

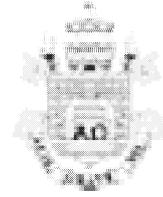
Fernanda de Araujo Gomes Menezes

Aplicações de Técnicas de  
Programação Inteira em Problemas  
de Roteamento de Veículos com  
Janelas de Tempo

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Rio de Janeiro  
dezembro de 2004



**Fernanda de Araujo Gomes Menezes**

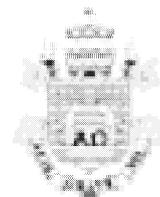
**Aplicações de Técnicas de Programação Inteira em  
Problemas de Roteamento de Veículos com Janelas  
de Tempo**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio

Orientador: Prof. Oscar Porto  
Co-Orientador: Prof. Eduardo Uchoa

Rio de Janeiro  
dezembro de 2004



**Fernanda de Araujo Gomes Menezes**

**Aplicações de Técnicas de Programação Inteira em  
Problemas de Roteamento de Veículos com Janelas  
de Tempo**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Oscar Porto**

Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica — PUC-Rio

**Prof. Eduardo Uchoa**

Co-Orientador

Departamento de Engenharia de Produção — UFF

**Prof. Celso da Cruz Carneiro Ribeiro**

Departamento de Informática – PUC-Rio

**Prof. José Eugênio Leal**

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

**Prof. Marcus Vinicius S. P. Aragão**

Departamento de Informática – PUC-Rio

**Prof. José Eugênio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 16 de dezembro de 2004

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Fernanda de Araujo Gomes Menezes**

Graduou-se em Engenharia Elétrica na PUC-Rio. Durante sua graduação, foi monitora no departamento de Matemática. Durante o Mestrado, foi bolsista do programa PICDT CAPES, monitora de pesquisa operacional e desenvolveu um trabalho aplicado em logística rodoviária. Atualmente trabalha desenvolvendo outras soluções em logística utilizando técnicas de otimização.

#### Ficha Catalográfica

Menezes, Fernanda de Araujo Gomes

Aplicações de Técnicas de Programação Inteira em Problemas de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo/ Fernanda de Araujo Gomes Menezes; orientador: Oscar Porto; co-orientador: Eduardo Uchoa. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, 2004.

v., 90 f: il. ; 30 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Inclui referências bibliográficas.

1. Programação Inteira. 2. Roteamento de Veículos. 3. Geração de Colunas I. Porto, Oscar. II. Uchoa, Eduardo. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 621.3

Esta dissertação é dedicada ao meu avó Francelino de Araújo Gomes,  
que eu gostaria muito que ele pudesse presenciar este momento.

## Agradecimentos

A meus pais por toda a educação que me deram, condições de estudo e apoio estando sempre ao meu lado.

A Oscar Porto, que pode me acompanhar por vários anos ao longo da graduação e do mestrado, acreditando em mim e me oferecendo oportunidades. Além de ser um amigo e parceiro de tênis.

Aos professores Celso Ribeiro, José Eugênio e Marcus Poggi por terem aceitado o meu convite para participar da banca de mestrado.

A PUC-Rio pelas condições de ensino durante o Mestrado.

A todos os professores que tive oportunidade de conviver nesses dois anos e que muito me ensinaram.

A Fernanda Hamacher, minha melhor amiga. Companheira de muitas matérias e trabalho. Se não fosse por ela teria feito mestrado em outra área, e não teria descoberto que aqui é o meu lugar. Uma pessoa sempre disposta a ajudar, sempre do meu lado nos momentos de maiores dificuldades. Uma amiga para a vida toda!

A Ricardo, pelo companheirismo, amor e amizade. Você fez o mestrado não ser tão duro estando do meu lado com o seu jeito divertido a cada dia.

A todas as minhas amigas, em especial, Dani, Debora, Gabriela, Marina e Morango. Vocês são demais. Amo todas vocês!

Aos meus parceiros de tênis, vocês não devem saber, mas me ajudaram muito ao longo desse mestrado. Quantos dias de stress foram eliminados dentro de uma quadra com a ajuda de vocês.

Aos amigos, Alexandre Pigatti, Humberto Longo, Marcelo Reis e Ricardo Fukasawa, pela ajuda dada ao longo deste trabalho.

## Resumo

Menezes, Fernanda de Araujo Gomes; Porto, Oscar; Uchoa, Eduardo. **Aplicações de técnicas de programação inteira em problemas de roteamento de veículos com janelas de tempo.** Rio de Janeiro, 2004. 90p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Os problemas advindos da área de logística de transportes, em especial os relacionados com o uso racional de frotas de veículos, são amplamente estudados na área de otimização combinatória. A natureza intrinsecamente combinatorial desses problemas sugere que muitos deles podem ser formulados e resolvidos como um problema de programação linear inteira. Contudo, a maioria dos algoritmos atualmente disponíveis não consegue encontrar, em tempos computacionais aceitáveis, a solução ótima para instâncias de porte razoável. O sucesso desses algoritmos tem sido limitado, em parte devido ao fato dos mesmos não explorarem avanços recentes na área de programação linear inteira. Algumas dessas novas técnicas e suas aplicações em problemas de roteamento de veículos são o objeto de estudo desta dissertação. Primeiro são apresentadas as técnicas básicas de decomposição de problemas de programação linear e linear inteira e de geração de colunas. A resolução de problemas de programação linear inteira neste contexto é tratada em seguida, com a descrição do algoritmo *branch-and-bound* e das variações *branch-and-cut*, *branch-and-price* e *branch-and-cut-and-price*. Em seguida são descritos problemas de roteamento onde essa metodologia foi aplicada. Inicialmente, é apresentado o problema de roteamento de veículos com restrição de capacidade, o PRVC. Em seguida são apresentados problemas de roteamento de veículos com janela de tempo e frota heterogênea. Para cada problema, descrevemos como as técnicas mencionadas acima foram aplicadas e os resultados computacionais para um grande número de instâncias. Finalmente, no último capítulo, mostramos um caso real da aplicação do problema de roteamento de veículos com janela de tempo e frota heterogênea, que é o caso do problema de distribuição de jornais numa grande empresa de comunicação do Rio de Janeiro.

## Palavras-chave

Programação inteira, Roteamento de veículos, Geração de colunas

## Abstract

Menezes, Fernanda de Araujo Gomes; Porto, Oscar; Uchoa, Eduardo. **Application of Integer Programming Techniques in Vehicle Routing Problem with Time Windows**. Rio de Janeiro, 2004. 90p. MSc. Dissertation — Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Optimization techniques have an important role in Transportation Logistics. The combinatorial nature of several problems related to this area suggests integer programming as a natural approach to solve them. Nevertheless, there are many cases in which instances of reasonable size are still beyond the resolution capability of the algorithms presented in the literature. The success of the known algorithms have therefore been limited partly to the fact that most of them have not incorporated any recent relevant advances in the combinatorial optimization field. Some of these new techniques and their applications are the main subject of this dissertation. Firstly, basic decomposition techniques for linear and integer programming problems, as well as the related column generation approach are addressed. This is followed by the presentation of a reformulation technique for linear and integer programming, which is alternative to the well known *Dantzig-Wolfe* master program. The new possibilities arising from this approach are explored and the resulting consequences to the standard *branch-and-bound* algorithm and its variations *branch-and-cut*, *branch-and-price* and *branch-and-cut-and-price* are presented. Later, routing problems where this methodology was applied were addressed with the capacitated vehicle routing problems – CVRP and followed by vehicle routing problems with time windows and heterogeneous fleet. For each problem, it is described how the techniques mentioned above were applied and the computational results for a great number of instances were reported. Finally, in the last chapter, we presented a real application of the vehicle routing problems with time windows and heterogeneous fleet, which is the case of a newspaper distribution in a major communication company in Rio de Janeiro.

## Keywords

Integer programming, Vehicle routing, Column generation

# Sumário

1	Introdução	<b>12</b>
1.1	Motivação	12
1.2	Organização da Dissertação	13
2	Técnicas de Resolução	<b>15</b>
2.1	Reformulação de <i>IPs</i>	17
2.1.1	Decomposição de <i>Dantzig-Wolfe</i> para <i>LPs</i>	18
2.1.2	Geração de colunas	20
2.1.3	Reformulação de <i>IPs</i>	22
2.2	Resolução de <i>IPs</i>	25
2.2.1	<i>Branch-and-Bound</i>	26
2.2.2	<i>Branch-and-Cut</i>	27
2.2.3	<i>Branch-and-Price</i>	28
2.2.4	<i>Branch-and-Cut-and-Price</i>	29
3	PRV - Problema de Roteamento de Veículos	<b>31</b>
3.1	PRV com Restrição de Capacidade	33
3.1.1	Trabalhos Existentes	34
3.1.2	Definição e Notação	35
3.1.3	Formulação do PRVC	36
3.1.4	Geração de cortes	39
4	PRV com Janela de Tempo	<b>43</b>
4.1	Trabalhos Existentes	44
4.2	Formulação do Problema	45
4.2.1	Formulação Proposta	46
4.2.2	Pré-processamento	46
4.3	Algoritmo <i>branch-and-cut-and-price</i>	49
4.3.1	Geração de cortes	50
4.3.2	Geração de Colunas	50
4.3.3	<i>Branch-and-Bound</i>	55
4.4	Instâncias resolvidas	55
4.4.1	Resultados Computacionais	57
5	PRV com Janela de Tempo e Frota Heterogênea	<b>64</b>
5.1	Formulação do Problema	65
5.2	Formulação Proposta	66
5.3	Instâncias Resolvidas	66
5.4	Resultados Computacionais	67
6	Problema de Distribuição de Jornais	<b>69</b>
6.1	Indústria de Jornais - Desafios e Perspectivas	69
6.2	O Problema de Distribuição de Jornais	70
6.3	Levantamento de Dados	72

6.4 Resultados	72
7 Conclusões	81
Referências Bibliográficas	82

## Lista de Figuras

4.1	Ajuste da abertura da janela de tempo em função de seus predecessores	47
4.2	Ajuste do fechamento da janela de tempo em função de seus predecessores	48
4.3	Ajuste da abertura da janela de tempo em função de seus sucessores	48
4.4	Ajuste do fechamento da janela de tempo em função de seus sucessores	49
4.5	Localização dos clientes em instâncias do tipo C.	56
4.6	Localização dos clientes em instâncias do tipo R.	56
4.7	Localização dos clientes em instâncias do tipo RC.	57
6.1	Rotas realizadas atualmente pela empresa (1/3)	73
6.2	Rotas realizadas atualmente pela empresa (2/3)	74
6.3	Rotas realizadas atualmente pela empresa (3/3)	74
6.4	Rotas da solução ótima gerada pelo algoritmo (1/3)	75
6.5	Rotas da solução ótima gerada pelo algoritmo (2/3)	78
6.6	Rotas da solução ótima gerada pelo algoritmo (3/3)	80

## Lista de Tabelas

4.1	Resultados das instâncias do tipo R1	58
4.2	Resultados das instâncias do tipo R2	59
4.3	Resultados das instâncias do tipo C1	60
4.4	Resultados das instâncias do tipo C2	61
4.5	Resultados das instâncias do tipo RC1	62
4.6	Resultados das instâncias do tipo RC2	63
5.1	Tipos de veículos das instâncias R1	67
5.2	Tipos de veículos das instâncias C1	67
5.3	Tipos de veículos das instâncias RC1	67
5.4	Resultados das instâncias de frota heterogênea	68
6.1	Paradas das Rotas desenhadas no mapa 6.1	75
6.2	Paradas das Rotas desenhadas no mapa 6.2	76
6.3	Paradas das Rotas desenhadas no mapa 6.3	76
6.4	Resultados do Problema de Distribuição de Jornais	77
6.5	Paradas das Rotas desenhadas no mapa 6.4	77
6.6	Paradas das Rotas desenhadas no mapa 6.5	79
6.7	Paradas das Rotas desenhadas no mapa 6.6	79