

8. Conclusão

A presente dissertação centrou seus esforços na validação e análise da performance de um modelo de programação estocástica, com o objetivo de otimizar a alocação de ativos de um investidor individual, nos moldes desenvolvidos por Consiglio *et. al.* (2002). Para isso, foram considerados três diferentes tipos de ativos: ações, moeda e renda fixa. Além disso, foram levadas em conta, no âmbito do modelo proposto, as incertezas no retorno dos ativos, no retorno do ativo livre de risco e na taxa de crescimento dos passivos.

Ao longo do trabalho, realizou-se um breve estudo acerca dos modelos de otimização sob incerteza, principalmente no tange àqueles que utilizam técnicas de otimização de portfólio que, além de considerar as incertezas, lançam mão de métodos de restrição do risco do portfólio. Também foram analisados diferentes modelos de otimização da utilidade esperada, aplicados ao problema do investidor individual.

Segundo esperado, os resultados observados mostraram que a decisão de alocação ótima de ativos apresenta variação, de acordo com o nível de aversão ao risco apresentado pelo investidor individual. Também foi possível identificar que a decisão de alocação otimizada também sofre influência do horizonte de planejamento e do percentual de retorno alvo esperado pelo investidor.

Conforme previsto pelos autores anteriormente, não há garantias de que os objetivos financeiros do investidor individual sejam alcançados sobre todas as circunstâncias. Isso porque o objetivo pode ser muito ambicioso, ou o montante disponível muito baixo, ou o retorno esperado do portfólio pode não ser alto o suficiente. Para avaliar se os objetivos poderão ser alcançados, calculou-se a probabilidade de sucesso do modelo (45%, aproximadamente, para um retorno alvo de 6%, e horizonte de planejamento igual a cinco anos), bem como o montante incremental necessário a ser investido no capital inicial, com o propósito de melhorar a respectiva probabilidade.

Abaixo estão descritas duas opções de extensão do modelo:

Extensão do Modelo 1

O modelo apresentado acima também pode ser escrito seguindo a abordagem de “*downside risk*”, de uma outra maneira. Nesse caso, a função objetivo poderia ser escrita como a maximização do valor esperado do superávit sujeito a um déficit que não pode ser inferior a um determinado valor (retorno de referência).

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } E(U_T) \\ & \text{s. a. } D_T \leq \omega \end{aligned}$$

De acordo com este modelo, o “*downside risk*” penaliza somente os retornos inferiores ao parâmetro ω , especificado pelo investidor. Com essa abordagem, é possível neutralizar contra baixos retornos sem abdicar de ganhos elevados.

Extensão do Modelo 2

Uma extensão possível para o modelo descrito na seção anterior é a inclusão de contribuições do salário do indivíduo. O modelo de Consiglio et al. (2002) sugere que o investidor individual possui somente uma fonte de renda, correspondente ao retorno (rendimento) do portfolio de ativos. Portanto, pode-se assumir que o investidor tem a possibilidade de contribuir com “porções” de seu salário, com o objetivo de cobrir as obrigações existentes.

Desse modo, dado um conjunto de cenários para o salário W_t^s , pode-se denotar por C_t , o montante total consumido no tempo t , e por S_t , o valor do salário poupado e investido nos ativos.

Considerando o exposto, pode-se descrever a equação dinâmica dos ativos da seguinte maneira:

$$A_t^s = A_{t-1}^s(1 + R_{P_t}^s) - u_t^s + d_t^s - C_t + P_t \quad (8.1)$$

para $t = 0, 1, 2, \dots, T$ e para todo $s \in \Omega$.

Onde $C_t \geq 0$ e $0 \leq P_t \leq W_t^s$.

A função objetivo pode maximizar a utilidade do consumo para todo os períodos considerados no horizonte de planejamento, $\sum_{t=1}^T C_t$, e minimizar as decisões de poupança, $\sum_{t=1}^T P_t$.

Entretanto, em razão da adição de tais fatores, o modelo se transforma em uma programação não-linear, por meio da restrição dinâmica do balanço dos ativos descrita acima.

Extensão do Modelo 3

O modelo de Consiglio et. al. também considera a existência de apenas um passivo (*liability*). Tal aspecto pode não representar fielmente a realidade, uma vez que, normalmente, os indivíduos possuem diversos objetivos que variam com o passar do tempo. Com a finalidade de abordar essa variação, também seria necessário transformar o modelo em uma programação estocástica de dois estágios ou, até mesmo, de multi-estágio. Dessa maneira, a alocação ótima dos ativos também poderá variar, na medida em que novas informações são apresentadas.

A seguir estão listadas outras sugestões para trabalhos futuros:

- Consideração de mais ativos candidatos a compor o portfolio do investidor individual.
- O emprego de uma outra metodologia para a geração de cenários discretos, como a utilização de vetores auto-regressivos ou outras modelagens estatísticas.
- Aplicação de medidas de risco como o *Value at Risk* (VaR) ou o *Conditional Value at Risk* (CVaR).