# 3 MODELOS EMPÍRICOS E TEÓRICOS PARA A PREVISÃO DE REFLUXO DE PROPANTE

Modelos para previsão de refluxo de material de sustentação de fraturas hidráulicas têm sido desenvolvidos e utilizados em situações práticas, apesar dos mecanismos que regem o fenômeno ainda não terem sido esclarecidos em sua totalidade. Os modelos existentes atualmente na literatura são classificados em dois grupos distintos: modelos empíricos e modelos teóricos. Apesar da finalidade comum, os modelos diferem bastante quanto à abordagem dos parâmetros e das variáveis de controle envolvidas. Assim sendo, são apresentados, primeiramente, as propriedades do fluido e outros parâmetros físicos associados a alguns modelos de previsão de refluxo de propante, não citados ainda nessa dissertação. Em seguida, os dois grupos de modelos existentes na literatura são descritos brevemente.

# 3.1. DENSIDADE DO FLUIDO

A razão entre a massa e o volume de um fluido é denominada massa específica, cuja unidade no SI é kg/m³. A variação de tal propriedade é, geralmente, inversamente proporcional à variação da temperatura. A razão entre a massa específica do fluido e a massa específica da água (1,0 g/cm³) é definida como densidade relativa e indica a capacidade de um determinado fluido "flutuar" em água.

No presente estudo, o fluido em questão é o óleo produzido pela rochareservatório.

Para a caracterização do petróleo, duas medidas de densidade podem ser utilizadas: a densidade comumente empregada na Física e na Engenharia, definida acima ou a densidade API (American Petroleum Institute). A escala API, medida em graus, varia inversamente com a densidade relativa, isto é, quanto maior a densidade relativa, menor o grau API. O grau API é maior quando o óleo é mais leve. Petróleos com grau API maior que 30 são considerados leves; entre 22º e 30º, são médios; abaixo de 22º, são pesados; com grau API igual ou

inferior a 10º, são petróleos extra pesados. Quanto maior o grau API, maior é o valor do petróleo no mercado.

Os valores da densidade relativa  $\delta_0$  em função da densidade API podem ser estimados pela equação a seguir:

$$\delta_0 = \frac{141.5}{131.5 + \Delta} \tag{3.1}$$

onde,  $\Delta$  é o valor da densidade do óleo em graus API.

#### 3.2. EFEITOS DA GRAVIDADE E DA VISCOSIDADE

Devido à verticalidade das fraturas hidráulicas, a gravidade e a viscosidade do fluido, tanto de fraturamento quanto da formação, afetam o transporte e a deposição de propantes, podendo influir no fenômeno de refluxo de material de sustentação da fratura.

Sendo o fluido de baixa viscosidade, a gravidade é preponderante na sedimentação das partículas e tal mecanismo é descrito através da lei de Stokes. Destaca-se a importância de se evitar que uma viscosidade insuficiente do fluido de fraturamento resulte em uma colocação inadequada do material de sustentação no interior da fratura. No entanto, a adição de propantes tende a aumentar a viscosidade de um fluido, tornando seus efeitos mais importantes do que os da gravidade.

Tanto em aplicações de engenharia quanto de geofísica, a viscosidade é uma das principais propriedades do fluido. Apesar de influenciada pela pressão e teor de gás, a mesma pode ser considerada uma função primária da densidade do óleo e da temperatura, como pode ser observado nas expressões desenvolvidas por Beggs & Robinson (1975) – eq. (3.2):

$$Z = 3,0324 - 0,02023(\Delta)$$

$$Y = 10^{z}$$

$$X = Y(T^{-1,163})$$

$$\mu = 10^{x} - 1$$
(3.2)

onde T é a temperatura em graus Farenheit,  $\Delta$  é a densidade do fluido em graus API e  $\mu$  é a viscosidade do fluido em centipoises (cp). Ressalta-se que o fluido em questão é o óleo produzido pela rocha-reservatório, ou seja, o fluido da formação.

#### 3.3. MODELOS EMPÍRICOS

## 3.3.1. Correlação Stimlab

Essa correlação foi obtida mediante experimentos realizados desde 1996 pelo consórcio de empresas petrolíferas coordenadas pela companhia Stimlab na tentativa de simular as condições reais de uma fratura através de um aparato denominado "célula de refluxo".

O modelo apresenta como variável de controle a velocidade crítica do fluido, ou seja, a velocidade acima da qual a produção de propante ocorre. A correlação elaborada para a determinação da velocidade crítica normalizada, V<sub>c,s</sub> (ft/s), foi elaborada em função do diâmetro médio das partículas de propante, d<sub>p</sub> (em polegadas), da concentração de propante, C<sub>p</sub> (lb/ft²), da viscosidade do fluido, μ (cp), da densidade específica do propante, SG<sub>p</sub>, da tensão efetiva sobre o propante, P<sub>c,net</sub> (Psia), da largura normalizada da fratura ( largura real da fratura dividida pelo diâmetro médio da partícula de propante), W<sub>r</sub>, e do fator de coesão, Co, proposto pelo próprio Consórcio Stimlab, cujo valor varia de 1 a 3 de acordo com o aditivo misturado no tratamento de propantes. Esta correlação está apresentada a seguir pela eq. (3.3):

$$V_{c,s} = 21,17 \times \left[ \frac{SG_p \times d_p^2}{C_p \times \mu} \right] \times C_0 + 0,131 \times \left[ \frac{P_{c,net}}{13 \times W_r^{3.5}} \right]^3$$
 (3.3)

Na eq. (3.3), a velocidade V<sub>c,s</sub>, representa um valor normalizado para uma fratura sustentada por 8,4 camadas de propante de tamanho 20/40. Para converter à velocidade real de interesse, V<sub>c</sub>, também em ft/s, sugere-se a seguinte relação:

$$V_c = V_{c,s} \times \left[ \frac{8,4}{W_r} \right] \times \left[ \frac{25,4 \times d_p}{0,72} \right]$$
(3.4)

As características do material granular têm influência perceptível no modelo, participando de ambas as equações através do diâmetro da partícula. Além disso, como a largura normalizada da fratura apresenta uma potência de 3,5 e outra de 3,0, possivelmente, é o principal fator de influência do modelo.

#### 3.3.2. Modelo de Cunha Livre

O modelo de Cunha Livre foi elaborado por Andrews & Kjorholdt (1998) a partir dos resultados de 50 ensaios laboratoriais realizados pelas empresas petrolíferas coordenadas pela Stimlab até 1994. É baseado no conceito de "regiões de estabilidade", onde a condição de estabilidade da fratura depende de três parâmetros: largura normalizada da fratura, tensão de fechamento e força de arraste.

No modelo de Cunha Livre, a tensão de fechamento é representada por um termo de fechamento C, enquanto que o gradiente hidráulico é representado por um termo de arraste F. As equações abaixo – eq. (3.5) e eq. (3.6) - fornecem os termos de fechamento e de arraste, respectivamente:

$$C = \frac{1}{P_{c,net}} \left(\frac{d_{ref}}{d_p}\right)^2 \tag{3.5}$$

$$F = \frac{dP}{dx} \left( \frac{d_p}{d_{ref}} \right)^3 \tag{3.6}$$

onde o gradiente de pressão dP/dx e o termo de arraste F são expressos em psi/ft, a tensão efetiva sobre o propante, em psia e o fator de escala  $d_p/d_{ref}$  é adimensional, com  $d_{ref} = 0.0721$  cm = 0.0284 in, representando o diâmetro médio do propante Carbolite 20/40.

Com base nesses termos, a largura normalizada máxima para que a propante permaneça estável na fratura, evitando a produção do mesmo, é determinada através da seguinte equação:

$$W_{r,\text{max}} = 3.2 + 5.51 \times 10^{3} C - 5.47 \times 10^{5} C^{2} + 0.17 F +$$

$$1.61 \times 10^{2} CF - 6.92 \times 10^{-3} F^{2} - 5.34 \times 10^{5} C^{2} F$$
(3.7)

onde W<sub>r,max</sub> é a largura normalizada estável máxima.

Portanto, a largura normalizada máxima é a variável de controle do modelo, dependendo de uma combinação polinomial entre os termos de fechamento e de arraste determinados a partir da tensão de fechamento e do gradiente hidráulico. O fator predominante nas equações dos termos de fechamento e de arraste é o diâmetro da partícula, que apresenta um expoente diferente de um em ambos os termos. Assim, esse parâmetro é o que possui

maior influência no valor da largura normalizada máxima determinada pelo modelo.

#### 3.3.3. Modelo de Potência

Sugerido, também, pelo consórcio Stimlab (Barree & Conway, 2002), o modelo de Potência é baseado na hipótese de haver um diâmetro de propante mínimo, d<sub>p,min</sub>, normalizado em relação à largura da fratura, W, para o qual se garante a estabilidade do material de sustentação independentemente do valor da velocidade do fluido monofásico. Nesse caso, a variável de controle do modelo é, na verdade, o inverso da largura normalizada da fratura, que como já citado anteriormente, é a razão entre a largura da fratura e o diâmetro da partícula de propante. Matematicamente, esta condição foi formulada considerando o modelo reológico de potência para a viscosidade através da utilização das equações propostas por Richardson & Zaki (1954), mostrada a seguir:

$$\frac{d_{p,\min}}{W} = \frac{d_{p}}{W_{\infty}} + \frac{\left(\frac{d_{p}}{W_{\max}} - \frac{d_{p}}{W_{\infty}}\right)}{\left(1 + \left(\frac{R_{f}}{R_{ft}}\right)^{1.5}\right)^{3}}$$
(3.8)

$$\frac{d_p}{W_{\text{max}}} = 0.012d_p + 0.165 \tag{3.9}$$

$$R_{fi} = 79d_{p}^{2} \tag{3.10}$$

Na eq. (3.8) o menor valor de  $d_p/W_\infty$  é teoricamente zero, mas, inicialmente, foi determinado como 0,001; o maior valor de  $d_p/W_{max}$  dever ser obtido experimentalmente;  $R_f$  representa o número de Reynolds para as condições reais de fluxo;  $R_{ft}$  representa o número de Reynolds crítico.

A abordagem empírica deste modelo sugere que d<sub>p</sub>/W<sub>max</sub> seja uma função do diâmetro da partícula e o número de Reynolds crítico seja uma função do quadrado do diâmetro da partícula. Mais uma vez o diâmetro da partícula se apresenta como fator relevante na determinação do valor crítico da variável de

controle. A viscosidade e a massa específica do fluido são consideradas no modelo através do número de Reynolds para as condições reais do fluxo; no entanto, a relevância desses fatores é reduzida diante da Influência do diâmetro da partícula do propante.

## 3.3.4. Modelo de Bi-potência

Barree et al. (2002) desenvolveram esse modelo com base na hipótese de que uma partícula flutua em um fluido de Poiseuille sob determinado número de Reynolds da partícula e sob determinado número de Reynolds do fluido, definidos, respectivamente, a partir das equações a seguir:

$$R_G = \frac{\rho_f g (\rho_p - \rho_f) (d_p / 12)^3}{(\mu / 1488, 16)^2}$$
(3.11)

$$R_f = \frac{\rho_f \tilde{v}(W/12)}{(\mu/1488,16)} \tag{3.12}$$

$$\tilde{V} = 8600 \frac{Q_P}{(W/12)^2} \tag{3.13}$$

Os parâmetros envolvidos nas expressões são: massa específica do fluido,  $\rho_f$ , massa específica do propante,  $\rho_p$ , ambas expressas em lb/ft³, aceleração da gravidade, g=32,2 ft/s², viscosidade do fluido,  $\mu$ , em cp, diâmetro da partícula,  $d_p$ , em polegadas, vazão de produção do poço,  $Q_P$ , em ft³/dia e, finalmente, largura do canal de fluxo, W, em polegadas, que nesse caso é a própria largura média da fratura.

Os resultados dos ensaios de laboratório, para os quais a produção de propante não ocorreu, foram utilizados para definir os valores dos expoentes da lei de bi-potência, determinando, então, a eq. (3.14) que fornece o valor da máxima largura da fratura estável, W<sub>r,max</sub>, normalizada em relação ao diâmetro da partícula.

$$W_{r,\text{max}} = 0,1462R_G^{1,3971}R_f^{-0,4126R_G^{0,1248}}$$
(3.14)

Como observado, o modelo de Bi-potência considera tanto as características do fluido quanto as do propante, considerando, inclusive a vazão de produção do poço, diferentemente dos demais modelos existentes na literatura. No entanto, as características do propante são mais relevantes para a determinação do valor da variável de controle do modelo, que mais uma vez, é a largura normalizada da fratura. Isso pode ser verificado na eq. (3.14), onde o número de Reynolds da partícula apresenta expoente maior que um, além de ser determinante para o expoente do número de Reynolds do fluido.

#### 3.4. MODELOS TEÓRICOS

## 3.4.1. Modelo de Velocidade Mínima de Fluidificação

Esse modelo sugere um valor para a velocidade do fluido no qual as partículas não permanecem mais em repouso, mas se "fluidificam" sob a ação do fluido. Essa velocidade é determinada a partir do conjunto de equações apresentadas a seguir:

$$v_f = \frac{-B_f + \sqrt{(B^2 - 4A_f C_f)}}{2A_f} \tag{3.15}$$

$$A_f = \frac{1,75(d_p/12)^2 \rho_f^2}{\phi_p \varepsilon_{mf}^3 (\mu/1488,16)^2}$$
(3.16)

$$B_{f} = \frac{150(d_{p}/12)\rho_{f}(1-\varepsilon_{mf})}{\phi_{p}^{2}\varepsilon_{mf}^{3}(\mu/1488,16)}$$
(3.17)

$$C_f = \frac{-g\rho_f (d_p/12)^3 (62,428SG_p - \rho_f)}{(\mu/1488,16)^2}$$
(3.18)

onde  $\nu_f$  á a velocidade de fluidificação, em ft/s, g é a aceleração da gravidade (g = 32,2 ft/s²), d<sub>p</sub> é o diâmetro médio das partículas de propante em polegadas,  $\mu$  é a viscosidade do fluido da formação em cp,  $\rho_p$  e  $\rho_f$  são, respectivamente , as massas específicas do propante e do fluido em lb/ft³.

A esfericidade das partículas é representada por  $\phi_s$ , tendo o valor máximo igual a 1,0 para as partículas consideradas perfeitamente esféricas. A porosidade mínima de fluidificação é representada por  $\epsilon_{mf}$  e determinada pela eq. (3.19), na qual D'p é o valor do diâmetro médio das partículas em mícron.

$$\varepsilon_{mf} = 1 - 0.356(\log D' p - 1)$$
 (3.19)

O pacote granular é considerado estável quando a velocidade real do fluido é menor que a velocidade crítica determinada pelas equações anteriores. Portanto, a variável de controle do modelo é a própria velocidade do fluido.

As características do fluido e do propante são consideradas no modelo, não sendo de fácil percepção os fatores de maior influência. No entanto, fatores relevantes no fenômeno de refluxo de propante, como largura normalizada da fratura, tensão de fechamento e gradiente hidráulico não são abordados.

#### 3.4.2. Modelo Semimecânico

Esse modelo foi elaborado por Canon et al. (2003) através da combinação do modelo teórico de Velocidade Mínima de Fluidificação e do modelo empírico de Cunha livre. A determinação da força de arraste é o foco principal do modelo em questão, sendo efetuada através da eq. (3.20):

$$F_{sta} = W_T \exp \left[ -0.5 \times \left( \frac{\ln(P_{c,net}) - a'}{S_T} \right)^2 \right] + F_{FV}$$
 (3.20)

Na eq. (3.20)  $F_{sta}$  representa o máximo gradiente em psi/ft que um pacote granular estável no interior de uma fratura pode suportar, sob determinadas condições de tensão de fechamento, largura da fratura e resistência do propante. A tensão efetiva sobre o propante, representada por  $P_{c,net}$ , é expressa por psi. O termo a' é uma constante do modelo, cujo valor é igual a 7,7172. A contribuição, na eq. (3.20), da largura da fratura e da resistência dos grãos ao esmagamento está representada pelos termos  $W_T$  e  $S_T$ , determinados pela eq. (3.21) e eq. (3.22), respectivamente:

$$W_T = 1422.5 \exp(-1.0483W_T) \tag{3.21}$$

$$S_T = 3 \times 10^{-5} S_{\text{max}} + 0,22368 \tag{3.22}$$

onde  $W_r$  representa a largura normalizada da fratura em relação ao diâmetro médio do propante e  $S_{max}$  representa a resistência nominal ao esmagamento do propante em psi.

Finalmente, o termo  $F_{FV}$  representa o mínimo gradiente de pressão para desestabilizar os grãos de propante. Tal valor depende da velocidade mínima de fluidificação,  $v_f$  em ft/s, calculada conforme o modelo homônimo (Sparlin & Hagen, 1995; Parker et al., 1999; Stadalman et al., 1985), da viscosidade do fluido da formação,  $\mu$  em cp e da permeabilidade do pacote,  $k_p$  em md, conforme apresentado na eq. (3.23).

$$F_{FV} = 1,365 \times 10^7 \times \frac{V_f \mu}{k_p} \tag{3.23}$$

No modelo Semimecânico, a variável de controle do modelo é o máximo gradiente hidráulico. Desta forma, a estabilidade do pacote granular é determinada através da comparação entre os valores de gradiente de pressão real na fratura e aquele obtido através das equações apresentadas no modelo Semimecânico. Quando este último é maior do que o gradiente real, a fratura é estável; caso contrário é instável.

#### 3.4.3. Modelo de Potência Modificado

Baseado no mesmo princípio adotado por Canon et al. (2003), Cachay (2004) sugeriu algumas modificações no modelo de Potência para incluir um limite inferior para a produção do material de sustentação, ou seja, determinar, para um diâmetro específico da partícula, o valor da velocidade mínima para o início do fluxo de propante independentemente da concentração do propante e da viscosidade do fluido.

Dessa forma, alguns valores foram ajustados. O expoente 1,5 foi modificado para 1,8, enquanto que o expoente 3 foi modificado para 2,9. Além disso, se escolheu para  $d_p/W_\infty$  o valor de 0,015, antes considerado 0,001. Portanto, a eq. (3.8) passou a ser:

$$\frac{d_{p,\min}}{W} = \frac{d_{p}}{W_{\infty}} + \frac{\left(\frac{d_{p}}{W_{\max}} - \frac{d_{p}}{W_{\infty}}\right)}{\left(1 + \left(\frac{R_{f}}{R_{f}}\right)^{1.8}\right)^{2.9}}$$
(3.24)

As demais equações e considerações foram mantidas conforme o modelo original.

## 3.4.4. Método dos elementos discretos (DEM)

O método dos elementos discretos (DEM) foi desenvolvido por Cundall no final da década de 70 para analisar, no tempo, o comportamento mecânico de um grande número de partículas individuais e de diversas formas e propriedades. Desde então, esse método tem sido utilizado para analisar as interações presentes em pacotes granulares. Asgian & Cundall (1994) aplicaram essa técnica numérica ao problema de refluxo de propante, considerando a interação mecânica entre partículas esféricas e elásticas.

O DEM é baseado em algoritmos de diferenças finitas para resolver a equação de movimento de cada partícula, considerando pequenos intervalos sucessivos de tempo. Em cada intervalo, as forças atuantes são admitidas constantes e a aceleração de cada partícula é determinada através da segunda lei de Newton. Assim, a velocidade e o deslocamento de cada partícula são obtidos por duas integrações seqüenciais no tempo. A cada novo incremento de tempo, as forças são atualizadas com base nos deslocamentos obtidos e considerando as leis de contato apropriadas.

Essa técnica numérica permite simular o fenômeno de refluxo de propante evidenciado pela formação de um arco na superfície externa da fratura devido à ação de tensões de compressão sobre a camada de partículas. Desta forma, os resultados numéricos obtidos por Asgian & Cundall (1994) se mostraram coerentes com os estudos experimentais de Milton-Tayler & Stephenson (1992): fraturas com largura superior a 5,5 camadas de propante tendem à instabilidade.

## 3.5. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS

Alguns estudos anteriores (Cachay, 2004) afirmam que os modelos Stimlab e Semimecânico são mais consistentes em seus resultados, sendo o último mais conservativo na previsão do refluxo de propante. No entanto, teoricamente, todos os modelos apresentam restrições em suas formulações e, em situações práticas, são dificilmente comparáveis devido a incertezas dos dados de campo. Além disso, a grande diferença quanto à abordagem dos parâmetros e quanto às variáveis de controle utilizadas tornam a comparação entre os modelos de previsão de refluxo de propante ainda mais complexa. Para uma melhor visualização e análise dos modelos de previsão de refluxo de propante, a Tabela 3.1 apresenta todos os parâmetros e as variáveis de controle envolvidas.

Tabela 3.1 – Comparação entre os modelos de previsão de refluxo de propante.

MODELOS	Variável de Controle	SGp	d <sub>p</sub>	W <sub>r</sub>	w	фр	C <sub>p</sub>	ρρ	K <sub>p</sub>	S <sub>max</sub>	P <sub>c,net</sub>	Dp/dx	μ	ρ <sub>f</sub>	$\mathbf{Q}_{f}$	$v_{f}$	v
Stimlab	V <sub>c</sub>																
Cunha livre	$W_{r,max}$																
Potência	d <sub>p</sub> /W																
Bi-potëncia	$W_{r,max}$																
Mínima velocidade	$\nu_{f}$																
Semimecänico	F <sub>sta</sub>																

## onde:

V <sub>c</sub> − velocidade crítica do fluido;	<b>C</b> <sub>p</sub> – concentração de propante;						
<b>W</b> <sub>r,max</sub> – largura normalizada máxima;	ρ <sub>p</sub> – massa específica do propante;						
d <sub>p</sub> /W – relação entre o diâmetro do propante e da largura da fratura;	$\mathbf{k_p}$ – permeabilidade do pacote granular;						
$v_{f}$ – velocidade mínima de fluidificação;	S <sub>max</sub> - resistência do propante ao esmagamento;						
F <sub>sta</sub> – máximo gradiente hidráulico;	P <sub>c,net</sub> – tensão efetiva sobre o propante;						
SG <sub>p</sub> – densidade do propante;	Dp/dx - gradiente hidráulico;						
<b>d</b> <sub>p</sub> – diâmetro do propante;	μ - viscosidade do fluido da formação;						
<b>W</b> <sub>r</sub> – largura normalizada da fratura;	ρ <sub>f</sub> – massa específica do fluido;						
W – largura da fratura	<b>Q</b> <sub>f</sub> – vazão de produção da fratura;						
$\phi_p$ – esfericidade da partícula;	V – velocidade do fluido;						

#### Constantes:

 $g=32,2\ ft/s^2-$  para os modelos de Mínima velocidade de fluidificação e Bipotência;

 $d_{ref} = 0.084 \text{ in;}$  $d_p/W_{\infty} \approx 0.001;$ 

Como pode ser observado na Tabela 3.1, nenhum parâmetro é considerado em todos os modelos. A largura da fratura, a tensão de fechamento da fratura e o gradiente hidráulico, que são parâmetros de grande relevância para o fenômeno, não são considerados em todos os modelos, evidenciando as limitações dos mesmos.