

3 Modelo de Juárez-Badillo (1999b)

3.1 Introdução

Juárez-Badillo (1999b) propôs a aplicação de equações gerais para modelagem da liquefação estática de solos com base no chamado “princípio da proporcionalidade natural pelo qual os fenômenos naturais são simples e ordenados (Juárez-Badillo, 1985)”. Estas equações gerais, como será constatado pelo leitor a seguir, não constituem propriamente um modelo constitutivo, mas apenas um ajuste de curvas para a trajetória de tensão imposta pelos ensaios de compressão triaxial convencionais.

3.2 Equações gerais para a região pré-pico

3.2.1 Função de sensibilidade

Considere as condições do ensaio de compressão triaxial convencional onde $\sigma_{co} = \sigma_3$ representa a tensão inicial de consolidação, $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ as tensões principais e $q = \sigma_1 - \sigma_3$ a máxima diferença entre tensões principais. Se ε_a é a deformação axial de Cauchy, então a deformação axial natural é definida por $\ln(1 + \varepsilon_a)$ e a deformação natural de desvio na direção axial e_a pode ser escrita como

$$e_a = \ln(1 + \varepsilon_a) - \varepsilon_v/3 \quad (\text{Eq. 3.1})$$

onde ε_v é a deformação volumétrica natural (em ensaios não drenados $\varepsilon_v = 0$). No desenvolvimento do modelo de Juárez-Badillo (1999b) as deformações axiais de compressão ε_a e e_a foram consideradas negativas.

Pelo princípio da proporcionalidade natural, proposto por Juárez-Badillo (1985), a relação entre as variáveis $q = \sigma_1 - \sigma_3$ e e_a deve ser feita através de funções matemáticas simples, definidas no domínio $[0, \infty)$, chamadas por aquele autor de funções próprias. Se considerarmos que e_a varia de 0 a ∞ enquanto $q = \sigma_1 - \sigma_3$ varia de 0 a um valor final na ruptura $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ então a função

$$f^S(q) = \frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)} - \frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \quad (\text{Eq. 3.2})$$

pode ser considerada uma função própria, pois à medida que $f^S(q)$ variar de infinito, para $q = 0$, a zero, para $q = (\sigma_1 - \sigma_3)_f$, então a função própria e_a variará de zero até infinito.

No princípio da proporcionalidade natural a relação entre as funções próprias e_a e $f^S(q)$ deve obedecer à relação geral

$$\frac{de_a}{e_a} = -\nu_p \frac{df(q)}{f(q)} \quad (\text{Eq. 3.3})$$

resultando, por integração,

$$e_a f(q)^{\nu_p} = cte \quad (\text{Eq. 3.4})$$

onde ν_p é uma constante de proporcionalidade denominada de expoente de cisalhamento. A equação (3.4) é referida como *Equação Geral de Proporcionalidade Natural*.

Substituindo-se a equação (3.2) em (3.4) obtém-se então

$$e_a \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1 \right]^{\nu_p} = cte = e_a^* \quad (\text{Eq. 3.5})$$

onde e_a^* corresponde ao valor particular da deformação e_a para $\sigma_1 - \sigma_3 = 1/2(\sigma_1 - \sigma_3)_f$.

Assim, é possível reescrever-se a equação (3.5) como

$$\frac{e_a}{e_a^*} = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1 \right]^{-\nu_p} \quad (\text{Eq. 3.6})$$

ou

$$y_S^e = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} = \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_a^*} \right)^{\frac{1}{\nu_p}} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 3.7})$$

ou também como

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_f y_S^e = (\sigma_1 - \sigma_3)_f \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_a^*} \right)^{\frac{1}{\nu_p}} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 3.8})$$

A relação tensão-deformação expressa pela equação (3.8) constitui a equação geral pré-pico do modelo, expressa através da função de sensibilidade y_S^e representada na figura 3.1 para vários valores da constante ν_p .

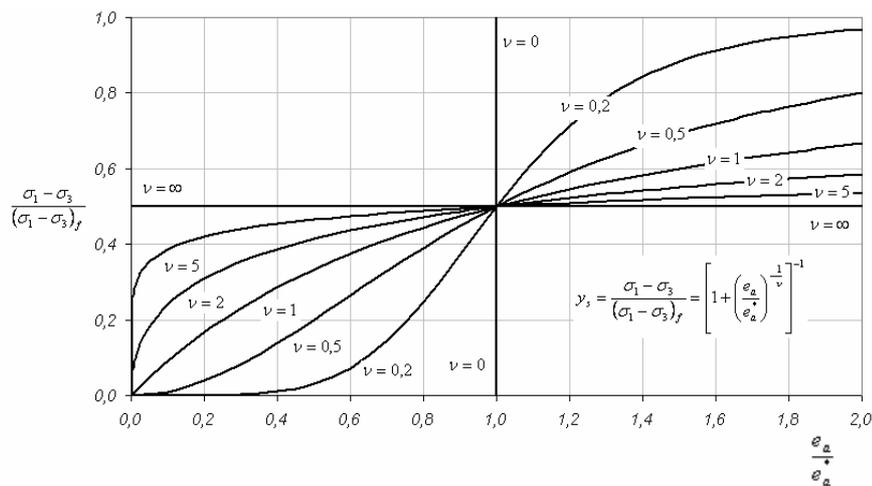


Figura 3.1 Função de sensibilidade em função da deformação natural de desvio na direção axial.

A função de sensibilidade pode também ser escrita em termos da deformação cisalhante natural η_c assumida aproximadamente igual à distorção máxima $\eta_c = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$,

$$y_S^\eta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} = \left[1 + \left(\frac{\eta_c}{\eta_c^*} \right)^{\frac{1}{\nu_s}} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 3.9})$$

ou

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_f y_s^\eta = (\sigma_1 - \sigma_3)_f \left[1 + \left(\frac{\eta_c}{\eta_c^*} \right)^{\frac{1}{\nu_s}} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 3.10})$$

onde

$$\eta_c^* = \eta_c \text{ para } \sigma_1 - \sigma_3 = 1/2(\sigma_1 - \sigma_3)_f$$

A variação da função de sensibilidade y_s^η para diferentes valores da constante ν_s está graficamente representada na figura 3.2.

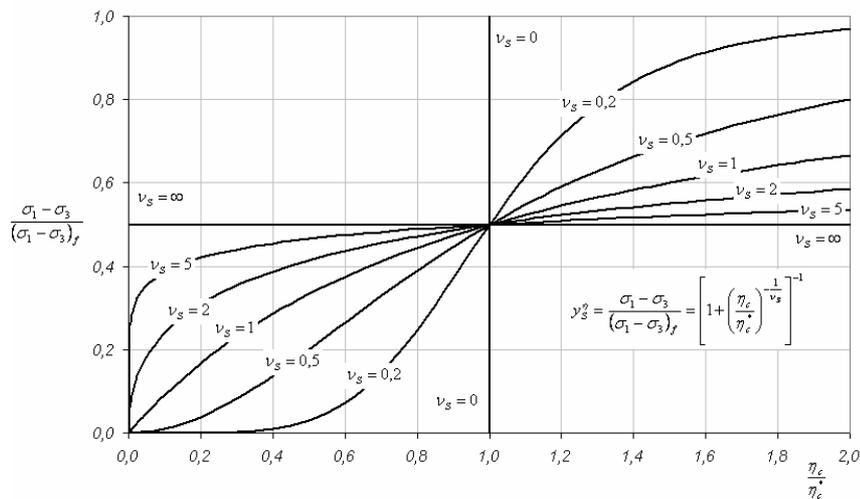


Figura 3.2 Função de sensibilidade em função da deformação cisalhante natural.

3.2.2 Função normal

Juárez-Badillo (1994, 1995) também definiu, como aplicação indireta do princípio da proporcionalidade natural, uma relação entre a deformação cisalhante natural η_c e a tensão $q = \sigma_1 - \sigma_3$ matematicamente expressa por

$$d\eta_c = -\mu_c \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{2\sigma_{co}} \frac{1}{\left[1 - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]^{\nu_N}} \quad (\text{Eq. 3.11})$$

onde μ_c é o coeficiente cisalhante e ν_N o expoente cisalhante pré-pico, ambos considerados como propriedades do material.

Integrando-se a equação 3.11 para valores de $\nu_N \geq 0$, obtém-se:

a) para $\nu_N \neq 1$

$$e_a = -\frac{1}{3} \mu_c x_f \frac{1}{\nu_N - 1} \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{x}{x_f}\right)^{\nu_N - 1}} - 1 \right] \quad (\text{Eq. 3.12})$$

onde $x = (\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_{co}$ e x_f seu valor final para $e_a = \infty$

A equação também pode ser reescrita como

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_f \left\{ 1 - \left[1 + (1 - \nu_N) \frac{3e_a \sigma_{co}}{\mu_c (\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]^{\frac{1}{1 - \nu_N}} \right\} \quad (\text{Eq. 3.13})$$

o que permite a definição da função normal y_N por

$$y_N = \frac{x}{x_f} = 1 - \left[1 + (1 - \nu_N) \frac{3e_a}{\mu_c x_f} \right]^{\frac{1}{1 - \nu_N}} \quad (\text{Eq. 3.14})$$

b) para $\nu_N = 1$

$$e_a = \frac{1}{3} \mu_c x_f \ln \left(1 - \frac{x}{x_f} \right) \quad (\text{Eq. 3.15})$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_f \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{3e_a \sigma_{co}}{\mu_c (\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right) \right\} \quad (\text{Eq. 3.16})$$

e a correspondente função normal y_N

$$y_N = \frac{x}{x_f} = 1 - \exp \left(-\frac{3e_a}{\mu_c x_f} \right) \quad (\text{Eq. 3.17})$$

A figura 3.3 mostra a variação da função normal para valores de $\nu_N \geq 0$.

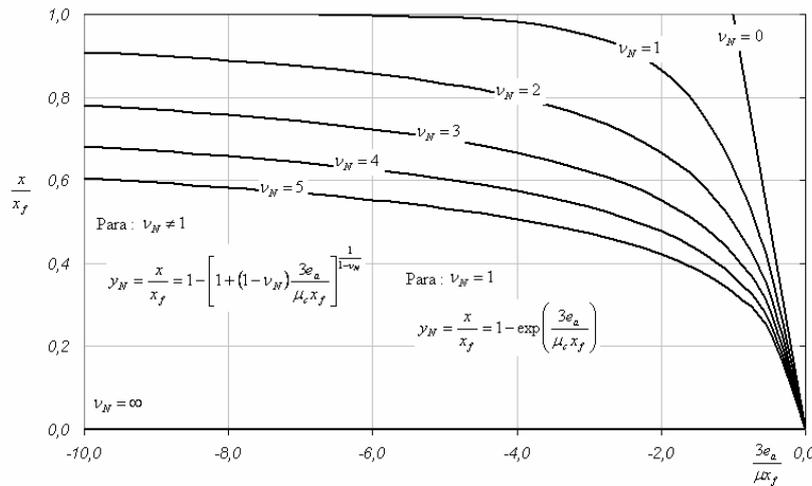


Figura 3.3 Função normal y_N para $\nu_N \geq 0$.

3.2.3 Função sensibilidade invertida

Utilizando raciocínio similar, considere agora que $\sigma_1 - \sigma_3$ varia de 0 a ∞ à medida que e_a varia de 0 a um valor final e_{af} . Uma função própria definida no intervalo $[0, \infty)$ pode então ser escrita como

$$f'(e_a) = \frac{1}{e_a} - \frac{1}{e_{af}} \quad (\text{Eq. 3.18})$$

notando-se facilmente que o valor de $f'(e_a)$ varia de infinito, para $e_a = 0$, a zero, para $e_a = e_{af}$.

Novamente, de acordo com o princípio da proporcionalidade natural (Juárez-Badillo, 1985), tem-se a relação

$$(\sigma_1 - \sigma_3) f'(e_a)^{\nu_i} = cte \quad (\text{Eq. 3.19})$$

Substituindo-se a equação (3.18) em (3.19) obtém-se então

$$(\sigma_1 - \sigma_3) \left(\frac{e_{af}}{e_a} - 1 \right)^{\frac{1}{\nu_i}} = cte = (\sigma_1 - \sigma_3)^* \quad (\text{Eq. 3.20})$$

onde ν_I é uma constante do material e $(\sigma_1 - \sigma_3)^*$ corresponde ao valor de $(\sigma_1 - \sigma_3)$ para $e_a = 1/2 e_{af}$.

Uma função de sensibilidade invertida pode ser definida como

$$y_I = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)^*} = \left[\frac{e_{af}}{e_a} - 1 \right]^{\frac{1}{\nu_I}} \quad (\text{Eq. 3.21})$$

e graficamente representada na figura 3.4.

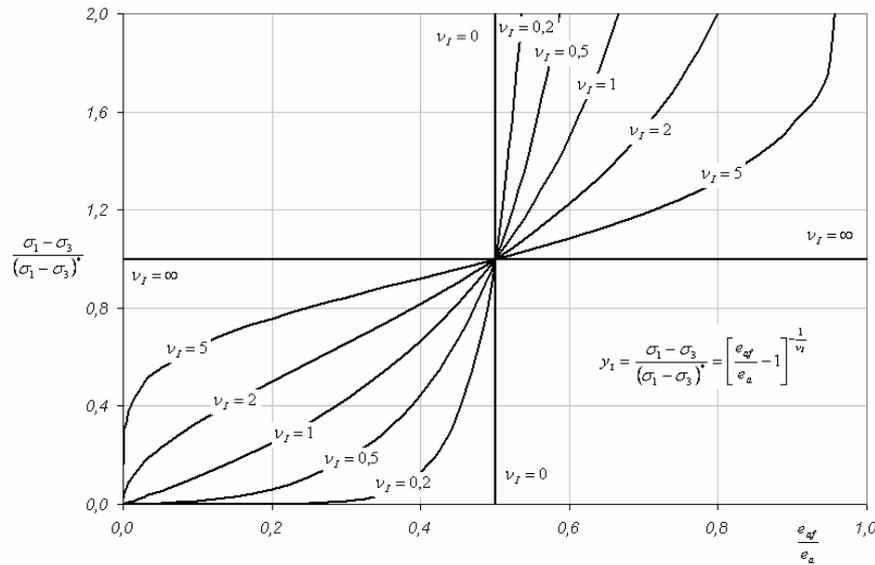


Figura 3.4 Função de sensibilidade invertida em função da deformação natural de desvio na direção axial.

A equação (3.22) estabelece a equação geral deformação versus tensão pré-pico, expressa através da função de sensibilidade invertida.

$$\frac{e_a}{e_{af}} = \left[1 + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)^*} \right)^{-\nu_I} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 3.22})$$

Resolvendo a equação (3.21) em termos da tensão de desvio é estabelecida uma equação geral tensão versus deformação pré-pico, expressa através da função de sensibilidade invertida.

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)^* \cdot \left[\frac{e_{af}}{e_a} - 1 \right]^{\frac{1}{\nu_I}} \quad (\text{Eq. 3.23})$$

3.3 Equações gerais para a região pós-pico

3.3.1 Função de utilidade

Na região pós-pico considera-se que $(\sigma_1 - \sigma_3)$ variará de infinito, para $e_a = 0$, para um valor final $(\sigma_1 - \sigma_3)_\infty$, quando $e_a = \infty$. A função própria definida como

$$f^D(q) = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty \quad (\text{Eq. 3.24})$$

garantirá portanto que a variação de $(\sigma_1 - \sigma_3)$ compreenderá o domínio $[0, \infty)$ quando $0 \leq e_a \leq \infty$.

Similarmente, da equação geral da proporcionalidade natural (equação 3.4), tem-se

$$e_a \cdot f^D(q)^{\nu_D} = cte \quad (\text{Eq. 3.25})$$

onde a constante ν_D é referida como expoente de cisalhamento pós-pico.

Substituindo-se a equação (3.24) em (3.25) resulta

$$\frac{e_a}{e_{al}} = \left(\frac{f^D(q)}{f^D(q)_l} \right)^{-\nu_D} = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty}{(\sigma_1 - \sigma_3)_l - (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty} \right]^{-\nu_D} \quad (\text{Eq. 3.26})$$

onde $(\sigma_1 - \sigma_3)_l$ e e_{al} correspondem a valores de tensão e deformação em um ponto conhecido da curva tensão-deformação.

Uma função de utilidade y_D^e escrita em termos da deformação natural de desvio na direção axial pode ser expressa conforme equação (3.27), graficamente representada pelas curvas da figura 3.5 para vários valores da constante ν_D .

$$y_D^e = \frac{f^D(q)}{f^D(q)_l} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty}{(\sigma_1 - \sigma_3)_l - (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty} = \left(\frac{e_a}{e_{al}} \right)^{-\frac{1}{\nu_D}} \quad (\text{Eq. 3.27})$$

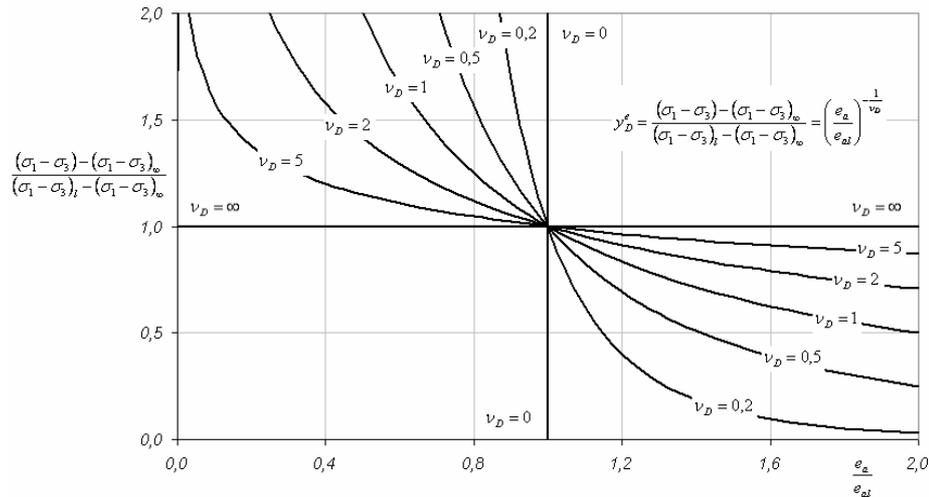


Figura 3.5 Função de utilidade em termos da deformação natural de desvio na direção axial.

Os seguintes casos especiais da função de utilidade y_D^e podem ser examinados a partir da análise da equação geral (3.27):

a) **Caso 1:** $(\sigma_1 - \sigma_3)_\infty > 0$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_\infty} = 1 + \left(\frac{e_a}{e_a^*} \right)^{-\frac{1}{\nu_D}} \quad (\text{Eq. 3.28})$$

com $e_a^* = e_a$ para $(\sigma_1 - \sigma_3) = 2(\sigma_1 - \sigma_3)_\infty$

ou,

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_a^*} \right)^{-\frac{1}{\nu_D}} \right] \quad (\text{Eq. 3.29})$$

b) **Caso 2:** $(\sigma_1 - \sigma_3)_\infty = 0$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_l} = \left(\frac{e_a}{e_{al}} \right)^{-\frac{1}{\nu_D}} \quad (\text{Eq. 3.30})$$

ou,

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_l \left(\frac{e_a}{e_{al}} \right)^{-\frac{1}{\nu_D}} \quad (\text{Eq. 3.31})$$

c) **Caso 3:** $(\sigma_1 - \sigma_3)_\infty < 0$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_\infty} = 1 - \left(\frac{e_a}{e_{ao}} \right)^{-\frac{1}{\nu_D}} \quad (\text{Eq. 3.32})$$

com $e_{ao} = \varepsilon_a$ quando $(\sigma_1 - \sigma_3) = 0$

ou,

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty \left[1 - \left(\frac{e_a}{e_{ao}} \right)^{-\frac{1}{\nu_D}} \right] \quad (\text{Eq. 3.33})$$

A função de utilidade (Eq. 3.27) também pode ser escrita em termos da deformação natural cisalhante η_c , conforme equação (3.33) e graficamente representada pelas curvas da figura 3.6,

$$y_D^\eta = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty}{(\sigma_1 - \sigma_3)_l - (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty} = \left(\frac{\eta_c}{\eta_l} \right)^{-\frac{1}{\nu_D}} \quad (\text{Eq. 3.34})$$

ou,

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty + [(\sigma_1 - \sigma_3)_l - (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty] \left(\frac{\eta_c}{\eta_l} \right)^{-\frac{1}{\nu_D}} \quad (\text{Eq. 3.35})$$

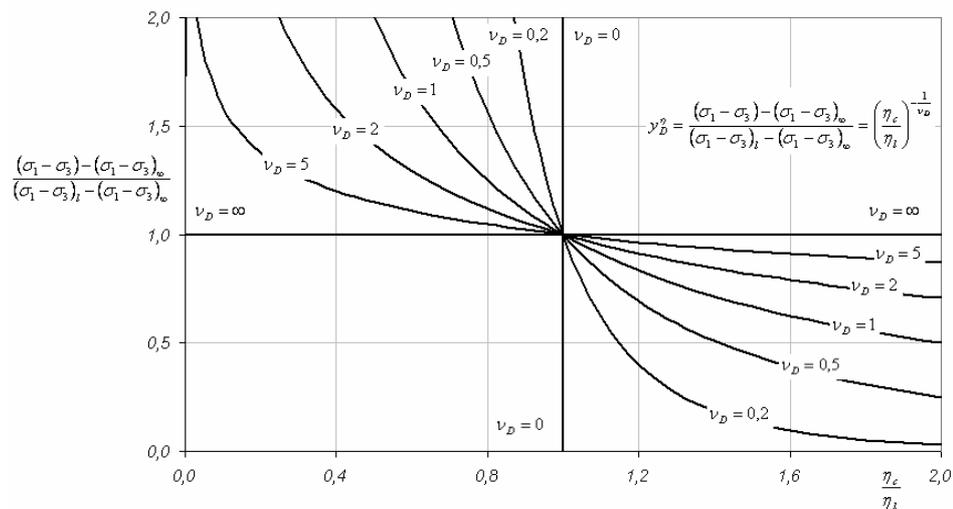


Figura 3.6 Função de utilidade em termos da deformação natural cisalhante.

Finalmente, as equações (3.10) e (3.35) podem por combinadas para produzir a seguinte equação geral da curva tensão-deformação,

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty + [(\sigma_1 - \sigma_3)_l - (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty] \left(\frac{\eta_c}{\eta_l} \right)^{-\frac{1}{v_D}} + (\sigma_1 - \sigma_3)_f \left[1 + \left(\frac{\eta_c}{\eta_c^*} \right)^{-\frac{1}{v_s}} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 3.36})$$

ou, em termos da deformação natural de desvio na direção axial (equações 3.33 e 3.8),

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty + [(\sigma_1 - \sigma_3)_l - (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty] \left(\frac{e_a}{e_{al}} \right)^{-\frac{1}{v_D}} + (\sigma_1 - \sigma_3)_f \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_a^*} \right)^{-\frac{1}{v_s}} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 3.37})$$

3.4 Equação geral de variação da poropressão

3.4.1 Função de sensibilidade da poropressão

Juárez-Badillo (1999b) sugeriu também a seguinte expressão para determinação da variação da poropressão Δu em ensaios triaxiais convencionais não-drenados com base no princípio da proporcionalidade natural:

$$\Delta u = \Delta \sigma_i + \alpha \sigma_{co} y_e^e - \alpha_e (\sigma_{eo} - \sigma_{co}) y_e^e \quad (\text{Eq. 3.38})$$

onde:

$\Delta \sigma_i$: acréscimo da tensão normal isotrópica (ou octaédrica)

σ_{co} : tensão de consolidação inicial

σ_{eo} : tensão equivalente de consolidação inicial devido ao intertravamento (“*interlocking*”) das partículas sólidas

y^e : função de sensibilidade da poropressão em termos da deformação natural de desvio

y_e^e : função de sensibilidade equivalente da poropressão em termos da deformação natural de desvio

α : parâmetro de poropressão com $0 \leq \alpha \leq 1$

α_e : parâmetro de poropressão com $0 \leq \alpha_e \leq 1$

As funções de sensibilidade da poropressão y^e e y_e^e têm a seguinte forma geral

$$y^e = \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_a^*} \right)^{-\beta} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 3.39})$$

onde a constante β é chamada de expoente de poropressão. A figura 3.7 mostra a variação da função de sensibilidade da poropressão para valores de $\beta \geq 0$.

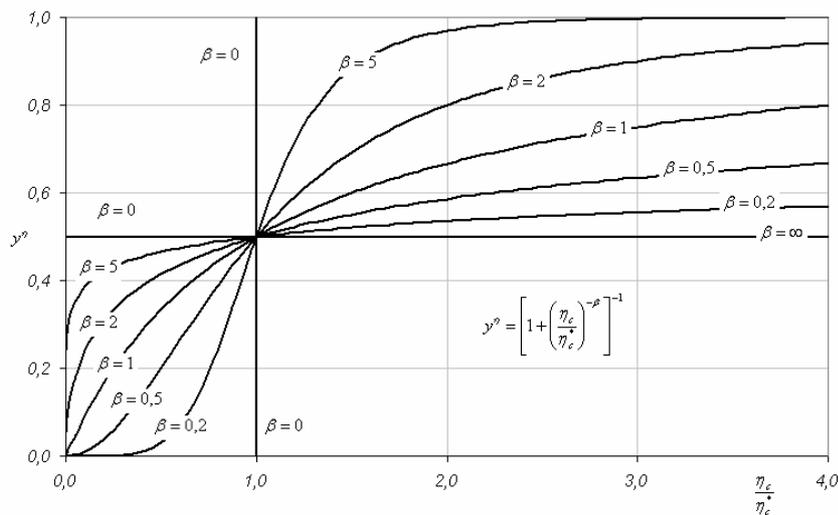


Figura 3.7 Função de sensibilidade da poropressão em termos da deformação natural de desvio.

A equação (3.38) permite que a tensão confinante efetiva possa ser escrita como

$$\begin{aligned} \sigma_3' = \sigma_{co} - \Delta u = \sigma_{co} - \Delta \sigma_i - \alpha \sigma_{co} \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_a^*} \right)^{-\beta} \right]^{-1} \\ + \alpha_e (\sigma_{eo} - \sigma_{co}) \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_{ae}} \right)^{-\beta_e} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 3.40})$$

ou,

$$\begin{aligned} \sigma'_3 = \sigma_{co} - \Delta u = \sigma_{co} - \frac{1}{3}(\sigma_1 - \sigma_3) - \alpha\sigma_{co} \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_a^*} \right)^{-\beta} \right]^{-1} \\ + \alpha_e(\sigma_{eo} - \sigma_{co}) \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_{ae}^*} \right)^{-\beta_e} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 3.41})$$

Similarmente, em termos da deformação natural cisalhante

$$\begin{aligned} \sigma'_3 = \sigma_{co} - \Delta u = \sigma_{co} - \frac{1}{3}(\sigma_1 - \sigma_3) - \alpha\sigma_{co} \left[1 + \left(\frac{\eta_c}{\eta_c^*} \right)^{-\beta} \right]^{-1} \\ + \alpha_e(\sigma_{eo} - \sigma_{co}) \left[1 + \left(\frac{\eta_c}{\eta_e^*} \right)^{-\beta_e} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{Eq. 3.42})$$

3.5 Obtenção dos parâmetros do modelo

A obtenção dos parâmetros do modelo de Juárez-Badillo é feita através de um processo de tentativa e erro comparando-se as funções de sensibilidade e de utilidade com as curvas experimentais determinadas em laboratório.

Com o objetivo de esclarecer o procedimento que requer “imaginação, sensibilidade e experiência” (Juárez-Badillo, 1999b) aplica-se o modelo na interpretação de resultados de dois grupos de ensaios triaxiais não drenados executados por Yamamuro e Lade (1997) na areia de Nevada.

O primeiro caso considera a retroanálise de quatro amostras ensaiadas com o mesmo conteúdo de finos (20% em peso), mas com diferentes densidades relativas ($Dr = 26\%$, 39% , 44% e 48%). Os resultados dos ensaios triaxiais convencionais não drenados estão mostrados na figura 3.8, onde se pode observar a ocorrência de fluxo por liquefação sob carregamento estático para valores de densidade relativa $Dr = 26\%$, 39% e 44% , com rápida diminuição da resistência do material para pequenas deformações axiais ($\varepsilon_a < 5\%$). Todas as amostras foram ensaiadas sob a mesma tensão confinante $\sigma_3 = 25kPa$. Observa-se também da figura 3.8 que para densidade relativa $Dr = 48\%$ o comportamento da areia é

estável, com o material incrementando a sua resistência após um pequeno patamar onde as deformações ocorreram sob tensão q constante. O comportamento das curvas da figura 3.8 evidencia a influência da densidade relativa na ocorrência do fluxo por liquefação.

Para reproduzir a resposta do material mediante a aplicação das equações gerais do modelo de Juárez-Badillo (1999b) faz-se uso das funções pré-pico e pós-pico, apresentadas anteriormente.

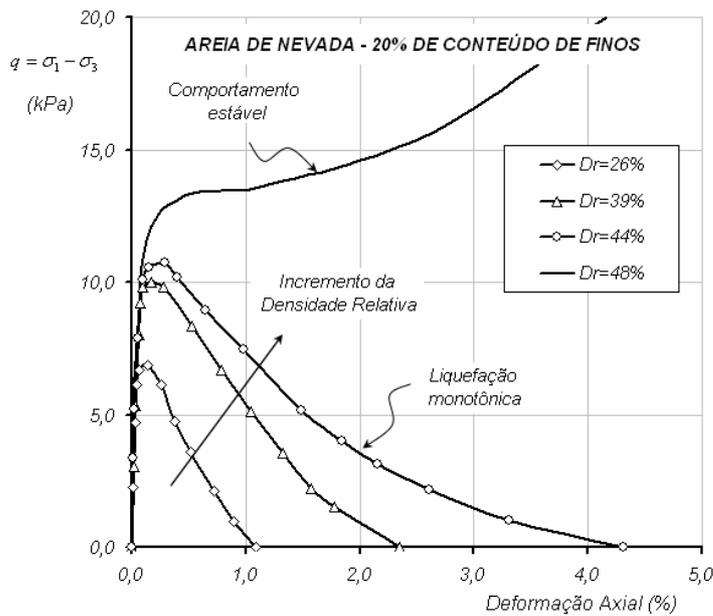


Figura 3.8 Influência da densidade relativa na ocorrência da liquefação monotônica (estática) na areia de Nevada (Yamamuro e Lade, 1997).

Para modelagem das curvas correspondentes a $Dr = 26\%$, 39% e 44% foi utilizada uma combinação da função de sensibilidade invertida y_I (equação 3.23) e da função normal y_N para $\nu_N = 1$ (equação 3.16), resultando em

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_f y_N - (\sigma_1 - \sigma_3)^* y_I + \text{constante} \quad (\text{Eq. 3.43})$$

ou,

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_f \left\{ 1 - \exp\left(\frac{3e_a \sigma_{co}}{\mu_c (\sigma_1 - \sigma_3)_f}\right) \right\} - (\sigma_1 - \sigma_3)^* \left[\frac{e_{af}}{e_a} - 1 \right]^{\frac{1}{\nu_I}} + \text{constante} \quad (\text{Eq. 3.44})$$

A superposição da equação (3.43) foi escolhida considerando-se que as curvas da figura 3.8 poderiam ser representadas, a menos de uma constante, subtraindo-se da função normal y_N para $\nu_N = 1$ (figuras A11 a A13 do apêndice A) a função de sensibilidade invertida y_I (figuras A4 a A6 do apêndice A),

Os valores dos parâmetros do solo, após do procedimento de cálculo por tentativa e erro, estão sumarizados nas tabelas 3.1 e 3.2, determinando-se para as 3 curvas analisadas o valor da constante igual a 6 kPa (equação 3.44).

Tabela 3.1. Valores do parâmetro μ_c nas retroanálises com base na função normal.

Amostra	D_r (%)	μ_c	$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ (kPa)
1	26	0,0040	6,9
2	39	0,0055	10,0
3	44	0,0068	10,8

Tabela 3.2. Valores do parâmetro ν_I nas retroanálises com base na função de sensibilidade invertida.

Amostra	D_r (%)	ν_I	e_{af} (%)	$(\sigma_1 - \sigma_3)^*$ (kPa)
1	26	3,00	-10,0	25
2	39	2,70	-18,5	29
3	44	2,45	-19,5	30

Para a modelagem da curva tensão-deformação com $Dr = 48\%$, que não apresentou suscetibilidade à liquefação, considerou-se a superposição da função normal y_N para $\nu_N \neq 1$ (equação 3.13) com a função de sensibilidade y_s^c (equação 3.8), ambas correspondentes a funções de tipo pré-pico. Esta consideração de incluir funções do mesmo tipo para representar a trajetória total da curva tensão-deformação foi também admitida por Juárez-Badillo (1999b).

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_{f_N} y_N + (\sigma_1 - \sigma_3)_{f_S} y_S^e \quad (\text{Eq. 3.45})$$

ou,

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_{f_N} \left\{ 1 - \left[1 + (1 - \nu_N) \frac{3e_a \sigma_{co}}{\mu_c (\sigma_1 - \sigma_3)_{f_N}} \right]^{1 - \nu_N} \right\} + (\sigma_1 - \sigma_3)_{f_S} \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_a^*} \right)^{\frac{1}{\nu_P}} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 3.46})$$

Novamente, a modelagem da areia pela equação (3.45) foi baseada na comparação do comportamento real do solo em laboratório com as tendências observadas nos gráficos da função normal y_N com $\nu_N \neq 1$ (figuras A7 a A9 do apêndice A) e da função de sensibilidade y_S^e (figuras A1 a A3 do apêndice A). O ajuste dos parâmetros do modelo, por tentativa e erro, resultou nos valores da tabela 3.3.

Tabela 3.3. Valores dos parâmetros do modelo (equação 3.45) com base na retroanálise da curva experimental para $Dr = 48\%$.

Amostra	D_r (%)	Parâmetros		
		$\nu_N = 1,9$	$\mu_c = 0,0018$	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{f_N} = 14 \text{ kPa}$
4	48	$\nu_P = 1/3$	$\varepsilon_a^* = -5\%$	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{f_S} = 18 \text{ kPa}$

Obs. – No modelo de Juárez-Badillo (1999b) deformações de compressão são admitidas negativas.

A figura 3.9 mostra graficamente a retroanálise do comportamento não drenado das amostras da areia de Nevada pelas equações gerais do modelo de Juárez-Badillo (1999b). Dela observa-se que a modelagem do comportamento pós-pico em certas amostras ($Dr = 39\%$, 44%) é apenas razoável, tendo a vista a dificuldade de se ajustar os valores dos parâmetros do modelo (na realidade um ajuste de curvas) por método de tentativa e erro. Neste sentido, para um ajuste mais exato recomenda-se a utilização de técnicas de otimização.

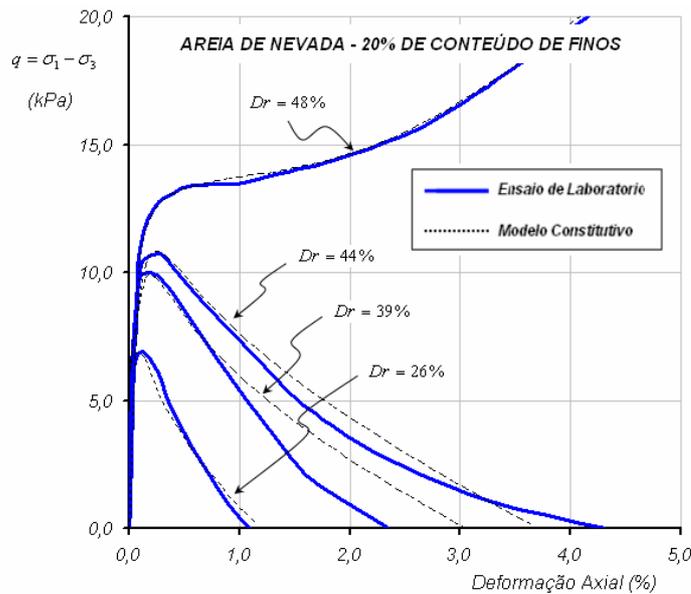


Figura 3.9 Comparação entre as curvas tensão-deformação experimentais e obtidas por retroanálise.

É importante mencionar que no exemplo anterior para amostras com $Dr = 26\%$, 39% e 44% , Juárez-Badillo (1999b) considerou somente a utilização da função de utilidade na condição $(\sigma_1 - \sigma_3)_\infty < 0$ (equação 3.33). Entretanto, com o emprego de apenas uma única equação, não é possível obter a retroanálise completa, incluindo o trecho pré-pico, razão pela qual, nesta dissertação, optou-se por uma abordagem diferente, com a utilização da equação (3.43).

O segundo caso da retroanálise corresponde às curvas experimentais resultantes dos ensaios de compressão triaxial não drenada realizados por Yamamuro e Lade (1997) em amostras da areia de Nevada ($Dr = 12\%$) considerando tensões iniciais de confinamento $\sigma_{co} = 150$ kPa, 300 kPa e 500 kPa.

Para representar o comportamento das amostras de areia através das equações gerais de proporcionalidade natural, faz-se uso da superposição da função de sensibilidade y_s^e (equação 3.8) e da função de utilidade pós-pico y_D^e para $(\sigma_1 - \sigma_3)_\infty > 0$ (equação 3.28). A escolha destas funções deve-se ao fato de que y_s^e é crescente (figuras A1 a A3 do apêndice A) enquanto a função de utilidade y_D^e apresenta um trecho inicial crescente seguido por um comportamento decrescente até atingir uma condição última positiva (figuras A14 a A16 do apêndice A).

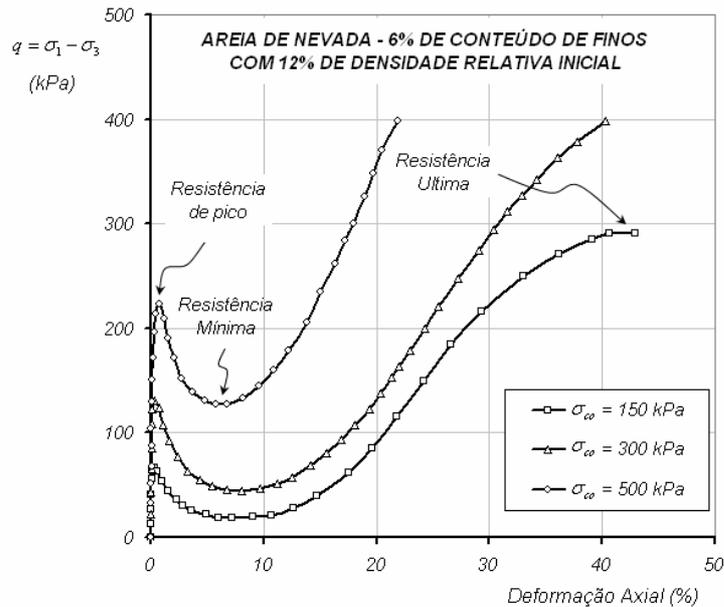


Figura 3.10 Curvas tensão-deformação da areia de Nevada ($D_r = 12\%$) em ensaios triaxiais não drenados (Yamamuro e Lade (1997)).

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty [1 + y_D^e] + (\sigma_1 - \sigma_3)_f y_S^e \quad (\text{Eq. 3.47})$$

ou,

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_\infty \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_{aD}^*} \right)^{\frac{1}{v_D}} \right] + (\sigma_1 - \sigma_3)_f \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_{aS}^*} \right)^{\frac{1}{v_P}} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 3.48})$$

onde os subscritos D e S servem para diferenciar os parâmetros comuns nas duas parcelas da equação (3.48).

Depois de operações de tentativa e erro para aproximar os resultados experimentais com os previstos pelo modelo, os seguintes parâmetros das tabelas 3.4 e 3.5 foram então determinados.

Tabela 3.4. Valores dos parâmetros da função de utilidade

Amostra	σ_{co} (kPa)	v_D	ε_{aD}^* (%)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_\infty$ (kPa)
1	150	0,8	-2,5	16
2	300	0,85	-2,0	39
3	500	0,9	-1,0	110

Tabela 3.5 Valores dos parâmetros para a função de sensibilidade

Amostra	σ_{co} (kPa)	v_p	ε_{aS}^* (%)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ (kPa)
1	150	0,20	-26,0	310
2	300	0,25	-27,0	410
3	500	0,25	-19,0	450

Obs – No modelo de Juárez-Badillo (1999b) deformações de compressão são admitidas negativas.

A figura 3.11 compara os resultados experimentais com a retroanálise, evidenciando uma concordância bastante satisfatória dos resultados de laboratório com os computados através da equação (3.48).

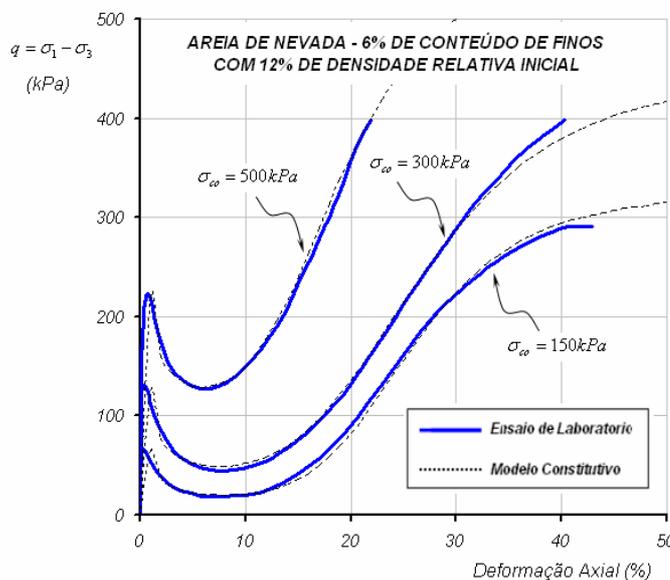


Figura 3.11 Comparação entre resultados experimentais e previstos pelo modelo de Juárez-Badillo (1999b).

Para simular a variação da tensão confinante efetiva durante o cisalhamento nas amostras de areia de Nevada ($Dr = 12\%$), utiliza-se a equação (3.49):

$$\sigma'_3 = \sigma_{co} - \Delta u = \sigma_{co} - \frac{1}{3}(\sigma_1 - \sigma_3) - \alpha \sigma_{co} \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_a^*} \right)^{-\beta} \right]^{-1} + \alpha_e (\sigma_{eo} - \sigma_{co}) \left[1 + \left(\frac{e_a}{e_{ae}} \right)^{-\beta_e} \right]^{-1} \quad (\text{Eq. 3.49})$$

onde os valores de $(\sigma_1 - \sigma_3)$ são obtidos pela equação 3.48 com os parâmetros previamente calculados.

Analisando-se o comportamento geral das curvas experimentais da figura 3.10 e dos gráficos das figuras A14 a A22 do apêndice A, pode-se proceder o cálculo dos parâmetros α , β (tabela 3.6) com base nos trechos iniciais das curvas experimentais ($\varepsilon_a < 5\%$) admitindo-se $\alpha_e = 0$. Os parâmetros restantes (tabela 3.7) podem ser determinados também por tentativa e erro considerando-se o comportamento final das curvas experimentais ($\varepsilon_a > 5\%$).

Tabela 3.6. Valores dos parâmetros com base no trecho inicial das curvas experimentais.

Amostra	σ_{co} (kPa)	α	β	ε_a^* (%)
1	150	1	1	-0,60
2	300	0,95	1,2	-0,75
3	500	0,95	0,95	-0,95

Tabela 3.7. Valores dos parâmetros com base no trecho final das curvas experimentais

Amostra	σ_{co} (kPa)	σ_{eo} (kPa)	α_e	β_e	ε_{ea}^* (%)
1	150	750	0,45	0,6	-26,0
2	300	1100	0,53	0,53	-29,8
3	500	1600	0,50	0,50	-22,4

Obs. – No modelo de Juárez-Badillo (1999b) deformações de compressão são admitidas negativas.

A comparação dos valores experimentais e previstos de tensão confinante efetiva é bastante satisfatória, conforme mostra a figura 3.12 para as curvas com diferentes tensões iniciais de consolidação.

No processo de retroanálise observa-se alguma inconsistência na utilização da equação geral (3.41) visto que são necessários dados de outra equação (equação 3.48) com a qual não apresenta nenhuma relação.

Finalmente, a partir dos resultados da figura 3.12 é também possível plotar-se os gráficos de variação das poropressões, ilustrados na figura 3.13.

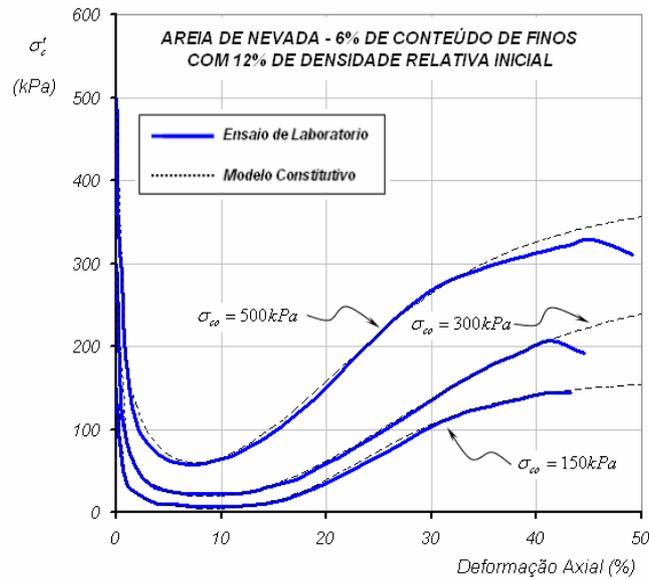


Figura 3.12 Retroanálise da variação da tensão confinante efetiva em amostras da areia de Nevada ($Dr = 12\%$) - Yamamuro e Lade (1997)

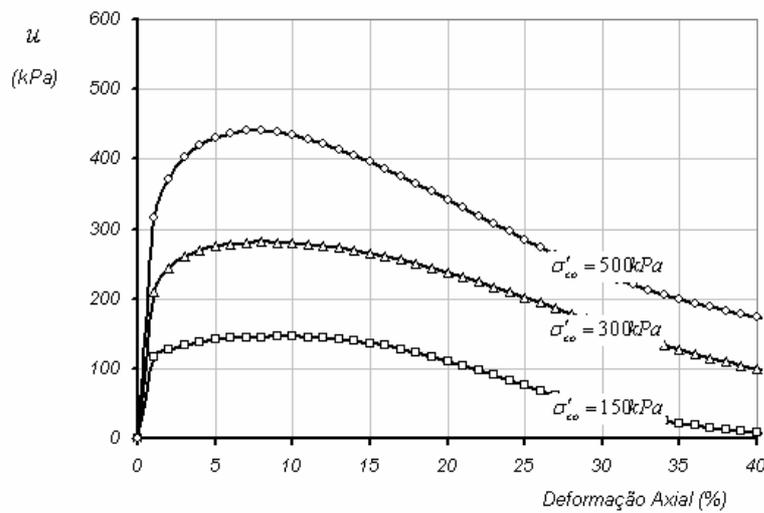


Figura 3.13 Variação prevista de poropressão para as amostras da areia de Nevada ($Dr = 12\%$) em ensaios triaxiais de compressão convencional não drenados.