrasos)} \qquad (27)$$

Quando os valores dos atrasos derem negativos, indica que trem j entrou no trecho k, antes do trem i deixar o trecho k. Se, além disso, o trem j saiu do trecho depois que o trem i entrou no trecho, existe o conflito. O maior valor negativo, em valor absoluto, é o maior conflito.

A seleção do conflito é realizada através de uma varredura no tempo. É utilizada a seguir a heurística para encontrar o primeiro conflito.

No caso da matriz acima, o menor valor é 0 do trem 1 na coluna 3. O sentido do trem é negativo:

$t_{1,3} = 0$

Ilin = 1, icol = 3, indtrem = -1.

Este trem deixa o trecho no momento $tvia_{1,3} + ocupa_{1,3} = 3$.

Na mesma coluna tem-se os valores de atraso:

Trem 2: atraso = 9 – 3 = 6

Trem 3: atraso = 3 - 3 = 0.

Logo, não há conflito no primeiro trecho para o trem 1.

O segundo menor valor na tabela é 2, para o trem 2, no trecho 1:

$t_{2,1} = 2$

Ilin = 2, icol = 1, indtrem = +1.

Trem 2 deixa o trecho no momento $t_{2,1}$+ $ocupa_{2,1}$ = 5.

Os atrasos são:

Trem 1: 7 - 5 = 2

Trem 1: 10 - 5 = 5

Não há conflito.

O terceiro menor tempo é 3, do trem 1, por exemplo (há empate com o trem 3).

$t_{1,2} = 3$

Ilin = 1, icol = 2, indtrem = -1.

$t_{1,1} = 7$.

Os atrasos são:

Trem 2: 5 -7 = -2

Trem 3: 6 - 7 = -1.

Maior conflito é com trem 2.

Solução do conflito na matriz:

Leal (2003) indica duas formas para a solução do conflito:

1) Atrasar o trem j no valor do atraso encontrado;
2) Ou atrasar o trem i do valor:

$$tvia_{j,icol} + ocupa_{j,icol} - t_{ilin,icol}. \quad (28)$$

Ou seja, o trem só entra no trecho icol depois do trem j deixar o trecho, depois da sua ocupação.

No primeiro caso, o trem j entraria no trecho 2 no momento 7, e o atraso é adicionado aos demais valores da linha de j até o final do seu percurso.

No segundo caso o trem i entraria no trecho 2 no momento 9, e seria atrasado de 9 - 3 = 6 minutos. O atraso seria adicionado aos demais trechos, à frente, no seu percurso.

Essas duas alternativas correspondem aos dois nós do *branch-and-bound*, de Szpigel (1972), conforme o item 3.2.1:

1º caso: atrasa o trem 2 (j)      2º caso: atrasa o trem 1 (i)

$$Tvia = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & 11 \\ 10 & 6 & 3 \end{bmatrix} \qquad Tvia = \begin{bmatrix} 13 & 9 & 0 \\ 2 & 5 & 9 \\ 10 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

z= 7 + 11 +10 = **28**      z= 13 + 9 +10 = **32**

Para o cálculo do z (valor da função objetivo), faz-se a soma de todos os tempos referentes ao trecho de saída do trem.

Optou-se pela matriz de valor 28, por ser a que apresenta menor valor, já que estamos minimizando uma função. Neste caso existe um conflito entre os trens 1 e 3, que resulta em duas alternativas:

$$Tvia = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & 11 \\ 11 & 7 & 3 \end{bmatrix} \qquad Tvia = \begin{bmatrix} 14 & 10 & 0 \\ 2 & 7 & 11 \\ 10 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

z = 29      z = 35

No caso da segunda solução, o conflito que houve entre os trens 1 e 2 não ocorreria. Assim, a solução seria:

$$Tvia = \begin{bmatrix} 14 & 10 & 0 \\ 2 & 5 & 9 \\ 10 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

com valor 33, mas não viável ainda, pois já encontramos um valor melhor, que é 29. Assim, a alternativa da solução com valor 29 encontra o conflito entre os trens 2 e 3, com as seguintes soluções:

$$Tvia = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & 15 \\ 11 & 7 & 3 \end{bmatrix} \qquad Tvia = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & 11 \\ 15 & 11 & 3 \end{bmatrix}$$

z = 33 z = 33

As soluções encontradas por Leal (2003) correspondem às soluções encontradas por Szpigel (1972).

<u>A propagação, ou absorção de atrasos:</u>

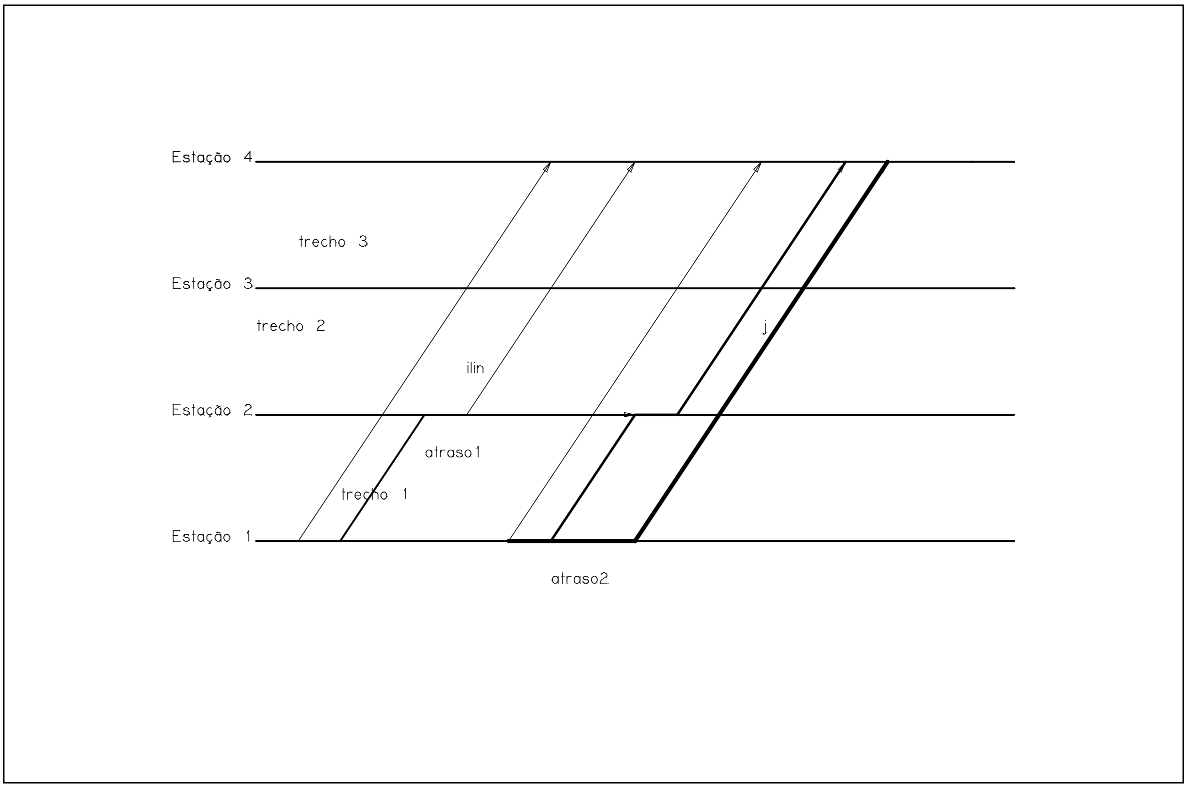


Figura 10: Atrasos dos trens.
Fonte: Leal (2003)

Os atrasos, sofridos por um trem em uma estação, com valores menores que atrasos sofridos em uma estação a frente vão ser absorvidos pelo atraso a frente. Desta forma, ao haver um atraso devido a um conflito, a sua propagação para frente vai depender da comparação do valor do atraso com o atraso atual nas estações à frente, no percurso do trem.

Na figura 10, Leal (2003) exemplifica essa situação. Se um trem sofre um certo atraso, digamos de 5 minutos na estação 2. Se no decorrer dos cálculos o mesmo trem sofrer um atraso de 10 minutos na estação 1, o atraso de 10 minutos vai valer para o percurso entre 1 e 2 e, a partir daí, o atraso adicional é de apenas 5 minutos.

Por outro lado se o atraso for menor, digamos 3 minutos na estação 1, o atraso vai ser totalmente absorvido pelo atraso na estação 2 e não haverá propagação para frente.

A propagação de atrasos vai ser calculada sucessivamente, para cada estação a frente da tratada recentemente. Assim, o atraso de um trem i em uma estação j, a frente da estação recentemente tratada, vai ser dado por:

$$Atraso_{i,j} = \max(atraso_{i,j};\ atraso_{i,j-1}) \qquad (29)$$

(Leal,2003)

Foram apresentados neste capítulo diversos modelos de operação e programação de trens. Os modelos que devem ser analisados com mais cuidado são, o de Szpigel (1972), e o de Leal (2003), pois se encaixam no objetivo final desta pesquisa.

O modelo de Szpigel serve como base conceitual para o modelo de Leal (2003). Este último é a base desta pesquisa.