

Diego Albuquerque Godoy

Otimização topológica de engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais da transmissão de veículo *off-road* Baja SAE.

Projeto de Graduação

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Anderson Pereira

Rio de Janeiro, junho de 2022

AGRADECIMENTOS

À minha família, em especial, à minha mãe Maria Cristina pois em meio a tantas dificuldades encontradas ao longo dos anos, sempre investiu na minha educação.

Ao meu orientador Anderson, pela parceria e confiança para realização deste trabalho.

À Comba, Amanda e Odair pelos auxílios concedidos durante a graduação, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

À equipe Reptiles, pelo tempo experimentado, por abrir muitas portas na minha vida e pelo fornecimento dos dados para este trabalho.

Ao time do Real Valor, pelo seu apoio no período de resolução deste trabalho.

Aos meus grandes amigos que trilharam junto comigo essa caminhada como Rod, Turnes, Luig, Motta, Ana, Davi, Levi, Erick, Alef e Lucas me dando apoio e me ajudando a crescer como ser humano.

RESUMO

Otimização topológica de engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais da transmissão de veículo *off-road* Baja SAE.

As equipes de competição universitárias de Baja SAE têm a missão de criar protótipos de veículos do tipo Mini Baja de dois em dois anos e seu grande desafio é conciliar performance e economia. A escolha do projeto correto do sistema de transmissão é imprescindível para o bom desempenho do veículo nas provas às quais é submetido. Desse modo, para desenvolver um protótipo competitivo, ferramentas de análise estrutural e otimização, como a de otimização topológica, são úteis e têm se tornado cada vez mais presentes nos estudos de aperfeiçoamento de componentes. Para potencializar o desempenho do veículo Mini Baja em questão, é essencial a otimização das engrenagens da caixa de redução, visando a redução de sua massa. Para realização da otimização topológica da coroa da caixa de redução, é necessário reunir todos os parâmetros geométricos e materiais da estrutura, adquirir um modelo 3D do componente a ser otimizado, definir suas condições de contorno e carregamentos com base na condição mais crítica que a peça está submetida, configurar uma malha e realizar uma análise estrutural. Após a otimização, foi necessário confeccionar o modelo da geometria final no software SolidWorks e realizar uma validação da estrutura. Todos os passos foram detalhados no presente trabalho. As modelagens das topologias foram desenvolvidas no software SolidWorks e as simulações executadas no software Ansys Workbench.

Palavras chaves: Engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais, método dos elementos finitos, análise estrutural, otimização topológica

ABSTRACT

Topological optimization of cylindrical helical gear of Baja SAE offroad vehicle transmission.

The university competition teams of Baja SAE have the mission of creating prototypes of Mini Baja type vehicles every two years and their great challenge is to reconcile performance and economy. The selection of the right transmission system is essential for the good performance of the vehicle in the tests which it is submitted. Thus, to develop a competitive prototype, structural analysis and optimization tools, such as topological optimization, are useful and have become increasingly present in component improvement studies. To maximize the performance of the Mini Baja vehicle in question, it is crucial to optimize the gears of the reduction gearbox, aiming at reducing its mass. To carry out the topological optimization of the gearbox crown, it is necessary to gather all the geometric and material parameters of the structure, acquire a 3D model of the component to be optimized, define its boundary condition and loads based on the most critical condition that the part is submitted, configure a mesh and perform a structural analysis. After the optimization, it was necessary to model the final geometry in the Solidworks software and carry out a validation of the structure. All steps were detailed in the present work. Topology modeling was developed in SolidWorks software and simulations were performed in Ansys Workbench software.

Keywords: Cylindrical gear with helical teeth, finite element method, structural analysis, topological optimization

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
1.1 OBJETIVO E MOTIVAÇÃO	10
1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
2.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA	13
2.2 ENGRENAGENS	14
2.3 PARÂMETROS GEOMÉTRICOS	16
2.4 PROPRIEDADES MECÂNICAS	18
2.5 CARREGAMENTOS	19
2.6 ANÁLISE ESTRUTURAL	21
2.6.1 Método de Elementos Finitos	22
2.8 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA	23
3. METODOLOGIA	25
3.1 CONFIGURAÇÕES DAS PROPRIEDADES DO MATERIAL	25
3.2 CONFIGURAÇÕES DE MALHA	25
3.3 CONFIGURAÇÕES DE CARREGAMENTOS	27
3.4 CONFIGURAÇÕES DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO	29
3.5 REALIZAÇÃO DA SIMULAÇÃO	30
3.6 REALIZAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA	31
3.6.1 Restrições de Otimização	31
3.6.2 Objetivo da Otimização	32
3.7 DESENVOLVIMENTO DA NOVA GEOMETRIA OTIMIZADA	32
4. ANÁLISE DE RESULTADOS	34
4.1 RESULTADOS DA ANÁLISE ESTRUTURAL	34
4.2 RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA	35
4.3 GEOMETRIA OTIMIZADA E VALIDAÇÃO	38
5. CONCLUSÕES	42
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43

Lista de figuras

Figura 1: Vista isométrica da transmissão do veículo off-road Baja SAE	11
Figura 2: Problema de checkboard em método de otimização topológica padrão	12
Figura 3: Vista Isométrica do objeto de estudo no SolidWorks	13
Figura 4: Engrenagem cilindrica dente reto	14
Figura 5: Engrenagem sem fim e rosca helicoidal	15
Figura 6: Motor Briggs & Stratton série 20	19
Figura 7: Gráfico da curva do motor a partir dos dados do estudo do motor	20
Figura 8: Forças que incidem em uma engrenagem helicoidal	21
Figura 9: Etapas realização de análise estrutural	21
Figura 10: Tipos de otimização	23
Figura 11: Procedimento de projeto de otimização topológica	24
Figura 12: Configuração das propriedades mecânicas do aço 8620 no Ansys	25
Figura 13: Configuração da malha no objeto de estudo	26
Figura 14: Malha distribuída no componente a ser otimizado	26
Figura 15: Aplicação da pressão na face do dente	29
Figura 16: Definição do suporte cilíndrico	30
Figura 17: Definição do suporte fixo	30
Figura 18: Parte do esquema de simulação no Ansys	31
Figura 19: Regiões de otimização e exclusão da engrenagem	32
Figura 20: Resultado de tensão máxima na estrutura, vista isométrica	34
Figura 21: Tensão máxima no dente	35
Figura 22: Resultado de deformação máxima na estrutura, vista isométrica	35
Figura 23: Componente otimizado não-simétrico, vista isométrica	36
Figura 24: Componente otimizado não-simétrico, vista frontal	36
Figura 25: Componente otimizado simétrico, vista isométrica	37
Figura 26: Componente otimizado simétrico, vista frontal	37
Figura 27: Novo modelo de geometria otimizada, vista isométrica	38
Figura 28: Novo modelo de geometria otimizada, vista frontal	39
Figura 29: Resultado de tensão máxima na nova geometria vista isométrica	40
Figura 30: Resultado de tensão máxima na nova geometria vista frontal	40
Figura 31: Resultado de deformação máxima na nova geometria vista isométrica	41

Lista de tabelas

Tabela 1: Principais parâmetros geométricos da engrenagem	18
Tabela 2: Propriedades mecânicas do aço SAE 8620 temperado e revenido	18
Tabela 3: Dados do estudo comparativo entre motores Briggs & Stratton	20
Tabela 4: Comparação de resultados da análise estrutural de tensão	40
Tabela 5: Comparação de resultados da análise estrutural de deformação	41

Lista de Símbolos

- A_d Área da face do dente [mm²]
- D_e Diâmetro externo [mm]
- d_c Diâmetro primitivo da coroa [mm]
- D_i Diâmetro interno [mm]
- D_p Diâmetro primitivo [mm]
- d_p Diâmetro primitivo do pinhão [mm]
- h Altura do dente [mm]
- k Fator de forma do dente
- l Largura da engrenagem [mm]
- M Módulo normal
- M_a Módulo aparente
- P Passo da hélice
- P_a Passo normal [pol]
- P_r Passo normal [pol]
- r Relação dos dentes das engrenagens
- r_p Raio primitivo [mm]
- R Relação das velocidades angulares das engrenagens
- T_c Torque da coroa [N.m]
- T_p Torque do pinhão [N.m]
- W Força normal [N]
- W_a Força axial [N]
- w_c Velocidade angular da coroa [rpm]
- w_p Velocidade angular do pinhão [rpm]
- W_r Força radial [N]
- W_t Força tangencial [N]
- Z_p Número de dentes do pinhão
- Z_c Número de dentes da coroa

Letras gregas

- $\phi_t \hat{A}$ ngulo de pressão transversal [°]
- $\phi_n \hat{A}$ ngulo de pressão normal [º]
- Ψ Ângulo de hélice [°]

1. INTRODUÇÃO

1.1 OBJETIVO E MOTIVAÇÃO

Um automóvel é composto por um conjunto de sistemas mecânicos que interagem entre si dinamicamente. Um desses sistemas é o de transmissão, responsável por transmitir a potência gerada no motor do veículo para as rodas, fazendo-o se movimentar. Em veículos do tipo *off-road* Baja SAE, popularmente conhecidos como Mini Baja, esse sistema é simplificado, sendo composto pelo motor, CVT (do inglês, *Continuously Variable Transmission*), caixa de redução, juntas homocinéticas e roda.

A caixa de redução desempenha um papel crucial no sistema de transmissão justamente por ampliar o torque para o eixo de tração, quando comparado àquele disponível no eixo de saída do motor. Para veículos *off-road*, como um Mini-Baja, essa ampliação de torque é determinante para o desempenho do veículo, visto que é de sua característica percorrer terrenos irregulares e transpor obstáculos.

Este trabalho visa aplicar as técnicas de otimização topológica em uma engrenagem de dentes helicoidais da caixa de redução de um protótipo de veículo *off-road* Baja SAE, para minimizar sua massa e consequentemente seu volume, de modo que consiga suportar os esforços sofridos durante as provas das competições organizadas pela SAE-Brasil (*Society of Automotive Engineers* - Brasil). A partir das técnicas de otimização topológica, será possível redistribuir a massa dentro de um domínio pré-estabelecido, obtendo uma nova geometria.

A motivação do trabalho se concentra no desenvolvimento de um sistema de transmissão mais leve e otimizado para o último protótipo de veículo do tipo Mini-Baja da equipe Reptiles Baja PUC-Rio. O sistema de transmissão otimizado corrobora para um melhor desempenho do automóvel nas competições regionais e nacionais que participa. As melhorias de projeto desse sistema que devem ser implementadas não contemplam o motor, tornando obrigatório buscar a otimização dos demais componentes (RATBSB, 2019).

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para que veículos de transportes motorizados produzam movimento, eles necessitam da conversão do torque oriundo do processo de combustão no motor em rotação. Desse modo, o principal objetivo de uma transmissão dos mais variados tipos de automóveis é converter a potência do motor em força motriz em movimento da forma mais eficiente possível (LECHNER, 1999). A eficiência de uma máquina é calculada pela razão entre a energia de saída e a energia de entrada. Confiabilidade, baixa frequência de manutenção, facilidade de produção de seus componentes e redução de peso são algumas características desejáveis para um sistema de trem de força (Figura 1).



Figura 1: Vista isométrica da transmissão do veículo off-road Baja SAE

Fonte: Equipe Reptiles Baja PUC-Rio

A diminuição de massa do sistema de transmissão impacta diretamente na inércia veicular durante a aceleração, aumentando seu desempenho e diminuindo o consumo de combustível (GROSS, 2021). Quando uma massa se move para mais longe do eixo de rotação, torna-se cada vez mais difícil alterar a velocidade rotacional do sistema. Isto ocorre devido a massa carregar mais momento com ela ao redor do círculo e porque o vetor de momento está mudando mais rapidamente. Ambos os efeitos dependem da distância até o eixo. Dessa forma, quanto menor a massa, menor

o momento de inércia do veículo e é mais fácil para ele se mover. No caso da engrenagem, quanto menor a sua massa mais fácil será para ela rotacionar.

A diminuição da massa de um componente pode ser realizada a partir de técnicas de otimização estrutural. O método de otimização topológica (MOT) é um procedimento computacional utilizado para esculpir a melhor distribuição de material de uma estrutura dentro de um determinado espaço de projeto, conjunto de cargas e condições de contorno (TALISCHI, 2012). Ele permite uma caracterização mais ampla da geometria da estrutura a ser otimizada. O número de variáveis de projeto desse método geralmente é grande, estando diretamente relacionado ao refinamento da malha por elementos finitos. Como resultado do processo, obtém-se a peça "ótima". A distribuição de material consiste em determinar quais pontos do domínio conterão material e quais pontos estão vazios, segundo Bendsoe (2003).

O fato da técnica de otimização abordada trabalhar em um domínio fixo do Método dos Elementos Finitos (MEF) faz com que sua aplicação para um domínio como o da engrenagem, tridimensional, tenha somente o custo computacional usual do MEF de operar esse modelo. Na análise de resultados, é preciso ficar atento ao grau de definição do resultado. Caso os resultados mostrem elementos que estão se alternando em um padrão de sólido e vazio (checkboard), ilustrado na Figura 2, é preciso aplicar um filtro de sensibilidade existente no software de simulação para distribuir o material de forma mais homogênea ou realizar um refino de malha (GIMENES, 2018)



Figura 2: Problema de checkboard em método de otimização topológica padrão

Fonte: Artigo sobre problema de Checkboard [4]

2 FUNDAMENTOS

2.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA

O objeto de estudo do presente trabalho é uma engrenagem de dente helicoidal da caixa de redução do novo protótipo Mini Baja da equipe Reptiles Baja PUC-Rio, batizado de Agama. Ele possui um sistema de transmissão com redução em dois estágios, formada por uma CVT e uma caixa de redução por ECDH (Engrenagem Cilíndrica de Dentes Helicoidais). O grande propósito deste segundo estágio de redução é ampliar o torque de saída da CVT e transmiti-lo para o par de juntas homocinéticas. Os elementos que compõem a caixa de redução do Agama são: engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais, eixos, rolamentos, chavetas e as tampas da caixa. A imagem do objeto de estudo está disponibilizada logo abaixo (Figura 3):





Fonte: Equipe Reptiles Baja PUC-Rio

A partir da necessidade em desenvolver um sistema de trem de força otimizado e, consequentemente, um veículo mais eficiente e econômico objetivando

melhores resultados nas competições que o automóvel disputa, as técnicas de otimização topológicas serão aplicadas nessa engrenagem, também chamada de coroa. A coroa a ser otimizada possui massa de 1,483 kg e volume de 1,889e+005 mm³ ainda não passou pelo processo de manufatura, pois é de interesse da equipe fabricá-la somente quando estiver otimizada, para evitar desperdícios.

2.2 ENGRENAGENS

Engrenagens são elementos de máquinas usadas na transmissão de movimento entre eixos que não se cruzam. A proporção e o diâmetro entre duas engrenagens definem as velocidades rotacionais e o torque que se quer atingir em um sistema rotativo. À medida que uma engrenagem gira, seus dentes se encaixam de maneira sucessiva nos dentes de outra engrenagem, transmitindo assim o movimento.

As engrenagens podem ser classificadas quanto ao seu formato e posição. Os principais tipos de engrenagens são: as cilíndricas, de dentes retos ou helicoidais, as cônicas, com eixos perpendiculares e convergentes e as sem-fim, com eixos perpendiculares e não convergentes (BUDYNAS, 2016). Cada tipo de engrenagem possui suas características de transmissão. Nas Figuras 4 e 5 podemos ver um exemplo de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos e de uma sem fim:

Figura 4: Engrenagem cilíndrica dente reto



Fonte: *policompcomponentes.com.br/produtos/engrenagem-dente-reto/* acessado em 21/04/2022



Figura 5: Engrenagem sem fim e rosca helicoidal

Fonte: researchgate.net/figure/Figura-51-Engrenagem-de-parafuso-sem-fim-rodahelicoidal_fig1_301732085 acessado em 21/04/2022

Um par de engrenagens cilíndricas de dentes retos quase sempre é usinado na forma de uma envolvente de círculo para rolarem quase sem deslizar durante o engrenamento (minimizando seu desgaste e maximizando o rendimento). Elas não geram cargas axiais e podem ser bem ruidosas, diferente das helicoidais, que geram cargas axiais e trabalham de forma pouco ruidosa. O engrenamento entre os dentes inclinados ocorre de forma progressiva, isto é, inicia-se com um contato pontual, o qual se vai desenvolvendo ao longo de uma linha à medida que o engrenamento vai progredindo. Isso faz com que as forças de contato entre os dentes sejam transmitidas de forma gradual, tornando as engrenagens mais suaves e silenciosas que as de dente reto.

Esses dois tipos de engrenagem, em boas condições, ou seja, quando seus dentes envolventes rolam quase sem deslizar, quando a montagem é rígida e precisa e a lubrificação é de boa qualidade, possuem alta eficiência mecânica.

Portanto, visto que cada tipo de engrenagem possui sua característica de transmissão, é necessário escolher para o seu projeto aquela que melhor se adapte à situação desejada. Ao optar pela engrenagem correta, a máquina vai precisar de menos energia para realizar um trabalho mais pesado, ou mais rápido, por exemplo. A Reptiles Baja PUC-Rio, com a intenção de desenvolver novos conhecimentos para equipe optou por desenvolver o protótipo Agama com engrenagens helicoidais,

diferentemente do que vinha fazendo com protótipos antigos, que utilizavam engrenagens cilíndricas de dentes retos.

2.3 PARÂMETROS GEOMÉTRICOS

Os Parâmetros foram cedidos pela equipe Reptiles Baja PUC-Rio e não é do escopo do trabalho interferir nesses parâmetros de projeto. No processo de dimensionamento das engrenagens primeiro determinou-se que a redução seria feita em dois estágios, para que os eixos de entrada e saída girem no mesmo sentido e que a relação de redução (r) de cada par de engrenagem da caixa seria de 3.10, com o intuito de reduzir o volume da caixa. Após essa etapa, definiu-se o ângulo de pressão transversal (φ_t) igual a 20°, por recomendações de literaturas e o ângulo de hélice (Ψ) igual a 30°, entretanto, os ângulos podem ser modificados futuramente para adequar as forças geradas que os projetistas gostariam. Essas definições primárias têm o intuito seguir recomendações de projeto de engrenagens helicoidais que possuem maior ângulo de hélice quando alcançam velocidades angulares maiores. Por fim, definiu-se o módulo normal (M) igual a 3, valor que também pode ser alterado futuramente para se adequar ao cálculo de fadiga esperado e a largura da engrenagem (l) igual a 18 mm.

A partir destes parâmetros, foi possível encontrar o número de dentes dos pinhões através da Equação 1 segundo Budynas (2008).

$$Z_p = \frac{2k \cos\Psi}{(1+r)sen^2\phi_t} \left[r + \sqrt{r^2 + (1+2r)sen^2\phi_t} \right]$$
(1)

onde,

Z_p: Número de dentes do pinhão

k: Fator de forma do dente

A equação resulta no número de 11 dentes para o pinhão. Com este dado, é calculado o número de dentes da coroa multiplicando Z_P pela relação de redução definida, resultando em 34 dentes para coroa (Z_c). Com o número de dentes da coroa,

O cálculo dos parâmetros como módulo aparente (M_a), passo normal (P_r), passo aparente (P_a), diâmetro primitivo (D_p), diâmetro externo (D_e), diâmetro interno (D_i), altura do dente (h) são realizados através das equações 2,3, 4, 5 e 6, descritas a seguir:

$$M_a = \frac{M}{\cos(\Psi)} \tag{2}$$

$$D_p = M \cdot Z_c \tag{3}$$

$$D_e = D_p \cdot (2M) \tag{4}$$

$$D_i = D_p - \left(2 \cdot \frac{1,25}{p}\right) \tag{5}$$

$$P_a = \frac{D_p \cdot \pi}{Z_c} \tag{6}$$

$$P_r = P_a \cdot \cos(\Psi) \tag{7}$$

$$h = 2,167 \cdot M \tag{8}$$

A tabela 1, imediatamente a seguir, consolida todos os parâmetros considerados cruciais para o dimensionamento de uma engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais. Todos os parâmetros foram fornecidos pela Equipe Reptiles Baja PUC-Rio e utilizados no projeto da engrenagem.

IDE	NTIFICAÇÃO DO PARÂMETRO	VALOR	UNIDADES
Mn	MODULO NORMAL	3	mm
Mt	MODULO TRANSVERSAL	3,464101615	
Z	N° DE DENTES	34	
Dp	DIAMETRO PRIMITIVO	117,7794549	mm
De	DIAMETRO EXTERNO	123,7794549	mm
Di	DIAMETRO INTERNO	110,2794549	
d	PASSO DIAMETRAL	117,7794549	mm
pt	PASSO TRANSVERSAL	10,88279619	
pn	PASSO NORMAL	9,424777961	
рх	PASSO AXIAL	18,84955592	
h	ALTURA DO DENTE	6,75	mm
1	LARGURA DA FACE	18	mm
φn	ÂNGULO DE PRESSÃO NORMAL	20,00	0
φt	ÂNGULO DE PRESSÃO TRANSVERSAL	22,79587726	0
Ψ	ÂNGULO DE HÉLICE	30,00	0
	SENTIDO HÉLICE	DIREITA	

Tabela 1: Principais parâmetros geométricos da engrenagem

2.4 PROPRIEDADES MECÂNICAS

Para realização da análise estrutural da engrenagem e, posteriormente, realização da otimização topológica, é imprescindível conhecer as propriedades mecânicas do material do objeto de estudo. A equipe Reptiles Baja PUC-Rio estudou diversos tipos de ligas de aço para finalmente escolher o aço SAE 8620, temperado, revenido no óleo e cementado (profundidade de 0.8 mm), com dureza final de 62-64 HRc. Este material é bastante utilizado em engrenagens de pequena ou média dimensão.

A tabela 2 apresenta os valores das propriedades mecânicas deste material após tratamento de endurecimento:

Propriedade	Valor	Unidade
Densidade	7,85	g/cm3
Módulo de Young	210	GPa
Limite de escoamento	833	MPa
Resistência à tração	1157	MPa
Coeficiente de Poisson	0,3	

Tabela 2: Propriedades mecânicas do aço SAE 8620 temperado e revenido

2.5 CARREGAMENTOS

A premissa de dimensionamento de carregamento se dá para o caso de carga mais crítico, ou seja, na situação de torque máximo do motor. Segundo o Regulamento Administrativo e Técnico Baja SAE BRASIL (RATBSB, 2019) o motor para protótipos como o "Agama" é padronizado, sendo utilizado o Briggs & Stratton OHV Vanguard Model 20 (série 20), de 10 HP e 305 cc, cujo torque máximo é de 19.62 N.m a 2900 rpm, rotação em que a potência é de 5.96 HP.



Figura 6: Motor Briggs & Stratton série 20

Fonte: https://jardimmaq.commercesuite.com.br/motores-e-geradores/motor-baja-10-0-hpbriggs-stratton-19/232-0054-g1 acessado em 28/04/2022

Os dados do motor foram obtidos através do estudo comparativo entre motores Briggs & Stratton série 19 versus série 20 na Competição Nacional Baja SAE 2019 realizado pelo Instituto Mauá de Tecnologia e idealizado pelo Comitê Técnico Baja SAE BRASIL no segundo semestre de 2018 (tabela 3).

Os dados da tabela foram replicados no Excel e, a partir dele, montou-se o gráfico da curva do motor ilustrado na Figura 7. Os dados e o gráfico são utilizados para identificar o caso mais crítico de incidência de esforços. O torque de saída do motor ainda será impulsionado por uma relação de redução de 3 na CVT e depois chegará na caixa de redução.

Series/Curve:	S20/ 1				
Comments:	engine governor <u>NOT</u> working				
Engine Speed	Correction Factor	Observed Torque	Observed Power	Corrected Torque	Corrected Power
[RPM]	[-]	[N.m]	[kW]	[N.m]	[kW]
1500	1,08	17,87	2,81	19,30	3,03
1700	1,08	18,49	3,29	19,96	3,55
1900	1,08	19,13	3,81	20,66	4,11
2100	1,08	19,26	4,24	20,81	4,58
2300	1,08	19,63	4,73	21,20	5,11
2500	1,08	19,77	5,17	21,35	5,59
2700	1,08	19,58	5,54	21,15	5,98
2900	1,08	19,62	5,96	21,19	6,44
3100	1,08	19,34	6,28	20,89	6,78
3300	1,08	18,78	6,49	20,28	7,01
3500	1,08	17,61	6,45	19,02	6,97
3700	1,08	11,51	4,46	12,43	4,82
3750	1,08	7,37	2,89	7,96	3,12
3800	1,08	2,13	0,85	2,30	0,92

 Tabela 3: Dados do estudo comparativo entre motores Briggs & Stratton

Figura 7: Gráfico da curva do motor a partir dos dados do estudo do motor



N.m versus RPM

Fonte: Gráfico obtido no Excel

A força normal de contato (W) nas engrenagens helicoidais pode ser dividida nas componentes tangencial (W_t), radial (W_r) e axial (W_a). A primeira força calculada é a tangencial, que é obtida a partir do torque que chega na caixa de redução (torque de saída do motor multiplicado pela relação de redução na CVT). Ela é a força mais importante de ser calculada justamente por ser responsável pelo movimento da engrenagem e por atuar na direção dos eixos das rodas deve-se à própria inclinação dos dentes (MELCONIAN, 2009). A existência de uma componente axial diferencia o caso de carga quando comparado com engrenagens de dentes retos (GOULART, 2017). A Figura 8 mostra a distribuição dessas forças em uma engrenagem helicoidal:



Figura 8: Forças que incidem em uma engrenagem helicoidal

Fonte: BUDYNAS (2008)

2.6 ANÁLISE ESTRUTURAL

A função de uma análise estrutural é calcular o efeito das condições de carga estática em uma estrutura, ignorando os efeitos de inércia e amortecimento, como aqueles causados por cargas variáveis no tempo. A partir desse estudo, podemos projetar e dimensionar o elemento estrutural, verificar se o elemento respeita às condições de segurança, avaliar sua capacidade de resistência, analisar casos de falha entre outras finalidades. Portanto, a parte da análise estrutural é a previsão do desempenho de uma dada estrutura sob cargas prescritas (KASSIMALI, 2015)

A execução de uma análise estrutural engloba 4 estágios (Figura 9):



Figura 9: Etapas realização de análise estrutural

A primeira etapa envolve o entendimento ou reconhecimento da estrutura como é construída. O segundo estágio implica no desenvolvimento de um modelo analítico que representa matematicamente a estrutura, incorporando todas as teorias e hipóteses feitas para descrever a estrutura. A etapa seguinte envolve a concepção de um modelo discreto a partir do modelo analítico, onde um conjunto de parâmetros passa a representar o comportamento da estrutura. Este tópico merece destaque e será aprofundado logo a seguir. Por fim, na última etapa, utiliza-se um programa interativo no computador para realizar a simulação.

2.6.1 Método de Elementos Finitos

Como visto anteriormente, na etapa de modelo discreto da análise estrutural o comportamento analítico do modelo estrutural é substituído por um comportamento discreto, em que as soluções analíticas contínuas são representadas pelos valores discretos dos parâmetros analisados, sendo este o processo de discretização (MARTHA, 2017).

Para estruturas contínuas, recomenda-se utilizar uma formulação em deslocamentos do Método de Elementos Finitos (MEF). O MEF subdivide o domínio de uma estrutura em partes menores, mais simples, chamadas de elementos finitos (usualmente triângulos ou quadriláteros). Esses elementos são descritos por equações diferenciais e resolvidos por modelos matemáticos, para que sejam obtidos os resultados desejados. A subdivisão do domínio em elementos e nós é denominada malha.

As vantagens de se utilizar o método de elementos finitos são: representações precisas de geometrias complexas, inclusão de representações distintas em materiais

dissimilares e identificação de efeitos localizados, como concentração de tensões (REDDY, 2006).

2.7 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Antigamente, as análises e otimizações de estruturas eram feitas de forma experimental e analítica. Com o advento tecnológico e o surgimento de computadores cada vez mais potentes, surgiu o método computacional de análise e otimização, mudando de uma vez por todas a dinâmica dessas atividades. Dessa forma, existem 3 tipos de otimizações de estruturas hoje: a paramétrica, a de forma e a topológica. A estratégia da otimização paramétrica consiste na variação de dimensões dos componentes estruturais e na otimização de forma, as características principais dos componentes são mantidas, ou seja, pré-definidas (SILVA, 2021).

Na otimização topológica, como mencionado no tópico 1.2, objetiva-se esculpir a melhor distribuição de material de uma estrutura dentro de um determinado espaço de projeto, conjunto de cargas e condições de contorno. A distribuição ótima de material envolve verificar quais pontos no domínio conterão material isotrópico e quais pontos estão vazios (BENDSOE, 2003). A Figura 10 ilustra um exemplo de cada tipo de otimização:



Fonte: edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5419091/mod_resource/content/1/aula05_slides.pdf acessado em 01/05/2022

O método computacional de otimização topológica pode ser determinístico ou probabilístico, em conjunto com um método de análise numérica, como o MEF.

Seguindo o propósito de distribuir material no interior de um domínio fixo de projeto, a otimização busca satisfazer as restrições impostas ao problema minimizando ou maximizando a função objetivo especificada, que é justamente a função de uma ou mais variáveis de projeto que se quer otimizar. Alguns exemplos de função objetivo são: minimizar *compliance* (maximizar rigidez), maximizar frequências naturais, minimizar massa, minimizar volume.

As etapas para gerar uma topologia ótima, ilustradas pela Figura 11 são: primeiro define-se o domínio de otimização, de onde surgirá a nova topologia. Depois o domínio é discretizado pelo MEF, onde ocorre aplicação das condições de contorno. Em seguida, o software utilizado realiza um processo iterativo para redistribuir o material no domínio especificado, visando atender aos objetivos pré-determinados. Por fim, realiza-se uma etapa de verificação e validação da nova geometria a partir de uma nova simulação. (GIMENES, 2018).



Figura 11: Procedimento de projeto de otimização topológica.

3. METODOLOGIA

3.1 CONFIGURAÇÕES DAS PROPRIEDADES DO MATERIAL

O desenvolvimento do trabalho foi realizado através do software ANSYS Workbench [1]. Primeiramente, no software, é preciso definir o material da estrutura a ser utilizado na funcionalidade *"Engeneering Data"*. Como o aço 8620 temperado, revenido e cementado nas condições abordadas na seção 2.4 não está catalogado na biblioteca de materiais do programa, torna-se necessário definir as propriedades listadas na tabela 2. A Figura 12 ilustra a ferramenta para definir tais propriedades:

Properti	rties of Outline Row 3: Aço 8620 👻 🖣				×
	A	В	с	D	Е
1	Property	Value	Unit	8	φJ
2	🔀 Material Field Variables	III Table			
3	🔁 Density	7850	kg m^-3		
4	🗷 🔞 Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion				\square
6	😑 🎽 Isotropic Elasticity				
7	Derive from	Young's Modulus and Poisson			
8	Young's Modulus	210	GPa 💌		
9	Poisson's Ratio	0,3			
10	Bulk Modulus	1,75E+11	Pa		
11	Shear Modulus	8,0769E+10	Pa		
12	🗷 🔀 Strain-Life Parameters				
20	🗷 🚰 S-N Curve	Tabular			
24	🔀 Tensile Yield Strength	1157	MPa		
25	🔀 Compressive Yield Strength	1157	MPa 💌		
26	🔀 Tensile Ultimate Strength	833	MPa 💌		
27	Compressive Ultimate Strength	0	Pa 💌		

Figura 12: Configuração das propriedades mecânicas do aço 8620 no Ansys

3.2 CONFIGURAÇÕES DE MALHA

Para executar uma simulação numérica do componente utilizando o método de elementos finitos, é de suma importância escolher o elemento mais adequado em função do tipo de análise a ser realizada, para que a malha de elementos finitos seja gerada.

O elemento finito utilizado na modelagem foi o SOLID187, um elemento tetraédrico de segunda ordem, com 10 nós e com três graus de liberdade de translação em cada nó. Esse elemento apresenta bons resultados nos seguintes tipos de análises: rigidez de tensão, grandes deslocamentos, grandes deformações, plasticidade, hiperelasticidade e fluência.

Inicialmente foi gerada uma malha genérica, utilizando os parâmetros de referência do elemento configurados automaticamente pelo software. Entretanto, para obter melhores resultados, isto é, aumentar a precisão do nosso modelo de otimização topológica, foi feito um refinamento da malha a partir da diminuição do tamanho do elemento presente no componente. O tamanho escolhido para o novo elemento é de 2 mm, resultando em uma quantidade de elementos e nós de 47.069 e 211.053 respectivamente. A partir dessa diminuição, houve um aumento significativo do custo computacional da operação. A Figura 13 mostra a configuração da malha no software e a 14 mostra a malha já definida no corpo a ser otimizado.

-				
=	Display			
	Display Style	Use Geometry Setting		
-	Defaults	Defaults		
	Physics Preference	Mechanical		
	Element Order	Program Controlled		
	Element Size	2, mm		
+	Sizing			
+	Quality	Quality		
+	Inflation			
+	Advanced			
Ξ	Statistics			
	Nodes	211053		
	Elements	47069		

Figura 13: Configuração da malha no objeto de estudo



Figura 14: Malha distribuída no componente a ser otimizado

3.3 CONFIGURAÇÕES DE CARREGAMENTO

Como visto na seção 2.5, para dimensionamento do carregamento, a premissa se dá para o caso de carga mais crítico, ou seja, para o caso de torque máximo do motor. Pela Figura 7, descobre-se a partir do gráfico que o torque máximo é 19.62 N.m a 2900 rpm, rotação em que a potência é de 5.96 HP. Sabendo que a redução máxima na CVT é na relação de 3, obtemos o valor do torque de entrada da caixa de redução, o torque do primeiro pinhão da caixa, igual a 58,86 N.m. É importante ressaltar que as perdas da transmissão da CVT foram desconsideradas para realizar a análise estrutural e a otimização em uma circunstância mais conservadora.

A equação a seguir nos dá a relação entre as velocidades angulares (R) do pinhão e da coroa. A transmissão é feita pelo contato entre os dentes e a distância do contato para o centro da engrenagem é dada pelo raio primitivo:

$$R = \frac{w_p}{w_c} = \frac{d_c}{d_p} \tag{8}$$

onde,

 d_c : diâmetro primitivo da coroa d_p : diâmetro primitivo do pinhão w_c : velocidade angular da coroa w_p : velocidade angular do pinhão

Sabendo que:

$$Pot = T \cdot w \tag{9}$$

onde,

Pot: Potência

T: Torque

E assumindo a hipótese de conservação de potência, temos:

$$Pot_p = Pot_c \to T_p \cdot w_p = T_c \cdot w_c \tag{10}$$

Portanto:

$$T_c = \frac{T_p \cdot d_c}{d_p} = 181,953 \, Nm \tag{11}$$

Assim, sabe-se que o torque que chega na primeira coroa da caixa de redução, nosso objeto de estudo, é de 181,953 N.m. A partir desse torque, é possível descobrir a força tangencial que atua no dente helicoidal da engrenagem a partir da equação abaixo:

$$T_c = W_t \cdot r_p \tag{12}$$

onde,

 r_p : Raio primitivo

Dessa maneira, obtém-se o valor de 3089,725 N de força tangencial. As forças radial (W_r), axial (W_a) e normal (W) serão obtidas através das seguintes equações 12, 13 e 14:

$$W_r = W_t \cdot tan(\phi_t) \tag{13}$$

$$W_a = W_t \cdot tan(\psi) \tag{14}$$

$$W = \frac{W_t}{\cos(\phi_n) \cdot \cos(\psi)} \tag{15}$$

onde,

 ϕ_t : Ângulo de pressão tangencial

 ϕ_n : Ângulo de pressão normal

 ψ : Ângulo de hélice

Obtém-se, portanto, o valor de 1298,534 N, 1783,854 N para as componentes radial e axial respectivamente e um valor de 3796,680 N para a força normal. Uma vez que a engrenagem está fixa, foi decidido configurar uma pressão na face do dente que entra em contato com a outra engrenagem, pois simplifica o processo de aplicação de carregamentos e é consistente com o modelo a ser otimizado. Nesse

caso, é a face esquerda do dente, visto que a engrenagem gira no sentido horário. O método de configuração dos carregamentos tangencial, radial e axial seria mais complexo porque as forças dependem da direção que está variando com o ângulo.

Desse modo, sabendo que a área do dente (A_d) é 180 mm² obtemos o valor da pressão que incide na face do dente através da equação:

$$P = \frac{W}{A_d} \tag{16}$$

Resultando em uma pressão de 27,867 MPa. A Figura 15 ilustra a incidência da pressão na face de contato do dente:



Figura 15: Aplicação da pressão na face do dente

3.4 CONFIGURAÇÕES DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Antes de realizar a análise estrutural e a otimização topológica do componente, é necessário identificar a condição crítica de trabalho. Como explicitado na seção anterior, o pior cenário de carregamento é o caso de torque máximo do motor e deve-se considerar também o engrenamento a partir da inércia do veículo. Dessa forma, torna-se necessário reproduzir as condições limitando qualquer condição de movimento do objeto de estudo. Portanto, foi aplicado um suporte cilíndrico, fixado em

todas as direções, na face em contato com o eixo e aplicou-se também um suporte fixo nas faces do rasgo de chaveta, como pode ser observado nas Figuras 16 e 17:



Figura 16: Definição do suporte cilíndrico

Figura 17: Definição do suporte fixo



3.5 REALIZAÇÃO DA ANÁLISE ESTRUTURAL

Após avaliar a condição crítica de trabalho, aplicar as condições de contorno determinadas e assumindo os carregamentos previamente definidos na seção 3.1, é possível realizar as simulações estáticas. Nesse contexto, decidiu-se definir um carregamento para cada dente da engrenagem, de forma que fosse realizada uma análise estrutural para cada dente. Desse modo, foram realizadas 34 análises estruturais distintas para a Coroa. Os resultados esperados de tensão máxima e

deformação máxima para cada análise devem ser muito próximos, visto que a solução para o conjunto de equações de cada elemento da malha é numérica. A Figura 17 mostra um trecho do esquema de simulação do Ansys contendo algumas análises estruturais:



Figura 18: Parte do esquema de simulação no Ansys [1]

3.6 REALIZAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

3.6.1 Restrições de Otimização

Para aplicar as técnicas de otimização topológica na Coroa depois da análise estrutural, é necessário determinar quais são as regiões de otimização e de exclusão, ou seja, as regiões onde a otimização pode ou não operar. Nas regiões marcadas como região de exclusão, não haverá redistribuição de material.

No caso do objeto de estudo do presente trabalho, foi determinado que as regiões de exclusão são os dentes das engrenagens, isto é, todas as faces que circundam o componente e também as faces internas da engrenagem que são as faces do rasgo de chaveta e a que entra em contato com o eixo. As regiões de otimização e exclusão estão ilustradas na Figura 19.

Além dessas restrições de região de otimização, foram aplicadas restrições de centro de gravidade e de restrição de manufatura. A restrição de centro de gravidade foi aplicada devido a velocidade de giro da peça, que pode deslocar o centro de gravidade para fora do eixo de rotação devido a vibrações. Já a restrição de manufatura foi imposta, em um primeiro momento, com o intuito de impedir que a otimização crie regiões muito pequenas, impossíveis de se fabricar. Posteriormente será verificado que o resultado não é agradável e será imposta uma restrição de manufatura de simetria cíclica.



Figura 19: Regiões de otimização e exclusão da engrenagem

3.6.2 Objetivo da Otimização

O objetivo desta otimização é minimizar a quantidade de massa presente na estrutura. Foi estipulado no software a redução de 65% de massa, ou seja, uma retenção de no máximo 35% de massa original do componente. Sabendo que a massa original da peça é de 1,483 kg, pretende-se obter uma peça com no mínimo 0,519 kg que consiga suportar os mesmos esforços. Na opção "*Analysis Settings*" do *Ansys* [1], optou-se por manter os valores padrões do software, sendo o número máximo de iterações 500 com precisão de convergência 0,1%.

3.7 DESENVOLVIMENTO DA NOVA GEOMETRIA OTIMIZADA

A partir dos resultados obtidos de otimização topológica, é necessário realizar a modelagem da nova peça otimizada. Como o resultado do alívio mássico gerado pelo módulo de otimização é praticamente impossível de se fabricar, torna-se necessário realizar a modelagem da nova topologia decorrente deste resultado. A nova engrenagem deve ter seu processo de fabricação possível e prático de ser realizado.

O software escolhido para confecção do modelo da nova estrutura é o *SolidWorks* [12]. Haverá a importação da estrutura bruta otimizada e através dos recursos do programa, serão feitas as alterações necessárias para modelar a nova topologia. É extremamente importante destacar que após a confecção da nova estrutura, há a necessidade de realizar uma análise estrutural de validação e os resultados esperados de tensão e deformação máximas devem ser muito próximos da geometria original.

4. ANÁLISE DE RESULTADOS

4.1 RESULTADOS DA ANÁLISE ESTRUTURAL

Efetuadas as configurações das propriedades mecânicas do material, da malha, condições de contorno e carregamentos, é possível executar o *solver* de análise estrutural. Como mencionado na seção 3.4, foram realizadas 34 análises distintas, cada uma considerando um carregamento em um dente diferente, para assim concluir a análise completa da estrutura.

As análises individuais têm a obrigatoriedade de dar resultados bem próximos, por se tratar de soluções numéricas. É necessário analisar caso a caso para confirmar a compatibilidade dos resultados. Para isso, os dentes foram numerados de 1 a 34, sendo o número 1 o primeiro dente em cima do rasgo da chaveta e o resto segue a ordem de numeração crescente no sentido horário.

Os resultados de tensões máximas obtidos nas análises variam de 188 MPa e 192 MPa segundo o critério de Von Mises, sendo uma variação de 4 MPa aceitável para as configurações definidas. As deformações máximas deram aproximadamente 0,025, obtendo uma variação aceitável menor que 0,001. Os valores de tensões máximas nas análises estruturais são encontrados nas regiões do dente, ilustrado na Figura 21, e a deformação máxima ocorre na mesma região. As Figuras 20 e 22 ilustram a resposta da topologia toda ao carregamento submetido.



Figura 20: Resultado de tensão máxima na estrutura vista isométrica



Figura 22: Resultado de deformação máxima na estrutura vista isométrica



4.2 RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

A resposta da topologia ao carregamento será utilizada no módulo de otimização topológica. Como visto na seção 3.6, a região de otimização engloba o corpo da engrenagem, já as faces dos dentes e internas (em contato com o eixo e com a chaveta) são regiões restritas. O parâmetro de limitação é o de fração mássica,

objetivando manter pelo menos 35% da massa original, isto é, massa final menor ou igual a 0,35 da massa inicial

Em um primeiro momento, foi realizado a otimização topológica utilizando uma restrição de manufatura padrão do software. O resultado obtido de otimização convergiu com 33 iterações, entretanto, o software não gerou uma topologia simétrica com massa igual a 0,619 kg, volume igual a 75970 mm³. A estrutura alcançada é ilustrada nas Figuras 23 e 24:



Figura 23: Componente otimizado não-simétrico, vista isométrica

Figura 24: Componente otimizado não-simétrico, vista isométrica



Para obter uma peça possível de se fabricar, é necessário conseguir uma distribuição de massa simétrica no módulo de otimização estrutural. Portanto, para alcançar tal objetivo, aplicou-se no módulo de otimização um recurso de simetria cíclica denominado *design constraint*. Com este recurso, o software refez a distribuição de massa do elemento, originado os resultados mostrados nas Figuras 25 e 26. Este resultado obtido de convergiu com 17 iterações, gerando uma nova topologia de massa 0,7719 kg, volume igual a 98241 mm³.



Figura 25: Componente otimizado simétrico, vista isométrica

Figura 26: Componente otimizado simétrico, vista frontal



4.3 GEOMETRIA OTIMIZADA E VALIDAÇÃO

O resultado bruto obtido na seção anterior foi importado do *Ansys* [1] para o *Solidworks* [2], onde foram feitos os ajustes necessários para tornar a peça um objeto possível de se fabricar. A análise do resultado do módulo de otimização topológica permitiu identificar a existência de uma parede de espessura bem fina em uma das faces da engrenagem junto com alguns furos passantes. Já no resto corpo da engrenagem, identifica-se uma redistribuição de massa simétrica na estrutura, semelhante a ramificações.

Com esse resultado, concluiu que as regiões do corpo da engrenagem que não englobam as ramificações deveriam ser "descartadas", pois a espessura da parede é tão fina que não exerce um papel estrutural na topologia. Desse modo, foi aplicado um corte passante em todos essas regiões. Este processo de modelagem da nova estrutura originou a estrutura ilustradas nas Figuras 27 e 28:



Figura 27: Novo modelo de geometria otimizada, vista isométrica



Figura 28: Novo modelo de geometria otimizada, vista frontal

Para validar esta nova geometria, ela foi submetida a uma análise estrutural da mesma forma que foi feita na peça original, isto é, com a mesma configuração de malha, carregamento e condições de contorno. Realizando as análises nos 34 dentes da nova peça, foi identificado que os resultados apresentaram grande discrepância da peça original. Há um aumento considerável na tensão máxima que incide nos dentes, um comportamento que não era esperado.

A média das tensões máximas é de 281 MPa e as deformações máximas de 0,0739. Uma possível explicação para esse acontecimento é a existência de pequenos concentradores de tensão nos cortes extrudados da nova peça. Apesar de não se esperar um aumento das tensões, os valores obtidos são aceitáveis, pois a tensão máxima obtida (349,75 MPa no dente 31) não ultrapassa a tensão máxima suportada pelo componente, de 1157 MPa. As Figuras 29, 30 e 31 ilustram a análise estrutural do novo componente. Já as tabelas 4 e 5 apresenta a variação dos resultados obtidos nas análises das duas topologias. Esta variação foi calculada a partir dos valores máximos e mínimos obtidos de deformação e tensão.



Figura 29: Resultado de tensão máxima na nova geometria vista isométrica

Figura 30: Resultado de tensão máxima na nova geometria vista frontal



Tabela 4: Comparação de resultados da análise estrutural de tensão

	Tensão máxima de Von Mises (MPa)		
	Topologia antiga Nova topologia Variaçã		
Mínimo	0,0021807	0,04826	2113,05%
Máximo	191	349,75	83,12%



Figura 30: Resultado de deformação máxima na nova geometria vista isométrica

 Tabela 5:
 Comparação de resultados da análise estrutural de deformação

	Deformação máxima			
	Topologia antiga Nova topologia Variação			
Mínimo	0	0	0,00%	
Máximo	0,025	0,075	200,00%	

5. CONCLUSÕES

Conclui-se, a partir dos resultados obtidos no item 4, que a nova geometria otimizada da engrenagem da caixa de redução do veículo do tipo Mini-Baja teve uma redução considerável de massa (48%) comparada à estrutura original, sem comprometer a estrutura e atendendo ao objetivo do trabalho. Esta redução implica numa redução do seu momento de inércia, que representa uma melhora do desempenho do sistema de transmissão do veículo e na redução do consumo de combustível.

Visto que houve uma redução significativa de massa na estrutura, é possível afirmar que o recurso de otimização topológica é uma ótima alternativa para quem deseja diminuir a massa de algum componente. Contudo, é crucial a compreensão da formulação e funcionamento do módulo de otimização, ou seja, de todas as etapas que envolvem o módulo (geração de malha adequada, definição de carregamentos, condições de contorno e análise estrutural). A consequência de não definir corretamente sua malha, carregamento e condições de contorno é obter um resultado fora das especificações do projeto.

Além disso, apesar da nova estrutura não conseguir preservar os resultados de tensões e deformações máximas, os valores obtidos são aceitáveis já que nenhum deles ultrapassa o valor de resistência máxima do componente. Portanto, a validação foi positiva. Vale destacar a simplicidade da nova topologia, que não exige um processo de fabricação complexo e não muito mais caro que a forma original.

Como sugestão de trabalhos futuros, seguindo a ideia de otimização do sistema de transmissão do veículo, pode-se aplicar as técnicas de otimização topológica nos demais elementos do conjunto como as outras engrenagens da caixa, o eixo e a tampa da caixa de redução. Sugere-se, também, aplicar uma metodologia de simetria cíclica no software do trabalho atual e comparar com os resultados descritos neste trabalho.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] ANSYS Inc. Software ANSYS Student 2021 R1, 2022.

[2] BENDSØE, Martin P. Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications. 2. ed. [S. I.]: Springer, 2003. 370 p.

[3] BUDYNAS, R. G.; NISBETT, K. J. **Shigleys Mechanical Engineering Design**, 9. ed. McGraw-Hill, New York, NY, 2008.

[4] CHECKERBOARD PROBLEM IN FINITE ELEMENT BASED TOPOLOGY
 OPTIMIZATION. International Journal of Advances in Engineering & Technology, [S.
 I.], v. 6, p. 1769-1774, 1 set. 2013.

[5] GIMENES, R.; MORIGUCHI, S. K. **Aplicação de técnicas de otimização topológica via software**. Programa de iniciação científica, Escola de Engenharia

[6] GOULART, J. D. V. **Otimização topológica de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos.** Orientador: Anderson Pereira. 2017. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

[7] GROSS, Felipe. Otimização topológica de uma engrenagem do sistema de transmissão de um veículo do tipo Baja SAE. Orientador: Daniel Milbrath De Leon.
2021. 28 p. Monografia (Bacharelado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

[8] KASSIMALI, Aslam. Análise Estrutural. 5. ed. Carbondale: Cengage Learning, 2016.

[9] LECHNER, G.; NAUNHEIMER, H. Automotive Transmissions - Fundamentals, Selection, Design and Application. 2. ed. [S. I.]: Springer, 1999.

[10] MARTHA, L. F. **Análise de Estruturas: Conceitos e Métodos Básicos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017. ISBN 978-85-352-8625-0.

[11] MELCONIAN, Sarkis. 2009. **Elementos de Máquinas**. 9. ed. São Paulo : Editora Érica Ltda., 2009.

[12] SolidWorks Education Edition 2019.

[13] TALISCHI, C., PAULINO, G. H., PEREIRA, A., & MENEZES, I. F. (2012). **PolyTop: a Matlab implementation of a general topology optimization framework using unstructured polygonal finite element meshes.** Structural and Multidisciplinary Optimization, 45(3).

[14] REDDY, J. N. An Introduction to the Finite Element Method. 3. ed. [S. *l*.]: McGraw-Hill, 2006. ISBN 9780071267618.

[15] SAE Brasil. Regulamento administrativo e técnico Baja SAE Brasil, 2019.

[16] SILVA, I. A. N. T. da **Aplicação da otimização topológica no projeto de uma fresa de facear**. Orientador: Anderson Pereira. 2021. 44 p. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) - Pontifícia Universidade Católica do Estado do Rio de Janeiro, [S. I.], 2021.