

5

Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo e Frota Heterogênea

O problema de roteamento de veículo com a frota heterogênea (PRVFH) é o problema onde os veículos têm capacidades diferentes, assim como custos fixos e variáveis diferentes. O objetivo é minimizar o custo total, composto por um custo fixo de utilização do veículo e um custo variável por distância viajada. A heterogeneidade da frota aumenta consideravelmente a complexidade do PRV. Quando a frota é heterogênea, há de se decidir quais tipos de veículos devem ser utilizados e quantos de cada tipo. Em alguns problemas podem existir limitações quanto ao número de veículos de cada tipo que estão disponíveis para utilização, além da eventual limitação da frota como um todo. Esse objetivo pode ser alcançado encontrando o *mix* ótimo de veículos e determinando a rota para cada um deles, de forma a atender a todas as restrições do problema. O problema de roteamento de veículos com frota heterogênea e janela de tempo (PRVFHJT) é uma extensão do PRVFH, onde são impostas janelas de tempo no depósito e nos clientes.

O PRVFHJT pode ser definido da seguinte forma: Seja $G = (V, A)$ um grafo onde $V = N \cup \{0\}$ é o conjunto de vértices e $A = \{(i, j) | i \in V, j \in V, i \neq j\}$, onde $N = \{1, \dots, n\}$ é o conjunto de clientes e o nó 0 representa o depósito. Associado a cada nó $i \in N$ uma demanda d_i e um tempo de serviço s_i são conhecidos. Para cada nó $i \in V$ uma janela de tempo $[a_i, b_i]$ representa o instante de tempo no qual o serviço pode ser realizado no cliente i . As matrizes de distância $[d_{ij}]$ e tempo de viagem $[t_{ij}]$ são conhecidas. Assumimos que a frota é composta por K veículos, e para cada veículo k da frota, $k = 1, \dots, K$, estão definidos: um custo fixo F_k , um custo variável com a distância percorrida V_k e uma capacidade máxima C_k . Assumimos que a demanda de cada cliente é menor do que a capacidade do maior veículo. O objetivo do PRVFHJT é minimizar a soma dos custos fixos de utilização dos veículos e os custos das distâncias percorridas, tal que:

1. cada rota inicie e termine no depósito
2. cada cliente em N seja visitado apenas uma vez
3. a demanda de todos os clientes atendidos por um mesmo veículo não pode exceder a capacidade do mesmo.
4. O serviço em cada cliente deve ser realizado dentro de suas janelas de tempo

5.1 Formulação do Problema

A formulação matemática do problema compreende as seguintes variáveis de decisão:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & , \text{ se o veículo } k \text{ vai do cliente } i \text{ para o cliente } j \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases}$$

t_i = instante de tempo do início do atendimento no cliente i

$$\left. \begin{array}{l} Z_{PRVFHJT} = \min \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^{N+1} V_k c_{ij} x_{ij}^k + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N F_k x_{0j}^k \quad (1) \\ \text{sujeito a} \\ \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N+1} x_{ij}^k = 1 \quad , \forall i \in V \quad (2) \\ \sum_{j=0}^{N+1} x_{0j}^k = 1 \quad , \forall k \in K \quad (3) \\ \sum_{j=0}^N x_{ij}^k - \sum_{j=1}^{N+1} x_{ji}^k = 1 \quad , \forall k \in K, \forall j \in V \quad (4) \\ \sum_{j=0}^{N+1} x_{iN+1}^k = 1 \quad , \forall k \in K \quad (5) \\ a_i \leq t_i \leq b_i \quad , \forall i \in V \quad (6) \\ t_i + s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}^k) \leq t_j \quad , \forall i, j \in V, \forall k \in K \quad (7) \\ \sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^N d_j x_{ij}^k \leq C_k \quad , \forall k \in V \quad (8) \\ x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad , \forall i, j \in V, \forall k \in K \quad (9) \end{array} \right\} \text{(PRVFHJT)}$$

A função objetivo (1) expressa o custo total. As restrições (2) impõem que cada um dos clientes seja visitado uma única vez e por um único veículo;

já as restrições (3) a (5) descrevem o fluxo no caminho que o veículo k utilizar. Caso o veículo não seja utilizado, ele segue o caminho do arco direto ligando a base de partida (nó 0) à base de chegada (nó $N + 1$). As restrições (6) impõem que o horário de início de atendimento de cada nó ocorra dentro da sua respectiva janela de tempo; já as restrições (7) definem a continuidade e a compatibilidade temporal dos horários de início de atendimento ao longo das rotas. As restrições de capacidade de carga dos veículos são dadas pela restrição (8). Por fim, as restrições (9) asseguram a integralidade da solução.

5.2

Formulação Proposta

Assim como no capítulo anterior, a idéia aqui é utilizar a mesma formulação mestre-explicita do PRVC, e por se tratar de um problema com janela de tempo, a q -rota é definida da mesma forma que no PRVJT. Utilizaremos o mesmo algoritmo de *branch-and-cut-and-price* para resolver tal problema, sendo a única diferença que devido ao fato de termos diferentes tipos de veículos, invocaremos o subproblema de geração de colunas para cada um dos tipos de veículos. Já as rotinas de separação das restrições de capacidades serão feitas em cima da capacidade do maior veículo.

5.3

Instâncias Resolvidas

Os experimentos computacionais foram feitos em um conjunto de instâncias proposto por Liu e Shen [6], os quais modificaram 24 instâncias do conjunto de instâncias proposto por Solomon. Todos os problemas são formados por 100 clientes. Os 12 primeiros problemas pertencem ao primeiro conjunto de instâncias conforme descrito em 4.4, tendo janelas de tempo pequenas, enquanto que os outros 12 problemas pertencem ao segundo conjunto de instâncias, tendo janelas de tempo largas. A localização dos clientes nos problemas 1-4 e 13-16 é distribuída de forma aleatória, conforme os problemas do tipo R. Nos problemas 5-8 e 17-20 a localização dos clientes é em forma de *cluster*, tipo C. Nos problemas restantes, 9-12 e 21-24, a localização dos clientes mistura as duas estruturas anteriores, misturando um pouco de aleatoriedade com *clusters*, tipo RC. Nesta dissertação nos concentramos em resolver apenas as 12 primeiras instâncias.

Para cada tipo de problemas foram adicionados um conjunto de veículos com diferentes custos e capacidades. Os dados da frota de cada tipo de problema estão especificados nas tabelas 5.1, 5.2 e 5.3.

1-4 (R101-R104)		
Veículo	Capacidade	Custo
A	30	50
B	50	80
C	80	140
D	120	250
E	200	500

Tabela 5.1: Tipos de veículos das instâncias R1

5-8 (C101-C104)		
Veículo	Capacidade	Custo
A	100	300
B	200	800
C	300	1350

Tabela 5.2: Tipos de veículos das instâncias C1

9-12 (RC101-RC104)		
Veículo	Capacidade	Custo
A	40	60
B	80	150
C	150	300
D	200	450

Tabela 5.3: Tipos de veículos das instâncias RC1

5.4 Resultados Computacionais

A tabela 5.4 faz uma comparação dos resultados encontrados pelo algoritmo *branch-and-cut-and-price* aqui proposto e os resultados encontrados por Liu e Shen [6]. A primeira coluna indica o número do problema, sol_{BCP} indica a solução encontrada pelo algoritmo proposto, sol_{LS} é a solução encontrada por Lin e Shen e a coluna *melhoria* é a melhoria percentual entre as duas soluções.

Os resultados sol_{BCP} representam a melhor solução encontrada pelo algoritmo. Em nenhum dos problemas foi possível fechar a árvore enumerativa do algoritmo e comprovar a otimalidade da solução.

Problema	sol_{BCP}	sol_{LS}	$melhoria$
1	4376,5	5061	13,52%
2	4123,8	5013	17,74%
3	4041,8	4772	15,30%
4	4020,1	4455	9,76%
5	7511,4	9247	18,77%
6	8377,3	8433	0,66%
7	7076,7	8033	11,90%
8	7072	7384	4,23%
9	5376,4	5687	5,46%
10	5253,5	5649	7,00%
11	5230	5419	3,49%
12	5193,6	5189	-0,08%

Tabela 5.4: Resultados das instâncias de frota heterogênea