

ALMEIDA, C. I. R. **Time-varying risk premia in emerging markets: explanation by a multi-factor affine term structure model**, Mimeo, 2003.

ALMEIDA, C. I. R. **Estimação, teste e aplicações em mercados emergentes: A estrutura a termo da taxa de juros**, Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2001.

BABBS, S. H.; NOWMAN, K. B. Kalman filtering of generalized Vasicek term structure models, **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v.34, n.1, p. 115-130, 1999.

BARCINSKI, A. **Risco da taxa de juros e a dívida pública federal no Brasil pós-real**, Rio de Janeiro, 1998. Dissertação de Mestrado – Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

BLANCHARD, O. **Fiscal Dominance and Inflation Targeting: Lessons from Brazil**, MIT Department of Economics Working Paper, n. 04-13, 2004.

CAMPBELL, J. Y.; LO, A. W.; MacKinlay A. C. **The econometrics of financial markets**, Princeton University Press, 1997.

CHEN, R.; SCOTT, L. Maximum likelihood estimation for a multifactor equilibrium model of the term structure of interest rates, **Journal of Fixed Income**, v. 3, p. 14-31, 1993.

COX, J. C.; INGERSOLL, J. E.; ROSS S. A. A reexamination of traditional hypotheses about the term structure of interest rates, **Journal of Finance**, v. 36, p. 321-46, 1981.

COX, J. C.; INGERSOLL, J. E.; ROSS S. A. A theory of the term structure of interest rates, **Econometrica**, v. 53, p. 385-407, 1985.

DAI, Q.; SINGLETON K. Specification analysis of affine term structure models, **Journal of Finance**, v. 55, p. 1943-78, 2000.

DAI, Q.; SINGLETON K. Expectation puzzles, time-varying risk premia, and affine models of the term structure, **Journal of Financial Economics**, v. 63, p. 415-41, 2001.

DE JONG, F. Time-series and cross-section information in affine term-structure models, **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 18, p. 3, 2000.

DE LA ROQUE, E. **O mercado de juros brasileiro: uma contribuição para a modelagem de mercados de juros e futuros em economias instáveis**, Rio de Janeiro, 1996. Tese de Doutorado – Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

DUAN, J.; SIMONATO, J. **Estimating and testing exponential-affine term structure models by Kalman filter**, Centre Interuniversitaire de recherche en analyse des organisations (CIRANO), Série Scientifique, p. 95s-44, 1996.

DUFFEE, G. R.; STANTON, R. **Estimation of dynamic term structure models**, Hass School of Business, Working paper, 2001.

DUFFIE, D. **Dynamic asset pricing theory**, 3rd Edition, Princeton University Press, 2001.

DUFFIE, D.; KAN, R. A yield-factor model of interest rates, **Journal of Mathematical Finance**, v. 6, p. 379-406, 1996.

GEYER, A. L. J., PICHLER, S. A State-space approach to estimate and test multi-factor Cox-Ingersoll-Ross models of the term structure, **Journal of Financial Research**, v. 22, p. 107-130, 1999.

GIBBONS, M. R.; RAMASWAMY, K. A test of the Cox, Ingersoll and Ross model of the term structure, **Review of Financial Studies**, v. 6, p. 619-58, 1993.

GONÇALVES, F.; GEYER, R. Risco duration: extensão analítica da curva de DI, **Gestão de Riscos no Brasil**, Financial Consultoria Econômica, 2003.

GOURIÉROUX, C.; JASIAK, H. **Financial Econometrics**, Princeton University Press, 2001.

HEATH, D.; JARROW, R.; MORTON, A. Bond pricing and the term structure of interest rates, **Econometrica**, v. 60, p. 77-105, 1992.

LA MOUREUX, C.; WITTE, H. Empirical analysis of the yield curve: The information in the data viewed through the window of Cox, Ingersoll and Ross, **Journal of Finance**, v. 103, p. 90-115, 2002.

LANGETIEG, T. A multivariate model of the term structure, **Journal of Finance**, v. 25, p. 71-97, 1980.

LUND, A. **Econometric analysis of continuous-time arbitrage-free models of the term structure of interest rates**, The Aarhus School of Business Working paper, 1997.

LUND, A. **Non-linear kalman filter techniques for term-structure models**, The Aarhus School of Business Working paper, 1997a.

OBSTFELD, M.; ROGOFF, K. **Foundations of international economics**, MIT Press, 2002.

OKSENDAL, B. **Stochastic differential equations: An introduction with applications**, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York, 1998.

PASTORE, A. C.; PINOTTI, M. C. **Fiscal policy, inflation and the balance of payments in Brazil**, Mimeo, 2004.

PEARSON, N. D.; SUN, D. E. Exploiting the conditional density in estimating the term structure: An application to the Cox, Ingersoll and Ross model, **Journal of Finance**, v. 49, p. 1279-1304, 1994.

PIAZZESI, M. Affine-term structure models, **Handbook of Financial Econometrics**, Princeton University Press, 2003.

WILMOTT, P. Derivatives: **The theory and practice of financial engineering**, Wiley, 1998.

VASICEK, O. An equilibrium characterization of the term structure, **Journal of Financial Economics** v. 5, p. 177-88, 1977.

10 Apêndice

10.1. Apêndice A1 – Estimação dos parâmetros

	Um Fator	Dois Fatores	
		fator 1	fator 2
K	0,0049 1,02E-03	4,593 1,75E-03	0,622 9,04E-03
θ	0,1709 -5,73E-01	0,232 7,39E-03	-0,008 7,39E-03
σ	0,0432 4,51E-04	0,064 1,17E-02	0,171 1,02E-02
λ	1,0418 8,77E+00	-3,424 1,30E+00	0,512 1,77E-03
$\sigma(\varepsilon)$	0,0140 1,53E-03	0,007 4,20E-06	
$\ln L$	14,629	16,220	

Tabela 3: Parâmetros estimados para o modelo de Vasicek (2000 a 2004)

	Um Fator	Dois Fatores	
		fator 1	fator 2
K	-0,4680 6,35E-03	6,225 2,81E-03	0,224 1,86E-02
θ	0,1939 1,02E-01	0,143 4,68E-03	0,041 1,80E-03
σ	0,0873 7,84E-03	0,156 3,60E-03	0,181 1,83E-03
λ	-0,1770 5,81E-02	-0,195 2,98E-03	-0,549 1,86E-03
$\sigma(\varepsilon)$	0,0132 1,56E-03	0,005 5,75E-03	
$\ln L$	14,840	17,508	

Tabela 4: Parâmetros estimados para o modelo de CIR (2000 a 2004)

	Um Fator	Dois Fatores	
K	0,028 1,59E-04	14,138 8,40E-05	0,016 2,82E-05
θ	0,178 1,75E-01	0,188 8,89E-04	-0,014 8,27E-04
σ	0,026 1,71E-04	0,066 3,10E-05	0,034 1,42E-04
λ	1,084 7,03E-01	1,129 6,66E-04	0,660 6,01E-05
$\sigma(\varepsilon)$	0,005 1,76E-04	0,003 1,75E-04	
ln L	18,76	19,505	

Tabela 5: Parâmetros estimados para o modelo de Vasicek (2000)

	Um Fator	Dois Fatores	
K	-0,1773 3,25E-04	18,435 7,00E-03	0,119 7,02E-06
θ	0,1966 4,78E-04	0,153 6,05E-04	0,040 4,66E-04
σ	0,0579 5,76E-04	0,200 8,41E-05	0,198 1,69E-05
λ	-0,1668 5,42E-04	-0,426 2,03E-04	-0,745 4,33E-05
$\sigma(\varepsilon)$	0,0045 1,76E-04	0,003 1,75E-04	
ln L	18,912	19,849	

Tabela 6: Parâmetros estimados para o modelo de CIR (2000)

Obs: O baixo valor dos erros pode indicar quase-singularidade da matriz de variância-covariância.

	Um Fator	Dois Fatores	
K	0,008 1,21E-06	4,026 3,46E-04	0,033 3,62E-04
θ	0,164 4,96E-02	0,207 1,92E-02	-0,005 1,92E-02
σ	0,074 3,53E-05	0,072 4,17E-04	0,102 2,56E-04
λ	0,976 8,12E-01	2,041 6,49E-05	0,127 1,00E-02
$\sigma(\varepsilon)$	0,009 1,70E-04	0,003 3,19E-04	
ln L	15,77	18,616	

Tabela 7: Parâmetros estimados para o modelo de Vasicek (2001)

	Um Fator	Dois Fatores	
K	-0,7061 5,36E-04	5,106 1,65E-04	0,104 3,89E-04
θ	0,1540 4,08E-03	0,141 3,62E-03	0,009 4,01E-04
σ	0,1558 2,35E-04	0,198 3,12E-04	0,495 7,31E-04
λ	-0,1549 3,46E-03	-0,550 3,61E-04	-0,432 7,06E-04
$\sigma(\varepsilon)$	0,0070 1,80E-04	0,002 1,83E-04	
ln L	16,613	18,752	

Tabela 8: Parâmetros estimados para o modelo de CIR (2001)

Obs: O baixo valor dos erros pode indicar quase-singularidade da matriz de variância-covariância.

	Um Fator	Dois Fatores	
K	0,013 6,75E-04	2,612 1,07E-03	0,018 7,74E-06
θ	0,208 5,29E-01	0,287 1,23E-02	-0,016 1,23E-02
σ	0,052 1,43E-03	0,161 1,68E-05	0,153 3,74E-04
λ	2,043 1,05E+00	-1,432 5,30E-02	0,560 2,24E-02
$\sigma(\epsilon)$	0,017 1,78E-04	0,004 4,50E-04	
ln L	13,87	16,831	

Tabela 9: Parâmetros estimados para o modelo de Vasicek (2002)

	Um Fator	Dois Fatores	
K	-1,4356 5,64E-04	4,479 2,96E-04	1,451 2,51E-04
θ	0,1798 7,56E-01	0,177 5,65E-04	0,008 6,43E-04
σ	0,0907 2,62E-04	0,257 9,28E-05	0,526 4,78E-04
λ	-0,1447 2,72E-03	0,065 2,27E-04	-2,427 4,75E-04
$\sigma(\epsilon)$	0,0118 1,84E-04	0,003 1,78E-04	
ln L	15,050	17,5874	

Tabela 10: Parâmetros estimados para o modelo de CIR (2002)

	Um Fator	Dois Fatores	
K	0,010 5,38E-04	2,587 2,50E-04	0,382 1,17E-04
θ	0,214 1,71E-01	0,266 1,13E-02	-0,010 1,13E-02
σ	0,033 2,63E-03	0,096 3,43E-05	0,131 1,54E-04
λ	-0,525 2,01E+00	-4,526 5,10E-03	0,711 1,19E-02
$\sigma(\epsilon)$	0,009 2,47E-04	0,002 2,29E-04	
ln L	16,47	19,453	

Tabela 11: Parâmetros estimados para o modelo de Vasicek (2003/04)

	Um Fator	Dois Fatores	
K	-0,2941 5,28E-04	3,1017 3,54E-03	0,1285 8,56E-04
θ	0,2628 1,92E-03	0,1266 7,26E-05	0,1270 2,57E-06
σ	0,0638 1,50E-03	0,1681 7,08E-05	0,2585 2,67E-04
λ	0,0185 1,80E-03	-0,2524 1,60E-05	-0,2906 2,55E-03
$\sigma(\epsilon)$	0,0082 2,10E-04	0,0014 3,70E-05	
ln L	16,694	20,777	

Tabela 12: Parâmetros estimados para o modelo de CIR (2003/4)

		Um Fator	Dois Fatores	
K	Média	0,015	5,841	0,112
	Desv.padrão	0,009	5,572	0,180
	Máximo	0,028	14,138	0,382
	Mínimo	0,008	2,587	0,016
θ	Média	0,191	0,237	-0,011
	Desv.padrão	0,024	0,047	0,005
	Máximo	0,214	0,287	-0,005
	Mínimo	0,164	0,188	-0,016
σ	Média	0,046	0,099	0,105
	Desv.padrão	0,022	0,043	0,052
	Máximo	0,074	0,161	0,153
	Mínimo	0,026	0,066	0,034
λ	Média	0,895	-0,697	0,514
	Desv.padrão	1,061	2,946	0,266
	Máximo	2,043	2,041	0,711
	Mínimo	-0,525	-4,526	0,127
$\sigma(\varepsilon)$	Média	0,010	0,003	
	Desv.padrão	0,005	0,001	
	Máximo	0,017	0,004	
	Mínimo	0,005	0,002	

Tabela 13: Estabilidade dos parâmetros de Vasicek nas subamostras (2000-01-02-03)

		Um Fator	Dois Fatores	
K	Média	-0,653	7,780	0,451
	Desv.padrão	0,569	7,152	0,667
	Máximo	-0,177	18,435	1,451
	Mínimo	-1,436	3,102	0,104
θ	Média	0,198	0,150	0,046
	Desv.padrão	0,046	0,021	0,056
	Máximo	0,263	0,177	0,127
	Mínimo	0,154	0,127	0,008
σ	Média	0,092	0,206	0,370
	Desv.padrão	0,045	0,037	0,165
	Máximo	0,156	0,257	0,526
	Mínimo	0,058	0,168	0,198
λ	Média	-0,112	-0,291	-0,974
	Desv.padrão	0,087	0,267	0,987
	Máximo	0,018	0,065	-0,291
	Mínimo	-0,167	-0,550	-2,427
$\sigma(\varepsilon)$	Média	0,008	0,002	
	Desv.padrão	0,003	0,001	
	Máximo	0,012	0,003	
	Mínimo	0,004	0,001	

Tabela 14: Estabilidade dos parâmetros de CIR nas subamostras (2000-01-02-03)

10.2.

Apêndice A2 – Estimação das variáveis de estado

Data	Um Fator	Dois Fatores		
	X_t	X_t^1	X_t^2	$X_t^1 + X_t^2$
3-jan-00	0,196	0,222	-0,015	0,207
10-jan-00	0,192	0,219	-0,020	0,199
17-jan-00	0,189	0,223	-0,026	0,197
24-jan-00	0,188	0,225	-0,026	0,199
1-fev-00	0,187	0,224	-0,027	0,196
8-fev-00	0,181	0,219	-0,035	0,184
15-fev-00	0,179	0,216	-0,033	0,183
21-fev-00	0,177	0,215	-0,033	0,182
28-fev-00	0,178	0,216	-0,032	0,185
8-mar-00	0,177	0,219	-0,034	0,185
15-mar-00	0,178	0,231	-0,039	0,191
21-mar-00	0,176	0,242	-0,050	0,192
28-mar-00	0,173	0,247	-0,058	0,189
4-abr-00	0,171	0,243	-0,058	0,185
11-abr-00	0,171	0,239	-0,053	0,186
18-abr-00	0,173	0,232	-0,046	0,186
26-abr-00	0,177	0,226	-0,036	0,191
4-mai-00	0,185	0,208	-0,013	0,195
11-mai-00	0,185	0,200	-0,014	0,186
18-mai-00	0,185	0,197	-0,013	0,185
25-mai-00	0,184	0,188	-0,009	0,180
1-jun-00	0,180	0,191	-0,017	0,174
8-jun-00	0,177	0,194	-0,022	0,172
15-jun-00	0,174	0,201	-0,029	0,171
23-jun-00	0,169	0,209	-0,040	0,169
30-jun-00	0,167	0,214	-0,045	0,169
7-jul-00	0,164	0,221	-0,052	0,169
14-jul-00	0,163	0,221	-0,053	0,168
21-jul-00	0,159	0,223	-0,059	0,164
28-jul-00	0,157	0,225	-0,062	0,163
4-ago-00	0,154	0,229	-0,068	0,161
11-ago-00	0,151	0,230	-0,074	0,157
18-ago-00	0,150	0,229	-0,073	0,156
25-ago-00	0,149	0,230	-0,074	0,156
1-set-00	0,148	0,231	-0,074	0,157
11-set-00	0,153	0,237	-0,068	0,168
18-set-00	0,157	0,236	-0,064	0,172
25-set-00	0,157	0,238	-0,067	0,170
2-out-00	0,157	0,238	-0,069	0,170
9-out-00	0,157	0,240	-0,070	0,170
17-out-00	0,158	0,239	-0,067	0,172
24-out-00	0,160	0,236	-0,062	0,174
31-out-00	0,160	0,234	-0,062	0,172
8-nov-00	0,165	0,226	-0,049	0,177
16-nov-00	0,163	0,226	-0,055	0,171
23-nov-00	0,164	0,225	-0,053	0,171
30-nov-00	0,165	0,222	-0,049	0,172
7-dez-00	0,161	0,224	-0,057	0,167
14-dez-00	0,158	0,227	-0,063	0,164
21-dez-00	0,155	0,231	-0,069	0,162
2-jan-01	0,153	0,233	-0,072	0,161
9-jan-01	0,149	0,237	-0,079	0,158
16-jan-01	0,148	0,239	-0,081	0,158
23-jan-01	0,145	0,242	-0,086	0,156
31-jan-01	0,143	0,246	-0,090	0,155
7-fev-01	0,144	0,245	-0,087	0,158
13-fev-01	0,143	0,245	-0,088	0,157
20-fev-01	0,145	0,243	-0,083	0,160
1-mar-01	0,146	0,241	-0,082	0,159
8-mar-01	0,146	0,239	-0,081	0,158
15-mar-01	0,154	0,236	-0,065	0,170
22-mar-01	0,177	0,228	-0,021	0,207
29-mar-01	0,179	0,215	-0,027	0,187
5-abr-01	0,175	0,208	-0,035	0,173
12-abr-01	0,174	0,203	-0,028	0,175
20-abr-01	0,195	0,196	0,016	0,212
27-abr-01	0,189	0,190	-0,008	0,182
7-mai-01	0,187	0,181	-0,003	0,178
14-mai-01	0,193	0,166	0,019	0,185
21-mai-01	0,190	0,161	0,014	0,174
28-mai-01	0,189	0,155	0,016	0,172
4-jun-01	0,188	0,155	0,015	0,170

Tabela 15: Variáveis de estado filtradas - modelo de Vasicek (2000 a 2004)

Data	Um Fator	Dois Fatores		
	X_t	X_t^1	X_t^2	$X_t^1 + X_t^2$
3-jan-00	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.
10-jan-00	0,171	0,232	-0,008	0,224
17-jan-00	0,196	0,223	-0,015	0,208
24-jan-00	0,192	0,220	-0,020	0,200
1-fev-00	0,189	0,224	-0,026	0,198
8-fev-00	0,188	0,226	-0,026	0,200
15-fev-00	0,187	0,225	-0,027	0,197
21-fev-00	0,181	0,220	-0,034	0,186
28-fev-00	0,179	0,218	-0,033	0,185
8-mar-00	0,177	0,216	-0,033	0,184
15-mar-00	0,178	0,218	-0,031	0,186
21-mar-00	0,177	0,220	-0,034	0,186
28-mar-00	0,178	0,231	-0,039	0,192
4-abr-00	0,176	0,241	-0,049	0,192
11-abr-00	0,173	0,245	-0,058	0,188
18-abr-00	0,171	0,242	-0,058	0,184
26-abr-00	0,171	0,238	-0,052	0,186
4-mai-00	0,173	0,232	-0,045	0,187
11-mai-00	0,177	0,227	-0,035	0,191
18-mai-00	0,185	0,210	-0,013	0,197
25-mai-00	0,185	0,203	-0,014	0,189
1-jun-00	0,185	0,200	-0,012	0,188
8-jun-00	0,184	0,192	-0,009	0,183
15-jun-00	0,180	0,194	-0,016	0,178
23-jun-00	0,177	0,198	-0,022	0,175
30-jun-00	0,174	0,203	-0,029	0,174
7-jul-00	0,169	0,211	-0,040	0,171
14-jul-00	0,167	0,216	-0,045	0,171
21-jul-00	0,164	0,222	-0,052	0,171
28-jul-00	0,163	0,222	-0,052	0,170
4-ago-00	0,159	0,224	-0,059	0,165
11-ago-00	0,157	0,226	-0,062	0,164
18-ago-00	0,154	0,229	-0,067	0,162
25-ago-00	0,151	0,231	-0,073	0,158
1-set-00	0,150	0,229	-0,072	0,157
11-set-00	0,149	0,230	-0,073	0,157
18-set-00	0,148	0,231	-0,074	0,158
25-set-00	0,153	0,236	-0,068	0,169
2-out-00	0,157	0,236	-0,064	0,172
9-out-00	0,157	0,237	-0,067	0,170
17-out-00	0,157	0,238	-0,068	0,170
24-out-00	0,157	0,239	-0,069	0,170
31-out-00	0,158	0,239	-0,067	0,172
8-nov-00	0,160	0,235	-0,062	0,174
16-nov-00	0,160	0,234	-0,062	0,172
23-nov-00	0,165	0,226	-0,049	0,178
30-nov-00	0,163	0,226	-0,054	0,172
7-dez-00	0,164	0,225	-0,052	0,173
14-dez-00	0,165	0,223	-0,049	0,174
21-dez-00	0,161	0,224	-0,057	0,168
2-jan-01	0,158	0,228	-0,063	0,165
9-jan-01	0,155	0,231	-0,068	0,163
16-jan-01	0,153	0,232	-0,071	0,162
23-jan-01	0,149	0,237	-0,079	0,158
31-jan-01	0,148	0,238	-0,080	0,158
7-fev-01	0,145	0,242	-0,085	0,156
13-fev-01	0,143	0,244	-0,089	0,155
20-fev-01	0,144	0,243	-0,086	0,158
1-mar-01	0,143	0,244	-0,087	0,156
8-mar-01	0,145	0,242	-0,082	0,160
15-mar-01	0,146	0,240	-0,081	0,159
22-mar-01	0,146	0,238	-0,080	0,159
29-mar-01	0,154	0,235	-0,064	0,171
5-abr-01	0,177	0,228	-0,021	0,208
12-abr-01	0,179	0,216	-0,027	0,189
20-abr-01	0,175	0,210	-0,034	0,176
27-abr-01	0,174	0,206	-0,028	0,178
7-mai-01	0,195	0,199	0,015	0,215
14-mai-01	0,189	0,193	-0,008	0,185
21-mai-01	0,187	0,186	-0,003	0,183
28-mai-01	0,193	0,172	0,019	0,191
4-jun-01	0,190	0,167	0,013	0,180

Tabela 16: Variáveis de estado preditas - modelo de Vasicek (2000 a 2004)

Data	Um Fator	Dois Fatores		
	X_t	X_t^1	X_t^2	$X_t^1 + X_t^2$
3-jan-00	0,194	0,149	0,046	0,196
10-jan-00	0,193	0,148	0,046	0,194
17-jan-00	0,190	0,150	0,042	0,193
24-jan-00	0,189	0,153	0,042	0,195
1-fev-00	0,188	0,150	0,042	0,192
8-fev-00	0,183	0,141	0,038	0,179
15-fev-00	0,181	0,139	0,039	0,177
21-fev-00	0,180	0,138	0,038	0,176
28-fev-00	0,181	0,141	0,038	0,179
8-mar-00	0,180	0,143	0,037	0,180
15-mar-00	0,181	0,155	0,033	0,188
21-mar-00	0,179	0,163	0,027	0,190
28-mar-00	0,176	0,162	0,023	0,185
4-abr-00	0,174	0,156	0,023	0,179
11-abr-00	0,175	0,154	0,026	0,180
18-abr-00	0,176	0,149	0,031	0,180
26-abr-00	0,180	0,148	0,036	0,184
4-mai-00	0,188	0,136	0,051	0,187
11-mai-00	0,188	0,129	0,051	0,180
18-mai-00	0,188	0,128	0,051	0,179
25-mai-00	0,187	0,119	0,053	0,173
1-jun-00	0,183	0,121	0,048	0,168
8-jun-00	0,180	0,123	0,043	0,167
15-jun-00	0,178	0,128	0,039	0,167
23-jun-00	0,174	0,133	0,032	0,165
30-jun-00	0,171	0,135	0,029	0,164
7-jul-00	0,169	0,139	0,025	0,164
14-jul-00	0,168	0,137	0,025	0,162
21-jul-00	0,165	0,135	0,022	0,158
28-jul-00	0,163	0,136	0,020	0,156
4-ago-00	0,161	0,137	0,017	0,154
11-ago-00	0,158	0,136	0,014	0,150
18-ago-00	0,157	0,134	0,014	0,148
25-ago-00	0,156	0,135	0,013	0,148
1-set-00	0,156	0,136	0,013	0,149
11-set-00	0,159	0,147	0,015	0,161
18-set-00	0,163	0,148	0,017	0,166
25-set-00	0,163	0,148	0,017	0,164
2-out-00	0,163	0,147	0,016	0,164
9-out-00	0,163	0,148	0,016	0,164
17-out-00	0,164	0,148	0,017	0,165
24-out-00	0,166	0,147	0,020	0,167
31-out-00	0,166	0,145	0,020	0,165
8-nov-00	0,170	0,142	0,027	0,169
16-nov-00	0,169	0,140	0,025	0,165
23-nov-00	0,169	0,139	0,026	0,165
30-nov-00	0,170	0,137	0,028	0,165
7-dez-00	0,167	0,137	0,024	0,160
14-dez-00	0,164	0,138	0,020	0,158
21-dez-00	0,161	0,138	0,017	0,155
2-jan-01	0,159	0,139	0,015	0,154
9-jan-01	0,156	0,140	0,011	0,151
16-jan-01	0,155	0,141	0,010	0,150
23-jan-01	0,153	0,142	0,007	0,149
31-jan-01	0,151	0,142	0,005	0,147
7-fev-01	0,152	0,144	0,006	0,149
13-fev-01	0,151	0,143	0,005	0,149
20-fev-01	0,153	0,145	0,007	0,152
1-mar-01	0,154	0,144	0,008	0,151
8-mar-01	0,154	0,142	0,009	0,151
15-mar-01	0,160	0,148	0,014	0,163
22-mar-01	0,180	0,167	0,035	0,202
29-mar-01	0,182	0,145	0,039	0,184
5-abr-01	0,178	0,132	0,037	0,169
12-abr-01	0,178	0,128	0,040	0,168
20-abr-01	0,196	0,139	0,065	0,204
27-abr-01	0,191	0,124	0,053	0,178
7-mai-01	0,189	0,116	0,056	0,172
14-mai-01	0,195	0,108	0,069	0,177
21-mai-01	0,193	0,102	0,066	0,168
28-mai-01	0,192	0,099	0,067	0,166
4-jun-01	0,191	0,099	0,066	0,164

Tabela 17: Variáveis de estado filtradas - modelo de CIR (2000 a 2004)

Data	Um Fator	Dois Fatores		
	X_t	X_t^1	X_t^2	$X_t^1 + X_t^2$
3-jan-00	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.
10-jan-00	0,194	0,143	0,041	0,183
17-jan-00	0,194	0,149	0,046	0,195
24-jan-00	0,193	0,147	0,046	0,194
1-fev-00	0,190	0,149	0,042	0,192
8-fev-00	0,189	0,151	0,042	0,194
15-fev-00	0,188	0,149	0,042	0,191
21-fev-00	0,183	0,141	0,038	0,179
28-fev-00	0,181	0,139	0,039	0,178
8-mar-00	0,180	0,138	0,038	0,177
15-mar-00	0,181	0,141	0,038	0,179
21-mar-00	0,180	0,143	0,037	0,180
28-mar-00	0,180	0,153	0,033	0,187
4-abr-00	0,179	0,160	0,027	0,187
11-abr-00	0,176	0,160	0,023	0,183
18-abr-00	0,174	0,155	0,023	0,178
26-abr-00	0,174	0,152	0,026	0,178
4-mai-00	0,176	0,148	0,031	0,179
11-mai-00	0,180	0,147	0,036	0,183
18-mai-00	0,188	0,137	0,051	0,187
25-mai-00	0,188	0,130	0,051	0,181
1-jun-00	0,188	0,129	0,051	0,180
8-jun-00	0,187	0,122	0,053	0,175
15-jun-00	0,183	0,123	0,048	0,171
23-jun-00	0,180	0,126	0,043	0,169
30-jun-00	0,177	0,129	0,039	0,168
7-jul-00	0,173	0,134	0,032	0,166
14-jul-00	0,171	0,136	0,029	0,165
21-jul-00	0,169	0,139	0,025	0,165
28-jul-00	0,168	0,137	0,026	0,163
4-ago-00	0,165	0,136	0,022	0,158
11-ago-00	0,163	0,137	0,020	0,157
18-ago-00	0,161	0,138	0,017	0,155
25-ago-00	0,157	0,136	0,014	0,151
1-set-00	0,156	0,135	0,014	0,150
11-set-00	0,156	0,136	0,014	0,149
18-set-00	0,155	0,137	0,013	0,150
25-set-00	0,159	0,146	0,015	0,161
2-out-00	0,163	0,147	0,018	0,165
9-out-00	0,163	0,147	0,017	0,164
17-out-00	0,163	0,147	0,016	0,163
24-out-00	0,162	0,147	0,016	0,163
31-out-00	0,163	0,148	0,017	0,165
8-nov-00	0,165	0,146	0,020	0,166
16-nov-00	0,166	0,145	0,020	0,165
23-nov-00	0,170	0,142	0,027	0,169
30-nov-00	0,168	0,140	0,025	0,165
7-dez-00	0,168	0,139	0,026	0,165
14-dez-00	0,169	0,138	0,028	0,166
21-dez-00	0,167	0,137	0,024	0,161
2-jan-01	0,164	0,138	0,020	0,159
9-jan-01	0,161	0,139	0,017	0,156
16-jan-01	0,159	0,139	0,015	0,154
23-jan-01	0,156	0,140	0,011	0,151
31-jan-01	0,155	0,141	0,010	0,151
7-fev-01	0,153	0,142	0,007	0,149
13-fev-01	0,151	0,142	0,005	0,148
20-fev-01	0,151	0,143	0,006	0,149
1-mar-01	0,151	0,143	0,005	0,149
8-mar-01	0,153	0,145	0,007	0,152
15-mar-01	0,153	0,143	0,008	0,151
22-mar-01	0,154	0,142	0,009	0,151
29-mar-01	0,160	0,148	0,015	0,162
5-abr-01	0,180	0,164	0,035	0,199
12-abr-01	0,182	0,145	0,039	0,184
20-abr-01	0,178	0,133	0,037	0,170
27-abr-01	0,178	0,130	0,040	0,170
7-mai-01	0,196	0,139	0,065	0,204
14-mai-01	0,191	0,126	0,053	0,180
21-mai-01	0,189	0,119	0,056	0,175
28-mai-01	0,195	0,112	0,069	0,181
4-jun-01	0,193	0,107	0,066	0,173

Tabela 18: Variáveis de estado preditas - modelo de CIR (2000 a 2004)

10.3.

Capacidade de ajuste dos modelos (valores filtrados dos fatores)

1 Fator						
	CDI	30	60	180	360	720
Total	321,5%	211,1%	138,4%	131,2%	307,9%	533,2%
Desv.padiao	1,2%	0,8%	0,6%	0,6%	1,2%	2,7%
Erro médio	1,6%	1,0%	0,7%	0,6%	1,5%	2,6%
Soma Quad.	8,1%	3,5%	1,7%	1,5%	7,8%	28,7%
Soma Quad. Total	51,1%					

Tabela 19: Diferença entre taxas observadas e modelo de Vasicek 1 fator (2000 a 2004)

1 Fator						
	CDI	30	60	180	360	720
Total	308,5%	217,2%	149,4%	106,3%	242,7%	489,0%
Desv.padiao	1,3%	0,9%	0,7%	0,5%	1,2%	2,4%
Erro médio	1,5%	1,1%	0,7%	0,5%	1,2%	2,4%
Soma Quad.	8,2%	3,9%	2,1%	1,1%	5,6%	23,0%
Soma Quad. Total	43,8%					

Tabela 20: Diferença entre taxas observadas e modelo de CIR 1 fator (2000 a 2004)

2 Fatores						
	CDI	30	60	180	360	720
Total	146,7%	60,1%	58,1%	67,4%	119,8%	382,9%
Desv.padiao	0,8%	0,3%	0,3%	0,2%	0,6%	2,1%
Erro médio	0,7%	0,3%	0,3%	0,3%	0,6%	1,9%
Soma Quad.	2,3%	0,3%	0,3%	0,3%	1,4%	16,5%
Soma Quad. Total	21,1%					

Tabela 21: Diferença entre taxas observadas e modelo Vasicek 2 fatores (2000 a 2004)

2 Fatores						
	CDI	30	60	180	360	720
Total	125,1%	39,3%	49,8%	53,0%	74,5%	382,0%
Desv.padiao	0,7%	0,2%	0,2%	0,3%	0,4%	1,8%
Erro médio	0,6%	0,2%	0,2%	0,3%	0,4%	1,9%
Soma Quad.	1,7%	0,2%	0,2%	0,3%	0,6%	14,1%
Soma Quad. Total	17,1%					

Tabela 22: Diferença entre taxas observadas e modelo de CIR 2 fatores (2000 a 2004)

Modelo Martingal						
	CDI	30	60	180	360	720
Total	33,0%	87,1%	98,0%	138,7%	163,3%	191,6%
Desv.padiao	0,4%	0,8%	0,8%	1,0%	1,2%	1,4%
Erro médio	0,2%	0,4%	0,5%	0,7%	0,8%	0,9%
Soma Quad.	0,4%	1,2%	1,4%	2,2%	3,0%	3,8%
Soma Quad. Total	12,1%					

Tabela 23: Diferença entre taxas observadas e modelo martingal (2000 a 2004)

10.4.

Apêndice A4 – Gráfico de taxas observadas versus taxas dos modelos (fatores filtrados)

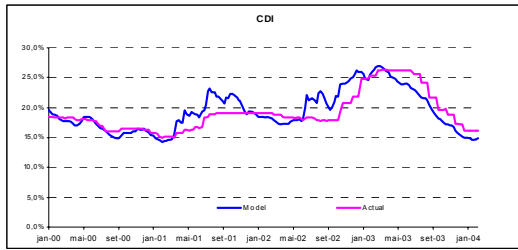


Figura 8: Vasicek 1 fator – CDI o/n

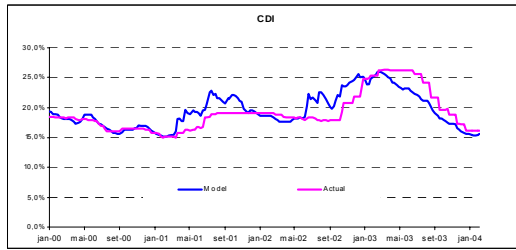


Figura 9: CIR 1 fator – CDI o/n

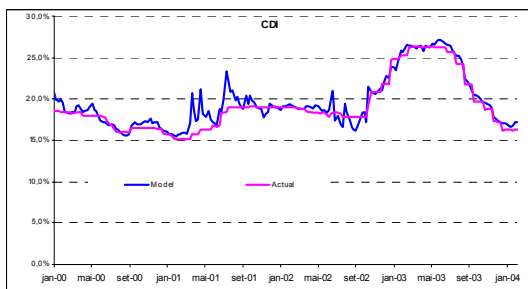


Figura 10: Vasicek 2 fator es– CDI o/n

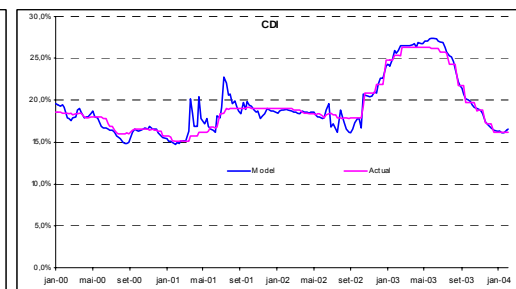


Figura 11: CIR 2 fatores – CDI o/n

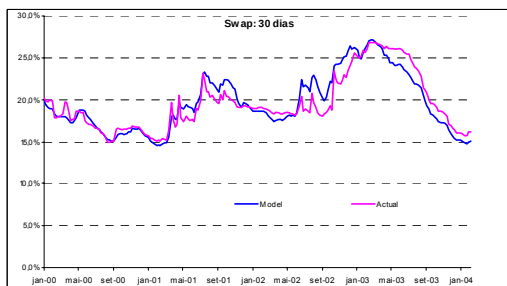


Figura 12: Vasicek 1 fator – swap 30d

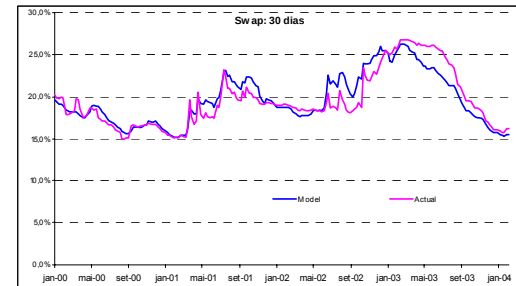


Figura 13: CIR 1 fator – swap 30d

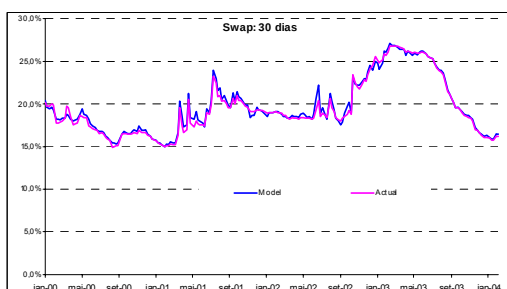


Figura 14: Vasicek 2 fator es– swap 30d

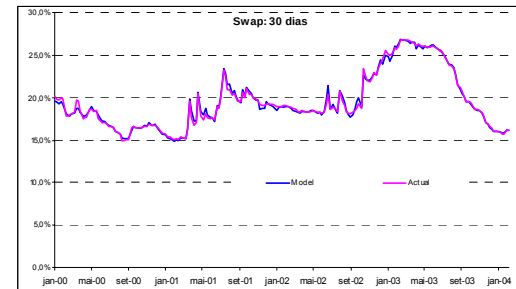


Figura 15: CIR 2 fatores – swap 30d

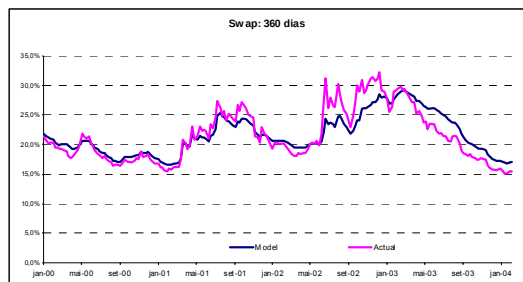


Figura 16: Vasicek 1 fator – swap 360d



Figura 17: CIR 1 fator – swap 360d

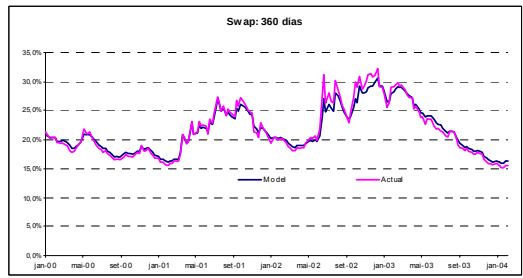


Figura 18: Vasicek 2 fator es– swap 360d



Figura 19: CIR 2 fatores – swap 360d

10.5.
Apêndice A5 – Gráficos de taxas observadas versus taxas dos
modelos (fatores preditos)

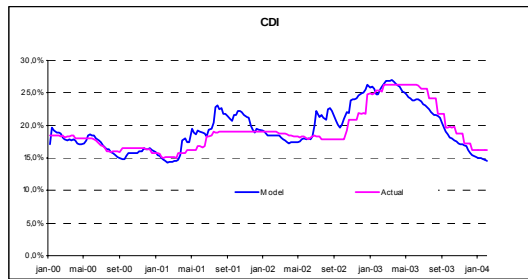


Figura 20: Vasicek 1 fator – CDI o/n

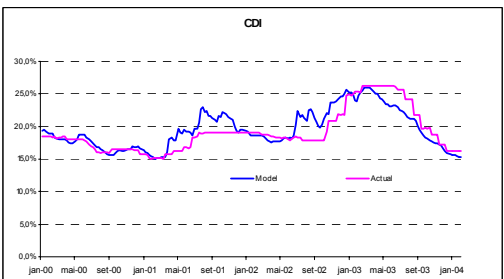


Figura 21: CIR 1 fator – CDI o/n

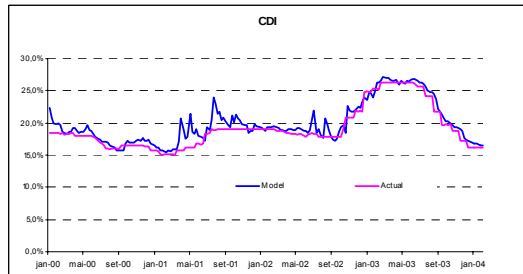


Figura 22: Vasicek 2 fatores – CDI o/n

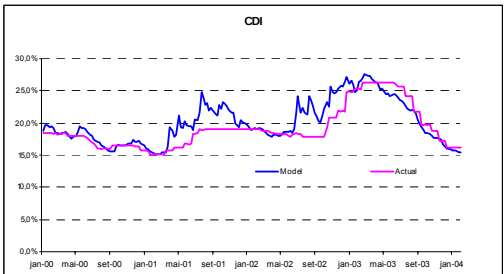


Figura 23: CIR 2 fatores – CDI o/n

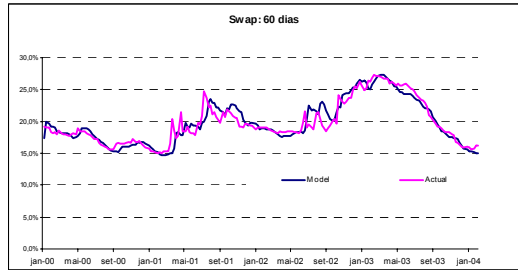


Figura 24: Vasicek 1 fator – swap 60d

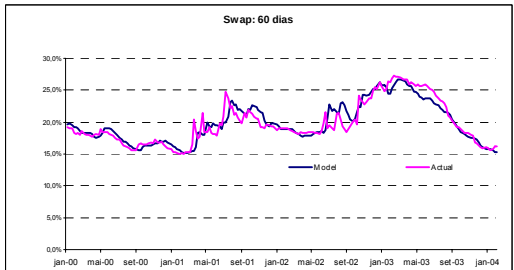


Figura 25: CIR 1 fator – swap 60d

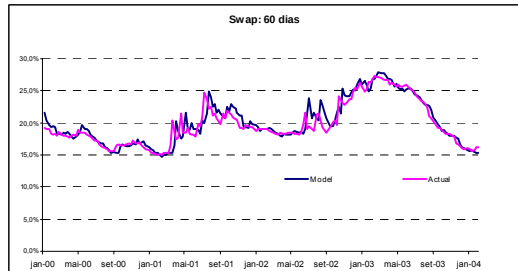


Figura 26: Vasicek 2 fatores – swap 60d

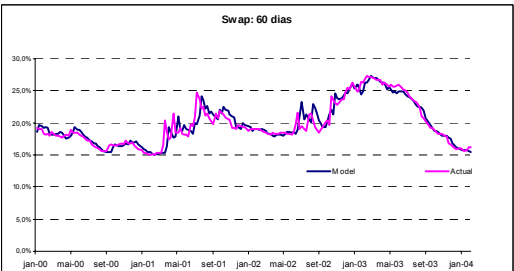


Figura 27: CIR 2 fatores – swap 60d

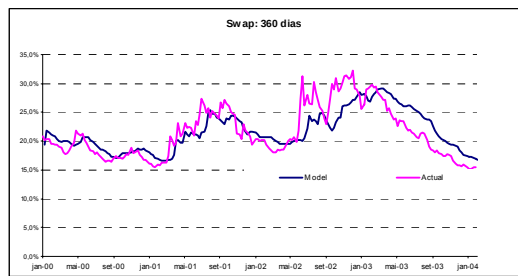


Figura 28: Vasicek 1 fator – swap 360d

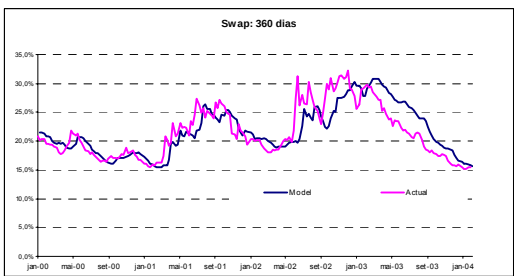


Figura 29: CIR 1 fator – swap 360d

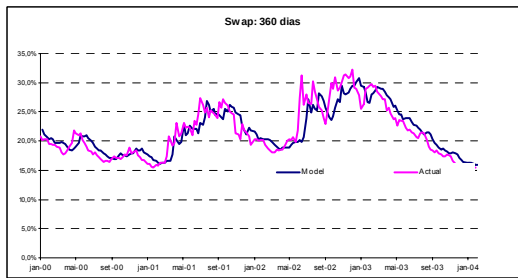


Figura 30: Vasicek 2 fatores – swap 360d

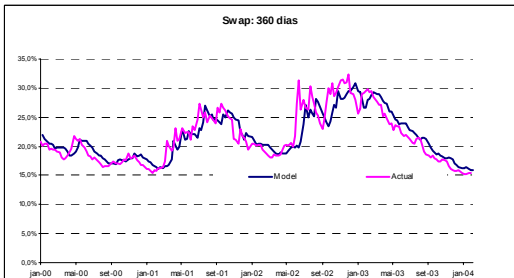


Figura 31: CIR 2 fatores – swap 360d

10.6.
Apêndice A6 – Excesso de retorno esperado e excesso de retorno observado

Excesso de retorno esperado sobre a taxa de curto prazo implicado pelos modelos para os swaps de 30, 60, 180 e 360 dias

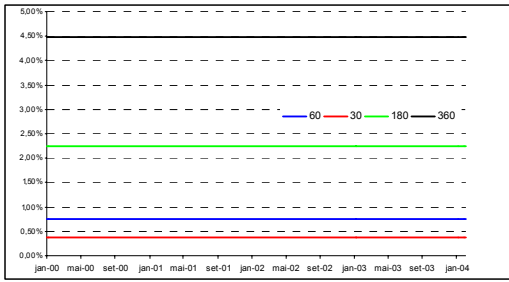


Figura 32: Vasicek 1 fator – esperado

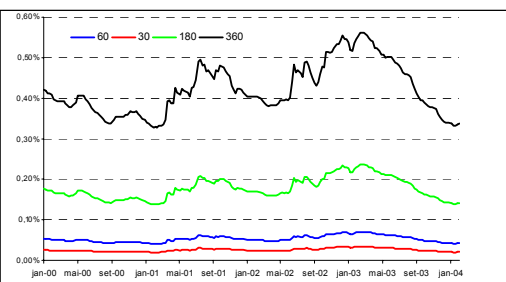


Figura 33: CIR 1 fator – esperado

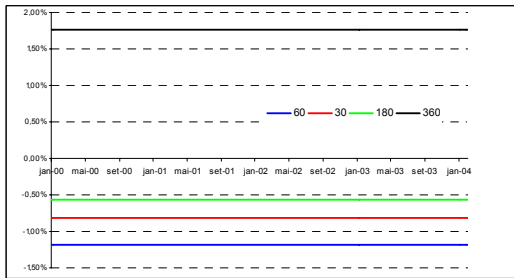


Figura 34: Vasicek 2 fatores – esperado

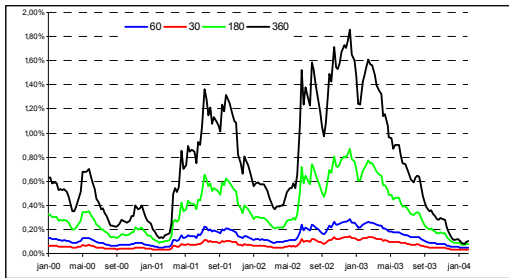


Figura 35: CIR 2 fatores – esperado

Excesso de retorno realizado para investimentos nos swaps de 30, 60, 180 e 360 dias sobre a taxa de curto prazo no período do investimento (CDI acumulado)

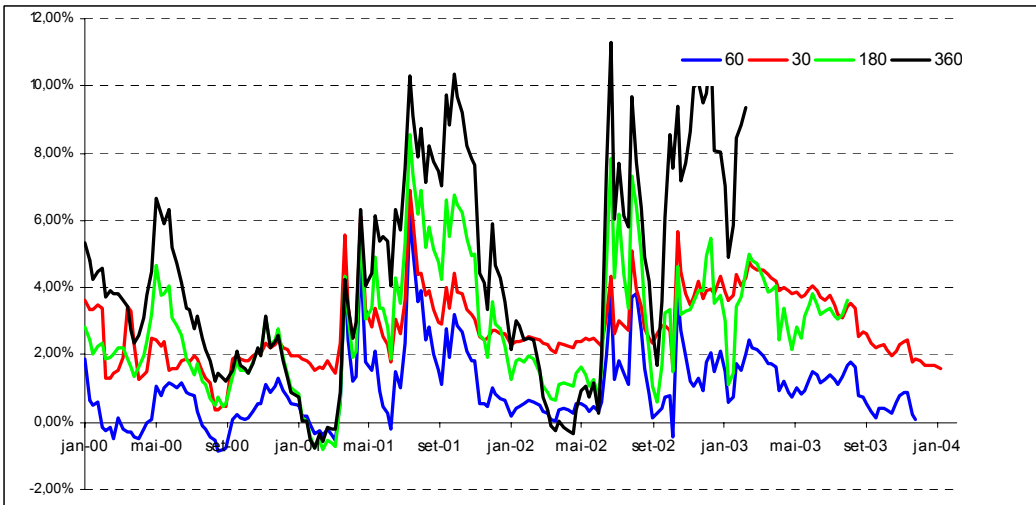


Figura 36: Excesso de retorno realizado

10.7.
Apêndice A7 – Carga relacionada aos fatores do modelo

Carga dos fatores ou variáveis de estado dos modelos

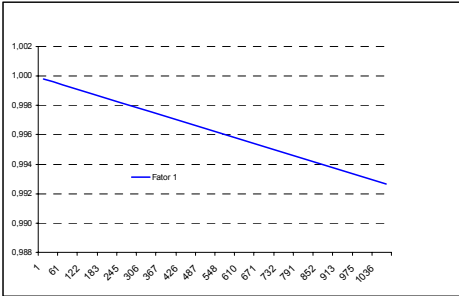


Figura 37: Vasicek 1 fator

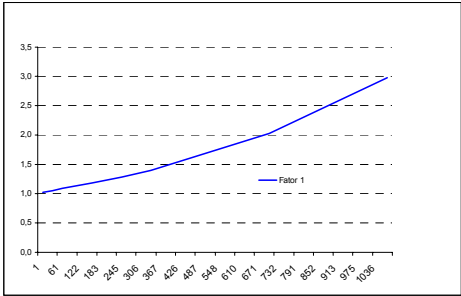


Figura 38: CIR 1 fator

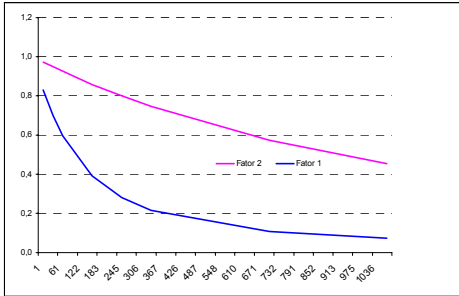


Figura 39: Vasicek 2 fatores

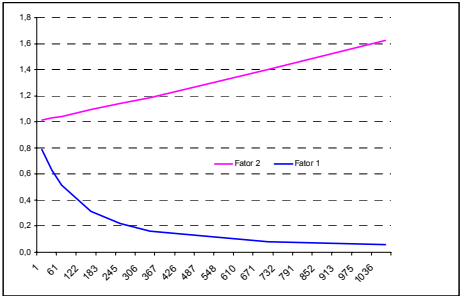


Figura 40: CIR 2 fatores

Carga de nível não relacionada aos fatores

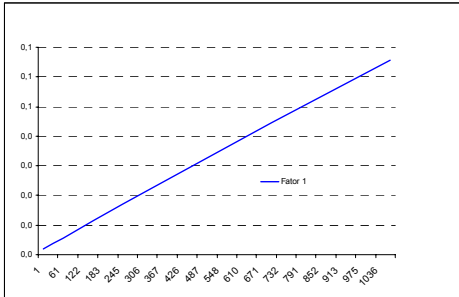


Figura 41: Vasicek 1 fator

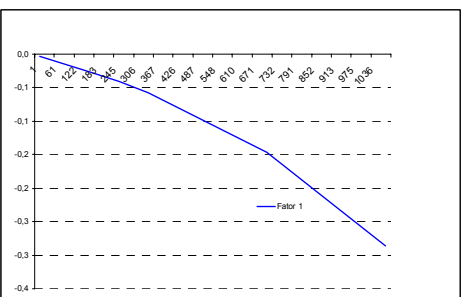


Figura 42: CIR 1 fator

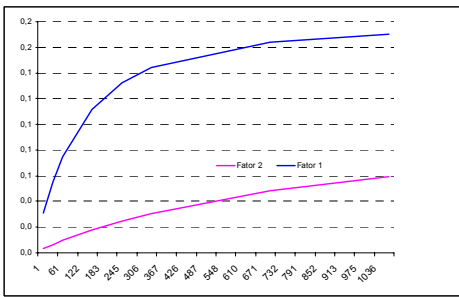


Figura 43: Vasicek 2 fatores

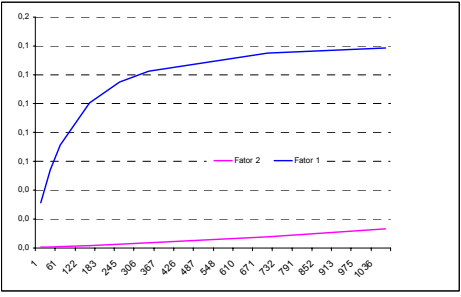


Figura 44: CIR 2 fatores

10.8.
Apêndice A8 – ETTJ observada e estimada para dias seleccionados

Dia 18 de agosto de 2000

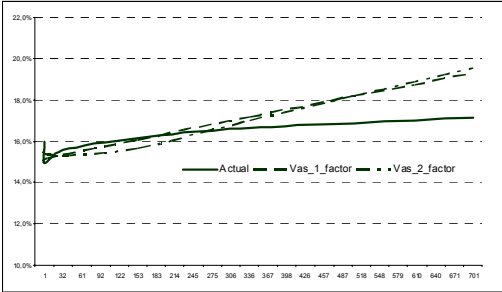


Figura 45: Vasicek

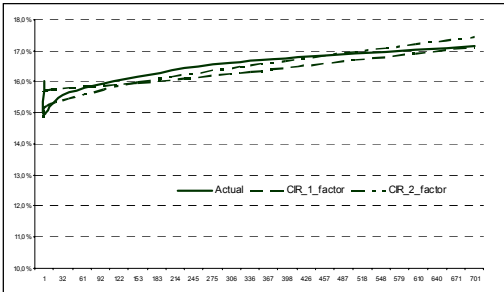


Figura 46: CIR

Dia 11 de julho de 2001

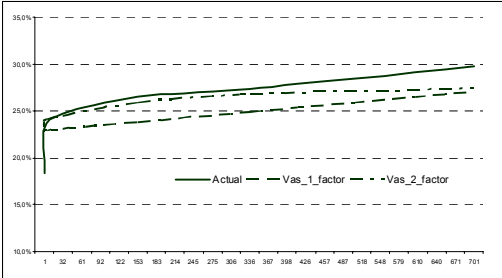


Figura 47: Vasicek

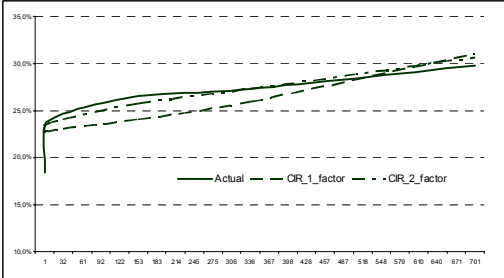


Figura 48: CIR

Dia 19 de março de 2002



Figura 49: Vasicek

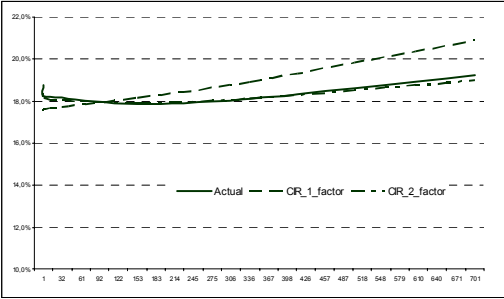


Figura 50: CIR

Dia 29 de julho de 2002

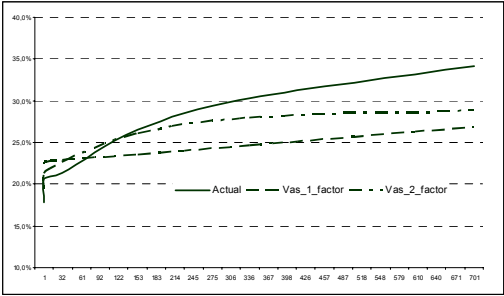


Figura 51: Vasicek

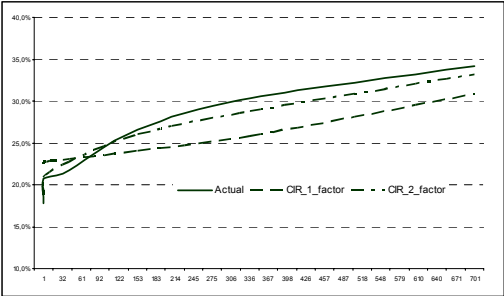


Figura 52: CIR

Dia 17 de junho de 2003

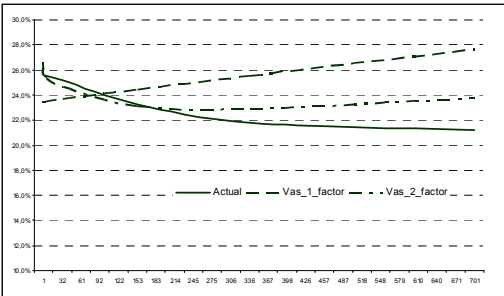


Figura 53: Vasicek

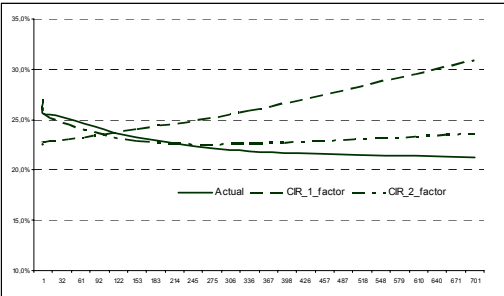


Figura 54: CIR

Dia 4 de fevereiro de 2004

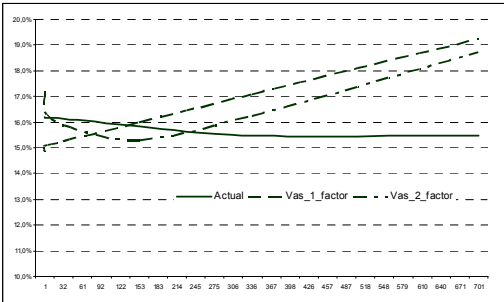


Figura 55: Vasicek

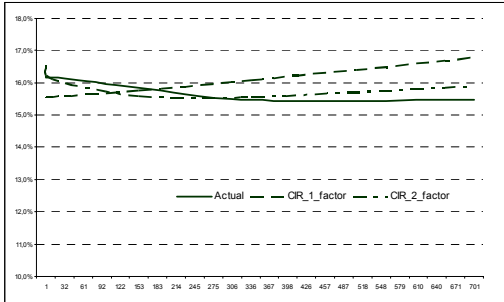


Figura 56: CIR

10.9.
Apêndice A9 – Gráficos e estatísticas da nossa amostra de dados
(2000 – 2004)

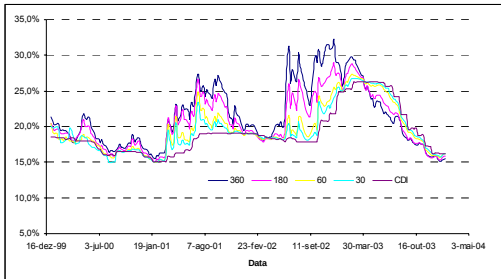


Figura 57: Taxas ETTJ

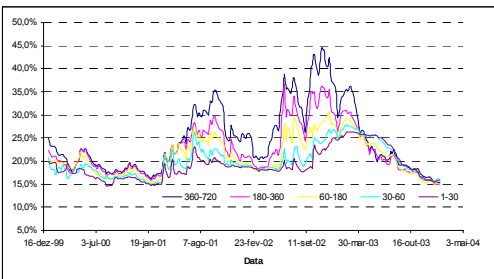


Figura 58: Taxas forward

Média das taxas					
	2000	2001	2002	2003	Média
1	17,24%	17,44%	19,02%	23,20%	19,23%
30	17,30%	18,51%	19,71%	22,98%	19,63%
60	17,41%	19,09%	20,21%	22,81%	19,88%
180	18,04%	20,72%	22,24%	22,20%	20,80%
360	18,55%	21,78%	24,48%	22,14%	21,74%
720	19,13%	23,56%	27,93%	22,87%	23,37%

Tabela 24: Média das taxas

Desvio Padrão das taxas					
	2000	2001	2002	2003	Média
1	0,97%	1,66%	1,47%	3,47%	1,89%
30	1,40%	2,12%	2,00%	3,70%	2,30%
60	1,10%	2,46%	2,33%	3,84%	2,43%
180	1,36%	3,17%	3,54%	4,13%	3,05%
360	1,48%	3,60%	4,85%	4,45%	3,60%
720	1,73%	4,71%	6,20%	5,29%	4,48%

Tabela 25: Desvio padrão das taxas

Yield Spread Médio					
	2000	2001	2002	2003	Média
1-30	0,06%	1,07%	0,69%	-0,22%	0,40%
1-60	0,17%	1,64%	1,19%	-0,38%	0,65%
1-180	0,80%	3,27%	3,22%	-0,97%	1,58%
1-360	1,31%	4,34%	5,47%	-1,05%	2,52%

Tabela 26: Yield spread médios

Taxa Forward Média					
	2000	2001	2002	2003	Média
1-30	17,01%	18,24%	19,41%	21,96%	19,15%
30-60	17,51%	19,66%	20,70%	22,04%	19,98%
60-180	18,36%	21,53%	23,25%	21,32%	21,11%
180-360	19,06%	22,84%	26,73%	21,45%	21,11%
360-720	19,72%	25,34%	31,37%	22,89%	21,11%

Tabela 27: Taxas forward médias

10.10.**Apêndice A10 - Código em MatLab® para o cálculo, através do algoritmo do filtro de Kalman, do valor da função de logverossimilhança e do valor das variáveis de estado filtradas e preditas**

```

function [L,varargout] = 1_factor_vasicek_kalman(data, lead, h, parametros, varargin)

% Filtro de Kalman
%=====
% Parte 1: Carregando os parametros
% O modelo de Vasicek tem como parametros [teta; sigma; lambda; kappa].
% O filtro de Kalman (ver equações do filtro abaixo) tem como input a matriz de variancia do erro da equação das
observacoes: std_eps (na verdade inputamos var (1/2))
% Tais parametros sao inputados no vetor parametros=[teta; sigma; lambda; kappa, std_eps]
%=====

teta=parametros(1);
sigma=parametros(2);
lambda=parametros(3);
kappa=parametros(4);
std_eps=parametros(5);

%=====
% Parte 2: O filtro
% State space model e definido como:
%  $z(t+1) = a + F * z(t) + \eta(t)$  (equação de estado ou transição)
%  $y(t) = b + H * z(t) + \epsilon(t)$  (equação das observacoes)
%
% A função possui 6 inputs: data, lead, parametros, var, <z0, vz0> (sendo os 4 primeiros obrigatorios)
% A função possui 5 outputs: logl, <pred, vpred, <filt, vfilt> (sendo o primeiro obrigatorio)
%
% Em resumo:[logl, <pred, vpred, <filt, vfilt>]=1_factor_vasicek_kalman(data, lead, parametros, var, <z0,
vz0>)
%
% Os inputs sao da seguinte forma:
% data: matriz Ny×T contendo as observações em cada periodo t (y(1), ... , y(T)).
% lead: nnumero de periodos, apos o ultimo periodo de dados y, para os quais se quer a projecao da variavel de
estado gerada pelo filtro.
% a: vetor Nz×1.
% F: matriz Nz×Nz.
% b: vetor Ny×1.
% H: matriz Ny×Nz.
% var e uma matriz (Ny+Nz)×(Ny+Nz) contendo contendo a matriz de
% variancia-covariancia do erro da equacao de estado e do erro da
% equacao de observacoes, ou seja, [ $\eta(t)$ ’,  $\epsilon(t)$ ’].
% z0 e um vetor Nz×1 opcional para o valor inicial da variavel de estado.
% vz0 e uma matriz Nz×Nz opcional para o valor da matriz de var-covar associada a z0.
% Caso zo e vzo nao sejam preenchidos, seus valores serao calculados
% pela media incondicional da variavel de estado.

```

```

%
% Os outputs sao da seguinte forma:
% logl e o valor da log verossimilhança do modelo de espaço de estado
%      sob a premissa que eps(t) e eta(t) sao normalmente distribuidos
%      pred e uma matriz Nz×(T+lead) opcional que contem os valores projetados para um periodo a frente da(s)
variavel(is) de estado.
%      vpred e uma matriz Nz×Nz×(T+lead) opcional contendo os erros quadraticos das predicoes da(s) variavel(is)
de estado.
%      filt e uma matriz Nz×T opcional contendo os valores filtrados da(s) variavel(is) de estado.
%      vfilt e uma matriz Nz×Nz×T os erros quadraticos associados aos valores filtrados da(s) variavel(is) de estado.
%=====

%=====

% Parte 3: O filtro e o modelo
% Vamos agora calcular a partir dos parametros do modelo as matrizes e
% vetores do filtro.
%=====

a=[teta*(1-exp(-kappa*h))];
F=[exp(-kappa*h)];
gama=teta+sigma*lambda/kappa-sigma^2/(2*kappa^2);
B(1,1)=(1/kappa)*(1-exp(-kappa*(1/12)));
B(2,1)=(1/kappa)*(1-exp(-kappa*(1/6)));
B(3,1)=(1/kappa)*(1-exp(-kappa*(1/2)));
B(4,1)=(1/kappa)*(1-exp(-kappa*(1)));

A(1,1)=exp(gama*(B(1,1)-1/12)-sigma^2*B(1,1)^2/(4*kappa));
A(2,1)=exp(gama*(B(2,1)-1/6)-sigma^2*B(2,1)^2/(4*kappa));
A(3,1)=exp(gama*(B(3,1)-1/2)-sigma^2*B(3,1)^2/(4*kappa));
A(4,1)=exp(gama*(B(4,1)-1)-sigma^2*B(4,1)^2/(4*kappa));

b(1,1)=-log(A(1,1))/(1/12);
b(2,1)=-log(A(2,1))/(1/6);
b(3,1)=-log(A(3,1))/(1/2);
b(4,1)=-log(A(4,1))/(1);

H(1,1)=(B(1,1))/(1/12);
H(2,1)=(B(2,1))/(1/6);
H(3,1)=(B(3,1))/(1/2);
H(4,1)=(B(4,1))/(1);

var_eta=(sigma^2/(2*kappa)*(1-exp(-2*kappa*h)));
var_eps=std_eps^2;
var=[var_eta 0 0 0 0; 0 var_eps 0 0 0; 0 0 var_eps 0 0; 0 0 0 var_eps 0; 0 0 0 0 var_eps];

T = size(data,2);
Nz = size(a,1);
Ny = size(b,1);

%=====

% Verificando a dimensionalidade dos inputs e outputs da funcao e das matrizes e vetores do filtro

```

```

%=====
nin = nargin;
if nin==9
    z = varargin{1};

    P = varargin{2};
end

nout = nargout;
if nout~=1 && nout ~=3 && nout ~=5
    error('Um, tres, ou cinco argumentos requeridos.')
end

if size(data,1)~=Ny
    error('data e b devem ter o mesmo numero de linhas')
end
if size(a,2)~=1
    error('a precisa ser um vetor coluna')
end
if any(size(F)~= [Nz Nz])
    error('F tem que ser quadrada')
end
if size(b,2)~=1
    error('b precisa ser um vetor coluna')
end
if any(size(H)~= [Ny Nz])
    error('H precisa ser uma matriz Ny por Nz')
end
if any(size(var)~= [(Ny+Nz) (Ny+Nz)])
    error('var precisa ser uma matriz (Ny+Nz) por (Ny+Nz)')
end
if nin==9 && any(size(z)~= [Nz 1])
    error('z0 precisa ser um vetor coluna Nz por 1')
end
if nin==9 && any(size(P)~= [Nz Nz])
    error('vz0 precisa ser uma matriz Nz por Nz')
end

%=====
% V(t) e R(t) sao as matrizes de variancia de eta(t) e eps(t), respectivamente,
% e G(t) e a covarianccia de eta(t) e eps(t)
%=====
V = var(1:Nz,1:Nz);
R = var(Nz+1:end,Nz+1:end);
G = var(1:Nz,Nz+1:end);
%=====
% A partir de agora temos o core do algoritmo de predicao e atualizacao da
% variavel de estado, ou seja, o core do algoritmo do filtro de kalman
%=====
if nin==4
    e = eig(F);

```

```

if all(all(e*e'-eye(Nz)))
    z = a*(eye(Nz)-F)^(-1);
    P = reshape([(eye(Nz^2)-kron(F,F))]^(-1)*V(:),Nz,Nz);
else
    z = a;
    P = eye(Nz)*1e6;
end
end
if nout>1
    pred = zeros(Nz,T+lead);
    pred(:,1) = z;
    vpred = zeros(Nz,Nz,T+lead);
    vpred(:,1) = P;
end
if nout==5
    filt = zeros(Nz,T);
    vfilt = zeros(Nz,Nz,T);
end

L = 0;

for t=1:T
    D = H*P*H'+R;
    dy = data(:,t)-H*z-b;
    L = L+log(det(D))+dy'*D^(-1)*dy;
    if nout==5
        PH = P*H';
        filt(:,t) = z+PH*D^(-1)*dy;
        vfilt(:,t) = P-PH/D*PH';
    end
    if t<T || lead>0
        FP = F*P;
        FPHG = FP*H'+G;
        z = F*z+FPHG*D^(-1)*dy+a;
        P = FP*F'-FPHG*D^(-1)*FPHG'+V;
        if nout>1
            pred(:,t+1) = z;
            vpred(:,t+1) = P;
        end
    end
end
if lead>1 && nout>1
    for t=T+2:T+lead
        z = F*z+a;
        P = F*P*F'+V;
        pred(:,t) = z;
        vpred(:,t) = P;
    end
end
end

```

$L = (L/T)/2$; % Atenção esta formula nao é a funcao de logverossimilhanca inteira, tiramos os termos constantes, trata-se do "kernel" da logverossimilhanca.

```
if nout>1
    varargout(1) = {pred};
    varargout(2) = {vpred};
end
if nout==5
    varargout(3) = {filt};
    varargout(4) = {vfilt};
end
```

10.11.**Apêndice A11 - Código em MatLab® da função de maximização optimal**

```

function [phi, L] = optimal(data, lead, h, chute);

epsilon = 1e-6;
precisao = 1e-6;
k_max = 500;

k = 1;
phi(:,k) = chute;
Grad(:,k) = Gradiente(phi(:,k), epsilon);
alpha(k) = DeterminarPassoGolden(phi(:,k), Grad(:,k), precisao);
loss (parâmetros)=1_factor_vasicek_kalman(data, lead, h, parâmetros);

L(k) = loss(phi(:,k));
DL(k) = 1;
while ( (abs(DL(k)) > precisao) & (k < k_max) )
    k = k + 1;
    phi(:,k) = phi(:,k-1) - alpha(k-1)*Grad(:,k-1);

    Grad(:,k) = Gradiente(phi(:,k), epsilon);
    alpha(k) = DeterminarPassoGolden(phi(:,k), Grad(:,k), precisao);

    L(k) = loss(phi(:,k));
    DL(k) = abs((L(k) - L(k-1))/L(k-1));

    if (k == k_max)
        disp('Sem convergência!');
    end
end

phi = phi(:,k);

function Grad = Gradiente(phi, epsilon);
L0 = loss(phi);
for i = 1 : length(phi)
    phi2 = phi;
    phi2(i) = phi2(i) + epsilon;
    Grad(i,1) = ( loss(phi2) - L0 ) / epsilon ;
end

function alpha = DeterminarPassoGolden(phi, Grad, precisao);
a_max = 0.1;
K_max = 100;

f = (3 - 5^0.5) / 2;
k = 1;
a = [0 a_max];

```

```

while (( abs( (a(k,2)-a(k,1))/a(k,2) ) > precisao ) & (k < K_max) )
    b(k,1) = a(k,1) + f * (a(k,2) - a(k,1));
    b(k,2) = a(k,2) - f * (a(k,2) - a(k,1));

    for i = 1 : 2
        F(i) = loss(phi - b(k,i)*Grad);
        G(i) = loss(phi - a(k,i)*Grad);
    end

    if (F(1) < F(2))
        if (G(1) <= F(1))
            a(k+1,1) = a(k,1);
            a(k+1,2) = b(k,1);
        else
            a(k+1,1) = a(k,1);
            a(k+1,2) = b(k,2);
        end
    else
        if (F(1) > F(2))
            if (F(2) >= G(2))
                a(k+1,1) = b(k,2);
                a(k+1,2) = a(k,2);
            else
                a(k+1,1) = b(k,1);
                a(k+1,2) = a(k,2);
            end
        else
            a(k+1,1) = b(k,1);
            a(k+1,2) = b(k,2);
        end
    end

    k = k + 1;
    alpha = mean(a(k,:));
end

```