

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Frederico Ferreira Rabello**

**Análise de modos de falha à fadiga de componentes sob cargas multiaxiais não-proporcionais.**

**Projeto de Graduação**

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia  
Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Marco Antonio Meggiolaro

Rio de Janeiro

Junho de 2021

## **AGRADECIMENTOS**

Antes de iniciar este trabalho, faz-se necessário prestar uma pequena homenagem a todos aqueles que me ajudaram na minha caminhada para que pudesse me tornar a pessoa que sou hoje.

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus por ter me dado forças e ter me acompanhado durante todo este caminho. Também gostaria de agradecer meus pais que sempre me apoiaram e providenciaram tudo aquilo que precisava desde que estivesse ao seu alcance.

Aos meus amigos do colégio Santo Inácio, obrigado por estarem ao meu lado em todos os momentos de minha jornada, seja nos altos ou nos baixos. Sem vocês não teria chegado até aqui.

Aos meus amigos da faculdade, obrigado por terem feito os anos que passei na faculdade terem sido tão prazerosos, sua ajuda foi fundamental para vencer os diversos desafios que passei

Ao meu orientador Marco Antonio Meggiolaro, obrigado por dividir seu vasto conhecimento sobre esse tema, estando sempre disposto a ajudar a tirar dúvidas não importando a hora ou o dia da semana.

A PUC-Rio, obrigado por ter me proporcionado a experiência de estudar engenharia mecânica em uma faculdade renomada, tenho certeza que seu nome será sempre um diferencial onde quer que eu vá.

## Sumário

Lista de Ilustrações .....	5
Lista de Tabelas .....	6
Resumo.....	10
Abstract.....	11
1. Introdução .....	12
2. Fundamentos Teóricos.....	14
2.1 Conceito de Tensão .....	14
2.2 Conceito de Fadiga .....	15
2.3 Características de Trincas por Fadiga.....	16
2.4 Etapas da Propagação de Trincas .....	17
2.4.1 Etapa I: Nucleação .....	17
2.4.2 Etapa II: Propagação da trinca .....	18
2.4.3 Etapa III: Fratura .....	20
2.5 Métodos para Previsão da Iniciação de Trincas.....	20
2.5.1 Métodos de Wöhler .....	20
2.5.2 Métodos de Coffin-Mason .....	21
2.6 Fadiga Multiaxial .....	22
2.7 Modelos de Fadiga Multiaxial.....	23
2.7.1 Modelos baseados em Tensão .....	24
2.7.2 Modelos baseados em Deformação.....	24
2.7.3 Modelos baseados em Energia.....	24
2.7.4 Modelos baseados na Mecânica da Fratura .....	25
2.8 Cargas Proporcionais e Não proporcionais.....	25
2.9 Planos Candidatos .....	26
2.10 Tipos de Trincas .....	27
2.10.1 Trincas do Caso A.....	29

2.10.2 Trincas do Caso B.....	30
3. Metodologia.....	31
3.1 Modelo de Fatemi-Socie.....	31
3.2 Modelo de Smith-Watson-Topper (SWT).....	33
3.3 Método de Cálculo.....	34
3.4 Criação do Código.....	38
3.4.1 Escolha do <i>Software</i> .....	38
3.4.2 Funcionamento do Código.....	39
4. Resultados.....	43
4.1 Mapa de Dano torção cíclica com média zero.....	45
4.2 Mapa de Dano tração cíclica com média zero.....	50
4.3 Mapa de Dano tensão x cíclica e tensão y constante.....	53
4.3.1 Mapa de Dano tensão x cíclica compressiva ( $\sigma_{min}\sigma_{max} = -2$ ) e tensão y constante.....	54
4.3.2 Mapa de Dano tensão x cíclica Média Zero tensão y constante.....	56
4.3.3 Mapa de Dano tensão x cíclica pulsante e tensão y constante.....	58
5. Conclusões.....	60
Bibliografia.....	62
6. Apêndice.....	64

## Lista de Ilustrações

Figura 1: Ciclos de Carregamento

Figura 2: Distribuição dos átomos em uma Célula CCC (a), CFC (b) e HC (c)

Figura 3: Perfil dos estágios de propagação de trincas

Figura 4: Exemplo de Plano Crítico [1]

Figura 5: Exemplo de Plano Crítico e tensões e deformações de projeção

Figura 6: Direções de iniciação de trincas em um duto.

Figura 7: Mapa de dano Alumínio 2024: Torção cíclica com média zero e tensão constante.

Figura 8: Mapa de dano alumínio 7075: Torção cíclica com média zero e tensão constante

Figura 9: Mapa de dano alumínio 2024: Torção cíclica pulsante e tensão constante.

Figura 10: Mapa de dano alumínio 7075: Torção cíclica pulsante e tensão constante.

Figura 11: Mapa de dano alumínio 2024: Tensão cíclica com média zero e torção constante.

Figura 12: Mapa de dano alumínio 7075: Tensão cíclica com média zero e torção constante.

Figura 13: Mapa de dano alumínio 2024: Tensão cíclica pulsante e torção constante.

Figura 14: Mapa de dano alumínio 7075: Tensão cíclica pulsante e torção constante.

Figura 15: Mapa de dano alumínio 2024: Tensão cíclica média compressiva e tensão y constante.

Figura 16: Mapa de dano alumínio 7075: Tensão cíclica média compressiva e tensão y constante.

Figura 17: Mapa de dano alumínio 2024: Tensão cíclica média zero e tensão y constante.

Figura 18: Mapa de dano alumínio 7075: Tensão cíclica média zero e tensão y constante.

## **Lista de Tabelas**

Tabela 1: Parâmetros do alumínio 2024-T3

Tabela 2: Parâmetros do Alumínio 7075-T651

## Lista de Símbolos e Abreviaturas

$\tau_{m\acute{a}x}$	Tensão cisalhante máxima
$\Delta\sigma$	Gama de Tensão
$S_R$	Resistência a Ruptura
$\Delta\varepsilon$	Gama de deformações
$\sigma_{m\acute{a}x}$	Tensão normal máxima
$\Delta K$	Gama do fator de intensidade de tensões
$\Delta\sigma$	Gama de tensões
$a_{crack}$	Comprimento da trinca
$w$	Comprimento do corpo de prova estudado
$N$	Número de ciclos
CP	Corpo de Prova
$K_c$	Tenacidade do Material
$S_F$	Resistência a fadiga dado o número de Ciclos
$C$	Coefficiente de Wöhler
$B$	Expoente de Wöhler
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Componentes axiais de tensão Normal
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Componentes axiais da tensão de Cisalhamento
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Componentes da deformação normal nas direções X, Y e Z
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	Componentes da tensão por cisalhamento
$\sigma_{\perp}$	Tensão normal perpendicular ao novo sistema de coordenadas do círculo de Morh.
$\tau_A$	Tensão cisalhante paralela ao novo sistema de coordenadas do círculo de morh.

$\theta_{morh}$	Ângulo entre o sistema de coordenadas padrão e o novo sistema de coordenada do círculo de Morh.
$F_{NP}$	Fator de Não Proporcionalidade
$b_{ellipse}$	Maior semieixo de uma elipse
$a_{ellipse}$	Menor semieixo de uma elipse
$\theta$	Ângulo entre a coordenada X e a direção de iniciação da trinca na superfície
$\phi$	Ângulo entre a superfície e o plano candidato de crescimento da trinca
$\varepsilon_{\perp}$	Deformação normal ao plano candidato
$\sigma_{\perp}$	Tensão normal ao plano candidato
$\gamma_A$	Deformação cisalhante paralela à superfície livre
$\tau_A$	Tensão cisalhante paralela à superfície livre
$\gamma_B$	Deformação cisalhante na direção do plano de crescimento da trinca.
$\tau_B$	Tensão cisalhante na direção do plano de crescimento da trinca.
$\Delta\gamma$	Gama de deformação por cisalhamento
$\Delta\varepsilon_{\perp}$	Gama de deformação normal.
$\alpha_{BM}$	Parâmetro de Brown-Miller
$\alpha_{FS}$	Parâmetro de Fatemi-Socie
$c$	Expoente de ductilidade a tensão axial
$b$	Expoente de dureza a tensão axial
$\gamma_c$	Deformação por cisalhamento cíclica
$\varepsilon_c$	Deformação normal cíclica

$\tau_c$	Tensão de cisalhamento cíclica
$\sigma_c$	Tensão de normal cíclica
$b_\gamma$	Expoente de dureza ao cisalhamento axial
$c_\gamma$	Expoente de ductilidade ao cisalhamento axial
$S_{Yc}$	Limite de elasticidade cíclico
$H_c$	Coeficiente de endurecimento cíclico de Ramberg-Osgood
$h_c$	Expoente de endurecimento cíclico de Ramberg-Osgood
<b>SWT</b>	Smith-Watson-Topper
<b>FS</b>	Fatemi-Socie
$\Delta$	Amplitude do carregamento
$\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$	Razão de carga entre pico e vale da tensão normal
$\frac{\tau_{min}}{\tau_{max}}$	Razão de carga entre pico e vale da tensão cisalhante
$R_{\sigma\tau}$	Razão entre carregamentos de tensão cíclica e torção constante
$R_{\tau\sigma}$	Razão entre carregamentos de torção cíclica e tensão constante
$R_{\sigma\sigma}$	Razão entre carregamentos de tensão cíclica na direção x e tensão constante na direção y

## Resumo

### **Análise de modos de falha à fadiga de componentes sob cargas multiaxiais não-proporcionais.**

Este projeto visa a análise das trincas que podem iniciar em componentes mecânicos sob diferentes situações multiaxiais de torção, flexão, tração compressão e pressurização, misturando componentes estáticas e cíclicas. Uma das motivações é o estudo de fadiga em dutos, que em certas situações podem sofrer carregamentos multiaxiais com direções principais variáveis.

Fazendo uma busca pelo plano de iniciação de trincas crítico, procuram-se produzir mapas de danos que mostrem quais tipos de trincas e o ângulo nos quais elas tendem a iniciar para diferentes vidas de iniciação utilizando como materiais de estudo dados da literatura dos alumínios 2024-T3 e 7075-T651, sujeito a históricos de carregamentos multiaxiais.

Utilizando um programa criado no ambiente computacional *MatLab*, assim como as equações de cálculo de iniciação de trincas de Fatemi-Socie e Smith-Watson-Topper, serão utilizadas para determinar os tipos de trincas para diferentes materiais sob cargas multiaxiais.

Palavras-chave: fadiga; iniciação de trincas; fadiga multiaxial; vida de iniciação de trincas; carregamentos multiaxiais; ciclos de carregamento;

## **Abstract**

### **Fatigue failure mode analysis of components under non-proportional multiaxial loadings.**

This project aims to analyze cracks that can appear on mechanical components under different multiaxial torsion, flexion, compression and pressure loads while mixing static and cyclic load components. One important motivation is fatigue in pipelines, which under certain conditions may be subject to multiaxial loadings with varying principal directions.

By searching for the critical crack initiation plane, this project aims to create damage maps that show the type of the microcrack as well as the initiation angle for different initiation lives for 2024-T3 and 7075-T651 aluminum alloy literature data under different multiaxial workloads.

A piece of code is developed in the *MatLab* environment, including Smith-Watson-Topper and Fatemi-Socie damage equations for crack initiation, to determine the types of cracks for different materials under different multiaxial loads.

Keywords: fatigue; crack initiation; multiaxial fatigue; crack initiation life; multiaxial loads; load cycles;

## 1. Introdução

Cargas de serviço podem ser aplicadas em diversos pontos de um componente estrutural, podendo ser geradas por apenas uma ou por múltiplas fontes. A repetição desses carregamentos gera uma falha mecânica local no material chamado de fadiga. Estas cargas podem causar esforços normais, cisalhantes, torções ou flexões que, quando aplicados, ao mesmo tempo, causam tensões multiaxiais nos pontos críticos da peça. O conceito de fadiga multiaxial lida com a iniciação e a propagação de trincas causadas por aquelas condições ditas acima [1].

A motivação deste trabalho está na importância de se poder prever a vida de iniciação de trincas à fadiga em dutos e em outros sistemas que sofrem fadiga multiaxial. Apesar de possuírem fatores de segurança generosos, a presença de fletores e torçores parasitas pode causar danos de fadiga, até mesmo para baixos ciclos caso haja o aparecimento de *pits* de corrosão que concentrem tensões.

Quanto às cargas parasitas, por movimentação do terreno os dutos podem ficar desenterrados, o que gera o aparecimento de fletores constantes que geram cargas cíclicas de pressurização que fazem com que ocorra uma tensão normal estática, que somada a tensão estática provocada pela pressão interna variável, geram estados multiaxiais de tensão. Nesse caso é necessário o uso de técnicas multiaxiais para os cálculos de previsão de vida.

Além disso, caso o duto apresente uma seção curvada no local deste deslocamento de terreno, há também o aparecimento de uma torção constante atuando sobre ele, causada pelo seu próprio peso. O duto pode apresentar, portanto, um carregamento com parcelas de torção além da parcela de tensão normal provocada pela sua pressurização.

Alguns dutos não são explicitamente projetados para resistir à fadiga, porém um pit de corrosão semiesférico, por exemplo, já é o suficiente para concentrar tensão com um fator de 2,5. Caso o duto projetado tenha um fator de segurança ao escoamento menor que esse valor, é possível que ele já esteja escoando nesse pit, justificando o uso de modelos (multiaxiais) de fadiga de baixo ciclo, como Fatemi-Socie e Smith-Watson-Topper (SWT), não ficando

assim, limitado apenas a casos de vida longa, podendo prever qualquer grandeza de vida de iniciação de trincas.

Um estudo mais aprofundado da fadiga em dutos se torna importante para prevenir desastres ambientais e os custos associados, ambos de meio ambiente e monetário, que ocorrem devido aos problemas de fadiga, visto que esse dano ocorre de forma lenta fazendo com que o comportamento do material se mantêm inalterado até o rompimento.

Este tipo de estudo pode ser aplicado para outros sistemas que estão sob um carregamento multiaxial. Um exemplo de um sistema que apresenta esta característica é o eixo de um veículo que sofre a ação de torques, em função da aceleração e frenagem, e de uma flexão, que pode ser variável, devido ao seu peso.

Este trabalho se divide em cinco capítulos. No capítulo 2 será apresentada a teoria pertinente ao trabalho assim como será apresentado os métodos de cálculo de iniciação de trinca. Já no capítulo 3 será evidenciada a metodologia utilizada no trabalho, assim como o programa criado e as simulações feitas. No capítulo 4 os resultados obtidos serão relatados e discutidos e, finalmente, no capítulo 5, serão feitas as conclusões levando os resultados como base.

## 2. Fundamentos Teóricos

Antes de apresentar o programa criado e analisar alguns casos de iniciação de trincas, é necessário apresentar alguns conceitos importantes relacionados a fadiga. Neste capítulo serão expostos os conceitos de fadiga uniaxial e multiaxial, assim como os modelos de propagação de trincas. Será relatada a base de todo o projeto, a procura do plano candidato de iniciação, assim como os modelos que podem ser utilizados para encontra-lo

### 2.1 Conceito de Tensão

As tensões normais podem ser divididas em dois grupos que tem resultados diferentes sobre a vida de uma peça, são elas as cargas de tração trativas e as cargas de tração compressivas. As cargas trativas tendem a ser danosas a peça, visto que a tendência desse tipo de carregamento é criar e “abrir” as trincas. Em contrapartida, uma compressão tende a fechar essas trincas, fazendo com que seja mais difícil a propagação das mesmas.

Os dois tipos de cargas podem ocorrer simultaneamente em um histórico de carregamento sobre um material, fazendo com que seja importante conhecer os conceitos de ciclos de carregamento, algo fundamental para o cálculo da vida de iniciação de trincas, a figura 1 representa um histórico cíclico de tensões, onde pode ocorrer parcelas trativas e compressivas.

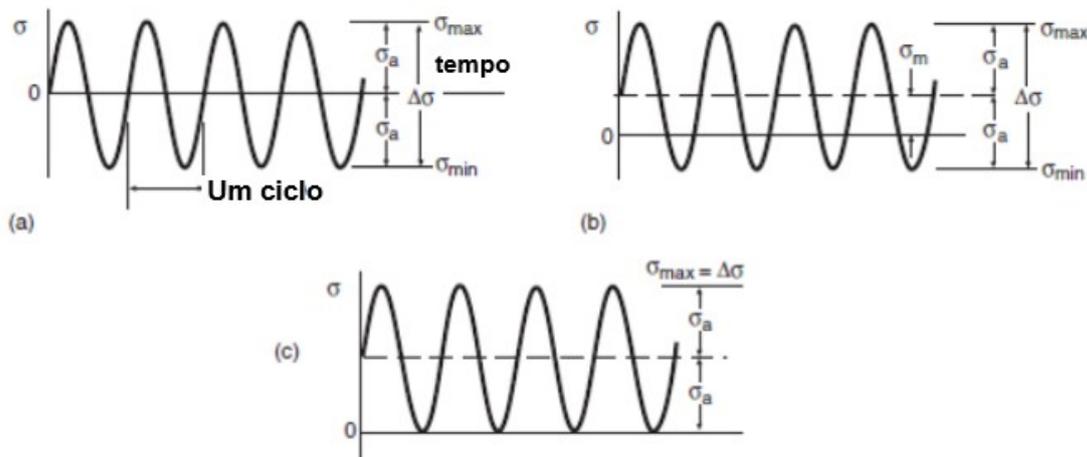


FIGURA 1: Ciclos de Carregamento [11]

A figura 1 exemplifica um carregamento com média zero em (a) (Um carregamento é dito com média zero quando sua tensão máxima  $\sigma_{m\acute{a}x}$  e mínima  $\sigma_{m\acute{i}n}$  são iguais em módulo), um carregamento com média diferente de zero em (b) e um carregamento totalmente trativo (também chamado de pulsante) em (c). Além disso, na figura 1,  possível retirar alguns conceitos que serão importantes para o bom entendimento desse relatório, são eles os conceitos de amplitude de tensão  $\sigma_a$ , gama de tensão  $\Delta\sigma$ , tensão média  $\sigma_m$  e a razão de carga  $\frac{\sigma_{m\acute{i}n}}{\sigma_{m\acute{a}x}}$  que podem ser relacionados da seguinte forma.

$$\Delta\sigma = \sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n} \quad (1)$$

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sigma_{m\acute{i}n}}{\sigma_{m\acute{a}x}} = Cte \quad (3)$$

Estes conceitos podem ser aplicados tanto para tensões normais tanto para tensões cisalhantes e serão revistos ao longo deste relatório, visto que são essenciais para encontrar o plano candidato de inciao de trincas.

## 2.2 Conceito de Fadiga

Quando um carregamento cíclico é aplicado sobre um material, ele causa, ao longo do tempo, uma degradao das propriedades físicas deste material.

Este fenômeno é chamado de fadiga e faz com que o material venha a fraturar após um período [13]. Geralmente, este tipo de falha mecânica domina a vida útil das estruturas e  o tipo de falha mais comum que ocorre nos materiais (50% a 90% dos casos).

A propagao de trincas é um fenômeno lento, quase infinitesimal, em que a cada ciclo de carregamento, provoca deformaes plásticas cíclicas localizadas que fazem com que a trinca v crescendo até que o material se rompa. Esse processo não causa mudanças aparentes no comportamento de uma estrutura, por isso sua deteco  tão importante visto que, em

contrapartida do crescimento da trinca, a falha estrutural acontece de forma instantânea e tem consequências gravíssimas.

A existência de diversas variáveis faz com que o fenômeno de fadiga se torne um fenômeno complexo. De fato, diferentes mecanismos atuam na nucleação e propagação da trinca, como por exemplo, a temperatura, propriedades físicas, geometria do material e efeitos da tensão média. Estes fatores influenciam na vida de um material, e por isso, para calcular a vida de diferentes materiais sob diferentes cargas cíclicas, é necessário utilizar métodos distintos de cálculo que levam tais diferenças em consideração.

## 2.3 Características de Trincas por Fadiga

Como dito anteriormente, o trincamento de um material ocorre devido às cargas cíclicas de tensão que são aplicadas sobre ele. Essas cargas se concentram em um local específico chamado de ponto crítico, geralmente um entalho concentrador de tensões. Nesse local há a movimentação de discordâncias em uma direção paralela à tensão cisalhante máxima  $\tau_{máx}$ , isso cria algo chamado de bandas de deslizamento persistente, que após um tempo tendem a formar micro trincas [2].

Uma falha por fadiga ocorre a partir de uma gama de quantidades de ciclos tipicamente entre 10 até  $10^8$  ciclos [2]. As tensões cíclicas de Mises ( $\Delta\sigma$ ) estão diretamente relacionadas com a velocidade de geração e propagação de trincas em um material.

Caso estas tensões sejam baixas (comparadas à resistência ao escoamento do material), a geração das trincas se torna um fenômeno mais lento. [2]. O número de ciclos para a iniciação de trincas é influenciado pelas solicitações cíclicas aplicadas no material, porém, outras características do material influenciam na velocidade de geração de trincas. Para cargas cíclicas mais baixas, as seguintes características também afetam o material: detalhes locais do ponto crítico, o acabamento superficial do material, propriedades mecânicas do material além de seus gradientes de tensão e estados de tensões residuais. [13]

Além disso, a resistência à ruptura ( $S_R$ ), a melhoria do acabamento superficial, a presença de tensões residuais compressivas e o aumento do

gradiente de tensões fazem com que a resistência do ponto crítico aumente para vidas longas de iniciação a fadiga. [13]

Já para cargas maiores (vidas curtas) a ductilidade do material se torna o fator mais importante, visto que os detalhes do ponto crítico mencionados anteriormente têm um protagonismo menor para o cálculo de vida de um material. Para esse tipo de aplicação, deve-se considerar a gama  $\Delta\varepsilon$  de deformações como a causadora das trincas.

A previsão do dano e vida a fadiga, portanto, funciona como uma “corrente” com seis diferentes elos, eles são: dimensões geométricas, cargas de serviço, propriedades mecânicas, análise de tensões, análise de trincas e análise de dano e sua precisão é controlada pelo seu elo menos acurado. A seguir será mostrado mais a fundo as diferentes etapas da propagação de trincas. [13]

## **2.4 Etapas da Propagação de Trincas**

Existem três etapas de propagação pelas quais uma trinca passa desde sua iniciação até a quebra do material onde ela se encontra, são elas: a etapa de nucleação, a etapa de propagação de trincas e a etapa de fratura.

### **2.4.1 Etapa I: Nucleação**

É chamado de nucleação da trinca, a etapa inicial do trincamento de um material isento de defeitos, ou seja, materiais que não apresentam trincas, sejam internas ou externas, após sua fabricação [3]. Esses materiais, no entanto, são formados por uma gama de pequenos grãos, onde, cada um deles possui uma rede cristalina.

Dentro destas redes cristalinas, os átomos lá presentes se ordenam de uma certa maneira e assim se repetem por toda a estrutura. Ao todo, de acordo com Meyers & Chawla (2009), existem quatorze tipos diferentes de células que compõe uma rede cristalina. Para os metais, no entanto, há três tipos principais, eles são Cubica de Corpo Centrado (CCC), Cubica de Face Centrada (CFC) E Hexagonal Compacta (HC). A figura 2 apresenta a distribuição dos átomos nestes 3 tipos diferentes de células.

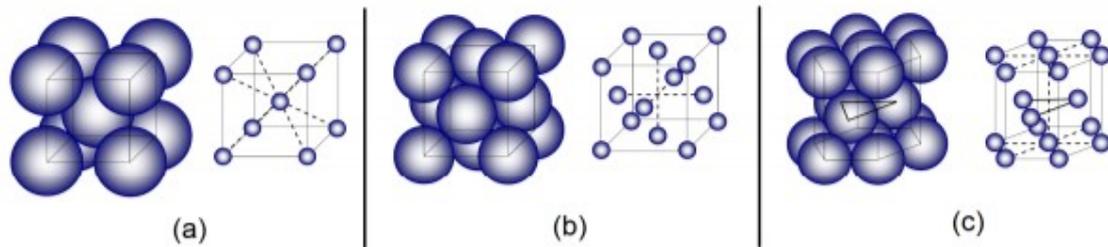


Figura 2: Distribuição dos átomos em uma Célula CCC (a), CFC (b) e HC (c)[3]

As redes cristalinas presentes em um material não são perfeitas, ou seja, nelas se encontram pequenas imperfeições que alteram a periodicidade em sua estrutura, assim como vazios ou partículas com composição química diferente do restante do material. As solicitações cíclicas em um material, mais precisamente no entalhe ou ponto crítico, fazem com que os átomos nas paredes das redes cristalinas se movam. O movimento dos planos atômicos recebe o nome de *Banda de Deslizamento Persistentes*, nas quais, cada tipo de rede cristalina apresenta uma direção diferente. O movimento destas bandas faz com que ocorram intrusões e extrusões no material, acarretando o início de diversas micro trincas no material. [3]

Em resumo, para esses materiais, a concentração das cargas cíclicas em um pequeno ponto do material (ponto crítico) faz com que ocorram deformações plásticas. Isso ocorre devido ao material não responder às solicitações de uma maneira totalmente elástica, causando a criação de falhas e uma eventual iniciação de micro trincas.

Na nucleação ocorrem as chamadas “estrias”, elas aparecem nos locais de iniciação de trinca do material. Para materiais com falhas pré-existentes, muitas vezes, não há um período de nucleação. Após o período de nucleação se inicia o período de propagação de trincas. [13]

## 2.4.2 Etapa II: Propagação da trinca

Na maioria dos casos, as micro trincas relatadas acima param de crescer quando encontram um novo contorno de grão. Porém, devido à concentração de

dano, uma micro trinca formada no ponto dominante cresce, paralela à  $\tau_{m\acute{a}x}$ , e consegue se estender para o pr3ximo gr3o.

Ap3s se estender por mais alguns gr3os, para diminuir a perda de energia por atrito, a trinca muda de dire3o se tornando assim uma trinca macrosc3pica, este fen3meno poder ser observado na figura 3 quando a trinca vai do est3gio I para o est3gio II.

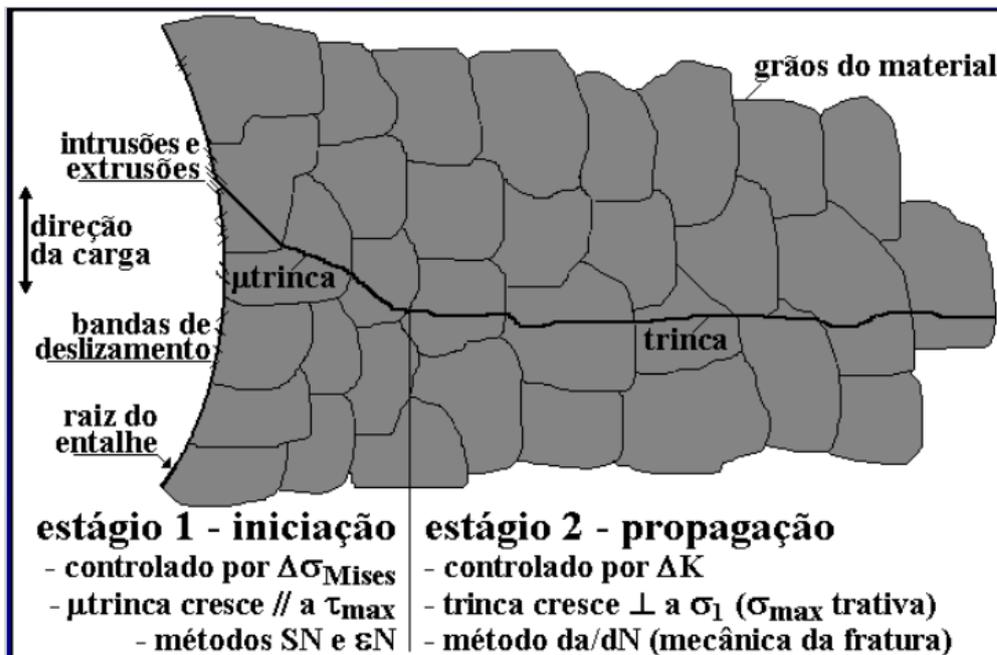


Figura 3: Perfil dos est3gios de propaga3o de trincas [13]

A partir deste momento as trincas se tornam macroestruturais e n3o mais ser3o afetadas pelos defeitos das microestruturas relatados anteriormente.

Depois de se tornar uma macro trinca, a propaga3o da trinca ocorre em uma dire3o perpendicular a tens3o normal m3xima  $\sigma_{m\acute{a}x}$  atuante (Figura 3). Essa trinca tende a crescer a uma taxa  $Da/DN$  (m3todo de Paris), sendo governada pela gama do fator de intensidade de tens3es  $\Delta K$ .

$$\Delta K = \Delta\sigma \cdot \sqrt{\pi a_{crack}} \cdot f\left(\frac{a_{crack}}{w}\right) a_{crack} \quad (4)$$

A equa3o 4 relaciona, al3m da gama de tens3es  $\Delta\sigma$ , o comprimento da trinca ( $a_{crack}$ ) e a geometria do material, que aparece na forma da fun3o

adimensional  $f(a_{crack}/w)$  , onde  $w$  é o comprimento do corpo de prova estudado.

Após atingir o último ciclo  $N$ , propriedade em função da tenacidade do Material  $K_c$ , o material se rompe.

A etapa de propagação de trincas é mais sensível à tensão. Por este motivo materiais com esta característica tem a propagação sendo mais dominante do que a sua fase de nucleação.

### **2.4.3 Etapa III: Fratura**

Com a contínua aplicação das cargas cíclicas de tensão sobre o material, as trincas mantêm o seu crescimento até que, em um momento, ela se torna grande o suficiente para que o material não mais aguente os esforços nele aplicados, fazendo com que ele frature de maneira instantânea.

Com as etapas de propagação de trincas definidas, é necessário entender os métodos existentes para prever a vida de iniciação de trincas. Esses métodos serão apresentados a seguir.

## **2.5 Métodos para Previsão da Iniciação de Trincas**

Como mencionado anteriormente, a previsão do dano e da vida por fadiga funciona como uma corrente, é necessário conhecer previamente algumas características dos materiais para que se possa fazer a escolha correta do melhor método de previsão de vida a fadiga. Uma das perguntas mais importantes para a escolha do método de cálculo é exatamente a longevidade esperada do material. O cálculo de iniciação de trincas pode ser feito por dois métodos diferentes, são eles o método  $SN$  e  $\epsilon N$  .

### **2.5.1 Métodos de Wöhler**

O método  $SN$ , ou método de Wöhler, correlaciona a gama de tensões normais ( $\Delta\sigma$ ) e a tensão normal máxima  $\sigma_{m\acute{a}x}$  com a vida  $N$  de um material, ou seja, o número  $N$  de ciclos em que se leva para criar uma trinca no material [3].

Este método aplica a mesma história de carregamentos ao qual a peça é

submetida sobre pequenos corpos de prova (CP) de mesma resistência, assim conseguindo quantificar a resistência a fadiga daquele ponto (modo mais viável economicamente, visto que não é necessário utilizar uma peça completa), a história de tensões  $\Delta\sigma$  sobre o material e o dano à fadiga acumulado por esses carregamentos. [13]

O objetivo deste método é a previsão da iniciação de trincas por fadiga para vidas longas, ou seja, quando a tensão máxima do ponto crítico for menor que a resistência ao escoamento cíclico do material. Mesmo assim, ele ainda é muito utilizado, visto que esta característica ocorre na maioria dos casos que são estudados.

Além disso, existe um vasto banco de dados para quantificar a influência dos detalhes. O método de Wöhler tem, no entanto, algumas limitações, além de só poder utilizá-lo para materiais com uma vida longa a fadiga, o método também não reconhece a presença de trincas pré-existentes.

Wöhler descobriu que a resistência a fadiga  $S_F(N)$  de um material decresce a medida que o número de ciclos  $N$  aumenta, seguindo, em geral, a relação conhecida como relação de *Basquin*, que relaciona justamente ao número de ciclos com a resistência a fadiga elevada de um expoente de Wöhler igualando-os ao coeficiente de Wöhler.

$$N \cdot S_F^B = C \quad (5)$$

A medida que ensaios mecânicos são feitos em CPs, um ponto é colocado em um gráfico no qual a ordenada é o valor da tensão alternada e a abscissa o número de ciclos que levou a peça a fratura. Após diversos testes a curva SN é a que melhor interpola a nuvem de pontos. [3]

## 2.5.2 Métodos de Coffin-Mason

Já o método  $\varepsilon N$ , conhecido também como método de Coffin-Mason pode ser utilizado para calcular qualquer tipo de vida, longas ou curtas (algo que será importante para este trabalho). Esta metodologia correlaciona  $\Delta\varepsilon$  (gama das deformações cíclicas) atuantes no ponto crítico da peça, com o número de ciclos  $N$  que lá inicia uma trinca por fadiga [2]. Diferente da metodologia de Wöhler, o

método de Coffin-Mason é mais complexo, visto que utiliza equações não inversíveis que devem ser resolvidas utilizando métodos numéricos.

Este método se assemelha à Wöhler ao assumir ser possível reproduzir o carregamento de danos e o início do trincamento em um CP com as mesmas características da peça estudada. A diferença do método está no fato de que ele reconhece as deformações elastoplásticas cíclicas macroscópicas.

Neste relatório iremos lidar apenas com as micro trincas em materiais com vidas curtas, por isso o método de Coffin-Mason é essencial para os próximos capítulos.

## **2.6 Fadiga Multiaxial**

É chamada fadiga multiaxial quando carregamentos de naturezas distintas, como flexão, torção, tensão normal e cisalhante e pressão interna, atuam sobre uma estrutura, ou também quando esses carregamentos, mesmo com naturezas semelhantes, ocorrem em diferentes direções. Estes fatores cíclicos combinados criam um estado de tensão complexo que não consegue ser bem descrito pelo método de cálculo de fadiga uniaxiais. [4]

Estados multiaxiais de tensão são muito comuns em casos reais de carregamentos, de fato, a maior parte dos materiais de estudo reais são tridimensionais e por esses motivos estão sujeitos a carregamentos multiaxiais cíclicos.

Os resultados obtidos utilizando as metodologias uniaxiais de cálculo para problemas multiaxiais devem, em sua grande maioria, ser evitados, visto que eles tendem a errar, na maioria das vezes, tendendo para o lado não conservador (de Castro & Meggiolaro, 2009a; Lee et al., 2011; Papuga 2005; Socie & Marquis, 2000). [3]

É necessário, portanto, a utilização de métodos próprios de cálculo para problemas multiaxiais. Por ser um foco de estudo relativamente novo, ainda não há um consenso sobre a metodologia mais aceita. Diversos autores criaram diferentes métodos de cálculo e cabe ao engenheiro escolher qual o melhor para a situação em que ele se encontra. Alguns destes métodos serão mais expandidos mais a frente nessa dissertação. [4]

Para o cálculo de qualquer problema de fadiga multiaxial, é necessário conhecer todos os doze componentes do material. Seis componentes de tensão  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  e seis componentes de deformação  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$  de um material, que, ao se combinarem, geram parâmetros de danos essenciais para o cálculo de fadiga multiaxial.

Encontrar estes componentes é muito importante para qualquer problema multiaxial e um dos métodos que se pode utilizar para encontra-los é o círculo de Mohr.

Do círculo de Mohr, é possível encontrar a intensidade das tensões  $\sigma_x'$  e  $\tau_{xy}'$  de um plano  $x'$  e  $y'$  que distam um ângulo  $\theta$  do plano  $x, y$  natural. A abcissa  $\sigma_x'$  e a ordenada  $\tau_{xy}'$  podem ser chamadas, respectivamente de  $\sigma_{\perp}$  e  $\tau_A$  ou tensão normal perpendicular e tensão cisalhante paralela ao plano definido pelo novo sistema de coordenadas. Essas tensões são dadas pelas seguintes fórmulas:

$$\sigma_{\perp} = \sigma_x \cdot \cos^2(\theta_{mohr}) + \sigma_y \cdot \sin^2(\theta_{mohr}) + \tau_{xy} \cdot \sin(2\theta_{mohr}) \quad (6)$$

$$\tau_A = \tau_{xy} \cdot \cos(2\theta_{mohr}) + 0,5 \cdot (\sigma_x - \sigma_y) \cdot \sin(2\theta_{mohr}) \quad (7)$$

Esta ferramenta relativamente simples faz com que seja possível encontrar as tensões principais atuando sobre um componente estrutural para que, assim, seja possível realizar os cálculos de fadiga multiaxial.

## 2.7 Modelos de Fadiga Multiaxial

O conceito de fadiga multiaxial é um conceito relativamente novo, por isso ainda não há um consenso entre os pesquisadores em torno de qual o melhor modelo para se utilizar. Diversas categorias de abordagens vêm sendo criadas nas últimas décadas para tentar resolver esse problema. [4]

Atualmente existem quatro tipos diferentes de modelos de fadiga multiaxial que podem ser utilizados para a análise de diferentes danos, eles são modelos baseados em tensão, deformação, energia e mecânica da fratura. A seguir será feita uma breve apresentação dos diferentes modelos de cálculo de fadiga multiaxial.

### **2.7.1 Modelos baseados em Tensão**

Os modelos de fadiga baseada em tensão foram criados a partir de análises elásticas das tensões combinadas. Sua aplicação deve ser feita preferencialmente para casos de fadigas de alto ciclo e regimes de vida finitas, com deformações plásticas pequenas [5]. Temos, por exemplo, o modelo de Findley e de Sines.

Em 1959, Findley fez uma importante contribuição para a ideia do plano crítico. Ele propôs um modelo de dano de tensão aplicável para cargas multiaxiais não proporcionais (NP). Após ser melhorada por Bannantine e Socie, ela é agora utilizada na maioria dos modelos de previsão de dano por fadiga sob cargas multiaxiais mais avançados. [1]

### **2.7.2 Modelos baseados em Deformação**

Os modelos baseados em deformação, diferente dos modelos descritos acima, tem uma eficiência maior para calcular problemas de fadiga com baixos ciclos. Para esses modelos, a tensão cisalhante é a principal força que gera a fadiga de uma vida infinita [6]. Esse tipo de modelo é de extrema importância para este trabalho, sendo alguns dos autores que utilizaram da deformação como principal componente: Brown Miller, Fatemi-Socie e Smith-Watson-Topper. Este modelo será abordado mais a fundo no capítulo 3 dessa dissertação.

### **2.7.3 Modelos baseados em Energia**

Os modelos baseados em energia podem ser aplicados em casos de carregamentos proporcionais ou Não-Proporcionais, porém, devido ao fato da energia ser uma propriedade escalar, os modelos tradicionais baseados em energia não conseguem quantificar os mecanismos de nucleação e crescimento de trincas que ocorrem em planos com direções específicas [6]. Modelos mais recentes contabilizam apenas a parcela de energia associada ao plano crítico onde a trinca inicia, obtendo melhores previsões.

## 2.7.4 Modelos baseados na Mecânica da Fratura

Os métodos baseados na mecânica da fratura foram criados para se resolver problemas nos quais mais de uma micro trinca se propagam juntas, se transformando em uma única trinca dominante que causa a fratura do sistema. Para trincas maiores, esse tipo de abordagem visa obter a taxa de crescimento das trincas no regime de propagação estável. [5]

Com os diferentes modelos de cálculo devidamente explicitados, é necessário entender, agora, o conceito de proporcionalidade de cargas.

## 2.8 Cargas Proporcionais e Não proporcionais

As cargas por fadiga multiaxiais podem ser divididas em dois tipos diferentes, dependendo de sua variação no tempo. Para uma tensão normal na direção x em função do tempo ( $\sigma_x(t)$ ) e uma tensão cisalhante também em função do tempo ( $\tau_{xy}(t)$ ) uma carga é dita proporcional quando a razão  $\tau_{xy}(t)/\sigma_x(t)$  é constante para todo o espaço de tempo t e, além disso o ângulo  $\theta_1$  entre a tensão normal principal  $\sigma_1$  e a direção x também é constante no período estudado. Já cargas Não Proporcionais (NP), induzem tensões cujas direções principais variam com o tempo, ou seja, os eixos das tensões principais rotacionam em relação ao sistema de coordenadas original. [1]

Definidos o conceito de proporcionalidade, é importante notar que é possível quantificar o grau de Não Proporcionalidade de um histórico de cargas. Esse valor é chamado de Fator de Não Proporcionalidade ( $F_{NP}$ ) e tem um valor entre 0 e 1, para o qual o zero representa uma carga totalmente proporcional e o valor um, completamente Não Proporcional. Castro & Meggiolaro (2009a) mostraram que, para se medir o fator de não proporcionalidade  $F_{NP}$  deve-se encontrar a elipse que envolve a história das deformações normais  $\varepsilon$  e cisalhantes  $\gamma$  no diagrama de fases e, ao encontrar, os semi-eixos dessa elipse ( $a$  e  $b$  onde  $b \leq a$ ) o fator de não proporcionalidade se dá por

$$F_{NP} = \frac{b_{elipse}}{a_{elipse}} \quad (8)$$

Portanto, os carregamentos proporcionais ( $F_{NP} = 0$ ) tem suas deformações por cisalhamento  $\gamma$  proporcionais a suas deformações normais  $\varepsilon$ . [3]

Além disso essas cargas também podem ser consideradas em fase ou fora de fase. Os carregamentos Proporcionais ou seja,  $F_{NP} = 0$ , são chamados em fase quando, para cargas senoidais, os picos da tensão normal na direção  $x$  ( $\sigma_x$ ) e a tensão de cisalhamento ( $\tau_{xy}$ ) ocorrem ao mesmo tempo, carregamentos proporcionais também podem ser fora de fase quando o pico de uma tensão ocorre no vale da outra.

Os cálculos de dano a fadiga para carregamentos fora de fase se tornam muito mais complicados logo os carregamentos nessa dissertação sempre serão em fase.

## 2.9 Planos Candidatos

A maioria dos modelos de dano de fadiga multiaxial assumem que as trincas tendem a se iniciar no plano crítico do ponto crítico, onde o dano induzido é maximizado pelo histórico do carregamento, em outras palavras, é o plano que recebe o maior dano em relação aos demais, fazendo com que a vida do material naquele plano seja a menor. Os planos críticos, portanto, são os planos mais importantes para o cálculo de iniciação de trincas. A figura 4 apresenta um exemplo de um plano crítico para uma material de superfície livre.

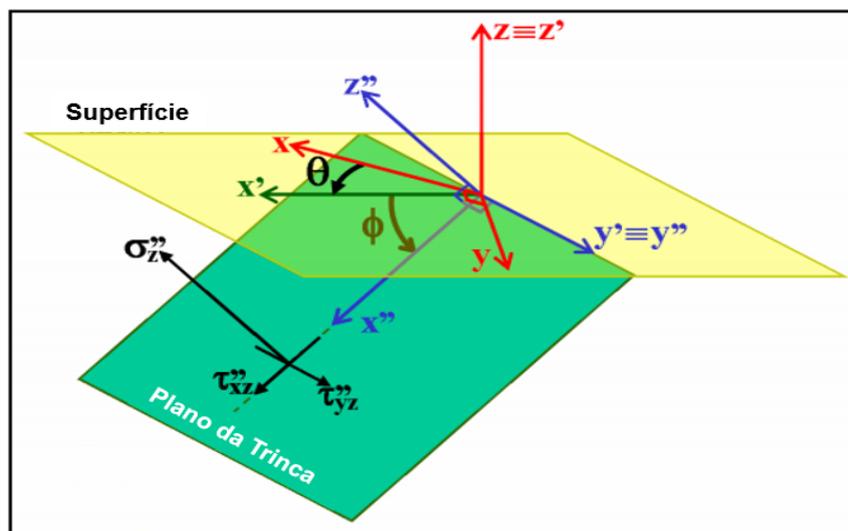


Figura 4: Exemplo de Plano Crítico [1]

Usualmente, para trincas que se iniciam na superfície livre, a procura de planos candidatos deve ser não redundante e, portanto, deve ser feita testando todas as direções na superfície possíveis, ou seja,  $0^\circ < \theta < 360^\circ$  e para o ângulo entre a superfície e o plano da trinca  $0^\circ < \phi < 90^\circ$ . Para uma discretização de  $10^\circ$  pode-se resumir a procura para 36 planos candidatos [1]. As condições de superfície livre, portanto, mostram que  $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$  e  $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$  assim como  $\sigma_z = 0$

Com os planos candidatos definidos, é necessário entender sobre os diferentes tipos trincas que podem nascer em um material e suas características.

## 2.10 Tipos de Trincas

Bannantine e Socie [7] classificaram as micro trincas em três tipos mais comuns, que dependem do mecanismo de dano à fadiga. São elas Caso A Tração A90(T) ou Caso A Cisalhamento A90(S), nos quais a trinca inicia em uma direção perpendicular à superfície livre ( $\phi = 90^\circ$ ), ou o Caso B Cisalhamento B45(S), onde o plano em que a trinca se inicia tem direção  $\phi = 45^\circ$ . [1]

Materiais na condição de superfície livre, como mostradas anteriormente, apresentam as seguintes condições de superfície  $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$  e  $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ . A partir dessa afirmação, é possível encontrar a seguinte relação de tensões e deformações projetadas em um plano candidato para trincas.

$$\tau_A(\theta, 90) = (\tau_{xy} \cdot \cos(2\theta) + 0,5 \cdot (\sigma_x - \sigma_y) \cdot \text{sen}(2\theta)) \cdot \text{sen}(\phi) \quad (9)$$

$$\tau_B(\theta, 90) = 0,5 \cdot (\sigma_x \cdot \cos^2(\theta) + \sigma_y \cdot \text{sen}^2(\theta) + p + \tau_{xy} \cdot \text{sen}(2\theta)) \cdot \text{sen}(2\phi) \quad (10)$$

$$\sigma_\perp(\theta, 90) = (\sigma_x \cdot \cos^2(\theta) + \sigma_y \cdot \text{sen}^2(\theta) + \tau_{xy} \cdot \text{sen}(2\theta)) \cdot \text{sen}^2(\phi) - p \cdot \cos^2(\phi) \quad (11)$$

$$\gamma_A(\theta, 90^\circ) = (\gamma_{xy} \cdot \cos(2\theta) + (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cdot \text{sen}(2\theta)) \cdot \text{sen}(\phi) \quad (12)$$

$$\gamma_B(\theta, 90^\circ) = (\varepsilon_x \cdot \cos^2(\theta) + \varepsilon_y \cdot \sin^2(\theta) - \varepsilon_z + 0,5 \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin(2\theta)) \cdot \sin(2\phi) \quad (13)$$

$$\varepsilon_{\perp}(\theta, 90^\circ) = (\varepsilon_x \cdot \cos^2(\theta) + \varepsilon_y \cdot \sin^2(\theta) + 0,5 \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin(2\theta)) \cdot \sin^2(\phi) + \varepsilon_z \cdot \cos^2(\phi) \quad (14)$$

Onde  $\varepsilon_{\perp}$  e  $\sigma_{\perp}$  são, respectivamente, a deformação e tensão normal ao plano candidato. Além disso  $\gamma_A$  e  $\tau_A$  representam a deformação e tensão cisalhantes paralelas à superfície livre e  $\gamma_B$  e  $\tau_B$ , a deformação e tensão cisalhante na direção do plano de crescimento da trinca. A figura 5 evidencia estes parâmetros em um exemplo de um plano [1]

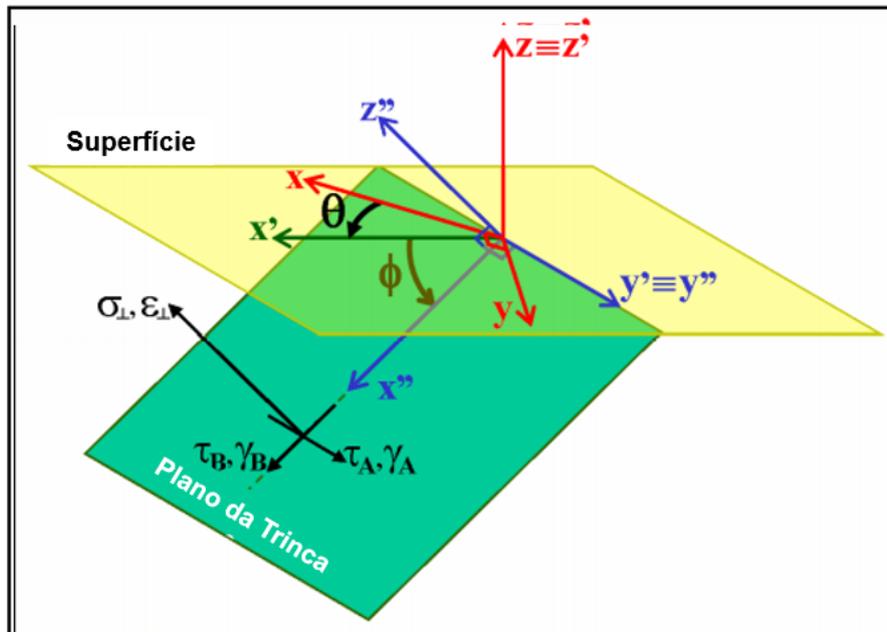


Figura 5: Exemplo de Plano Crítico e tensões e deformações de projeção. [1]

Algumas das propriedades acima são maximizadas para diferentes  $\phi$ . Por exemplo, as tensões e deformações  $\sigma_{\perp}$ ,  $\tau_A$ ,  $\gamma_A$  e  $\varepsilon_{\perp}$ , por serem multiplicadas por  $\sin^2(\phi)$ , tem o seu valor maximizado para planos em que  $\sin(\phi) = 1$  ou seja, para quando  $\phi = 90^\circ$ , ou trincas A90 (como classificado por Bannatine e Socie). Além disso, os parâmetros  $\gamma_B$  e  $\tau_B$  são maximizados para planos em que  $\phi = 45^\circ$ , ou trincas B45.

A seguir será olhado mais a fundo as diferenças entre trincas do caso A90 e do caso B45.

### 2.10.1 Trincas do Caso A

As trincas do caso A crescem perpendicularmente ao plano da superfície livre, portanto, essas trincas apresentam  $\phi = 90^\circ$ .

É possível simplificar às seis equações de trincas ((9) (10) (11) (12) (13) (14)) para este ângulo entre a superfície e o plano candidato de crescimento da trinca  $\phi$ . As seguir mostram essas simplificações

$$\sigma_{\perp}(\theta, 90^\circ) = \sigma_x \cdot \cos^2(\theta) + \sigma_y \cdot \sin^2(\theta) + \tau_{xy} \cdot \sin(2\theta) \quad (15)$$

$$\tau_A(\theta, 90^\circ) = \tau_{xy} \cdot \cos(2\theta) + 0,5 \cdot (\sigma_x - \sigma_y) \cdot \sin(2\theta) \quad (16)$$

$$\gamma_A(\theta, 90^\circ) = \gamma_{xy} \cdot \cos(2\theta) + (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cdot \sin(2\theta) \quad (17)$$

$$\varepsilon_{\perp}(\theta, 90^\circ) = \varepsilon_x \cdot \cos^2(\theta) + \varepsilon_y \cdot \sin^2(\theta) + 0,5 \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin(2\theta) \quad (18)$$

Nota-se que  $\gamma_B(\theta, 90^\circ)$  e  $\tau_B(\theta, \phi)$  são nulos nesse tipo de trinca. O método de cálculo da vida em fadiga de um material se resume em aplicar as equações da trinca em um modelo específico de cálculo de iniciação, sejam eles para trincas A90(T) ou A90(S), e encontrar o ângulo para o qual o parâmetro de dano de cada modelo é maximizado. Esse logaritmo de cálculo será explicado mais a fundo no capítulo 3 dessa dissertação.

Além disso, como dito anteriormente, as trincas A90 podem ser divididas em dois grupos, as que são controladas pela tensão (A90(T)) e as que são controladas pelo cisalhamento (A90(S)). As trincas A90(S) geralmente, tem sua iniciação em direções  $\theta$  que maximizam os parâmetros  $\gamma_A$  e  $\tau_A$ , enquanto as trincas A90(T) tendem a se iniciar em direções que maximizam os parâmetros  $\varepsilon_{\perp}$  e  $\sigma_{\perp}$ . As trincas A90(T) tem uma tendência de se iniciar para vidas mais longas do material, enquanto as trincas A90(S) para vidas mais curtas. A seguir, serão apresentadas as trincas B45.

## 2.10.2 Trincas do Caso B

Finalmente, as trincas do caso B são aquelas que se iniciam a partir de um plano que tem um ângulo de  $45^\circ$  em relação à superfície ( $\phi = 45^\circ$ ). Para este tipo de trinca, as bandas de extrusão que foram comentadas na seção 2.3.1 são primariamente governadas pelo  $\tau_B(\theta, 45)$ , o que faz com que as trincas desse tipo sejam muito mais profundas das que as trincas do caso A. [1]

Além disso, sua iniciação também se dá devido à combinação de todos os seis parâmetros discutidos anteriormente. Das equações (9) (10) (11) (12) (13) (14), é possível fazer algumas simplificações para  $\phi = 45^\circ$  e de lá tem se que

$$\tau_A(\theta, 45) = \frac{\tau_{xy} \cdot \cos(2\theta) + 0,5 \cdot (\sigma_x - \sigma_y) \cdot \text{sen}(2\theta)}{\sqrt{2}} \quad (19)$$

$$\tau_B(\theta, 45) = 0,5 \cdot (\sigma_x \cdot \cos^2(\theta) + \sigma_y \cdot \text{sen}^2(\theta) + p + \tau_{xy} \cdot \text{sen}(2\theta)) \quad (20)$$

$$\sigma_{\perp}(\theta, 45) = \frac{\sigma_x \cdot \cos^2(\theta) + \sigma_y \cdot \text{sen}^2(\theta) - p + \tau_{xy} \cdot \text{sen}(2\theta)}{2} \quad (21)$$

$$\gamma_A(\theta, \phi) = \frac{\gamma_{xy} \cdot \cos(2\theta) + (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cdot \text{sen}(2\theta)}{\sqrt{2}} \quad (22)$$

$$\gamma_B(\theta, 45) = \varepsilon_x \cdot \cos^2(\theta) + \varepsilon_y \cdot \text{sen}^2(\theta) - \varepsilon_z + 0,5 \cdot \gamma_{xy} \cdot \text{sen}(2\theta) \quad (23)$$

$$\varepsilon_{\perp}(\theta, 45) = \frac{(\varepsilon_x \cdot \cos^2(\theta) + \varepsilon_y \cdot \text{sen}^2(\theta) + 0,5 \cdot \gamma_{xy} \cdot \text{sen}(2\theta) + \varepsilon_z)}{2} \quad (24)$$

Definidos os conceitos das diferentes micro trincas, é possível partir para o algoritmo de cálculo de vida baseado em deformação. O capítulo 3, a seguir, apresentará diferentes modelos de cálculos que são mais bem utilizados para trincas A90(S), A90(T) ou B45(S) assim como o passo a passo para o cálculo e o programa que foi criado para se prever a vida.

### 3. Metodologia

Com os conceitos sobre o conceito de fadiga, assim como sua parte multiaxial, os tipos de trincas e os planos candidatos apresentados, é necessário agora escolher os modelos que serão utilizados para realizar os cálculos para encontrar a vida de iniciação de trincas.

Este trabalho visa encontrar a vida de iniciação de trincas tanto para vidas curtas quanto para longas e para isso modelos baseados em deformação (Capítulo 2.7.2) foram escolhidos como base, mais especificamente os modelos de Fatemi-Socie (para as trincas A90(S) e B45(S)) e o modelo de Smith-Watson-Topper para as trincas do tipo A90(T).

#### 3.1 Modelo de Fatemi-Socie

Em 1973, Brown e Miller [8] propuseram um modelo em que se combina a faixa de deformação por cisalhamento  $\Delta\gamma$  que atua em um plano candidato com o gama de deformação normal  $\Delta\varepsilon_{\perp}$  [1]. Para isso, definiram um parâmetro de dano que é baseado na soma dessas duas variáveis multiplicadas à uma constante chamada de *Coefficiente de Brown Miller*  $\alpha_{BM}$ . A equação (25) representa a equação criada por Brown e Miller.

$$\frac{\Delta\gamma}{2} + \alpha_{BM} \cdot \Delta\varepsilon_{\perp} \quad (25)$$

O coeficiente de Brown Miller não é uma constante relacionada apenas ao material, mas que também depende do número de Ciclos N da vida a fadiga. [1]

Porém, Fatemi e Socie [9] notaram que a dependência do modelo de Brown Miller com a curva  $\varepsilon N$  pode não ser apropriada para os modelos baseados em deformação, visto que a faixa de deformação normal tem um papel secundário na previsão de vida a fadiga. Eles propuseram que a previsão da iniciação de trincas A90(S) deve ser feita sob torção cíclica pura, utilizando apenas a curva  $\gamma N$ . O modelo de Brown-Miller é mais interessante para encontrar a iniciação de trincas A90(S) ou A90(T) (ambos para materiais que são sensíveis à tensão), visto que as trincas B45(S) não tendem a se formar nesse

tipo de material. Para as trincas B45(S) a curva  $\varepsilon N$  sob compressão (para materiais sensíveis à deformação), pode ser utilizada para o cálculo da vida.

Os parâmetros da curva  $\gamma N$  podem ser estimados a partir da curva  $\varepsilon N$  na falta de dados experimentais. Esses parâmetros são dados por

$$\tau_c = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}} \quad (26)$$

$$b_\gamma = b \quad (27)$$

$$\gamma_c = \varepsilon_c \cdot \sqrt{3} \quad (28)$$

$$c_\gamma = c \quad (29)$$

Estas equações são chamadas de aproximações de Mises e devem ser utilizados apenas quando não se encontram dados experimentais para realizar os cálculos, visto que elas assumem que o material tem a mesma sensibilidade tanto para tensão quanto para o cisalhamento.

Em contrapartida, Fatemi e Socie combinaram, em seu parâmetro, as duas maiores forças que atuam na iniciação de trinca. Além da faixa de deformação por cisalhamento  $\Delta\gamma$ , eles propuseram trocar a faixa de deformação normal  $\Delta\varepsilon_\perp$  pelo pico de força normal  $\sigma_{\perp max}$  perpendicular, também, ao plano candidato. Eles notaram que um somatório dos parâmetros de danos não modelaria a vida corretamente (principalmente para pequenas faixas de cisalhamento para altos picos de força normal perpendicular) e por isso propuseram um modelo multiplicativo apresentado na equação (30):

$$\frac{\Delta\gamma}{2} \cdot \left( 1 + \alpha_{FS} \cdot \frac{\sigma_{\perp max}}{S_{Yc}} \right) \quad (30)$$

Onde o parâmetro de Fatemi Socie  $\alpha_{FS}$ , assim como o de Brown e Miller, é um coeficiente que depende não só de propriedades do material, mas também de sua vida  $N$ . Socie [5] estimou que esse parâmetro pode ser aproximado por.

$$\alpha_{FS} = \frac{S_{Yc}}{\sigma_c} \quad (31)$$

No qual  $S_{Yc}$  (resistência ao escoamento cíclico) é uma propriedade do material que pode ser aproximada, também por uma equação que considera  $H_c$  (coeficiente de endurecimento cíclico de Ramberg-Osgood) e  $h_c$  (Expoente de endurecimento cíclico de Ramberg-Osgood). Esta equação é apresentada a seguir. [1]

$$S_{Yc} = H_c \cdot (0,002^{h_c}) \quad (32)$$

Note que na proposta original de Fatemi e Socie o parâmetro usado para dividir o pico de tensão foi assumido como a resistência ao escoamento do ensaio de tração, e também foi proposto o uso do coeficiente elástico de Coffin-Manson. Neste trabalho,  $S_{Yc}$  é adotado, sem perda de generalidade, uma vez que a calibragem do parâmetro ajustável  $\alpha_{FS}$  pode incorporar essas diferentes definições.

Mais uma vez, estas aproximações devem ser utilizadas apenas caso não haja dados reais do material estudado. Finalmente, a equação de Fatemi-Socie para cargas proporcionais é dada pela equação (33):

$$\text{Máx}(\theta, \phi) \left( \frac{\Delta\gamma}{2} \cdot \left( 1 + \alpha_{FS} \cdot \frac{\sigma_{\perp max}}{S_{Yc}} \right) \right) = \frac{\tau_c}{G} \cdot (2N)^{b\gamma} + \gamma_c \cdot (2N)^{c\gamma} \quad (33)$$

Fatemi-Socie relaciona a equação (30) também conhecida como parâmetro de dano de Fatemi-Socie com uma equação em função da vida  $N$  do material.

Com a equação de Fatemi-Socie é possível calcular a vida de iniciação de trincas para os casos de *Shear* (Cisalhamento), ou seja, para os casos de trincas A90(S) e B45(S). Para as trincas A90(T), no entanto, é necessário encontrar outra equação para melhor modelar o projeto. Para isso utilizam-se as equações de Smith-Watson-Topper (SWT), apresentadas a seguir.

### 3.2 Modelo de Smith-Watson-Topper (SWT)

O modelo de Fatemi-Socie não consegue calcular a vida de iniciação de trincas para materiais sensíveis à tensão corretamente. Para calcular

corretamente a vida de iniciação de trincas do tipo A90(T) é necessário correlacionar a vida  $N$  de iniciação de trincas a fadiga com um parâmetro de dano baseado na faixa de deformação normal  $\Delta\varepsilon_{\perp}$  combinado com o  $\sigma_{\perp max}$ . Esta diferença faz com que esse modelo seja mais utilizado para calcular a vida de um material mais sensível a tensão, nos quais, como dito na seção 2.3.2 tem a etapa de propagação de trincas sendo dominante sobre a etapa de nucleação [1] [10].

A versão multiaxial da equação de *SWT* pode ser escrita como

$$\text{Máx}(\theta, \phi) [\sigma_{\perp max}(\theta, \phi) \cdot \frac{\Delta\varepsilon_{\perp}(\theta, \phi)}{2}] = \frac{\sigma_c}{E} \cdot (2N)^{2b} + \sigma_c \cdot \varepsilon_c \cdot (2N)^{b+c} \quad (34)$$

No qual, para o cálculo do ângulo crítico de iniciação, utiliza-se o princípio de maximização que também é utilizado no modelo de Fatemi-Socie.

Isso mostra que o problema de previsão de vida em fadiga não é nada mais do que um problema de maximização, nos quais os parâmetros  $\sigma_{\perp max}$ ,  $\Delta\varepsilon_{\perp}$  e  $\Delta\gamma$  são encontrados a partir das equações (15) (17) (18) para as trincas A90 e das equações (21) (21) (23) (24) das trincas tipo B45. Vale lembrar que para cargas proporcionais, esta maximização sempre ocorre nos picos ou nos vales de tensões.

Após apresentar todas as equações necessárias para o cálculo de iniciação de trincas por FS e *SWT*, é possível começar a procura pelo plano crítico. No próximo subcapítulo será expandido o logaritmo que foi utilizado para fazer o cálculo do ângulo e da vida de iniciação de trinca.

### 3.3 Método de Cálculo

Em um primeiro momento, é necessário encontrar todas as tensões e deformações relacionadas a ambos os tipos de trinca, mais precisamente, para as trincas do tipo A90 utilizando as equações (15) (17) (18), e para as trincas de caso B45 as equações (21) (22) (23) (24).

O capítulo 2.8 explicou que, devido a diversas simplificações, a procura de planos candidatos deve ser feita testando todas as direções na superfície

possíveis, ou seja,  $0^\circ < \theta < 180^\circ$ , sendo que,  $\phi = 90^\circ$  para trincas do tipo A90 e  $\phi = 45^\circ$  para trincas do tipo B45.

Vale ressaltar que os valores de máximo das equações referentes as trincas ocorrem nos valores de picos (*Peak*) ou vales (*Valley*) das tensões ou cisalhamentos que são aplicados sobre o material, portanto, estes valores devem ser conhecidos *a priori*.

Para as trincas A90 ( $\phi = 90^\circ$ ), o cálculo das componentes de projeção sob uma carga proporcional aplicada sobre um corpo de prova onde os picos e os vales coincidem, são dadas pelas equações abaixo:

$$\begin{aligned} \sigma_{\perp peak}(\theta, 90^\circ) & \\ &= \sigma_{x peak} \cdot \cos^2(\theta) + \sigma_{y peak} \cdot \sin^2(\theta) + \tau_{xy peak} \\ &\quad \cdot \sin(2\theta) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \tau_{Apeak}(\theta, 90^\circ) &= \tau_{xy peak} \cdot \cos(2\theta) + 0,5 \cdot (\sigma_{x peak} - \sigma_{y peak}) \\ &\quad \cdot \sin(2\theta) \end{aligned} \quad (36)$$

$$\gamma_{Apeak}(\theta, 90^\circ) = \gamma_{xy peak} \cdot \cos(2\theta) + (\varepsilon_{x peak} - \varepsilon_{y peak}) \cdot \sin(2\theta) \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\perp peak}(\theta, 90^\circ) &= \varepsilon_{x peak} \cdot \cos^2(\theta) + \varepsilon_{y peak} \cdot \sin^2(\theta) + 0,5 \\ &\quad \cdot \gamma_{xy peak} \cdot \sin(2\theta) \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\perp valley}(\theta, 90^\circ) & \\ &= \sigma_{x valley} \cdot \cos^2(\theta) + \sigma_{y valley} \cdot \sin^2(\theta) + \tau_{xy valley} \\ &\quad \cdot \sin(2\theta) \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \tau_{Avalley}(\theta, 90^\circ) & \\ &= \tau_{xy valley} \cdot \cos(2\theta) + 0,5 \cdot (\sigma_{x valley} - \sigma_{y valley}) \\ &\quad \cdot \sin(2\theta) \end{aligned} \quad (40)$$

$$\gamma_{Avalley}(\theta, 90^\circ) = \gamma_{xy valley} \cdot \cos(2\theta) + (\varepsilon_{x valley} - \varepsilon_{y valley}) \cdot \sin(2\theta) \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\perp valley}(\theta, 90^\circ) & \\ &= \varepsilon_{x valley} \cdot \cos^2(\theta) + \varepsilon_{y valley} \cdot \sin^2(\theta) + 0,5 \\ &\quad \cdot \gamma_{xy valley} \cdot \sin(2\theta) \end{aligned} \quad (42)$$

No qual o subscrito *Peak* denomina o pico da tensão normal ou cisalhamento e *Valley*, o vale. O mesmo procedimento deve ser feito para as trincas B45 ( $\phi = 45^\circ$ ), como mostram as seguintes equações

$$\begin{aligned} \sigma_{\perp peak}(\theta, 45) \\ = \frac{\sigma_{xpeak} \cdot \cos^2(\theta) + \sigma_{ypeak} \cdot \sin^2(\theta) - p + \tau_{xypeak} \cdot \sin(2\theta)}{2} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\gamma_{Apeak}(\theta, \phi) = \frac{\gamma_{xypeak} \cdot \cos(2\theta) + (\varepsilon_{xpeak} - \varepsilon_{ypeak}) \cdot \sin(2\theta)}{\sqrt{2}} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \gamma_B(\theta, 45) = \varepsilon_{xpeak} \cdot \cos^2(\theta) + \varepsilon_{ypeak} \cdot \sin^2(\theta) - \varepsilon_{zpeak} + 0,5 \\ \cdot \gamma_{xypeak} \cdot \sin(2\theta) \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\perp valley}(\theta, 45) \\ = \frac{\sigma_{xvalley} \cdot \cos^2(\theta) + \sigma_{yvalley} \cdot \sin^2(\theta) - p + \tau_{xyvalley} \cdot \sin(2\theta)}{2} \end{aligned} \quad (46)$$

$$\gamma_{Avalley}(\theta, \phi) = \frac{\gamma_{xyvalley} \cdot \cos(2\theta) + (\varepsilon_{xvalley} - \varepsilon_{yvalley}) \cdot \sin(2\theta)}{\sqrt{2}} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{Bvalley}(\theta, 45) \\ = \varepsilon_{xvalley} \cdot \cos^2(\theta) + \varepsilon_{yvalley} \cdot \sin^2(\theta) - \varepsilon_{zvalley} \\ + 0,5 \cdot \gamma_{xyvalley} \cdot \sin(2\theta) \end{aligned} \quad (48)$$

Com essas equações, é possível começar a procura pelo plano crítico.

O plano crítico das trincas A90(T), como mencionado no capítulo 3.2, é calculado utilizando o modelo de SWT, para isso, é necessário encontrar o menor valor de  $N$  para algum ângulo  $\theta$  entre 0 e 180°, tanto para o pico e tanto para o vale, e depois deve-se comparar os valores encontrados.

A vida  $N$  de iniciação de trincas será a menor vida encontrada para um ângulo de iniciação entre 0° e 180° (tanto para o pico tanto para o vale) e o ângulo de iniciação  $\theta$  que levou a esse resultado será, portanto, o ângulo crítico de

iniciação de trincas. A equação (49) representa a equação de SWT que deve ser maximizada.

$$\begin{aligned} & [\sigma_{\perp max}(\theta_{crit}, \phi) \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{\perp}(\theta_{crit}, \phi)}{2}] & (49) \\ & = \frac{\sigma_c}{E} \cdot (2N_{crit})^b + \sigma_c \cdot \varepsilon_c \cdot (2N_{crit})^{b+c} \end{aligned}$$

Onde  $N_{crit}$  é o menor valor de N entre todos os casos (pico ou vale) para  $0^\circ < \theta < 180^\circ$ , e  $\theta_{crit}$  o ângulo de iniciação de trinca que levou ao  $N_{crit}$ .

Vale ressaltar também que  $\sigma_{\perp max}$  é a maior tensão normal perpendicular entre o pico e o vale para um  $\theta$  e  $\Delta \varepsilon_{\perp}$  é dado pela equação (50) a seguir:

$$\Delta \varepsilon_{\perp} = |\varepsilon_{\perp peak} - \varepsilon_{\perp valley}| \quad (50)$$

Diferentemente das trincas A90(T), no entanto, as trincas de cisalhamento utilizam o modelo de Fatemi-Socie para o cálculo de busca do plano candidato.

As trincas do tipo A90(S) e B45(S) seguem a mesma linha de cálculo das trincas do tipo A90(T), o cálculo das componentes de projeção, no entanto, deve-se considerar as equações referentes a cada tipo de trinca (A90 ou B45). Para um ângulo  $\theta_{crit}$  busca-se o menor valor de N para a equação de Fatemi-Socie. Esta mesma equação é utilizada tanto para as trincas do tipo B45(S) quanto para as trincas A90(S) (considerando suas respectivas componentes de projeção), a equação (51) representa a equação de procura do  $N_{crit}$  descrita por Fatemi Socie.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\Delta \gamma(\theta_{crit}, \phi)}{2} \cdot \left( 1 + \alpha_{FS} \cdot \frac{\sigma_{\perp max}(\theta_{crit}, \phi)}{S_{Yc}} \right) \right) & (51) \\ & = \frac{\tau_c}{G} \cdot (2N_{crit})^{b\gamma} + \gamma_c \cdot (2N_{crit})^{c\gamma} \end{aligned}$$

Analogamente à equação da faixa de deformação perpendicular (50), a faixa de deformação por cisalhamento é dada pela equação (52).

$$\Delta\gamma = |\gamma_{xy\text{peak}} - \gamma_{xy\text{valley}}| \quad (52)$$

Após as vidas críticas dos três tipos de trincas forem encontrados, a vida crítica de iniciação de trincas é aquela em que a trinca se inicia mais rapidamente, ou seja, aquela que tem o valor mais baixo entre as três. Além disso, o ângulo crítico de iniciação de trincas será o ângulo que levou a maximização da equação que encontrou esse resultado de vida a fadiga.

### 3.4 Criação do Código

Como mencionado no primeiro capítulo, este projeto visa criar um programa utilizando o *software Matlab*, que consiga, após a entrada dos parâmetros do material, calcular qual o tipo de trinca e qual a vida crítica de iniciação de trincas dada uma razão de amplitude de tensão normal e de tensão de cisalhamento ( $\sigma_a, \tau_a$ ).

O objetivo, por tanto, é criar mapas de danos que relacionam a vida de iniciação de trincas com o ângulo de iniciação, para diferentes razões de amplitudes que mostrem o comportamento do material devido a diferentes tensões que são aplicadas sobre ele. Neste capítulo o leitor encontrará um breve resumo de como o programa funciona.

#### 3.4.1 Escolha do *Software*

O primeiro passo para a criação de um código para a implementação de um algoritmo de cálculo é a escolha do *software*. Diferentes programas computacionais foram considerados para criar o código aqui descrito, porém, o *Matlab* foi escolhido devido a sua *interface* relativamente simples para gerar um código e facilidade para a criação de gráficos mais complexos que necessitam de diversas iterações. A seguir será explicado como o código trabalha.

### 3.4.2 Funcionamento do Código

O código criado faz exatamente o que foi discutido no subcapítulo 3.2. Ao iniciar uma análise deve-se inserir no código as propriedades do material estudado. Mais especificamente os coeficientes de Ramberg Osgood cíclicos  $(b, c, \sigma_c, \varepsilon_c, H_c, h_c)$  assim como o módulo de elasticidade  $E$ , o módulo de elasticidade de cisalhamento  $G$  e o coeficiente de Poisson  $\nu$ .

Caso não haja dados experimentais conhecidos para o material que se queira estudar, o código pode fazer as aproximações de Mises mencionadas anteriormente nas equações (26) (27) (28) (29). Vale lembrar que, caso necessário, o código também pode fazer uma aproximação para o módulo de elasticidade de cisalhamento ( $G$ ), dada por

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (53)$$

Porém, essa aproximação, assim como as de Mises, não serão utilizadas nos resultados encontrados nesta dissertação, visto que foram utilizados dados experimentais de materiais que serão explicitados no capítulo 4.

Após ter definido as propriedades do material, é necessário escolher um valor inicial do carregamento inicial que será aplicado sobre o material estudado. Este valor de amplitude, chamado de  $\Delta$ , é a amplitude do carregamento e será incrementada ao longo do processo de criação dos mapas de dano.

Um valor também deve ser atribuído a variável da razão de carga. Essa variável representa  $\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$  quando a tensão for a parcela do carregamento cíclico ou  $\frac{\tau_{min}}{\tau_{max}}$  quando a torção for a parcela cíclica. Essa variável representa qual o tipo de carregamento cíclico é imposto sobre o material, se ele tem média zero ( $\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = -1$ ), média compressiva ( $\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = -2$ ) ou pulsante ( $\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = 0$ ).

Além disso, deve-se entrar um valor de  $R$ , que representa um valor adimensional da razão entres as tensões médias e cíclicas.  $R_{\sigma\tau}$  representa a razão entre carregamentos de tensão cíclica e torção constante,  $R_{\tau\sigma}$  carregamentos de torção cíclica e tensão constante e  $R_{\sigma\sigma}$  representa carregamentos onde a tensão em  $x$  é cíclica e a tensão na direção  $y$  é constante.

Para exemplificar o que foi dito acima, para um caso de tração normal cíclica em fase e torção constante, a amplitude das tensões é dada por:

$$\sigma_{x \text{ peak}} = \frac{\Delta}{1 - \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}} \quad (54)$$

$$\sigma_{x \text{ valley}} = \Delta \cdot \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (55)$$

$$\tau_{xy \text{ peak}} = \left(\frac{\Delta}{2}\right) \cdot R_{\sigma\tau} \quad (56)$$

$$\tau_{xy \text{ valley}} = \tau_{xy \text{ peak}} \quad (57)$$

As análises nesta dissertação foram feitas para carregamentos onde uma das tensões é cíclica enquanto a outra é constante, onde seus picos e vales são iguais.

Agora, é necessário calcular as deformações  $\varepsilon$  e  $\gamma$  de pico e vale. As leis de Hook, equações que correlacionam as tensões principais, o módulo de elasticidade normal e de cisalhamento e o coeficiente de Poisson são utilizados para calcular estas parcelas de deformação, tanto para o pico de carregamento quanto para o vale. A seguir estão representadas as equações da lei de Hook:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_x - \nu \cdot (\sigma_y + \sigma_z)) \quad (58)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_y - \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_z)) \quad (59)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_z - \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)) \quad (60)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (61)$$

A partir deste momento o código inicia a primeira procura pelo plano crítico de iniciação de trincas. O princípio principal dessa procura é utilizar um *Loop* que incrementa uma variável “*ang*” (que representa o ângulo de iniciação  $\theta$ ) de 0 a 180. Para cada *Loop* é calculado, utilizando as equações de trincas mencionadas

no capítulo anterior, as projeções das tensões das trincas A90 (equações (35) a (42)) e das trincas do tipo B45 (utilizando as equações (43) a (48)). Os parâmetros de projeção de cada tipo de trinca calculados e então o código aplica os modelos *SWT* e *FS* apresentados nos subcapítulos 3.1 e 3.2, para cada um dos três tipos de trincas (A90(S) e B45(S) utilizando o modelo de Fatemi-Socie, e A90(T) o modelo de SWT).

Como mencionado, ao calcular as equações de vida de iniciação de trincas utilizando as projeções das tensões de pico e de vale, é possível encontrar o menor valor possível da vida desse material para o determinado ângulo de iniciação proposto.

Para cada iteração do *Loop*, as vidas de iniciação dos três tipos de trinca são calculadas e guardadas em diferentes variáveis respectivas a elas. As vidas são, então, comparadas a uma variável de “menor vida” (que inicialmente é muito alta) referente, também, a cada tipo diferente de trinca, e caso alguma vida encontrada na iteração seja menor que sua variável de “menor vida”, o valor encontrado se torna a “menor vida” e o ângulo da iteração na qual isso ocorre substitui uma segunda variável de “ângulo crítico”.

Isso faz com que ao final do *Loop* de incremento de ângulos de iniciação, tenha-se calculado, para cada tipo de trinca, a menor vida de iniciação assim como o ângulo em que esse resultado ocorreu.

Finalmente é possível encontrar a menor vida geral do material para o valor da amplitude de tensão em que o primeiro *Loop* está submetido. Para isso basta encontrar valor mínimo entre “menor vida” dos três tipos de trinca.

O resultado dessa comparação é a vida crítica  $N_{crit}$  do material, e, portanto, deve-se, também, igualar o ângulo crítico  $\theta_{crit}$  com o ângulo no qual este resultado foi encontrado, além disso, é necessário salvar, em uma variável chamada de “cod”, um código referente ao tipo de trinca que irá iniciar.

Estes três valores são armazenados na primeira entrada de vetores referentes a vida, ângulo e código críticos que foram criados previamente.

Finalmente o primeiro *Loop* da iteração de tensões é finalizado e, como mencionado anteriormente ocorre um incremento no valor da amplitude de tensão e o processo de cálculo é reiniciado.

A medida que o *Loop* de tensões ocorre, os vetores de variáveis críticas são preenchidos e com eles, ao final do programa é possível criar mapas de

dano que mostram o comportamento do  $N_{crit} \times \theta_{crit}$  de um material assim como os tipos de trincas que ocorrem ao longo deste carregamento. No próximo capítulo serão analisados alguns mapas de dano que foram criados utilizando o programa que foi criado.

## 4 Resultados

Definidas as metodologias experimentais e o funcionamento do programa, é possível, agora, começar a analisar alguns resultados e gráficos encontrados. Neste capítulo são feitas análises sobre o alumínio 2024-T3 além do alumínio 7075-T651, ambos materiais muito utilizados na indústria aeronáutica.

Um dos maiores desafios para a previsão de vida por fadiga é encontrar parâmetros de materiais que conseguem prever a iniciação de trincas de forma correta. Como dito anteriormente, as diversas aproximações que podem ser feitas não devem ser utilizadas caso haja resultados experimentais, visto que essas aproximações não consideram a sensibilidade do material. O alumínio 2024-T3 é muito utilizado na industrial aeroespacial devido a sua alta resistência mecânica e a corrosão. (Cavalcante & Silva, 2016) [9]

Gates e Fatemi [13] realizaram uma série testes sobre o alumínio 2024-T3 para determinar os seus parâmetros experimentalmente. Este estudo teve como motivação a determinação de um parâmetro de FS que prevê corretamente a vida do material para que a procura do plano crítico de iniciação de trincas, discutida anteriormente, possa ser feita de maneira correta. Os seguintes parâmetros foram determinados experimentalmente para o alumínio 2024-T3:

Tabela 1: Parâmetros Alumínio 2024-T3 [13]

Propriedade	Valor	Unidade
$E$	73,4	GPa
$G$	27,4	GPa
$\nu$	0,343	
$S_{Yc}$	330	MPa
$\sigma_c$	1194	MPa
$\varepsilon_c$	0,066	
$b$	-0,133	
$c$	-0,445	
$\tau_c$	439	MPa
$\gamma_c$	0,834	
$b_\gamma$	-0,078	
$c_\gamma$	-0,705	

Gates e Fatemi assumiram que, para esses materiais, a constante de Fatemi-Socie que melhor modelaria a iniciação de trincas para trincas A90(S) seria “1”.

Além do Alumínio 2024-T3, o 7075-T651 também é muito utilizado na indústria aeroespacial devido a suas características de resistência a danos. A seguir serão apresentados os resultados encontrados para este tipo de material a partir do estudo das propriedades do material de Gates e Fatemi [13].

Tabela 2: Propriedades do Alumínio 7075-T651

Propriedade	Valor	Unidade
$E$	71,7	GPa
$G$	27,5	GPa
$\nu$	0,306	
$S_{Yc}$	518	MPa
$\sigma_c$	1235	MPa
$\varepsilon_c$	0,243	
$b$	-0,138	
$c$	-0,710	
$\tau_c$	797	MPa
$\gamma_c$	5,42	
$b_\gamma$	-0,126	
$c_\gamma$	-1,173	

Novamente, para este material, a constante de FS foi calibrada como sendo 1. Gates e Fatemi, no entanto, não calibraram a constante para as trincas B45(S) portanto para os próximos gráficos esse tipo de trinca não será avaliado, mesmo que o código esteja pronto para calcular esses tipos de trincas.

Com as propriedades do novo material definidas, serão apresentados os resultados obtidos utilizando o código criado para os diferentes casos estudados. Este código visa criar um mapa de dano que relaciona a vida de iniciação de trincas, o ângulo de iniciação crítico e o tipo que trinca mais provável de se iniciar. Este tipo de visão apresenta diferentes curvas da razão entre as tensões em um mesmo gráfico. Por utilizar o conceito de razões entre as amplitudes do

carregamento, os resultados encontrados não giram em torno da intensidade das tensões aplicadas sobre o material, e sim, em como esse material se comporta para diferentes vidas de iniciação de trincas.

Para gerar os mapas de dano, o código faz um acréscimo do ângulo  $\theta$  de  $0,5^\circ$  em  $0,5^\circ$  para cada *loop* de procura de ângulo crítico para um determinado  $\Delta$  de tensões, que por sua vez é incrementado em 10 Mpa após o *loop* mencionado anteriormente for completado.

#### 4.1 Mapa de Dano torção cíclica com média zero

Primeiramente, é possível fazer a análise do caso de torção cíclica de média zero com tração constante. Meggiolaro & Castro [1] evidenciaram este exato fenômeno utilizando a figura 6.

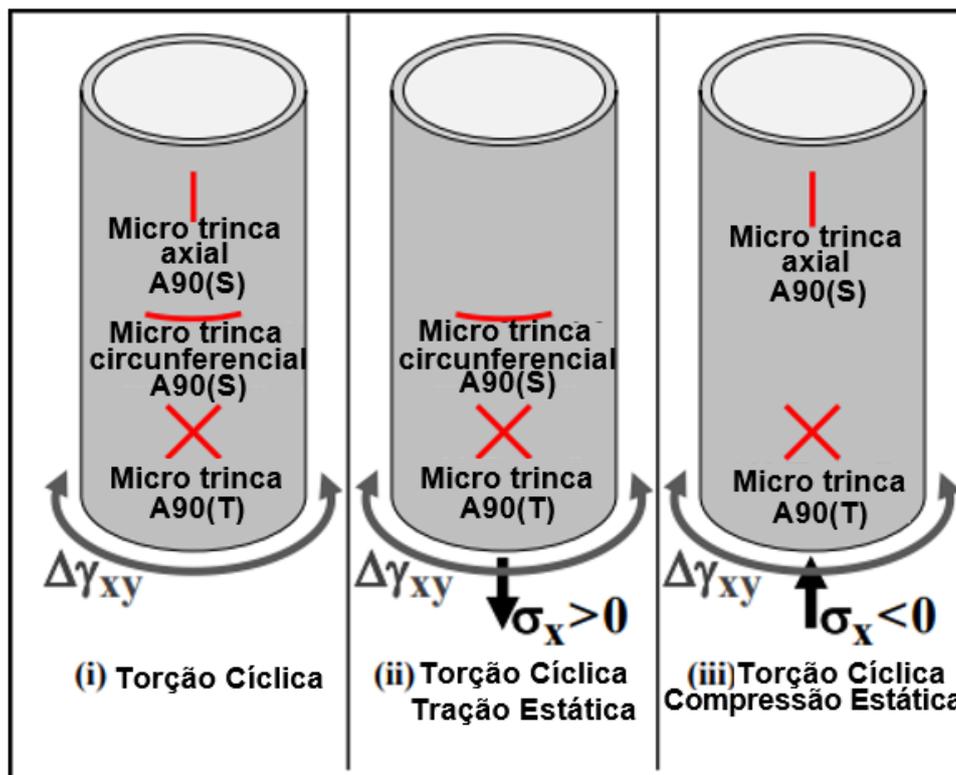


Figura 6: Direções de iniciação de trincas em um duto.

Na figura 6.i, é possível observar o comportamento de torção cíclica pura como também os tipos de trincas que podem vir a nascer com esse tipo de carregamento. Para vidas mais longas é mais comum encontrar trincas do tipo

A90(T) nascendo a um ângulo de 45° enquanto que, para as vidas mais curtas, há uma igual chance de nascerem trincas A90(S) tanto para uma direção longitudinal tanto para uma direção circunferencial.

Já na Figura 6.ii, nota-se o comportamento das trincas com um carregamento de torção cíclica com média zero e uma carga estática trativa. O aparecimento dessa tensão positiva faz com que as trincas A90(S) na direção circunferencial sejam “abertas” fazendo com que sua vida de iniciação seja menor do que as longitudinais, favorecendo o seu aparecimento.

A figura 6.iii mostra a ação de uma tração compressiva sobre o material, essa compressão tende a fechar a trinca circunferencial, fazendo com que a sua vida de iniciação aumente, assim favorecendo o aparecimento de trincas A90(S) longitudinais para vidas mais curtas.

Como explicado no capítulo 3, o mapa de dano criado para este tipo de carregamento apresenta diferentes razões entre as cargas  $R_{\tau\sigma}$ , evidenciando o comportamento do material sob diferentes históricos de cargas. No mapa de dano da figura 7, referente ao alumínio 2024-T3, as trincas A90(T) estão representadas em azul enquanto as trincas A90(S) em vermelho.

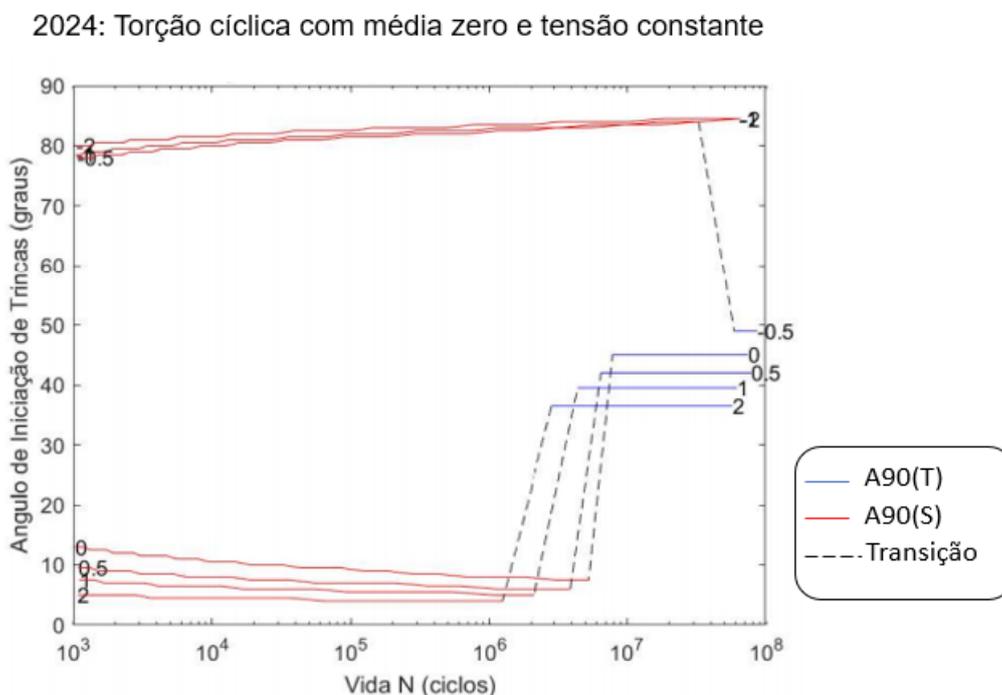


Figura 7: Mapa de dano Alumínio 2024: Torção cíclica com média zero e tensão constante.

No mapa de dano da figura 7 é possível identificar inicialmente a vida de iniciação de trincas para diferentes  $R_{\tau\sigma}$  (como mencionado no capítulo 3) onde a curva “0” representa torção cíclica pura, as curvas maiores do que zero representam torção cíclica com tração trativa constante e as curvas menores do que zero representam a torção cíclica com tração compressiva constante.

Nota-se que, na figura 7, para vidas longas (na maioria das curvas), há a predominância de trincas A90(T) (Azuis). Este fenômeno ocorre visto que, para vidas longas o material tem menos deformação plástica e por isso ele se torna mais sensível à tração, fazendo com que as trincas tenham uma tendência a se iniciar por máxima tração. Esse tipo de carregamento faz com que trincas A90(T), a aproximadamente  $45^\circ$ , apareçam no material estudado, fator que também é observado na figura 6.

Como dito anteriormente para torção pura (Curva 0), as trincas A90(S), representadas em vermelho na figura 7, tem iguais chances de nascerem à  $90^\circ$  ou a  $0^\circ$ , visto que não há a ação de uma tensão para abrir ou fechar a trinca. Ao aplicar uma tensão estática trativa sobre o material, porém, há uma tendência de favorecimento do aparecimento das trincas circunferenciais ( $0^\circ$ ), visto que essa força tende a “abrir” as micro trincas nessa direção, enquanto para as trincas verticais, a  $90^\circ$ , essa força não surte nenhum efeito sobre ela.

Esse comportamento físico também pode ser observado na figura 6, onde, nas curvas onde são aplicadas forças trativas, a trinca A90(S) tende a nascer em uma direção circunferencial ao duto, ou seja, a aproximadamente  $0^\circ$ .

Em contrapartida, uma força compressiva tem a tendência de “fechar” as trincas a  $0^\circ$ , fazendo com que seu aparecimento seja mais difícil e assim havendo o favorecimento das trincas verticais, visto que uma compressão (ou tração trativa) não afetam o seu aparecimento. Observa-se esse comportamento no mapa de dano da figura 7 onde, nas curvas nas quais há tração compressiva, o aparecimento das trincas A90(S) não é afetado, fazendo com que a curva permaneça igual ao atingir as trincas A90(S).

A seguir, na figura 8, será exposto o mapa de dano para o alumínio 7075-T651, os resultados esperados são os mesmos do primeiro material, com mudanças ocorrendo apenas devido as diferenças de propriedades derivadas do material.

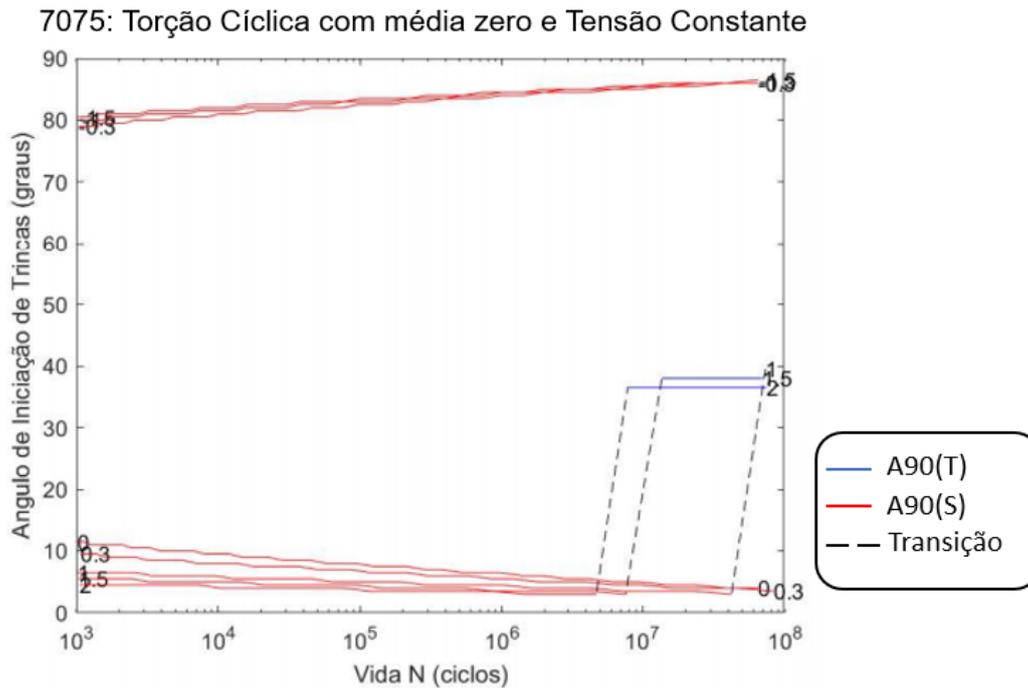


Figura 8: Mapa de dano alumínio 7075: Torção cíclica com média zero e tensão constante

O carregamento de torção cíclica com média zero e tensão constante para o alumínio 7075 na figura 8 segue o mesmo comportamento físico do carregamento encontrado no alumínio 2024. Para vidas longas, há o aparecimento de trincas A90(T) para ângulos em torno de 45° e para vidas mais curtas, o aparecimento de trincas A90(S) em torno de 0° para tensões trativas constante e 90° para tensões compressivas.

Os próximos mapas de dano foram criados para um carregamento onde a torção cíclica agora é pulsante, ou seja, quando  $\frac{\tau_{min}}{\tau_{max}}$  entre o pico e o vale é zero. Isso quer dizer que o pico é igual à amplitude de tensão (não equivalente à metade) enquanto o vale é sempre zero. As figuras 9 e 10 a seguir apresentam este resultado para o alumínio 2024-T3 e 7075-T651.

Para este carregamento, os materiais apresentam o mesmo comportamento do apresentado na Figura 7 e 8, a diferença se encontra na fragilidade do material sob uma torção pulsante, fazendo com que mesmo para compressões com  $R_{\tau\sigma}$  menor, ainda ocorra o aparecimento de trincas A90(T) para vidas longas.

### 2024: Torção Cíclica Pulsante e Tensão Constante

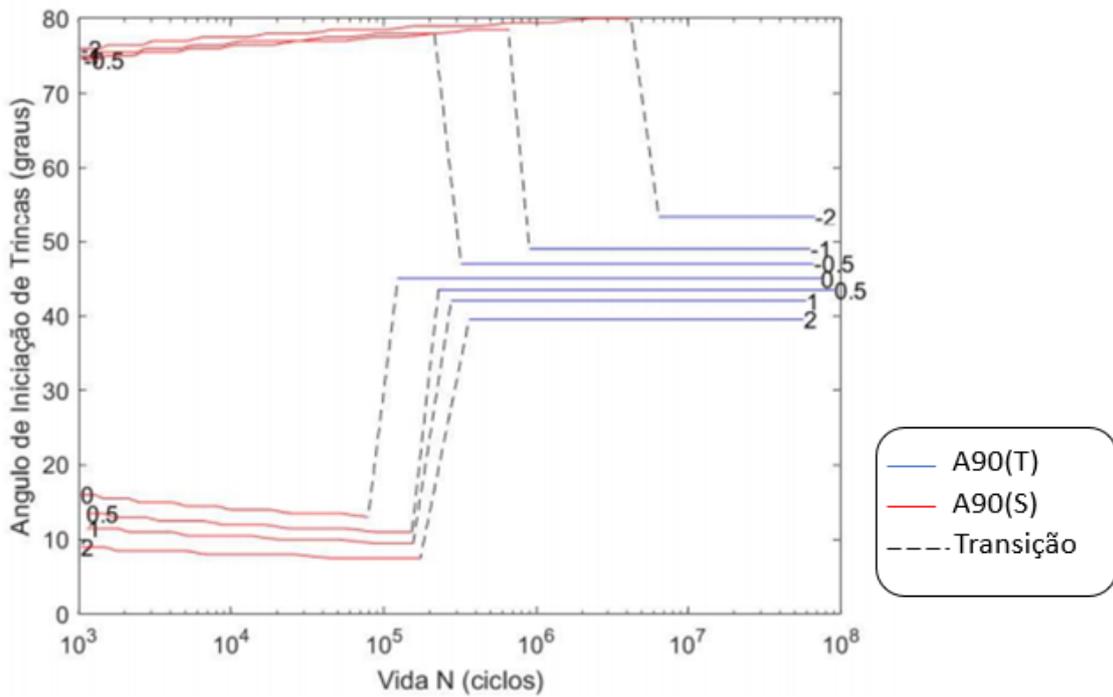


Figura 9: Mapa de dano alumínio 2024: Torção cíclica pulsante e tensão constante.

### 7075: Torção Cíclica Pulsante e Tensão Constante

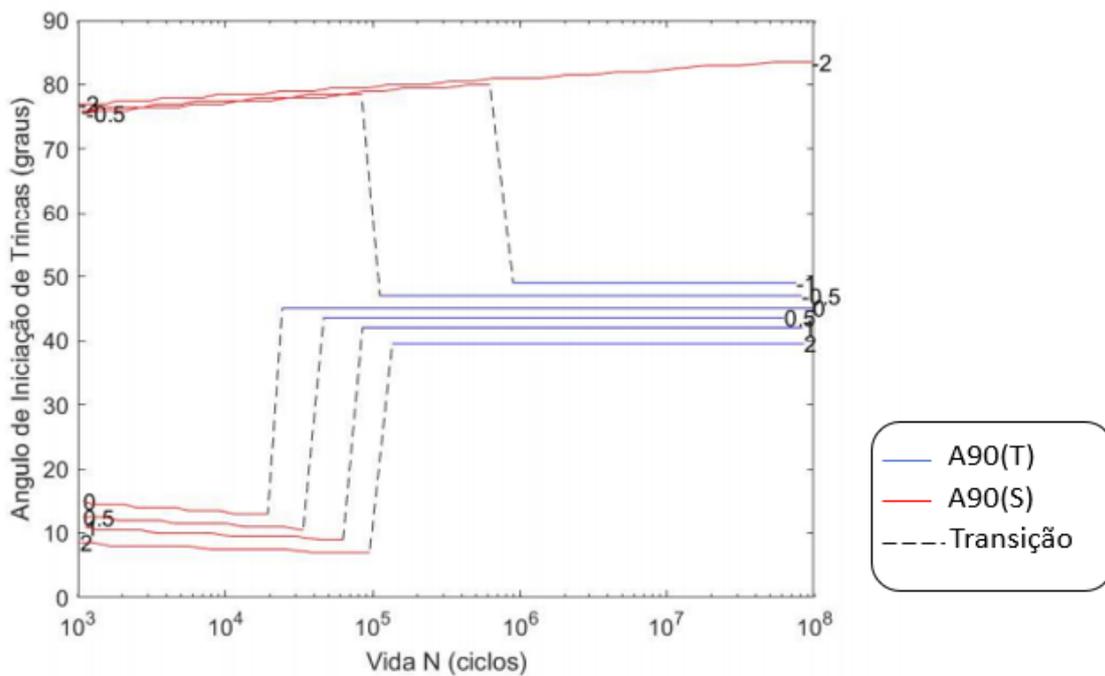


Figura 10: Mapa de dano alumínio 7075: Torção cíclica pulsante e tensão constante.

Os resultados encontrados no mapa de dano estão coerentes com os resultados esperados, validando assim o método de procura de ângulo de iniciação e o programa criado.

Após o estudo de mapas de dano com torção cíclica e tensão constante, é necessário validar o código para o caso de tração cíclica com média zero e torção constante. Este tipo de carregamento é apresentado a seguir.

## **4.2 Mapa de Dano tração cíclica com média zero**

A próxima análise que pode ser feita é a do mapa de dano para tração cíclica de média zero com torção constante. Diferente do caso de torção cíclica apresentado anteriormente, agora, para vidas longas e tração-compressão pura, as trincas A90(T) nascem na direção circunferencial do duto, ou seja, na direção perpendicular as tensões principais que apresentam direção axial. Com a adição de uma torção constante, porém, esse ângulo de iniciação para esse tipo de trinca muda, visto que o plano no qual o cisalhamento é máximo é necessariamente igual ao plano onde o dano é máximo.

Em relação às vidas mais curtas, o nascimento das trincas do tipo A90(S) é encontrado. Para esse tipo de carregamento, a trinca inicia-se em um ângulo perto de  $45^\circ$ , ou seja, perto da direção de cisalhamento máximo. Esse ângulo não é exato devido às torções constantes aplicadas. A figura 11 mostra o mapa de dano encontrado para o material 2024 utilizando o programa criado.

O mapa de dano encontrado relata justamente o que foi relatado anteriormente. Para a curva "0", ou seja, para um carregamento de tensão cíclica pura, a trinca A90(T) se inicia para vidas mais longas a um ângulo de zero graus, ou seja, na direção circunferencial do duto. Além disso, a medida que uma torção constante é adicionada, esse ângulo começa a se distanciar do plano perpendicular à tensão, evidenciando os efeitos da tração sobre o material.

## 2024: Tensão Cíclica com Média Zero e Torção Constante

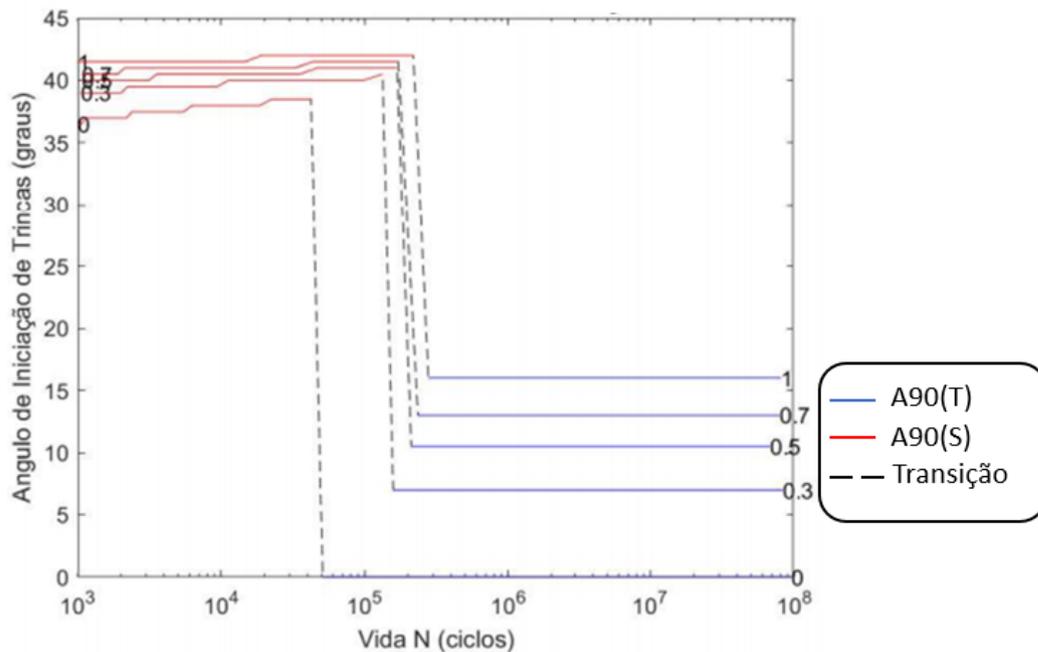


Figura 11: Mapa de dano alumínio 2024: Tensão cíclica com média zero e torção constante.

Para vidas mais curtas há o aparecimento de trincas A90(S), justamente em torno de 45°, a direção do cisalhamento máximo. Devido à torção ser constante o valor de  $\Delta\gamma$  máximo, que no caso de tração cíclica ocorre em 0° ou 90°, é regido pela variação de tensão cíclica, por isso tende a se maximizar em torno de 45°, ângulo no qual esse carregamento tem a tensão cisalhante máxima.

Este mesmo tipo de carregamento foi aplicado ao material 7075, os resultados encontrados são encontrados na figura 12.

Analogamente aos casos anteriores, na figura 12 o carregamento segue o mesmo princípio de trincas A90(T) para vidas mais longas e trincas A90(S) para vidas mais curtas. Como explicado na seção 4.1.2 esse comportamento está de acordo com o comportamento físico esperado do material sobre uma tensão cíclica com média zero e torção constante.

Os mapas de dano compilado pelo programa criado nessa dissertação seguem o que era esperado de um material sob o tipo de carregamento estudado. O código é, portanto, validado também para esse caso.

7075: Tensão Cíclica com Média Zero e Torção Constante

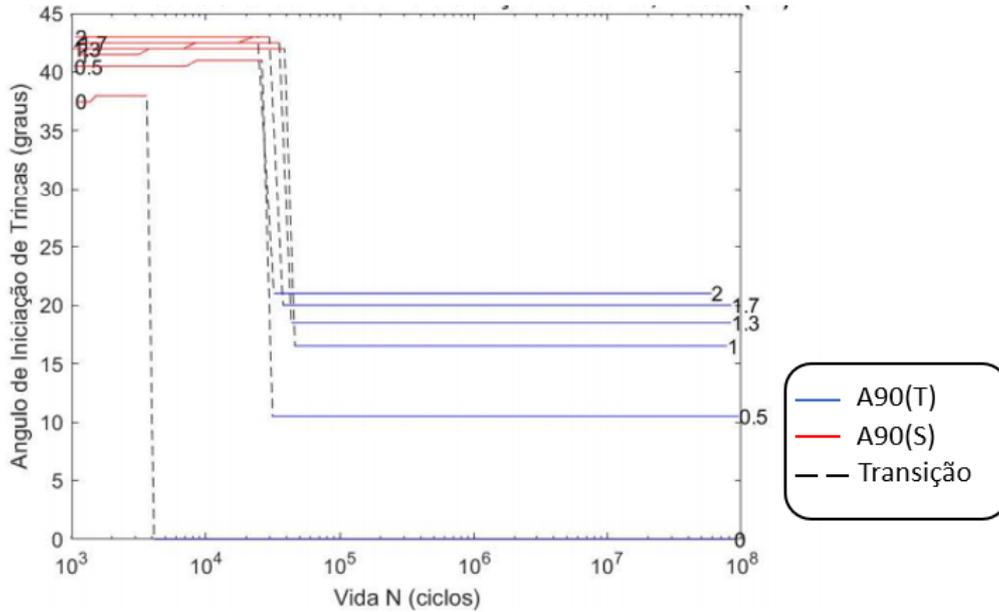


Figura 12: Mapa de dano alumínio 7075: Tensão cíclica com média zero e torção constante.

É possível agora analisar o caso de tensão pulsante e torção constante. Análogo ao carregamento anterior desse tipo, a tensão de pico é igual à amplitude de tensões enquanto a tensão mínima é igual a zero. As figuras 13 e 14 representam os mapas encontrados para os materiais 2024 e 7075 respectivamente.

2024: Tensão Cíclica Pulsante e Torção Constante

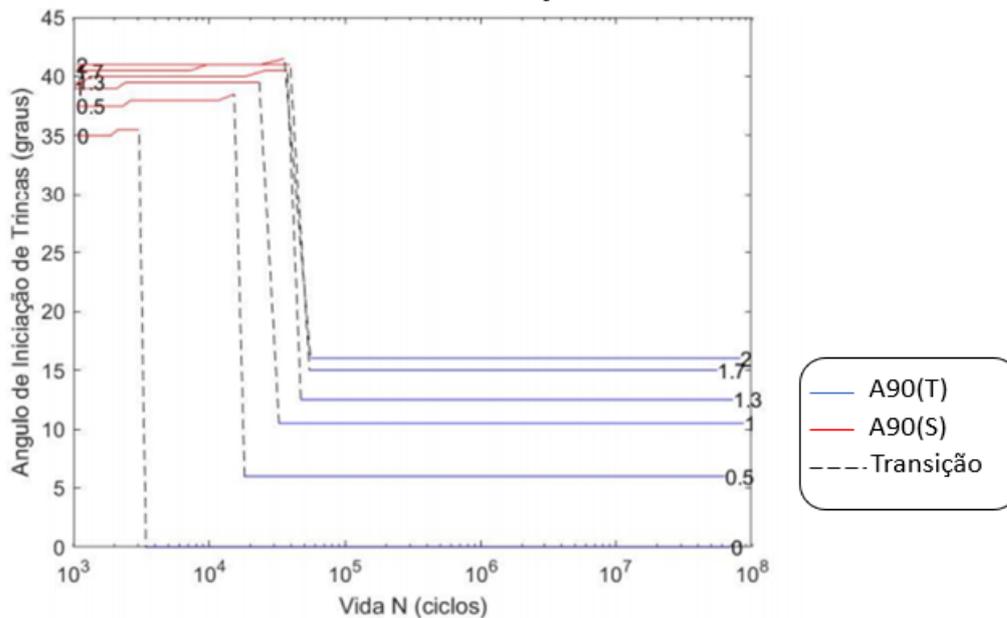


Figura 13: Mapa de dano alumínio 2024: Tensão cíclica pulsante e torção constante.

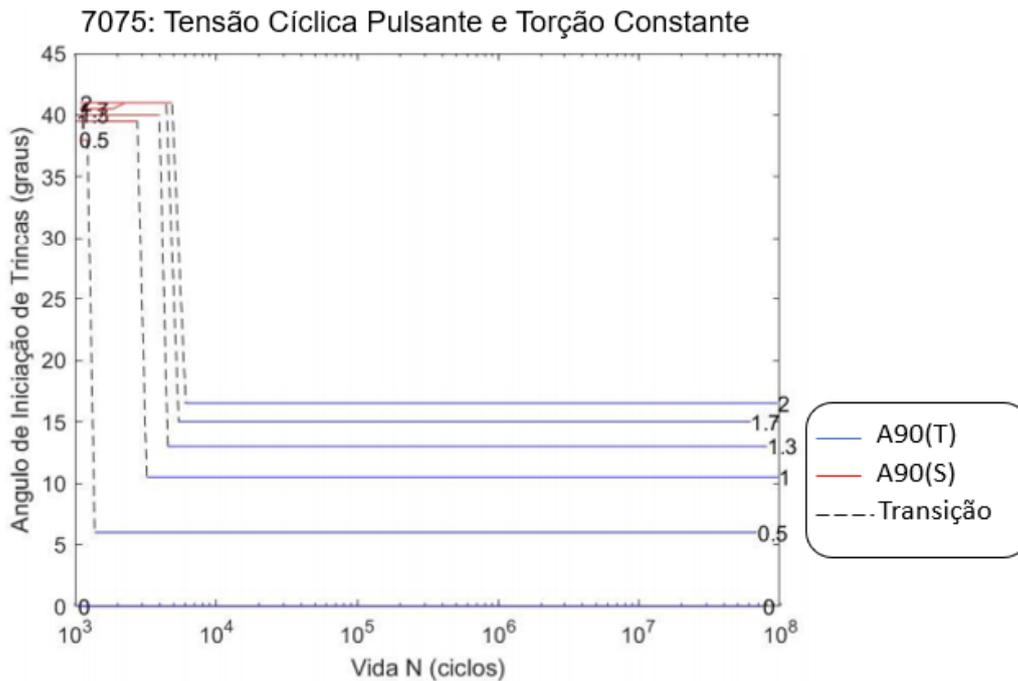


Figura 14: Mapa de dano alumínio 7075: Tensão cíclica pulsante e torção constante.

O mapa para esse tipo de carregamento segue o mesmo conceito do mapa anterior de torção cíclica. As diferenças, mais uma vez, se dão devido às propriedades do material. Ao comparar os dois materiais, fica evidente que as trincas A90(T) iniciam para vidas mais curtas no alumínio 7075 (figura 14) do que para o 2024 (figura 13), onde, para o caso de tensão cíclica pulsante pura, as trincas A90(S) não nascem até, pelo menos, uma vida de  $10^3$  ciclos. Esse tipo de comportamento do material se dá por ele ser um material mais frágil, o que faz com que as trincas A90(T) iniciem com mais facilidade do que as trincas A90(S) para esse tipo de carregamento.

### 4.3 Mapa de Dano tensão x cíclica e tensão y constante

Para este tipo de carregamento, serão analisados três casos diferentes, tensão x cíclica com média compressiva, com média zero e pulsante. Os resultados encontrados são evidenciados a seguir.

### 4.3.1 Mapa de Dano tensão x cíclica compressiva ( $\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{máx}} = -2$ ) e tensão y constante

Uma média compressiva quer dizer que o carregamento aplicado sobre o material tem uma tendência mais compressiva do que trativa, ou seja, o carregamento passa a maior parte do ciclo sem um regime compressivo.

Para esse tipo de carregamento, há o aparecimento de trincas do tipo B45(S) para vidas mais curtas, que ocorrem quando as duas parcelas do carregamento na direção x e y tem um valor predominantemente negativo.

Quando esse tipo de carregamento ocorre, há um cisalhamento fora do plano da superfície, o que gera o aparecimento das trincas B45(S). Este tipo de trinca inicia-se para vidas mais curtas em um ângulo de  $0^\circ$ , pois para esse  $\theta$  a força compressiva constante na direção y não tem nenhum efeito sobre a vida de iniciação de trinca. Porém, ao mudar esse ângulo, a força compressiva tende a fechar a trinca, aumentando assim, a sua vida e prejudicando o aparecimento de trincas deste tipo. Como o aparecimento de trincas do tipo B45 é bem comum para esse carregamento, elas serão ligadas no código para uma análise sobre sua iniciação possa ser feito.

Quando  $R_{\sigma\sigma}$  é positivo, ou seja, a tensão na direção y é trativa, a tendência, para vidas curtas, é o aparecimento de trincas A90(S). Isso se dá devido, ao contrário do que acontece para tensões compressivas, a junção de uma tensão trativa constante e um carregamento que é compressivo em sua maior parte faz com que ocorra um cisalhamento, no plano, a  $45^\circ$ , favorecendo o aparecimento de trincas A90(S). A figura 15 e 16 mostram os mapas de dano que foram encontrados para os alumínios 2024 e 7075 utilizando o programa criado.

Para tensões constantes compressivas há o aparecimento de trincas B45(S) (magenta) para vidas mais curtas a  $0^\circ$ , esse comportamento é o mesmo para qualquer razão entre cargas  $R_{\sigma\sigma}$  de tensão que sejam negativas. Já para tensões constantes em y positivas, há aparecimento de trincas A90(S) em torno de  $45^\circ$ , o que também era esperado.

### 2024: Tensão Cíclica com Média Compressiva e Tensão y Constante

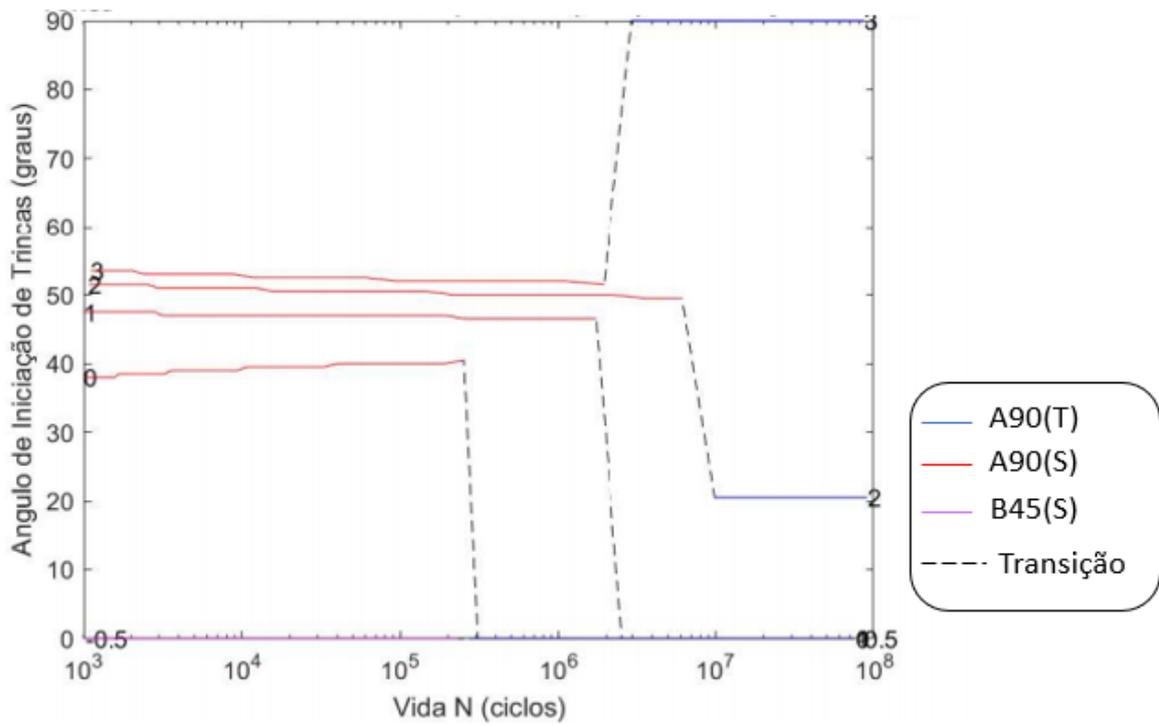


Figura 15: Mapa de dano alumínio 2024: Tensão cíclica média compressiva e tensão y constante.

### 7075: Tensão Cíclica com Média Compressiva e Tensão y Constante

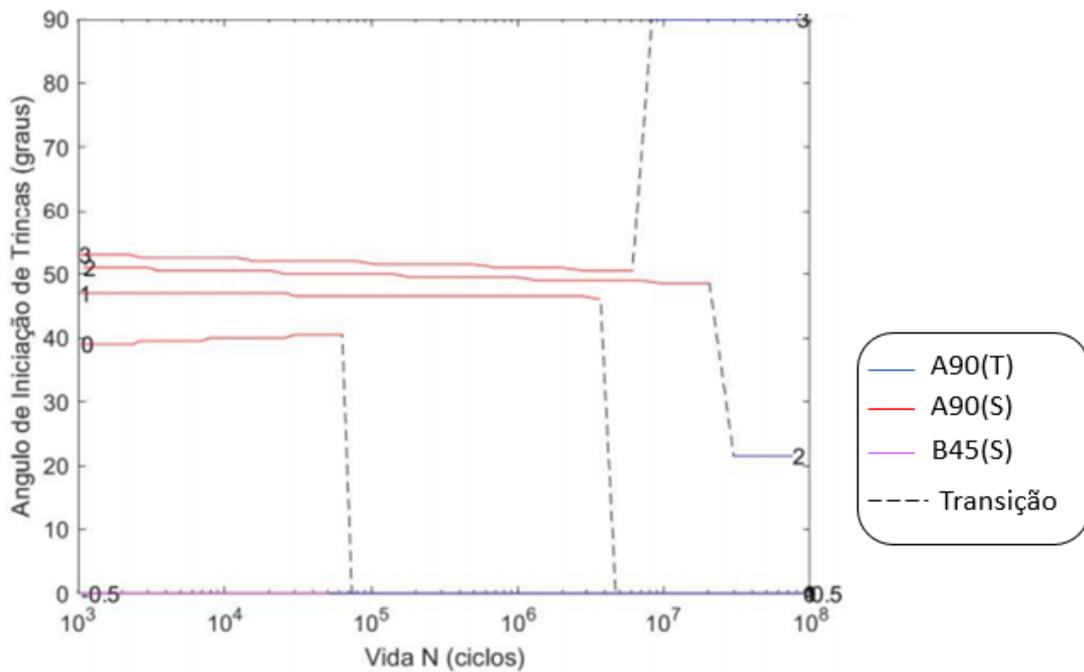


Figura 16: Mapa de dano alumínio 7075: Tensão cíclica média compressiva e tensão y constante.

Além disso, para vidas longas, as trincas A90(T) nascem para  $R_{\sigma\sigma}$  de tensões mais baixas a  $0^\circ$ , porém, devido ao *Efeito de Poisson*, há o aparecimento de trincas a  $90^\circ$  para  $R_{\sigma\sigma}$  mais altas. Isso ocorre devido ao aparecimento de uma parcela  $\Delta\varepsilon_y$  pequeno, que ao ser multiplicado pelo valor mais alto da tensão em x, faz com que nasçam trincas na direção longitudinal.

Existe também uma faixa de tensões em que ocorre um comportamento de transição entre as trincas A90(T) a  $0^\circ$  e a  $90^\circ$ , onde as combinações de forças na direção x e y fazem com que estas trincas apareçam em ângulos intermediários.

O próximo carregamento a ser estudado será aquele com uma tensão na direção x cíclica com média zero e tensão y constante, os mapas de dano encontrados para ambos os materiais são relatados a seguir.

#### **4.3.2 Mapa de Dano tensão x cíclica Média Zero tensão y constante**

Para criar este mapa de dano, foi aplicado um carregamento em x com média zero, ou seja, onde o pico do carregamento é igual ao seu vale em módulo. O resultado esperado fisicamente segue a mesma linha de raciocínio para o caso relatado anteriormente. As figuras 17 e 18 mostram os mapas de dano encontrados para ambos os materiais.

Para um carregamento com média zero ambos os materiais apresentam o mesmo comportamento, com algumas diferenças pontuais devido a suas propriedades. O aparecimento das trincas A90(T) para vida mais longas também tem a mesma explicação física do caso anterior.

Além disso, para carregamentos com a tensão na direção y compressiva, ocorre o aparecimento de trincas B45(S) para vidas de iniciação mais curtas, visto que, novamente, o cisalhamento esperado é fora do plano devido a ambas as tensões serem compressivas.

Porém, para tensões em y trativas, há uma tendência de iniciação de trincas A90(S) a aproximadamente  $45^\circ$ . Isto ocorre, pois diferentemente das trincas B45(S), a vida de iniciação de trincas A90(S) sofre influência da tensão na direção y e por isso, o aparecimento de uma tensão trativa em y acaba afetando a tensão máxima, favorecendo o aparecimento desse tipo de trinca sobre as B45(S).

2024: Tensão Cíclica com Média Zero e Tensão y Constante

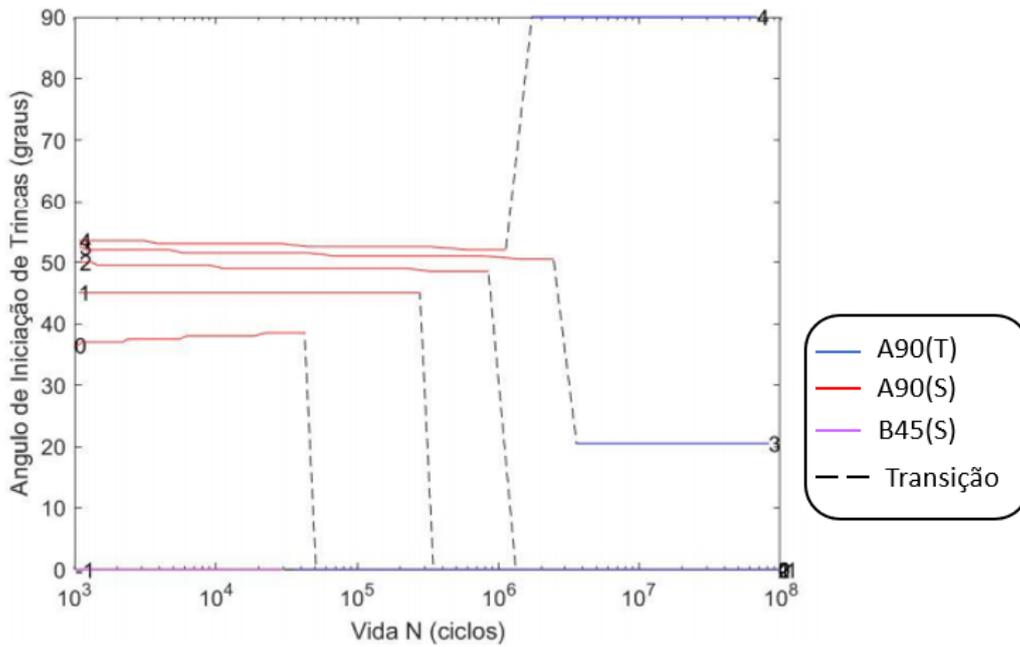


Figura 17: Mapa de dano alumínio 2024: Tensão cíclica média zero e tensão y constante.

7075: Tensão Cíclica com Média Zero e Tensão y Constante

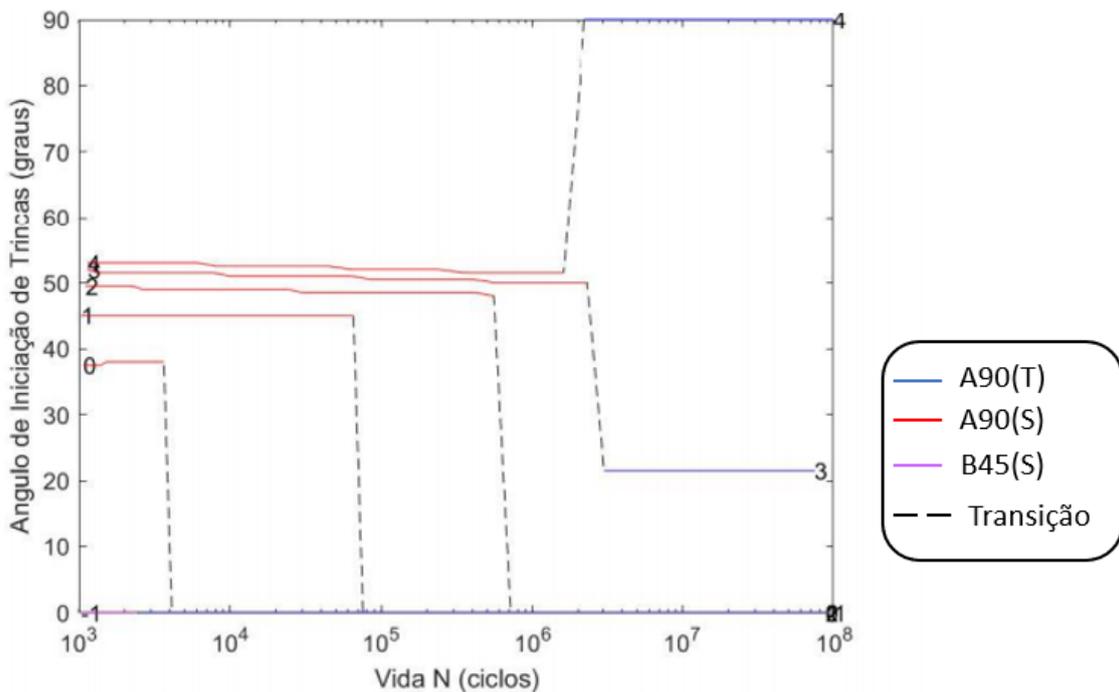


Figura 18: Mapa de dano alumínio 7075: Tensão cíclica média zero e tensão y constante.

Finalmente, o último carregamento a ser analisado será o de tensão em x pulsante e tensão na direção em y constante.

### 4.3.3 Mapa de Dano tensão x cíclica pulsante e tensão y constante

Esse tipo de carregamento continua seguindo os mesmos princípios físicos dos casos anteriores. A seguir nas Figura 19 e 20, se encontram os mapas de danos criados para ambos os materiais.

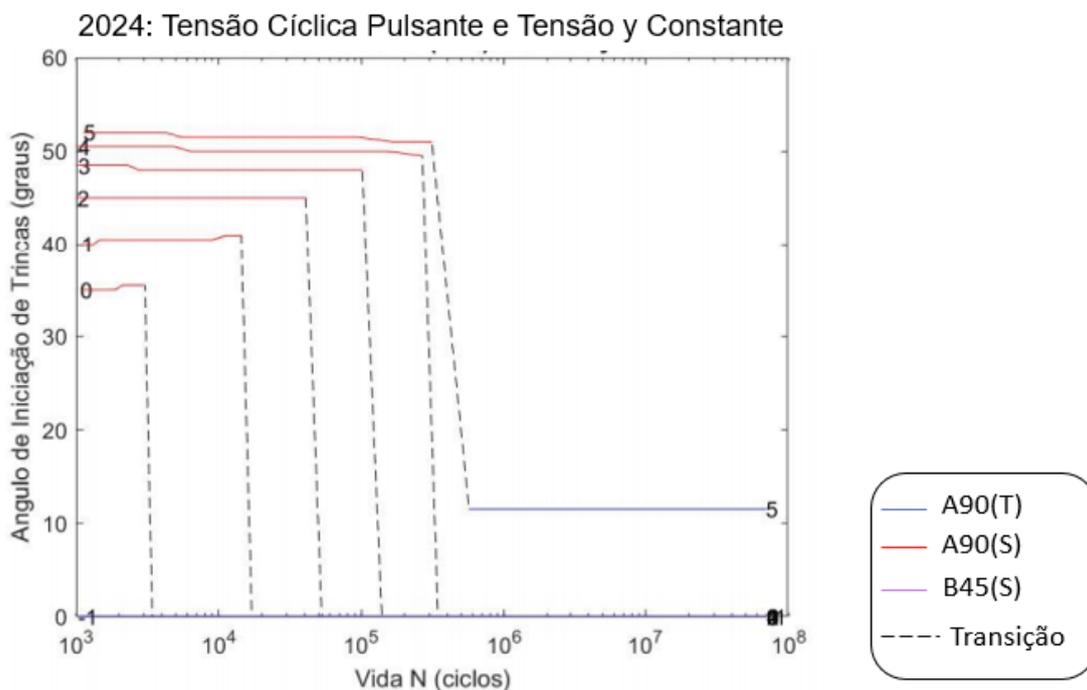


Figura 19: Mapa de dano alumínio 2024: Tensão cíclica pulsante e tensão y constante.

Mais uma vez, para vidas mais longas as trincas A90(T) tem a tendências de iniciar, enquanto que para razões de amplitudes positivas, as trincas A90(S) são as que tem preferência.

A diferença está no não aparecimento das trincas B45(S) para tensões na direção y negativas. Como, para uma carga pulsante, nunca há um momento onde ambas as tensões são compressivas, faz sentido que as trincas B45(S)

não apareçam, visto que, como explicado anteriormente, esse tipo de trinca tende a aparecer quando ambas tensões têm um sentido compressivo.

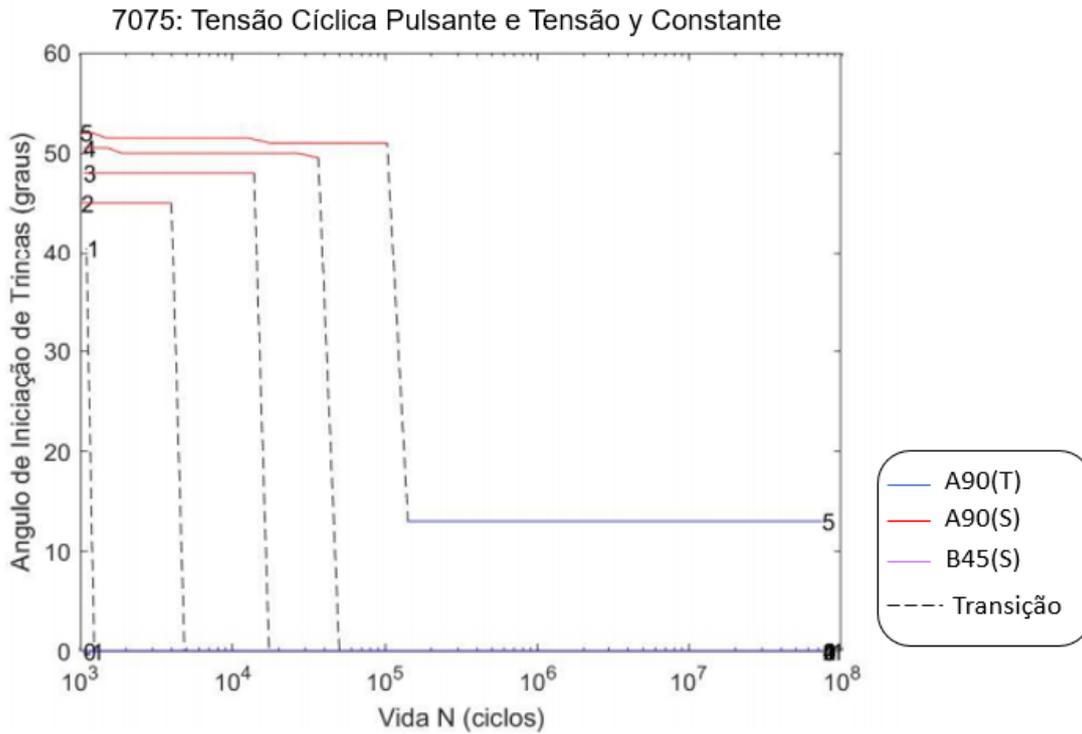


Figura 20: Mapa de dano alumínio 7075: Tensão cíclica pulsante e tensão y constante.

Os casos estudados neste capítulo reforçam a validade do código, visto que os resultados estão coerentes com os princípios físicos esperados dos materiais. A seguir serão explicitadas as conclusões que foram tiradas destes resultados.

## 5. Conclusões

O objetivo deste trabalho é o estudo da iniciação dos diferentes tipos de trincas que nascem devido a diferentes modos de carregamento assim com a vida de iniciação do material estudado. O trabalho teve como motivação principal o estudo de iniciação em dutos para a indústria do petróleo, onde pode-se encontrar componentes estáticos diferentes atuando sobre o material como, por exemplo, uma flexão e pressurização variável, fazendo com que o comportamento se torne multiaxial, fazendo com que seja necessária a aplicação das equações de iniciação de trinca para esse tipo de carregamento.

Para realizar esta análise foi criado de um código que pudesse prever o ângulo crítico de iniciação de trincas assim como o seu tipo. Por não uma análise muito comum, a criação de um código simples que possa prever estas características de iniciação de trincas de um material é, de fato, interessante. Vale ressaltar a dificuldade em encontrar parâmetros de Fatemi-Socie calibrados corretamente para as trincas do tipo B45(S).

A seguir serão resumidas as conclusões que derivadas das análises feitas no capítulo anterior para cada caso estudado.

Para os alumínios 2024 e 7075, nos casos de um carregamento de torção cíclica e tensão constante para vidas mais longas, a tendência de iniciação de trincas do tipo A90(T) a aproximadamente  $45^\circ$ , visto que, para vidas longas, o material tem menos deformação plástica e por isso ele tem uma tendência de se tornar mais sensível à tração, fazendo com que as trincas iniciem por esse tipo de carregamento. Já para vidas mais curtas, há o aparecimento das trincas do tipo A90(S) a  $0^\circ$  ou a  $90^\circ$  dependendo se a tensão constante aplicada sobre o material é trativa ou compressiva. As tensões constantes trativas, tendem a “abrir” as trincas na direção circunferencial, fazendo com que as trincas iniciem a um ângulo crítico de  $0^\circ$ . Já as tensões compressivas, quando aplicadas sobre um duto, fecham as trincas na direção circunferencial, o que faz com que elas se iniciem na direção longitudinal, ou seja, a  $90^\circ$ .

Para cargas de tensão cíclica e torção constate, trincas A90(T) tem a tendência de iniciar para vidas mais longas a  $0^\circ$  para ambos os materiais, visto que as trincas A90(T), para este carregamento, iniciam-se na direção perpendicular as tensões principais que, para este caso, têm a direção

circunferencial. Para vidas mais curtas, as trincas A90(S) têm a preferência de um ângulo de cerca de  $45^\circ$  (a direção do cisalhamento máximo). Como a torção aplicada sobre ambos os materiais é constante, o valor de  $\Delta\gamma$  máximo é regido pela variação de tensão cíclica e por este motivo essa componente é maximizada no ângulo para qual esse carregamento têm a tensão cisalhante máxima.

Finalmente, para os casos de  $\sigma_x$  cíclica e  $\sigma_y$  constante, as trincas A90(T) tendem a nascer para vidas mais longas a  $0^\circ$  ou  $90^\circ$  graus, dependendo da intensidade de  $\sigma_y$ . Para razões R mais baixas as trincas A90(T) iniciam-se à  $0^\circ$ , isso ocorre devido ao carregamento principal  $\sigma_x$  ter a direção axial, fazendo com que as trincas nasçam perpendicularmente a essa direção. O aparecimento de parcela  $\Delta\varepsilon_y$  pequeno, devido ao *Efeito de Poisson*, há o aparecimento de trincas a  $90^\circ$  para variáveis de tensão mais altas, devido ao aparecimento de uma parcela  $\Delta\varepsilon_y$ , que ao ser multiplicada por  $\sigma_x$ , faz com que nasçam trincas na direção longitudinal do duto.

As trincas A90(S) iniciam-se para vidas mais curtas quando  $\sigma_y$  é positiva. Por sofrer influência da parcela  $\sigma_y$  a vida de iniciação para este tipo de trinca se torna menor para  $\sigma_y$  trativos e maior para  $\sigma_y$  compressivos, isso faz com que as trincas A90(S) iniciem preferencialmente sobre as trincas B45(S) para  $\sigma_y$  trativos já que para  $\sigma_x$  positivos, a tensão  $\sigma_y$  não afeta a iniciação de trincas B45(S). O aparecimento de trincas do tipo B45(S) ocorre no entanto, quando ambas as parcelas x e y de tensão são negativas, o que gera um cisalhamento fora do plano de superfície.

A fácil utilização do código faz com que possa utilizá-lo para qualquer outro tipo de material para estes carregamentos, fazendo com que futuras análises possam ser feitas sem a necessidade de utilizar corpos de provas e experimentos reais.

## Bibliografia

[1] CASTRO, J. T. P & MEGGIOLARO, M. A. **Fatigue Design Techniques**. 1. ed. Createspace Independent Publishing Platform, 2016

[2] ROSA, E. **Mecânica da Fratura e Fadiga**, 1. ed. UFSC, 2002.

[3] TAKAHASHI, B. X. **Metodologia moderna para Análise de Fadiga Baseada em Elementos Finitos de Componentes Sujeitos a Fadiga Uni e Multiaxial**, São Paulo, 2014. Tese de Mestrado. Universidade de São Paulo: USP. 374 Páginas.

[4] BANDEIRA, C. F. C. **Análise de fadiga multiaxial em elementos estruturais tubulares sujeitos à vibração forçada**. Rio de Janeiro, 2014, Projeto de fim de curso. CEFET/RJ. 138 Páginas.

[5] SOCIE, D. F., MARQUIS, G.B., **Multiaxial Fatigue**, 1. ed., SAE, 2000.

[6] LOPES, M. A., **Aplicação de critérios de fadiga multiaxial para componente veicular**, Rio Grande do Sul, 2013, Projeto de fim de curso. Universidade Federal do Rio Grande do Sul

[7] ILYUSHIN, A. A. **Plasticité, Éditions Eyrolles**, Paris, 1956.

[8] BROWN, M. & MILLER, K. J. **A theory for fatigue under multiaxial stress-strain conditions**. Proc Inst Mech Eng 187:745-756, 1973.

[9] FATEMI, A. & SOCIE, D.F. **A critical plane approach to multiaxial damage including out-ofphase loading**. Fatigue Fract Eng Mater Struct 11:149-166, 1988.

[10] SMITH, R. N., WATSON, P. & TOPPER, T. H. **A stress-strain parameter for the fatigue of metals**. J Mater 5:767-778, 1970.

[11] DOWLING, N. E. **Mechanical Behavior of Materials**. 4. ed. Harlow: Pearson, 2013.

[12] CAVALCANTE, F. F. & SILVA, W. S. **Comportamento Mecânico da Liga de Alumínio 2024 Submetida a Diferentes Tempos de Envelhecimento**, 2016

[13] CASTRO, J. T. P & MEGGIOLARO, M. A. **Fadiga: Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço: Volume I**, 1.ed. Createspace Independent Publishing Platform, 2009

[14] LEE, Y. L., BARKEY, M. E., & KANG, H. T., **Metal Fatigue Analysis Handbook: Practical Problem-Solving Techniques for Computer-Aided Engineering**, 2011

[15] PAPUGA, J., **Mapping of Fatigue Damages: Program Shell of FE-Calculation**, 2005

## 6. Apêndice

Neste apêndice se encontra o código utilizado para criar os mapas de dano apresentados nesta dissertação. O código apresentado está calibrado para o alumínio 7075.

```
clc
clear
close all

opts = optimset('Diagnostics','off', 'Display','off');

%1 para tau_xy ciclica com sigma_x constante, 2 para sigma_x ciclica com tau_xy
constante, 3 para sigma_x ciclica com sigma_y constante

plotgrafico(1, -1, [-2 -1 -0.5 0 0.5 1 2] , 1) %tipo_grafico, R, Variavel_lista,
fator_Mises
title('Caso 1: Torção ciclica com média zero e tensão constante')

plotgrafico(1, 0, [-2 -1 -0.5 0 0.5 1 2],1) %tipo_grafico, R, Variavel_lista,
fator_Mises
title('Torção ciclica pulsante (R=0) e tensão constante')

plotgrafico(2, -1, [0 0.5 1 1.3 1.7 2], 1) %tipo_grafico, R, Variavel_lista,
fator_Mises
title('Caso 2: Tensão ciclica com média zero e torção constante')
axis([1e3 1e8 0 45])

plotgrafico(2, 0, [0 0.5 1 1.3 1.7 2] , 1) %tipo_grafico, R, Variavel_lista,
fator_Mises
title('Tensão ciclica pulsante (R=0) e torção constante')
axis([1e3 1e8 0 45])

plotgrafico(3, 0, [-1 0 1 2 3 4 5], 1) %tipo_grafico, R, Variavel_lista, fator_Mises
title('Tensão x ciclica Pulsante (R=0) e tensão y constante')

plotgrafico(3, -1, [-1 0 1 2 3 4], 1) %tipo_grafico, R, Variavel_lista, fator_Mises
title('Tensão x ciclica com média zero e tensão y constante')

plotgrafico(3, -2, [-0.5 0 1 2 3] , 1) %tipo_grafico, R, Variavel_lista, fator_Mises
title('Tensão x ciclica com média compressiva (R=-2) e tensão y constante')

return;
function plotgrafico(tipo_grafico, R, Variavel_lista, fator_Mises)
%tipo_grafico: 1 para tau_xy ciclica com sigma_x constante, 2 para sigma_x ciclica com
tau_xy constante, 3 para sigma_x ciclica com sigma_y constante
%R: razão entre min e max (serve para tau_xy ou sigma_x)
%Variavel: razão entre o valor constante e a amplitude
%fator_Mises: 1/sqrt(3) ou outro valor entre 0.5 e 1, não utilizado caso haja dados
experimentais
incrementotensao = 10; %resolução das tensões

figure
N_max = 1e8; %maior valor a plotar
for Variavel = Variavel_lista %razões de cada curva
x = []; y = []; z = []; i = 0;
for delta = incrementotensao:incrementotensao:2000 %deltastigma ou deltatau, é o
dobro da amplitude
if (tipo_grafico == 1) %tau_xy ciclico com sigma_x constante
tau_xy_peak = delta/(1-R); tau_xy_valley = tau_xy_peak * R;
sigma_x_peak = delta/2 * Variavel; sigma_x_valley = sigma_x_peak; %
```

```

constante
    sigma_y_peak = 0; sigma_y_valley = 0;

    elseif (tipo_grafico == 2) %sigma_x ciclico com tau_xy constante
        sigma_x_peak = delta/(1-R); sigma_x_valley = sigma_x_peak * R;
        tau_xy_peak = delta/2 * Variavel; tau_xy_valley = tau_xy_peak; %constante
        sigma_y_peak = 0; sigma_y_valley = 0;

    else %sigma_x ciclico com sigma_y constante
        sigma_x_peak = delta/(1-R); sigma_x_valley = sigma_x_peak * R;
        sigma_y_peak = delta/2 * Variavel; sigma_y_valley = sigma_y_peak; %
constante
        tau_xy_peak = 0; tau_xy_valley = 0; %sem torção

    end

    [N_final, ang_final, cod] = criticalplanesearch(sigma_x_peak, sigma_x_valley,
sigma_y_peak, sigma_y_valley, tau_xy_peak, tau_xy_valley, fator_Mises);
    if (N_final <= 1000)
        break
    end
    if (N_final <= N_max)
        i = i + 1;
        x(i) = N_final; y(i) = ang_final; z(i) = cod;
    end
    end
    semilogx(x, y, 'k--')
    hold on
    text(x(1),y(1),string(Variavel))
    text(x(i),y(i),string(Variavel))
    semilogx(x(z==1), y(z==1), 'b') %when cod = 1, A90(T)
    semilogx(x(z==2), y(z==2), 'r') %when cod = 2, A90(S)
    semilogx(x(z==3), y(z==3), 'm') %when cod = 3, B45(S)
end
xlabel('Vida N (ciclos)')
ylabel('Angulo de Iniciação de Trincas (graus)')
end

function [N_final, ang_final, cod] = criticalplanesearch(sigma_x_peak, sigma_x_valley,
sigma_y_peak, sigma_y_valley, tau_xy_peak, tau_xy_valley, fator_Mises)
    syms N_A90S N_A90T
    incrementoteta = 0.5; %resolução de teta

    N_final = 1e20; %default values
    ang_final = 0;
    cod = 0;

    %===== Variaveis =====
    N_final_A90T = 1000000000000000;
    N_final_A90S = 1000000000000000;
    N_final_B45S = 1000000000000000;
    %ang_final = 1;

%    Coeficientes Ramberg-Osgood Ciclico e Coffin-Mason Aço Inox 304 a 21°C
SU = 561; %Mpa
b = -0.138;

c = -0.710;
sigma_c = 1235; %Mpa
epsilon_c = 0.243;
H_c = 677; %Mpa
hc = 0.070;
E = 71700; %Mpa

b_gama = -0.126;
c_gama = -1.173;
tau_c = 797;
gama_c = 5.42;

Syc = 518;
alfa_fs = 1;
poisson = 0.306;
G = 27500; %Mpa

```

```

sigma_z = 0; %sem pressurização, ou ignorando a tensão radial em dutos de paredes
finas
p = -sigma_z; %pressão

%=====Lei de Hooke Generalizada Pico =====
epsilon_x_peak = (1/E)*(sigma_x_peak - (poisson*(sigma_y_peak + sigma_z))); %
deformação normal x
epsilon_y_peak = (1/E)*(sigma_y_peak - (poisson*(sigma_x_peak + sigma_z))); %
deformação normal y
epsilon_z_peak = (1/E)*(sigma_z - (poisson*(sigma_x_peak + sigma_y_peak))); %
deformação normal z
gama_xy_peak = tau_xy_peak/G; %deformação por cisalhamento xy

%=====Lei de Hooke Generalizada Valley =====
epsilon_x_valley = (1/E)*(sigma_x_valley - (poisson*(sigma_y_valley + sigma_z))); %
deformação normal x
epsilon_y_valley = (1/E)*(sigma_y_valley - (poisson*(sigma_x_valley + sigma_z))); %
deformação normal y
epsilon_z_valley = (1/E)*(sigma_z - (poisson*(sigma_x_valley + sigma_y_valley))); %
deformação normal y
gama_xy_valley = tau_xy_valley/G; %deformação por cisalhamento xy

for ang = 0 : incrementoteta : 180

%=====
%===== CASO A90 =====
%=====

%peak
sigma_perp_A90_peak = sigma_x_peak*(cosd(ang)^2) + sigma_y_peak*(sind(ang)^2) +
tau_xy_peak*sind(2*ang);
gama_a_A90_peak = gama_xy_peak * cosd(2*ang) + (epsilon_y_peak -
epsilon_x_peak) * sind(2*ang);
epsilon_t_A90_peak = epsilon_x_peak * (cosd(ang)^2) + (epsilon_y_peak*(sind
(ang)^2)) + 0.5*gama_xy_peak*sind(2*ang);

%valley
sigma_perp_A90_valley = sigma_x_valley * (cosd(ang)^2) + sigma_y_valley * (sind
(ang)^2) + tau_xy_valley*sind(2*ang);
gama_a_A90_valley = gama_xy_valley * cosd(2*ang) + (epsilon_y_valley -
epsilon_x_valley) * sind(2*ang);
epsilon_t_A90_valley = epsilon_x_valley * (cosd(ang)^2) + (epsilon_y_valley*
(sind(ang)^2)) + 0.5*gama_xy_valley*sind(2*ang);

%Parametros Finais
sigma_perp_A90_max = max(sigma_perp_A90_peak, sigma_perp_A90_valley);
delta_epsilon_t_A90 = abs(epsilon_t_A90_peak - epsilon_t_A90_valley);
delta_gama_a_A90 = abs(gama_a_A90_peak - gama_a_A90_valley);

%=====
%===== Caso A90(T) =====
%===== SMITH-WATSON-TOPPER =====
%=====

beta_A90T = (sigma_c^2)/E;
gama_A90T = sigma_c*epsilon_c;
b_func_A90T = 2*b;
c_func_A90T = b+c;
delta_A90T = sigma_perp_A90_max*(delta_epsilon_t_A90/2);
convergence = 1e-6;

solver_A90T = solvelog(beta_A90T, gama_A90T, b_func_A90T, c_func_A90T,
delta_A90T, convergence);

if delta_A90T < 0
N_A90T = Inf;
else
N_A90T = solver_A90T/2;
end

```

```

if N_A90T < N_final_A90T

    N_final_A90T = N_A90T;
    ang_final_A90T = ang;

end

%=====
%===== Caso A90(S) =====
%===== FATEMI-SOCIE =====
%=====

beta_A90S = tau_c/G;
gama_A90S = gama_c;
b_func_A90S = b_gama;
c_func_A90S = c_gama;
delta_A90S = (delta_gama_a_A90/2)*(1 + (alfa_fs*(sigma_perp_A90_max/Syc)));
convergence = 1e-6;

solver_A90S = solvelog(beta_A90S, gama_A90S, b_func_A90S, c_func_A90S,
delta_A90S, convergence);
if delta_A90S < 0
    N_A90S = Inf;
else

    N_A90S = solver_A90S/2;
end

if N_A90S < N_final_A90S

    N_final_A90S = N_A90S;
    ang_final_A90S = ang;
end

%=====
%===== CASO B45 =====
%=====

%Peak
sigma_perp_B45_peak = (sigma_x_peak*(cosd(ang)^2) + sigma_y_peak*(sind(ang)^2)
- p + tau_xy_peak*sind(2*ang))/2;
gama_a_B45_peak = (gama_xy_peak * cosd(2*ang) + (epsilon_y_peak -
epsilon_x_peak) * sind(2*ang))/sqrt(2);
gama_b_B45_peak = epsilon_x_peak * (cosd(ang)^2) + epsilon_y_peak*(sind(ang)^2)
- epsilon_z_peak + 0.5*gama_xy_peak*sind(2*ang);

%Valley
sigma_perp_B45_valley = (sigma_x_valley*(cosd(ang)^2) + sigma_y_valley*(sind
(ang)^2) - p + tau_xy_valley*sind(2*ang))/2;
gama_a_B45_valley = (gama_xy_valley * cosd(2*ang) + (epsilon_y_valley -
epsilon_x_valley) * sind(2*ang))/sqrt(2);
gama_b_B45_valley = epsilon_x_valley * (cosd(ang)^2) + epsilon_y_valley*(sind
(ang)^2) - epsilon_z_valley + 0.5*gama_xy_valley*sind(2*ang);

gama_a = abs(gama_a_B45_peak - gama_a_B45_valley);
gama_b = abs(gama_b_B45_peak - gama_b_B45_valley);

sigma_perp_B45_max = max(sigma_perp_B45_peak , sigma_perp_B45_valley);
delta_gama_B45 = sqrt((gama_a^2) + (gama_b^2));

%=====
%===== Caso B45(S) =====
%===== FATEMI-SOCIE =====
%=====

beta_B45S = tau_c/G;
gama_B45S = gama_c;
b_func_B45S = b_gama;
c_func_B45S = c_gama;
delta_B45S = (delta_gama_B45/2)*(1 + alfa_fs*(sigma_perp_B45_max/Syc));
convergence = 1e-6;

```

```

    if delta_B45S < 0
        N_B45S = Inf;
    else
        N_B45S = solver_B45S/2;
    end

    if N_B45S < N_final_B45S
        N_final_B45S = N_B45S;
        ang_final_B45S = ang;
    end

end

if N_final_A90T < N_final_A90S && N_final_A90T < N_final_B45S

    N_final = N_final_A90T;
    ang_final = ang_final_A90T;
    cod = 1;
end

if N_final_A90S < N_final_A90T && N_final_A90S < N_final_B45S

    N_final = N_final_A90S;
    ang_final = ang_final_A90S;
    cod = 2;
end

if N_final_B45S < N_final_A90T && N_final_B45S < N_final_A90S

    N_final = N_final_B45S;
    ang_final = ang_final_B45S;
    cod = 3;
end
end

function auxx = solvelog(beta, gamma, b, c, delta, convergence)
%SOLVELOG returns x in the equation
%delta = beta*x^b + gamma*x^c
%with a relative accuracy of convergence
%by Marco Antonio Meggiolaro, 2015

%assumes b ~= 0, c ~= 0, delta > 0, beta > 0, gamma > 0

count = 0; %number of iterations

x1 = log(delta / gamma) / c;
x2 = log(delta / beta) / b;
expb = exp(b); expc = exp(c);

if norm(beta*expb^x1 + gamma*expc^x1 - delta) < norm(beta*expb^x2 + gamma*expc^x2 -
delta)
    x = x1;
else
    x = x2;
end

while ((norm(beta*expb^x + gamma*expc^x - delta) > convergence*norm(delta)) & (count <
40)),
    baux = beta * expb^x;
    caux = gamma * expc^x;
    x = x - (baux + caux) * log((baux + caux) / delta) / (baux * b + caux * c);

    count = count + 1; %%%%%%%%%%check if count = 40 anywhere in ViDa, and if
convergence is well defined in eN.ppt
end

auxx = exp(x);
end

```