

### III. Os arredores da nova filosofia da matemática de Wittgenstein

«...sua idéia era que o ato de pensar naquela ordem [expandir “2, 4, 6, 8...”] já tivesse, de uma certa maneira, executado todos aqueles passos: que quando você a pensou, sua mente como que voou na frente e decidiu todos os passos antes de você poder fisicamente chegar a este ou aquele ponto.» (PI, § 188, pg. 76)

#### 1. Introdução

O capítulo anterior terminou de uma forma desalentadora para o projeto filosófico de Wittgenstein. Procuramos descrever como a fidelidade incondicional do filósofo a uma única abordagem semântica – a conexão entre sentido e possibilidade – acabou deixando-o em uma posição filosófica completamente insustentável, em nosso entender. Wittgenstein se viu obrigado a *descartar como “absurdas” a quase totalidade das* proposições necessárias, a matemática e a filosofia *inteiras* aí incluídas. Como destacamos, o próprio *Tractatus* acaba com uma nota um tanto lúgubre. Em sua penúltima proposição, Wittgenstein reconhece que a desqualificação das proposições necessárias atinge também seu próprio projeto filosófico. Em um famoso processo de “auto-imolação filosófica”, todas as proposições daquela obra são descartadas, de uma tacada só, como sendo absurdas.

Neste capítulo daremos início à nossa exposição das concepções semânticas maduras de Wittgenstein, formuladas a partir de sua volta à atividade filosófica em 1928 (após quase uma década de interrupção), até sua morte em 1951. E, como talvez já pudéssemos prever, uma das

novidades mais importantes para toda essa nova fase do pensamento do autor é exatamente a *reabilitação da idéia de proposição necessária*. Wittgenstein agora, longe de *proscrever* toda essa classe de enunciados (como “*meros absurdos*”), vislumbra uma proposta *positiva* para o *tratamento semântico dessas sentenças*. Assistimos assim, nessa nova fase de seu pensamento, o surgimento de uma nova personagem no universo filosófico autor, as chamadas “*regras gramaticais*” ou simplesmente “*regras*”. Wittgenstein empregava essa nomenclatura um tanto idiossincrática para se referir, é claro, à antiga classe das proposições necessárias<sup>1</sup>, agora com seus “*direitos semânticos*” plenamente restabelecidos.

Não há como exagerar o impacto que essa nova entidade semântica causou no pensamento de Wittgenstein. Neste capítulo exploraremos apenas algumas dessas conseqüências, principalmente aquelas com reflexos sobre sua filosofia da matemática. Um traço de continuidade, no entanto, permanece inegociável, ligando firmemente as duas metades da filosofia do autor. Como também seria de se esperar, Wittgenstein, mesmo nessa nova fase, *não abre mão de sua antiga intuição semântica central*. A idéia de significatividade de uma proposição permanece atrelada a idéia de possibilidade (real). Essa conexão continua a desempenhar um papel central no pensamento do filósofo, mesmo em seus últimos textos, ainda que, como veremos, de uma maneira inteiramente revista. A introdução desse novo ingrediente teórico – as “*regras gramaticais*” – acaba transformando todo o pensamento do autor.

Como já antecipamos várias vezes, as próprias noções de “*sentido*” e de “*possibilidade*” sofrem alterações profundas. Diferentemente da primeira fase, a noção de sentido passa a ser a principal, e a de possibilidade, derivada. Mais importante do que isso, ocorre uma completa alteração na maneira de encararmos a idéia de significação de um ato lingüístico. Da forma como Wittgenstein encarava essa noção semântica na época do *Tractatus*, ela envolvia uma relação entre *duas entidades apenas: uma proposição* e o *espaço das possibilidades reais*. Como veremos, na sua fase madura, ocorre uma modificação completa na maneira como Wittgenstein concebe esse *cenário* mínimo necessário para encarmos a linguagem. Nessa nova

---

<sup>1</sup> Ou “*internas*”, na terminologia do *Tractatus*

fase de seu pensamento, esse “cenário mínimo” passa a envolver *três entidades distintas*: um *falante*, um *ouvinte*, além da “*realidade*” (atual e possível).

Seguindo uma nomenclatura proposta por Donald Davidson em 1982<sup>2</sup>, chamaremos a essa mutação na maneira de conceber os elementos que compõem a relação semântica fundamental de concepção “*triangular*” ou “*atributiva*” do significado. A escolha de nomenclatura não é casual. Essa nova abordagem do que seria um “cenário lingüístico mínimo” é um elemento crucial na conexão entre a filosofia de Wittgenstein e abordagens semânticas mais recentes. Estamos pensando na “semântica”<sup>3</sup> defendida por Quine a partir da publicação de *Word and Object*<sup>4</sup> e, ainda mais recentemente, pelo próprio Davidson<sup>5</sup>. Além disso, é nossa opinião que essa nova “virada atributiva” desempenha um papel fundamental na discussão contemporânea de vários setores da filosofia, como por exemplo, as discussões sobre a filosofia da mente.<sup>6</sup> Neste trabalho, não poderemos ir mais além do que explorar alguns poucos aspectos dessa nova abordagem em Wittgenstein, novamente com ênfase naqueles aspectos relevantes à sua filosofia da matemática.

Antes de nos envolvermos diretamente na exposição dos contornos específicos das propostas de Wittgenstein e darmos início à nossa apresentação de sua nova solução para as proposições necessárias, faremos uma pausa em nossa argumentação mais específica. A idéia é nos distanciarmos um pouco dos detalhes e encararmos a filosofia de Wittgenstein de um ponto de vista mais amplo. Nosso interesse será focar duas tendências muito gerais do pensamento de Wittgenstein, duas permanentes *recusas a certas soluções – extremamente naturais – para problemas semânticos*, soluções essas que o filósofo está sempre disposto a evitar, independentemente das dificuldades filosóficas que tal decisão lhe acarrete. Estamos nos referindo a duas *orientações negativas básicas* da filosofia de Wittgenstein: sua orientação

---

<sup>2</sup> Ver Føllesdal, D. *Triangulation*. Em Hahn, L. *The philosophy of Donald Davidson*. 1998. Pg. 719-28.

<sup>3</sup> Muitos autores não aceitariam chamar a proposta de Quine de uma “semântica”.

<sup>4</sup> Além de *Word and Object*, podemos mencionar também *Ontological Relativity and Other essays*, *Roots of Reference* e *Pursuit of Truth*.

<sup>5</sup> Ver os artigos reunidos em Davidson, D. *Truth and Interpretation*. 1984.

<sup>6</sup> Há conexões óbvias entre essa concepção semântica e a idéia de “externalismo” em filosofia da mente.

radicalmente *antirealista*, na filosofia da matemática, e seu *antimentalismo*, na semântica em geral.

Wittgenstein nunca parece estar disposto a aceitar o realismo platônico como explicação do significado das sentenças matemáticas. A idéia de que, “paralelamente” ao mundo *concreto*, objetos e estruturas *abstratas* funcionariam como o assunto sobre o qual versariam essas proposições é sempre descartada pelo filósofo. Da mesma maneira, Wittgenstein constantemente rejeita a idéia (igualmente natural) de que o significado, *em geral*, de nossas afirmações estaria ligado a entidades *mentais*, nossos pensamentos. Os dois traços que estamos nos referindo – *antirealismo* e *antimentalismo* – já estavam claramente presentes na época da redação do *Tractatus Logico-Philosophicus*, mas é na fase madura que elas passam a formar um todo mais coerente. O ponto fundamental que pretendemos defender é de que essas duas tendências se revelam, de fato, *conectadas*. E é a compreensão *dessa conexão*, muito geral, entre *antirealismo* e *antimentalismo*, que, acreditamos, nos ajudará a entender melhor certas estranhas escolhas e soluções mais específicas oferecidas por Wittgenstein em sua filosofia madura. Essa antecipação em nossa exposição, apesar de envolver certos perigos, deverá ajudar na compreensão do *movimento geral* de argumentação por ele adotada.

Nossa estratégia de argumentação terá a seguinte estrutura. Inicialmente procuraremos mostrar que a razão pela qual Wittgenstein toma uma posição tão radicalmente *anti-realista* na filosofia da matemática é *a mesma* que o leva a rejeitar qualquer *abordagem mentalista* para semântica. Na base de sua intransigente recusa a essas duas soluções tradicionais – o realismo, para o problema da significatividade das sentenças matemáticas, e o mentalismo, para a significatividade das sentenças em geral – está um único medo. No entender do filósofo, essas duas posições filosóficas seriam inaceitáveis porque nos levariam diretamente a uma curiosa forma de *ceticismo*, a possibilidade de uma falência generalizada de todos os atos comunicativos, em uma situação que chamaremos de “*solipsismo lingüístico*”. Assim, a razão que leva Wittgenstein a evitar, a todo custo, essas duas soluções tão naturais e intuitivas é que, em seu entender, qualquer uma das duas nos levaria a mesma catástrofe, o solipsismo de que falamos.

## 2. O antirealismo semântico de Wittgenstein

Um dos traços mais marcantes de toda a filosofia da matemática de Wittgenstein, do *Tractatus Logico-Philosophicus* até a fase mais madura de sua filosofia, é sua permanente recusa a entender as proposições dessa ciência como se constituindo em afirmações *sobre* estruturas e objetos *abstratos*. Wittgenstein jamais aceita que, da mesma forma que as ciências empíricas teriam como objetivo descobrir verdades a respeito do *mundo concreto*, as ciências ditas formais falariam sobre um outro mundo, um *mundo ideal*. Ou seja, que essas ciências, de modo paralelo às suas congêneres empíricas, também teriam como objetivo último o estabelecimento de *verdades*, não sobre o mundo empírico, mas sobre esse outro *mundo ideal*. De fato, em conhecido artigo sobre a filosofia de Wittgenstein, o comentador Robert Fogelin chega a *identificar* a totalidade da filosofia da matemática do autor com esse antirealismo:

Virtualmente tudo o que Wittgenstein diz a respeito de matemática forma parte de uma crítica do Platonismo (ou Realismo) naquele campo; a maior parte do resto é uma crítica a tentativas mal sucedidas de se evitar Platonismo.<sup>7</sup>

Mesmo que aceitássemos a sugestão de Fogelin, e identificássemos completamente a filosofia da matemática de Wittgenstein com o anti-realismo, precisaríamos fazer urgentemente uma ressalva, sem a qual aquele rótulo seguramente produziria toda a sorte de mal entendidos. Da maneira como essa posição filosófica é normalmente entendida, o realismo envolveria uma tese de cunho claramente *ontológico*: a postulação de objetos e estruturas abstratas, existindo paralelamente às estruturas e objetos concretos. Assim, seria natural compreendermos a posição *contrária*, a tese do *anti-realismo*, como aquela que simplesmente *negaria a existência* desse

tipo de objetos.<sup>8</sup> Nada seria mais distante, no entanto, da real posição do autor. Se quisermos classificar sua posição como anti-realista, então esse anti-realismo *não pode jamais ser formulado como uma tese ontológica*.

Para Wittgenstein, o anti-realismo faz parte de um grande princípio orientador de sua filosofia, princípio esse de fundo *puramente semântico*. O que essa abordagem semântica reza, na versão adotada pelo filósofo, é apenas a máxima de *nunca aproximar o tratamento semântico de sentenças necessárias àquele dispensado às sentenças contingentes, empíricas*. Como vimos no segundo capítulo, quando Wittgenstein, no *Tractatus*, falava em “proposições”, ele estava normalmente se referindo apenas ao que normalmente chamamos proposições *contingentes*. As outras proposições – necessárias – eram (quase) todas elas, sumariamente descartadas como absurdos. Já na segunda fase de seu desenvolvimento, o autor finalmente aceita a idéia de uma *proposição necessária* (não absurda). No entanto, Wittgenstein continua convencido de que boa parte dos erros e enganos da filosofia seriam devidos a confusões decorrentes da mistura desses dois tipos de proposições:

Matemáticos, quando começam a filosofar, sempre cometem o engano de não levar em conta a diferença de função entre proposições matemáticas e proposições não matemáticas. (LFM, palestra XII, pg. 111)

Estas discussões tem um objetivo mostrar a diferença essencial entre os usos de proposições matemáticas e os usos de proposições não matemáticas que parecem ser exatamente análogas a estas. (LFM, palestra XII, pg. 111)

O anti-realismo de Wittgenstein, entendido como a exortação de um tratamento semântico completamente diferenciado para as proposições necessárias (em relação às contingentes), envolve fundamentalmente dois aspectos. Em primeiro lugar, um elemento

---

<sup>7</sup> Fogelin, R. *Wittgenstein and Intuitionism*. Em Shanker, S. *Ludwig Wittgenstein: critical assessments*. 1987. Vol.3. Pg. 228

<sup>8</sup> De fato, em outro texto, numa rápida caracterização da posição de Wittgenstein, Fogelin fala da “idéia de que não há objetos matemáticos ou lógicos”. Ver Fogelin, R. *Wittgenstein*. 1976. Pg. 211.

quase gramatical: a permanente recusa do filósofo em analisar a *sentenças necessárias* segmentando-as em termos de partes *sobre os quais estaríamos falando e partes que determinariam o que estamos afirmando*. Dito de uma forma mais direta (e um pouco imprecisa), a distinção sujeito/predicado só se aplicaria às proposições contingentes, jamais às necessárias. Com um pouco de apreensão, chamaremos a essa faceta do anti-realismo de Wittgenstein de “tese da *impredicatividade das proposições necessárias*”.<sup>9</sup>

O segundo aspecto fundamental do anti-realismo idiossincrático de Wittgenstein envolve uma recusa ainda mais radical. O filósofo insiste em aceitar *apenas a noção possibilidade real como a única modalidade alética aceitável*. O pensador austríaco constantemente rejeita qualquer menção a uma idéia de possibilidade puramente lógica, teórica. Para Wittgenstein, “possível” é sempre entendido como aquilo que pode *vir a acontecer* ou pode *ter acontecido*. Como veremos, esse aspecto do pensamento do autor o distingue, não somente da abordagem dos defensores da matemática clássica, comprometidos com todo o realismo envolvido na aceitação da teoria dos conjuntos, mas também de abordagens construtivistas que aceitam apenas o chamado “infinito potencial”.

Abordaremos inicialmente, ainda que de forma sumária, o que chamamos de “tese da impredicatividade das proposições necessárias”, i.e., sua recusa em analisar proposições assim em termos de nomes e uma predicação. Seremos breves a respeito desse preceito tão central para filosofia do autor porque o tema envolve ramificações por demais gerais, dentro daquela filosofia. Um tratamento adequado desse tema envolveria uma ampla exposição do que chamamos acima da “virada atributiva” da semântica aceita pelo filósofo, assunto que, como já antecipamos, transcende aos limites de nossa investigação. Nosso interesse maior estará voltado para o segundo aspecto fundamental do anti-realismo Wittgensteineano: sua insistência em não aceitar qualquer noção de possibilidade *puramente lógica*, completamente independente da idéia de uma possível *instanciação real*. É esse segundo traço que, como

---

<sup>9</sup> Nossa apreensão é compreensível: por “impredicatividade”, não estamos, de maneira nenhuma, nos referindo a tese da impredicatividade lógica, tal qual ela é usada, por exemplo, na obra de Poincaré.

argumentaremos, está diretamente associado ao perigo do “*solipsismo lingüístico*” e à recusa do filósofo em aceitar o mentalismo como explicação semântica.

### 3. *A impredicatividade na época do Tractatus*

Um dos primeiros *insights* de Wittgenstein, já claramente formulado em vários pontos de seu texto inaugural, *Notes on Logic*, é a tese de que afirmações lógicas como, por exemplo, a afirmação da idempotência da negação:

$$p \Leftrightarrow \neg \neg p$$

não deveriam ser encarados como envolvendo a atribuição de uma *propriedade* (idempotência) a um *objeto lógico* (a operação de negação).<sup>10</sup> Assim, segundo o filósofo, não deveríamos jamais nos deixar enganar pela aparente semelhança gramatical entre proposições lógicas como:

*a negação lógica é idempotente*

e proposições empíricas tais como:

*o Brasil é republicano*

Para Wittgenstein, já nessa época, essa analogia era apenas aparente. A similaridade de estrutura gramatical entre as duas proposições, longe de nos sugerir a *aproximação* de suas análises lógicas, deveria, isto sim, nos incutir uma indispensável «*desconfiança para com a gramática*» (ordinária), «*primeiro pré-requisito para o filosofar*», segundo o filósofo.<sup>11</sup> Já nessa época Wittgenstein introduz claramente o que nos referíamos como seu “antirealismo”. O

<sup>10</sup> Ver, por exemplo, o final do primeiro manuscrito e o início do segundo. NB, *Notes on Logic*. pg. 98

<sup>11</sup> Ver, NB, *Notes on Logic*. pg. 106

filósofo insiste que o tratamento semântico das proposições necessárias deveria ser completamente diverso daquele dispensado às proposições contingentes:

Uma explicação correta para as proposições lógicas deve dar a elas uma posição única em contraste com todas as outras proposições.<sup>12</sup>

Essa mesma insistência em distinguir a estrutura predicativa em contextos contingentes e não contingentes é mantida no *Tractatus Logico-Philosophicus*. Esse parece ser exatamente o assunto principal das duas dezenas de aforismos de número 4.12. Por exemplo, no aforismo 4.122, Wittgenstein distingue propriedades e relações *formais* (necessárias) de propriedades e relações “*propriamente ditas*” (i.e., *contingentes*). O filósofo introduz a nomenclatura “*interno/externo*” exatamente para enfatizar a distinção. E, como em *Notes on Logic* ele reafirma, mais uma vez, a importância de se distinguir as duas estruturas:

4.122<sub>(1-3)</sub> Em um certo sentido podemos falar em propriedades formais de objetos e estados de coisas, ou, no caso de fatos, sobre suas propriedades estruturais; e, no mesmo sentido, sobre relações formais e estruturais.

(Ao invés de “propriedade estrutural”, também direi “propriedade interna”; ao invés de “relação estrutural”, “relação interna”)

Introduzo essas expressões para indicar a fonte de confusão entre relações internas e relações propriamente ditas (relações externas), que é muito difundida entre filósofos.

---

<sup>12</sup> NB, *Notes on Logic*, pg. 107

No entanto, há um problema. No contexto do *Tractatus* torna-se transparente uma grave tensão no pensamento de Wittgenstein. O próprio aforismo 4.122 inicia afirmando que podemos falar em propriedades e relações formais apenas “*em um certo sentido*”. Ora, no trecho final desse mesmo aforismo, já citado por nós, percebemos, para nossa surpresa, que esse “certo sentido” em que uma propriedade ou uma relação formal poderia ser afirmada é, no mínimo, problemático. O filósofo, paradoxalmente, afirma que:

4.122<sub>(4)</sub>            É impossível, no entanto, asserir-se por meio de proposições que tais propriedades e relações internas se dão: antes isso se torna manifesto nas proposições que representam aqueles estados de coisas e que dizem respeito àqueles objetos.

A idéia de que se deveria distinguir fortemente a estrutura semântica de proposições necessárias (das contingentes) se confunde aqui com uma tese muito mais radical: sua sumária desqualificação como proposições. Intuições ligadas à concepção bipolar do sentido entram em conflito com a idéia de que deveríamos restringir a estrutura predicativa apenas às sentenças contingentes (a tese da impredicatividade das sentenças necessárias). Se essas primeiras sentenças – as contingentes – são *as únicas proposições propriamente ditas*, então, claramente, não há “nada mais a ser distinguido de nada”. Não faria sentido procurarmos diferenciar a estrutura semântica de proposições que, em realidade, sequer deveriam ser chamadas como tal.

#### ***4. A impredicatividade na fase madura***

Na seção anterior, vimos como a recusa de Wittgenstein em atribuir qualquer status semântico às proposições necessárias de certa maneira conflitava com uma outra intuição inicial de sua filosofia, a tese de que a solução de muitas dificuldades filosóficas dependia apenas de uma diferenciação forte no tratamento de proposições contingentes e não

contingentes (por exemplo, com a tese da impredicatividade dessas últimas). A solução do *Tractatus*, de simplesmente descartarmos quase todas as proposições necessárias, claramente esvaziava muito qualquer caráter mais substancial que a tese da impredicatividade das proposições necessárias pudesse ter.

Como já antecipamos, no entanto, uma das grandes novidades da segunda fase do pensamento do autor é exatamente a reabilitação da noção de proposição necessária via o novo conceito Wittgensteineano de “regra gramatical”. Assim, não deveria soar estranho o retorno, com força total, da tese da impredicatividade das proposições necessárias. De fato, a base de apoio textual para esse ponto é bastante impressionante.

Seria  $2 + 2 = 4$  uma proposição sobre 2 e 4? Compare esta proposição com “Não há mais nenhum homem nesta sala salvo Jack e John”. Sobre o que ela fala? A maior parte das pessoas diria que ela fala sobre Jack e John e esta sala. (...) ...se “Há dois homens aqui” é tomado como sendo sobre 2, então é enganoso dizer-se que “ $2 + 2 = 4$ ” é sobre 2, pois esta seria “sobre” em um outro sentido. (...) chamamos  $2 + 2 = 4$  de uma regra. (AWL *Lent Term 35*, palestra XIV, pg. 155)

...uma proposição matemática não é *sobre* seus constituintes no sentido em que “O sofá está na sala” é *sobre* o sofá. (LFM, palestra XXVI, pg. 254)

Suponha que eu diga “Prince tem umas calças azuis”; Aquela proposição é sobre as calças. (...)

E a respeito de “dois”, em “ $2 + 2 = 4$ ”? – mas isso não é sobre 2; é gramatical.

*Turing*: Não seria isso apenas uma questão de como estendermos o uso da palavra “sobre”?

*Wittgenstein*: Isso é um engano dos mais importantes. - É claro que você pode dizer que proposições matemáticas são sobre números.

Mas, se você fizer isso, estará quase certamente confuso. Porque não estará vendo que o que é sobre 2 no sentido que uma proposição é sobre um sofá, não é nunca uma proposição matemática. (LFM, Palestra XXVI, pg. 250-1)

Uma réplica interessante, para aqueles comentaristas do Wittgenstein maduro que alegam que, nessa fase final de seu pensamento, o filósofo era completamente refratário a formulação de teses substantivas em filosofia, seria desafiá-los a interpretar passagens como essas acima. Como interpretar esses trechos salvo da maneira como sugerimos, i.e., de que nelas Wittgenstein propõe uma tese extremamente geral sobre a impropriedade de se analisar proposições necessárias em termos de nomes e predicacões? O filósofo claramente nos exorta a não interpretarmos vários tipos de afirmações necessárias nos moldes de suas congêneres contingentes, tomando-as como afirmações, *sobre* certos objetos, de certas propriedades e relações.

Em um trecho especialmente marcante, Wittgenstein deixa claro que sua maior dificuldade em falar de objetos matemáticos não está propriamente no caráter *denotacional* – envolvendo um *apelo a entidades não lingüísticas* para explicar o sentido de proposições matemáticas. A idéia de que a sentença *inteira, indivisa*, se referisse a um *fato matemático* não parece tão pernicioso aos olhos de filósofo. Sua dificuldade maior está claramente com a idéia de *segmentar* certas partes dessa e imaginá-las como estando conectadas a objetos no mundo.

Se alguém fala sobre a realidade correspondente às proposições matemáticas, e examina o que quer dizer, pode distinguir duas coisas muito diferentes:

(1) Se falamos sobre uma proposição da experiência, podemos dizer que uma realidade lhe corresponde, se é verdadeira e podemos assertá-la.

(2) podemos dizer que uma realidade corresponde a uma palavra, digamos, a palavra “chuva” - mas aí queremos dizer algo bem diferente. (LFM, palestra XXVI, pg. 247)

Von Wright: Não me parece que haja uma diferença muito grande entre correspondência no caso de uma sentença e correspondência no caso de uma palavra.

Wittgenstein: Há uma enorme diferença. Suponha que eu fale da realidade correspondente a essa sentença. Eu posso querer dizer duas coisas inteiramente diferentes: (a) posso querer dizer que a sentença é verdadeira (b) posso querer dizer que há uma realidade correspondendo às palavras dentro dela - ou seja, que a sentença tem significado.<sup>13</sup>

Como veremos mais adiante, para Wittgenstein, a separação entre proposições necessárias e contingentes é tão fundamental para o filósofo que ele propõe que sequer deveríamos chamar as proposições necessárias de “verdadeiras”. Esse rótulo deveria ser reservado apenas à (certas) proposições contingentes. Aqui, no entanto, claramente a preocupação maior do filósofo não é com isso. Sua apreensão maior é mesmo com a idéia de desmembramos uma proposição necessária em partes, com “uma realidade correspondendo às palavras dentro dela”. Em poucas palavras, sua prioridade seria recusar a análise das proposições necessárias em termos da dicotomias sujeito/predicado (i.e., função e argumento)

seu alvo prioritário é a recusa de uma análise de proposições assim em termos da forma sujeito/predicado.

Como já antecipamos, não vamos poder discutir esse tema, a impredicatividade das sentenças necessárias, em toda a sua generalidade. Acreditamos que há uma importante conexão dessa discussão em Wittgenstein e a tese de W.V.O.Quine, exposta no segundo

capítulo de *Word and Object*, de que a estrutura predicativa não seria invariante sob traduções, i.e., sua famosa tese da *inescrutabilidade da referência*. Esse assunto, no entanto, transcenderia de muito os limites da presente investigação.

### 5. *Antirealismo e possibilidade lógica.*

Passemos agora para o segundo componente do antirealismo de Wittgenstein, a recusa de uma noção de possibilidade *puramente lógica*. Esse segundo componente anti-realista é de fundamental importância porque distingue a filosofia do autor, não somente de concepções mais tradicionais (aquelas normalmente classificadas como “platônicas”), mas também de concepções alternativas, construtivistas, concepções essas que poderíamos acreditar serem mais próximas das de Wittgenstein. A recusa de uma noção de possibilidade *puramente lógica*, ou seja, a insistência em dar conta da matemática inteira munido apenas da despojada noção de possibilidade *real*, distingue a filosofia do autor de todas as outras propostas conhecidas de abordagens filosóficas para a matemática. Razoável ou não, temos que reconhecer: a sugestão do filósofo austríaco é solitária.

Começemos do início. E o início é, novamente, o que chamamos de “*antirealismo*” de Wittgenstein *associado* a sua *concepção bipolar das proposições empíricas*. Como ressaltamos o antirealismo significava, para o filósofo, a insistência na diferenciação entre o tratamento semântico dispensado às proposições *contingentes*, em relação aquele dispensado às proposições *necessárias*. Se vamos aceitar *regras*, i.e., proposições não contingentes, essas devem merecer uma abordagem toda própria e especial, e nunca um tratamento que procure aproximá-las das proposições empíricas ordinárias.

A novidade, no entanto, é a forte conexão que Wittgenstein vê entre as noções de “sentido *de proposições empíricas*” e de “possibilidade *real*” (i.e., o que *pode vir a acontecer*).

---

<sup>13</sup> LFM, palestra XXVI, pg. 247.

Ou seja, o *próprio núcleo* do que o filósofo toma como seu “tratamento semântico” das proposições contingentes nada mais é do que a conexão entre o sentido (dessas proposições) e o espaço de possibilidades reais. Assim, no entender do filósofo, não poderia haver quebra mais importante do “princípio antirealista” do que procurarmos introduzir uma noção paralela de possibilidades puramente lógicas, em nosso tratamento semântico das proposições necessárias. Esse seria, sem dúvida, o pecado original que qualquer semântica *correta* (no entender do filósofo, é claro) deveria sempre evitar a todo o custo.

Wittgenstein se referia pejorativamente a essa concepção de uma “possibilidade paralela, puramente lógica”, como “possibilidade tomada como uma sombra da realidade”:

A dificuldade aqui é lutarmos contra a idéia da possibilidade como um tipo de sombra da realidade. (PG, parte II, seção II, § 10, pg. 281)

«Um dos enganos mais enraizados em filosofia é ver a possibilidade como uma sombra da realidade.» (PG, parte II, seção II, § 10, pg. 283)

Lembremos que para Wittgenstein não fazia sentido falarmos em uma realidade “puramente factual”, completamente independente de um espaço de possibilidades (de sentido) na qual aqueles fatos estivessem imersos. Ou seja, por “realidade” o filósofo entendia algo que incluída, não somente o que (sabemos) que efetivamente aconteceu, mas também o que é razoável que *pudesse ter acontecido* ou que *possa vir a acontecer*, i.e., a idéia de *possibilidade real*. E, assim, ao postularmos uma outra noção de possibilidade paralela, lógica, estaríamos criando um outro espaço, abstrato, que funcionaria como uma sombra da realidade:

Imaginamos estruturas possíveis e estruturas impossíveis, e as distinguimos ambas das estruturas reais. Dá a impressão de que em matemática mostramos quais as estruturas que são concebíveis, imagináveis, não as que são reais. LFM, palestra XV, pg. 145-6.

A idéia é que existe um mundo da geometria na qual as entidades geométricas existem. O que no mundo ordinário chamaríamos de possibilidade é realidade no mundo geométrico. (...) Esta é uma idéia muito importante: a idéia de possibilidade como um tipo diferente de realidade; poderíamos chamá-la de sombra da realidade» (LFM palestra XV, pg.

Vamos repassar o que obtivemos até agora. Normalmente o realismo é entendido como a postulação de objetos e estruturas abstratas, similares às estruturas e objetos concretos. Um construtivista, por sua vez, recusaria tal ontologia. No entanto, como veremos, a solução oferecida pela quase totalidade dos construtivistas envolve a substituição desse discurso envolvendo *objetos e estruturas abstratas* pela idéia de *operações*, abstratas também, que, *apenas potencialmente*, poderiam sempre ser iteradas até atingirmos qualquer cota dada. Ou seja, trocamos uma ontologia *atual* abstrata por uma ontologia, igualmente *abstrata*, mas *potencial*.

Para Wittgenstein, ambas as abordagens seriam culpadas de ilegitimamente misturar o tratamento semântico dispensado às sentenças contingentes com aquele dado às necessárias. O realista ordinário seria culpado de importar a estrutura sujeito/predicado para a análise de proposições não contingentes. Por sua vez, o construtivista também seria culpado de introduzir a noção igualmente ilegítima de possibilidade “puramente lógica”, em paralelo com a noção de possibilidade real, e assim procurar dar conta das proposições matemáticas. Assim, a conhecida insistência construtivista em prol de um *infinito meramente potencial* era vista, pelo filósofo, como mais um indício de tal confusão:

Tomamos a periodicidade de uma fração, e.g., de  $1/3$  como consistindo no fato de que algo chamado de extensão decimal infinita contenha somente três; tomamos fato o de que nesta divisão o resto é o mesmo que o dividendo como um mero *sintoma* dessa propriedade da extensão infinita. Ou, antes, corrigimos esta concepção dizendo que

não é uma extensão infinita que tem esta propriedade, mas uma série infinita de extensões finitas; e é *disto* que a propriedade da divisão é um sintoma. (PG, parte II, seção VI, § 35. pg. 427)

Tanto a abordagem que fala em um objeto *infinito completamente determinado*, quanto a abordagem construtivista que insiste no caráter *finito* de cada uma das aproximações *potencialmente iteráveis até qualquer grau de precisão*, seriam culpadas, aos olhos de filósofo, do mesmo crime: o contrabando de noções semânticas apropriadas ao trato de proposições contingentes para lidarmos com proposições necessárias.

Estivemos expondo dois aspectos fundamentais do que chamamos de “o antirealismo” de Wittgenstein, sua tese da impredicatividade das proposições necessárias e sua recusa a uma noção de possibilidade puramente lógica. Segundo nossa promessa no início desse capítulo, deveríamos agora expor a conexão desse antirealismo com uma outra orientação negativa básica do pensamento de Wittgenstein, seu antimentalismo. Nessa seção, no entanto, vamos nos permitir uma digressão para explorarmos, com um pouco mais de detalhes, a proposta filosófica, não de Wittgenstein, mas do movimento Intuicionista contemporâneo, associado a nomes como os de Michael Dummett, Dag Prawitz e Martin-Löf.

A abordagem de filosofia da matemática proposta pelo Intuicionismo contemporâneo guarda vários pontos de contato com a abordagem de Wittgenstein, mas, como vimos, diverge dessa em um aspecto fundamental: a introdução de uma noção de possibilidade puramente lógica. Nessa seção procuraremos determinar mais exatamente *em que ponto* do argumento Intuicionista esse apelo à noção de possibilidade lógica se faz necessário. Nosso interesse nessa questão é óbvio: ao explorarmos um pouco o intuicionismo, determinaremos mais claramente o *quão distante* de fato é a posição de Wittgenstein em relação às propostas daquele movimento lógico-matemático. E, em nossa opinião, essas divergências todas têm uma origem comum: a *recusa uma bifurcação da noção de possibilidade* em uma noção “real” e outra “puramente lógica” que os intuicionistas, como veremos, *julgam ser indispensável*.

## 6. *O intuicionismo contemporâneo e a noção de possibilidade lógica*

Como Michael Dummett tem insistido ao longo de vários artigos e livros, o ponto central que distinguiria a abordagem Intuicionista (contemporânea) de outras abordagens mais comuns de filosofia da matemática seria semântico: sua teoria do significado subjacente envolveria a substituição da noção de “*condições de verdade*” pela noção de “*condições de assertabilidade*”, como elemento basilar daquela semântica.<sup>14</sup> Mais especificamente, em Matemática, a proposta envolveria tomarmos, não a noção de “verdade”, mas a noção de “prova” como sendo o conceito fundamental dessa ciência. Esse ponto goza de ampla aceitação entre os intuicionistas contemporâneos:

A noção de prova de uma proposição é conceitualmente anterior à noção de verdade.<sup>15</sup>

Intuicionisticamente, verdade de uma proposição é analisada como a existência de uma prova: uma proposição é verdadeira se existe uma prova dela.<sup>16</sup>

Claramente a insistência dos intuicionistas na prioridade da noção de prova sobre a noção de verdade envolve uma crítica ao *realismo*. Esses matemáticos e filósofos querem se distanciar da idéia (de inspiração platônica) de que os enunciados matemáticos verdadeiros seriam concebidos como descrevendo uma realidade abstrata que, de alguma forma, existiria “paralelamente” ao mundo concreto. Assim, o intuicionista sugere tomar o conceito de “prova” como o conceito fundamental da matemática (substituindo o de “verdade”) porque entende que as demonstrações seriam o nosso único meio de *acesso* a essas verdades. No entender desses

---

<sup>14</sup> Ver, por exemplo, Dummett, Michael. *What is a theory of Meaning? (II)*. Em *The Seas of Language*. 1993.

<sup>15</sup> Martin-Löf, P. *Truth of a proposition, evidence of a judgment, validity of a proof*. 1987. pg. 414.

<sup>16</sup> Martin-Löf, P. *A path from logic to metaphysics*. 1990. pg. 14

autores, a concepção ontológica de “verdade” não deveria receber um tratamento independente da noção epistemológica de “prova”.

Ao substituírem o conceito de “verdade” pelo de “prova” como a noção nuclear da matemática, os intuicionistas se envolvem com uma dificuldade importante. Torna-se urgente uma caracterização mais adequada dessa última noção. Se formos tomá-la em um sentido muito lato, como “aquilo que os matemáticos clássicos costumam chamar de ‘prova’”, então, claramente, não teríamos avançado nenhuma proposta positiva em relação ao realismo. As dificuldades em relação a essa proposta filosófica não teriam sido *resolvidas*, mas apenas *postas de lado*. Assim, a tarefa fundamental, para o intuicionista passa a ser uma caracterização precisa do conceito de demonstração matemática.

### ***Crítica ao formalismo***

Vejamus então, com mais detalhes, a concepção intuicionista de uma “prova matemática”. Um elemento importante dessa concepção é o repúdio desses pensadores ao que é conhecido, na literatura, como a “concepção *formalista* de prova”. Segundo essa concepção, muito difundida entre os lógicos, ao falarmos em “demonstrações”, estaríamos sempre introduzindo (por vezes implicitamente) a idéia de um *sistema formal* do qual essas demonstrações fariam parte. Esse sistema formal por sua vez, nada mais seria do que a *extensão total* de todas as combinações *finitas* de aplicações de um certo conjunto de operações *puramente sintáticas* sobre um conjunto (por vezes, vazio) de sentenças iniciais (os chamados *axiomas*).

O ponto que nos interessa aqui, é a dupla redução do conceito de “prova”, primeiramente ao conceito de “sentença de um dado *sistema formal*” e, finalmente, a redução do conceito de “*sistema formal*” ao conceito de “*operação sintática*”. Uma *sentença* é uma *prova* porque ela é um *teorema* dentro de um *sistema formal*. E uma sentença é um *teorema* em

um sistema formal se essa sentença pôde ser gerada pelas *operações de dedução* (puramente sintáticas) constituidoras daquele sistema.

É a essa redução do conceito de “prova” ao conceito de “*operação sintática* dentro de um sistema formal” que os intuicionistas se opõem.<sup>17</sup> Em oposição a essa concepção de prova, os intuicionistas, em geral, propõe muitas vezes uma abordagem *mentalista* desse conceito. Uma prova não estaria mais associada à idéia de sistema formal, mas, sim a *certos eventos mentais*. Essa “dimensão mental” das provas, longe de ser um aspecto assessorio para aquela noção, seria um elemento essencial. Como antes, há uma concordância muito grande, entre os intuicionistas, sobre esse ponto. Assim, por exemplo, temos em Dummett:

Na visão intuicionista, por outro lado, a única coisa que torna um enunciado matemático verdadeiro é uma prova do tipo que podemos trocar: não, de fato, uma prova em um sistema formal, mas uma prova intuitivamente aceitável, ou seja, um certo tipo de construção mental. (...) para um intuicionista [uma teoria matemática] diz respeito à nossas próprias atividades mentais, ou seja, objetos do pensamento não apenas no sentido de que eles sejam pensados, mas no sentido de que, para eles, *esse est conipi*. Eles existem apenas em virtude de nossa atividade matemática, que consiste em operações mentais, e têm apenas aquelas propriedades que podem ser reconhecidos como tendo por nós.<sup>18</sup>

E em Tieszen:

Para o intuicionista, uma prova não é (...) um objeto sintático(...).  
Antes, uma prova é uma construção mental, ou seja, uma seqüência de

---

<sup>17</sup> Uma das dificuldades em jogo seria uma decorrência direta do primeiro teorema de Gödel: a noção de verdade não poderia ser identificada com a de teorema de nenhum sistema formal específico. Sobre esse ponto, cf. Prawitz, D. *Philosophical aspects of proof theory*. Pg. 3.

atos que é ou poderia ser levada a cabo por um matemático ao longo do tempo.<sup>19</sup>

### *Prova e evidência*

Ao insistirem em uma abordagem mentalista como forma de resolver, por exemplo, as dificuldades relativas ao teorema de Gödel, os intuicionistas parecem se envolver em uma dificuldade: a aproximação daquela noção a um outro conceito tradicional da filosofia, o conceito de *evidência*. Assim, dada a ênfase intuicionista nos aspectos mentais das demonstrações matemáticas, seria natural imaginarmos uma explicação da idéia de prova nos seguintes termos. Uma seqüência *S* de proposições é *uma prova de uma proposição P* para um sujeito *s* se *S* funciona como *uma evidência de P* (para *s*). De fato, em certos trechos, Martin-Löf, um dos mais importantes autores intuicionistas recentes, parece aceitar algo muito próximo a essa redução da noção de prova à de evidência:

A noção de prova de um juízo é a de que uma prova é aquilo que torna evidente uma asserção ou um juízo, ou, se você preferir, simplesmente a prova de um juízo é uma evidência para ele. Assim, prova e evidência são o mesmo.<sup>20</sup>

A opção de caracterizar a noção de prova em termos do conceito de evidência não é isenta de dificuldades. Um problema com essa opção, particularmente premente e bem conhecido na história da filosofia é a *subjetivização* que o conceito de evidência acarreta. Deixamos de ter uma noção *geral* de demonstração, e passamos a contar apenas com uma versão *indexada pessoal e temporalmente*. Assim, uma evidência (ou uma prova) seria sempre uma evidência *para um sujeito determinado*, em um *instante determinado*. A dificuldade então é a aparente perda do caráter *necessário* das proposições matemáticas. Nada pareceria

---

<sup>18</sup> Dummett, M. *Elements of Intuitionism*. 1977. pg. 7

<sup>19</sup> Tieszen, R. *What is a proof?* Em Detlefsen, M. *Proof, Logic and Formalization*. 1992. Pg. 58

determinar que o que é evidente *para um sujeito*, em um determinado instante, também seja evidente para *outro sujeito*, ou mesmo para *o mesmo sujeito, em outro instante*. Estranhamente, em certos trechos, Martin-Löf parece estar disposto a acompanhar essa subjetivização da noção de demonstração até o fim. O matemático e pensador escreve:

E o que torna um juízo evidente para você? Antes de haver compreendido ou percebido um juízo, [ele] não é evidente para você e, quando você o percebeu, é óbvio ou evidente para você. Assim, é simplesmente o seu ato de compreensão ou percepção dele que confere evidência ao juízo, ou seja, que o torna evidente para você.<sup>21</sup>

A maior parte dos intuicionistas (e, na verdade, o próprio Martin-Löf, em outros trechos de seus artigos) parece recuar, no entanto, em tomar a noção de evidência como a *única elucidação disponível* do conceito de demonstração. Assim, para muitos desses autores, deveríamos poder dizer mais sobre o conceito de “verdade matemática” do que apenas reduzi-lo ao que “as pessoas costumam considerar como proposições evidentes”. E é exatamente nesse ponto que a moderna distinção intuicionista entre prova canônica e não canônica, e com ela o conceito de *possibilidade puramente lógica*, introduzido pela abordagem intuicionista do conceito de prova.

### *A distinção canônico/não-canônico*

Para podermos discutir melhor a distinção entre provas canônicas e não-canônicas, vamos precisar abordar um problema que será de extrema relevância para o nosso tratamento da filosofia da matemática de Wittgenstein. Estamos nos referindo à questão da relação, em matemática, entre proposições *gerais*, como por exemplo, a lei da comutatividade da soma:

---

<sup>20</sup> Martin-Löf, P. *Truth of a proposition, evidence of a judgment, validity of a proof*. 1987. Pg. 417

<sup>21</sup> Martin-Löf, P. *Truth of a proposition, evidence of a judgment, validity of a proof*. 1987. Pg. 417

$$a + b = b + a$$

e afirmações *específicas*, como por exemplo:

$$768 + 859 = 859 + 768$$

Claramente há uma relação entre esses dois tipos de afirmações matemáticas. De fato, a segunda parece ter um caráter *mais fundamental e elementar*: a princípio, podemos saber uma afirmação *específica*, como  $768 + 859 = 859 + 768$ , sem sabermos a afirmação *geral*,  $a + b = b + a$ , mas o inverso não se dá. Seria natural tentarmos exprimir essa diferença dizendo: a afirmação *geral fala sobre as afirmações particulares*. O significado da primeira depende assim do significado dessas últimas.

No início dessa seção afirmamos que, para o intuicionista, a noção de verdade seria reduzida à de prova: uma proposição seria verdadeira, para esses autores, se existisse uma prova para ela. Essa formulação muito simples e direta esconde, no entanto, certas sutilezas. Assim, nem sempre precisaremos estar de posse de uma demonstração *específica* daquela afirmação matemática. Em nosso exemplo, mesmo que não saibamos *especificamente* qual o resultado da soma  $768 + 859$  (e da soma  $859 + 768$ ), se sabemos a *lei geral*,  $a + b = b + a$ , então podemos ter certeza de que  $768 + 859$  é igual a  $859 + 768$ , sem termos que recorrer aos laboriosos cálculos específicos.

Em outras palavras, de posse da afirmação geral, a prova do “fato matemático específico” se tornaria desnecessária. Saberíamos que essa demonstração específica *existe*, apesar de que, para números excessivamente grandes, sequer pudéssemos executá-la. Nas palavras de um intuicionista contemporâneo: não precisamos estar de posse de uma *prova canônica* de que  $768 + 859 = 859 + 768$  (os dois cálculos específicos). Se dispuséssemos da *prova geral* de que  $a + b = b + a$ , então poderíamos saber da existência daquele cálculo, ainda que não o tivéssemos executado, i.e, saberíamos que ele *poderia ser executado*. Nas palavras de Dag Prawitz:

Assim, é uma condição suficiente, mas não necessária, para asserir uma sentença, que nós conheçamos provas dos tipos mencionados na definição acima [uma prova canônica]. Do ponto de vista intuicionista, é necessário que exista, em um sentido abstrato, cálculos como  $768 + 859 = 1627 = 859 + 768$  ou  $10^{10} \times 10^{10} = 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{20}$  (...), mas não é necessário que esses cálculos tenham sido realmente executados ou que estas provas possam ser construídas.<sup>22</sup>

Ao introduzirem a distinção entre prova canônica e prova não canônica para poderem lidar com a relação entre enunciados gerais e específicos em matemática, os intuicionistas claramente recorrem a idéia de uma *possibilidade puramente lógica*, completamente independente de sua possibilidade de realização (possibilidade real). Na citação acima, Prawitz fala em um “*sentido abstrato, necessário ao intuicionista*” segundo o qual provas *muito grandes* (como a prova canônica de que  $10^{10} \times 10^{10} = 10^{20}$ ) *existam* (i.e, sejam logicamente possíveis), ainda que tais provas não “tenham sido realmente executadas” ou sequer “possam ser construídas” (possibilidade real).

A dependência intuicionista para com o conceito *de possibilidade puramente lógica* é explicitamente confirmada por Martin-Löf. Em uma discussão sobre as relações entre o intuicionismo e o verificacionismo neo-positivista de Moritz Schlick:

A respeito dessa noção de possibilidade, não tenho nada mais a dizer, salvo que se trata da noção de possibilidade lógica, ou possibilidade em princípio, em contraste com possibilidade real ou prática, possibilidade que leva em consideração os recursos e assim por diante. (...) sou tão dependente como ele [Schlick] era da noção

de possibilidade lógica, ou possibilidade em princípio, assim vou me permitir o seu uso sem mais delonga, nessa discussão.<sup>23</sup>

## 7. *Os quatro espaços semânticos e modais, novamente considerados*

Deixemos, por hora, o intuicionismo e voltemos a encarar a filosofia de Wittgenstein de uma forma mais ampla. Retornemos, uma vez mais, à equação proposta por Bradley para explicar a filosofia de Wittgenstein na época do *Tractatus*. Desta vez, vamos simplificar um pouco aquela equação, retirando os termos que não são de nosso interesse imediato (“imaginabilidade” e “figurabilidade”) e deixando apenas os quatro conceitos fundamentais, focos de nossa discussão até aqui:

$$\text{Concebibilidade} = \text{Exprimibilidade}^{24} = \text{Possibilidade Real} = \text{Possibilidade Lógica}$$

Como sugerimos ao longo de nosso segundo capítulo, podemos interpretar a identidade central daquela equação simplesmente como uma afirmação da *concepção Bipolar da proposição*, ou, de forma mais geral, da conexão fundamental que Wittgenstein sempre via entre as noções de *possibilidade real e sentido* (de proposições empíricas). Por outro lado, a identificação entre os conceitos de possibilidades real e lógica poderia ser interpretada exatamente como a recusa de Wittgenstein em aceitar uma *bifurcação das modalidades aléticas* em *duas noções paralelas*, de “*possibilidades reais*” e a outras “*puramente lógicas*”.

Voltemos agora a nossa atenção para o lado esquerdo daquela equação. No primeiro capítulo, estivemos explorando um pouco das dificuldades filosóficas que a idéia de uma separação forte – *necessária* – entre *exprimibilidade* e *concebibilidade*, acaba acarretando. Assim, por exemplo, vimos o problema de como interpretar os avanços da teoria dos modelos

<sup>22</sup> Prawitz, D. *The conflict between classical and Intuitionistic logic*. 1977. Pg. 22

<sup>23</sup> Martin-Löf, P. *Verificationism Then and Now*. 1995 pg. 193

atual. Deveríamos aproximar a noção de “modelo” à de “interpretação por um falante qualquer em um momento qualquer”? Mas isso nos faria presas fáceis de constantes e perturbadoras ambigüidades no trato com textos matemáticos. Praticamente *todas* as teorias matemáticas estariam abertas a interpretações divergentes. Teríamos dificuldade até mesmo em “fixar” exatamente *o que* entendemos pela idéia de “*interpretação standard*”, ou “*modelo pretendido por uma teoria*”. Em que linguagem aquele modelo seria determinado? Como encontrarmos um porto seguro a partir do qual pudéssemos localizar todas as outras interpretações?

As outras opções para lidarmos com a idéia de “*conteúdos necessariamente inexprimíveis*” não eram, como vimos, muito mais alentadoras. Uma delas envolvia apelarmos para um poder transcendente da linguagem ordinária em fixar essas interpretações, e assim completar a tarefa que as linguagens formais jamais poderiam completar. A dificuldade aqui era óbvia. Em que consistiria exatamente esse “poder extra” que as linguagens ordinárias teriam sobre as congêneres formais? Uma última abordagem se caracterizava por aceitar completamente as implicações subjetivistas de nosso dilema. Assim, Gödel sugere como solução (para o problema que ele ajudou a apontar) apelarmos para uma faculdade subjetiva, uma “intuição matemática”, que nos alçaria, a partir dos parcos indícios textuais disponíveis, à realidade matemática em toda a sua complexidade. Cada matemático (na verdade, cada matemático em cada instante de sua vida) estaria preso a suas intuições apenas parcialmente comunicáveis. Em um certo sentido a intuição matemática postulada por Gödel seria muda.

Além de explorarmos as dificuldades envolvidas quando os conceitos de “*exprimibilidade*” e de “*concebibilidade*” divergem, também procuramos mostrar as ligações entre esses conceitos (que chamamos de “*semânticos*”), e as duas modalidades aléticas, as noções de possibilidade *real* e *lógica*. Como vimos, historicamente, a maior parte dos filósofos está disposta a aceitar uma *identificação* entre os conceitos de “*concebibilidade*” e “*possibilidade lógica*”. O que é logicamente possível é normalmente entendido por esses filósofos como sendo exatamente *aquilo que pode ser pensado*.

---

<sup>24</sup> I.e., *exprimibilidade* através de proposições com sentido.

Por outro lado, como argumentamos naquele primeiro capítulo, seria razoável esperar-se também alguma conexão entre os conceitos de “*exprimibilidade*” e “*possibilidade real*”. A razão que apresentamos para isso era simples: qualquer ato lingüístico teria sempre que envolver algum substrato físico – sintático – que funcionasse como veículo daquele proferimento. Assim, a proximidade da conexão entre *exprimibilidade* e *possibilidade real* dependeria do quão próxima imaginássemos as relações entre *sintaxe* e *semântica*. Se imaginarmos uma dependência muito grande do conteúdo, a parte “semântica” de um proferimento, para com o veículo, sua parte “sintática”, então naturalmente tenderemos a aproximar os conceitos de “*exprimibilidade*” e “*possibilidade real*”.

Essas conexões entre os quatro conceitos que vínhamos tratando – formando dois pares razoavelmente independentes, os pares *concebibilidade/possibilidade lógica* e *exprimibilidade/possibilidade real* – eram importantes porque, como vimos, a aceitação de uma separação necessária entre *possibilidade lógica* e *possibilidade real* acabava tendo reflexos no par *concebibilidade/exprimibilidade*. Assim, vimos o caso, por exemplo, da Teoria dos conjuntos. Sua aceitação envolvia a introdução de estruturas lógicas *necessariamente não instanciáveis fisicamente*<sup>25</sup>. Imediatamente, no entanto, essa assimetria entre o espaço das possibilidades lógicas e o mundo real determinava uma assimetria paralela sobre o par *concebibilidade/exprimibilidade*. Assim, vimos a conseqüente introdução, no bojo daquela teoria, da idéia de que, dada qualquer linguagem L, restariam sempre algumas funções matemáticas não passíveis de expressão simbólica em L.<sup>26</sup>

Repassamos rapidamente alguns trechos de nossos argumentos em capítulos anteriores para frisarmos um aspecto importante que essas questões assumiam sob o ponto de vista de Wittgenstein. O importante é: para o filósofo, a conexão entre *exprimibilidade* e *possibilidade real* era muito mais *forte* e *próxima* do que normalmente a tomamos. Assim, dissemos que a maioria dos filósofos estariam preparados a aceitar *alguma* conexão entre *exprimibilidade* e

<sup>25</sup> Cardinais transfinitos correspondendo a conjuntos tão grandes que nenhum sistema físico poderia ter tantos elementos a ponto de poder exemplificar tais quantidades.

<sup>26</sup> Devido à diferença de cardinalidade entre o conjunto das funções e o conjunto das funções numéricas exprimíveis em L.

possibilidade real, devido à dependência da linguagem de um substrato físico. No entanto, para Wittgenstein, a relação entre forma sintática e conteúdo semântico é muito mais apertada.

Na famosa teoria da figuração do *Tractatus*, por exemplo, o filósofo chega a postular um *isomorfismo entre forma sintática e forma lógica*, ainda que esse ocorresse apenas no caso de uma linguagem cuja sintaxe obedecesse a uma “gramática lógica”.<sup>27</sup> Em uma outra passagem particularmente marcante dos Cadernos de 1914-16, Wittgenstein chega a se perguntar se não precisaríamos recorrer ao mesmo número de  $n$  partes sintáticas para podermos representar conjuntos com  $n$  elementos:

Lembre-se que as “proposições sobre números *infinitos*” são todas representadas por meio de *finitos* signos. Mas não precisamos (...) de 100 milhões de signos par podermos definir o número 100.000.000?

(NB, 11.10.14, pg. 10)

Mais importante do que a teoria da figuração, a abordagem fundamental que vínhamos tratando – a concepção Bipolar – implicava em *uma relação direta entre o próprio conteúdo proposicional daquelas sentenças e o espaço das possibilidades reais*. Assim, vimos no final do capítulo passado como qualquer proposição que falasse *sobre uma situação impossível* estaria imediatamente condenada a ser descartada como sendo absurda. Ou seja, qualquer coisa *fora do espaço das possibilidades reais* estaria também *fora do alcance expressivo das proposições*.

Como forma de resolver o problema do conteúdo de proposições necessárias, Wittgenstein chega a flertar com uma solução tradicional: essas representariam conteúdos inexprimíveis, mas, no entanto, *concebíveis*. Assim, no prefácio do *Tractatus* o filósofo escreve:

---

<sup>27</sup> Ver 3.325 do *Tractatus*.

...o objetivo desse livro é traçar um limite ao pensamento, ou antes – não ao pensamento, mas a expressão do pensamento: pois para podermos traçar um limite ao pensamento, deveríamos poder tomar os dois lados do limite como pensáveis (i.e. deveríamos poder pensar o que não pode ser pensado).<sup>28</sup>

Claramente a solução final de Wittgenstein para o problema das proposições necessárias não envolve nenhum recurso a *entidades puramente mentais*, à idéia de “*conteúdos necessariamente inexprimíveis*”. Já no próprio *Tractatus* o filósofo claramente descarta a saída mentalista distanciando-se fortemente da subjetivização que ela envolveria.<sup>29</sup> Mas é fundamentalmente em sua obra madura que o tema ganha todo o relevo que aquele assunto comporta. Como veremos rapidamente, boa parte do esforço para introduzir o que chamamos de *semântica atributiva do sentido* envolve generalizar o que poderíamos chamar de *ponto de vista da terceira pessoa*. Nem mesmo para termos que designem *sensações internas* – como a *dor* – Wittgenstein está disposto a recorrer a entidades mentais para explicar seus significados.

Wittgenstein é sempre crítico a qualquer postulação de um *objeto interno*, só *parcialmente comunicável*, e nunca *diretamente partilhável entre sujeitos*. Pejorativamente, o filósofo compara objetos desse tipo a “besouros”:

Suponha que todo mundo tivesse uma caixa com algo dentro: nós chamaremos esse algo de um “besouro”. Ninguém pode olhar dentro da caixa do vizinho, e todos sabem o que é um “besouro” somente por olhar o *seu* besouro. – Aqui poderia ser bem possível que cada um tivesse coisas diferentes dentro de suas caixas. (PI, § 293, pg. 100)

<sup>28</sup> TLP, pg. 3.

<sup>29</sup> De fato, um trecho muito semelhante àquela citação do *Tractatus* reaparece no corpo da obra, mas já sem o apelo a entidades mentais:

4.114 [A filosofia] deve estabelecer os limites do que pode ser pensado; e, em o fazendo. Para o que não pode ser pensado. Ela deve estabelecer os limites do que não pode ser pensado a partir de dentro através do que pode ser pensado

Mais do que a permanente recusa à postulação de entidades mentais, o que nos interessa aqui é circunscrevermos as *razões* que o filósofo aduz para abdicar de explicações semânticas tão naturais. De forma resumida e direta, o filósofo acaba sempre apelando para o perigo que chamamos de “ceticismo lingüístico”. Assim, para Wittgenstein, um objeto interno – algo “apenas indiretamente comunicável” – funcionaria sempre como uma espécie de *pivô* sobre o qual poderíamos imaginar uma *constante falência comunicacional*. Essa falência, no entanto, por não envolver nenhuma *propriedade comunicável* daqueles objetos (ou seja, envolvendo apenas suas propriedades internas privadas), permaneceria sempre *indetectada*:

O ponto essencial a respeito de uma experiência privada não é realmente que cada pessoa tenha o seu próprio exemplar, mas que ninguém saiba se outras pessoas também têm *esse* ou outro [exemplar]. Assim, seria possível supormos – ainda que não verificarmos – que uma parte da humanidade tivesse uma sensação de vermelho e outra, outra sensação. (PI, parte I, § 272, pg. 95)

Livre-se sempre da idéia de objeto privado desta forma: assuma que ele constantemente se modifica, mas que você não nota as mudanças porque sua memória constantemente engana você. (PI, parte II, pg. 207)

