7
Referências Bibliográficas

AZAR, J.J. e SANCHEZ, R.A. Important Issues in Cutting Transport for Drilling Directional Wells. In: **SPE Latin American and Caribean Petroleum Engineering Conference and Exhibition**, Rio de Janeiro, Brazil, 1997. SPE 39020.

BAGNOLD, R.A. Proc. Royal Society of Londom, A, 225, 44, 1954.

BASSAL, A.A. **A Study of the Effect of Drill Pipe Rotation on Cuttings Transport in Inclined Wellbores** Tese de Mestrado, U. of Tulsa, Tulsa, OK, 1995.

BECKER, T.E. **Correlations for Drill-Cuttings Transport in Directional Well Drilling**, 1987, Tese de Doutorado, U. of Tulsa, Tulsa, Ok.

CAMPOS, W. A Mechanistic Modeling of Cuttings Transport in Highly Inclined Well. In: **ASCM FED**, Vol 189, 1994. pp. 145 – 155.

CEYLAN, K., HERDEM, S. e ABBASOV, T. A Theoretical Model for Estimation of Drag Force in the Flow of Non-Newtonian Fluids Around Spherical Solid Particles. In: **Powder Techn.,** Vol 103, 286 – 291. 1999.

CHEREMISINOFF, N.P. e GUPTA, R. **Handbook of Fluids in Motion**. Ann Arbor Science, Michigan. 1983.

CHHABRA, R.P. e PERI, S.S. Simple Method for the Estimation of Free-Fall Velocity of Spherical particles in Power Law Liquids. In: **Powder Techn.** Vol 67, 287 – 290. 1991.

CHIEN, S.F. Settling Velocity of Irregularly Shaped Particles. **SPEDC**, 281, 1994.

CHO, H., SHAH, S.N. e OSISANYA, S.O. A Three Layer Modeling for Cuttings Transport with Coil Tubing Horizontal Drilling. In: **SPE Annual Technical Conference and Exhibition**, Dallas, Texas, 2000. SPE 63269.

CLARK, R.K. e BICKHAM, K.L. A Mechanistic Model for Cuttings Transport. In: **SPE 69th Annual Technical Conference and Exhibition**, New Orleans, 1994. SPE 28306.

COLEBROOK, C.F. Turbulent Flow in Pipes With Particular Reference to the Transition Region Between Smooth and Rough Pipe Laws. **J. Inst. Civ. Eng.**, 11, 133 – 156, 1939.

COSTA, S.S.; FREIRE, H.L.V; PASTOR, J.A.S.C.. e FONTOURA S.A.B. Análise de Sensibilidade dos Parâmetros na Limpeza de Poços de Petróleo. In: 2^{o} Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo & Gás, Rio de Janeiro, **Anais...** 2003.

COSTA, S.S.; HOLZBERG, B.B.; PASTOR, J.A.S.C. E FONTOURA S.A.B.; **Sistema Integrado para Monitoramento de Problemas de Perfuração de Poços.** Relatório de Progressos GTEP/CENPES , Janeiro 2003.

DOAN, Q.T.; OGUZTORELI, M.; MASUDA, Y.; YONEZAWA, T.; KOBAYASHI, A. e KAMP, A. Modeling of Transient Cuttings Transport in Underbalanced Drilling.

In: **IADC/SPE Asia Pacific Drilling Technology**. Kuala Lampur, Malásia, 2000. SPE 62742.

DOAN, Q.T.; OGUZTORELI, M.; MASUDA, Y.; YONEZAWA, T.; KOBAYASHI, A. ; NAGANAWA, S. e KAMP, A. Modelling of Transient Cuttings Transporte in Underbalanced Drilling. **SPE Journal**, 2003. SPE 85061.

DORON, P.; GRANICA, D. e BARNEA, D. Slurry Flow in Horizontal Pipes – Experimental and Modeling. **International Journal Multiphase Flow**.13 (4), 535 - 547. 1987.

DORON, P. e BARNEA, D. Effect of the No-Slip Assumption on the Prediction of Solid – Liquid Flow in Pipes . **International Journal Multiphase Flow**, 19(6) 1029 - 1043, 1992.

DORON, P. e BARNEA, D. A Three-Layer Model for Solid – Liquid Flow in Horizontal Pipes. **International Journal Multiphase Flow.** 19(6), 1029, 1993.

ERGUN, S.,Fluid Flow Through Packed Column, **Chem. Engineering Progress,** Vol 48, pp. 89 – 94, 1952.

FELICE, R. DI. The Sedimentation Velocity of Dilute Suspensions of \nearly Monosized Spheres. In: **International Journal of Multiphase Flow.** Vol 25, 559 – 574. 1999.

GAESSLER, H., Doctoral Dissertation, Techniche Hochshule Karlsruhe, Germany, 1967 (em Govier e Aziz, cap 11).

GANGHI, R.L. An Analysis of Hold Up Phenomena in Slurry Pipelines. In: **Fourt International Conference On The Hydraulic Transport Of Solids In Pipes**. 1976.

GAVIGNET, A.A. e SOBEY, I.J. A Model for the Transport of Cuttings in Highly Deviated Wells, In: **61st Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers**, New Orleans, LA, 1986. SPE 15417.

GOVIER, G.M., AZIZ, K., **The Flow of Complex Mixtures in Pipes**, Robert krieger Co. Florida, USA, 1972.

HEIDER, A. e LEVENSPIEL, O. Drag Coefficient and Terminal Velocity of Spherical and Nonspherical Particles. In: **Powder Techn.**, 58, 63-70, 1989.

HOPKINS, C.J. e LEICKSENRING, R.A. Reducing the Risk of Stuck Pipe in Netherlands. In: **IADC/SPE Drilling Conference.** Amsterdam, 1995. SPE/IADC 29422.

IYOHO, A.W., **Drilled Cuttings Transport by Non Newtonian Drilling Fluids Through Inclined, Eccentric Anulli**, Tese de Doutorado, University of Tulsa, Ok, 1980.

IYOHO, A.W.; HORET, J.M. E VEENKANT, R.L**.** A Computer Model for Hole-Cleaning Analysis In: **62nd Annual Technical Conference and Exhibition**, Dallas, Texas, 1987. SPE 16694.

JEFFERSON, D. e ZAMORRA, M. Hole Cleaning and Suspension in Horizontal Wells. **In: 3rd Annual North American Conference on emerging Technolohies – Coiled and Horizontal Wells**. Calgary. 1995.

KAMP A.M. e RIVERO, M. Layer Modeling for Cuttings Transport in Highly Inclined Welbores, In: **SPE Latin American and Caribean Petroleum Engineering Conference and Exhibition**, Caracas, Venezuela, 1999. SPE 53942.

KELESSIDIS, V.C. e MPANDELIS, G.E. Flow Patterns and suspension Velocity for Efficient Cuttings Transport in Horizontal and Deviated Wells in Coiled – Tubing Drilling. In: **SPE/ICoTA Coiled Tubing Conference**. Houston, Texas, 2003.

LARSEN, T.I., PILEVHARI, A.A. e AZAR, J.J.; Development of a New Cuttings Transport Model for High-Angle Wellbore Including Horizontal Wells. In: **SPE Rocky Mountain Regional / Low Permeability Reservoir Symposium**, Denver, 1993. SPE 25872.

LARUCCIA, M. B. **Velocidade de Sedimentação em Fluidos Não-Newtonianos: Efeito da Forma e da Concentração de Partículas**, São Paulo: 1990. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Petróleo, Universidade Estadual de Campinas.

LI, J. e WALKER, B.J. Sensitivity Analysis of Hole Cleaning Parameters. In Directional Wells. In: **SPE/ICoTA Coiled Tubing Roundtable**. Houston, Texas, 1999. SPE 54498.

LI, J. AND WALKER, S. Coiled-Tubing Wriper Trip Hole Cleaning in Highly Deviated Welbores. In: **2001 SPE/ IcoTA Coil Tubing Round Table**, Houston, Texas, 2001. SPE 68435.

MACHAC, I., ULBRICHOVA, I. ELSON, T.P. e CHEESMAN, D.J. Fall of Spherical Particles Through Non Newtonian Suspensions. In: **Chem. Engr. Science,** 50(20), 3323 – 3327. 1995.

MACHADO, J.C.V. **Reologia e Escoamento de Fluidos – Ênfase na Indústria do Petróleo**. Editora Interciência. Rio de Janeiro. 2002.

MARTINS, A.L., **Modelagem e Simulação do Escoamento Axial Anular de Mistura Sólido-Fluido Não-Newtoniano em Dutos Horizontais e Inclinados**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Petróleo, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, Brasil, 1990.

MARTINS, A.L. e SANTANA, C.C. Evaluation of Cutting Transport in Horizontal and Near Horizontal Wells – A Dimensionless Approach. In: **Second Latin American Petroleum Engineering Conference, II LAPEC**, Caracas, Venezuela, 1992. SPE 23643.

MARTINS, A.L.; SÁ, C.H.M. ; LOURENÇO, A. M.F. e FREIRE, L.G.M. Experimental Determination of Interfacial Friction Factor in Horizontal Drilling With a Bed of Cuttings. In: **SPE Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference**, Trinidad & Tobago, 1996. SPE 36075.

MARTINS, A.L.; SANTANA, M.; GASPARI, E. e CAMPOS, W. Evaluating the Transport of Solids Generated by Shale Instabilities in ERW Drilling. In: **SPE International Conference on Horizontal Well Technology**, Calgary, 1998. SPE 50380.

MARTINS, A.L.; SANTANA, M.; GASPARI, E. e CAMPOS, W. Evaluating the Transport of Solids Generated by Shale Instabilities in ERW Drilling – Part II. In: **SPE Annual Technical Conference and Exhibition,** Houston, Texas 1999. SPE 56560.

MASSIE, G.W., CASTLE-SMITH, J., LEE, J.W. e RAMSEY, M.S. Amoco´s Training Initiative Reduces Wellsite Drilling Problems. In: **Petroleum Engineer International.** 1995.

MIURA, H., TAKAHASI, T., ICHIKAWA, J. e KAWASE, Y. Bed Expansion in Liquid-Solid Two-Phase Fluidized Beds with Newtonian and Non-Newtonian

Fluids over the Wide Range of Reynolds Numbers. In: **Powder Techn.,** Vol 117, 239 – 246. 2001.

NEWITT, D.M., RICHARDSON, J.F. SHOOK, C.A., Symp. on Interaction Between Fluids on Particles, Proc. p. 87, London, 1962.

NGUYEN, D. E RATHMAN, S. S. A Three-Layer Hydraulic Program for Effective Cuttings Transport and Hole Cleaning in Highly Deviated and Horizontal Wells. **SPE Drilling & Completion**, Vol 13(3), 182 – 189, 1998.

OKRAJNI, S.S e AZAR, J.J. The Effects of Mud Rheology on Annular Hole Cleaning in Directional Wells" , **SPEDE** (Aug, 1986) 297; Trans. AIME, 285.

OROSKAR, A.D. e WHITMORE, R.L. The Critical Velocity in Pipeline Flow of Slurries" **AIChE. Journal**. 26(4), 550, 1980.

PEDEN, J.M.; FORD, J.T. e OYENEYIN, M.B. Comprehensive Experimental Investigation of Drilled Cuttings Transport in Inclined Wells Including the Effects of Rotation and Eccentricity. In: **Europec 90,** 1990. SPE 20925.

PILEHVARI, A.A.; AZAR, J.J. AND SIAMACK, A.S. State of the Art Cuttings Transport in Horizontal Wellbore. In:, **SPE International Conference on Horizontal Well Technology**, Calgary, Canada, 1996. SPE 36075.

RICHARDSON, J. F. e ZAKI, W. N., Sedimentation and Fluidization, Part I, **Trans. Inst. Chem. Engrs**. ,Vol 32, p. 35-53, 1954.

ROWE, P.N., HENWOOD, G.A., Trans. Inst. Chem. Engrs., vol 39, pp 43 – 54, 1961 (em Wallis Eq. 8.18 e 8.30).

SAASEN, A. e LOKLINGHOLM, G. The Effect of Drilling Fluid Rheological Properties on Hole Cleaning. In: **IADC/SPE Drilling Conference**, Dallas, Texas, 2002. **IADC/SPE 74558**.

SANCHEZ, R.A.; AZAR, J.J. e MARTINS, A.L. The Effect of Drillpipe Rotation on Hole Cleaning During Directional Well Drilling. In: **IADC/SPE Drilling Conference**, Amsterdam,1997. SPE / IADC 37626.

SANTANA, M.; MARTINS, A.L e SALES JR, A. Advances in the Modeling of the Stratified Flow of Drilled Cutting in High Angle and Horizontal Wells. In: **International Petroleum Conference and Exhibition of Mexico**, Vila Hermosa, Mexico, 1998. SPE 39890.

SCHEIDEGGER, A.H. , The Physics of Flow Through Porous Media, U. Toronto Press, 1974.

SHOOK, C.A., DANIEL, S.M., Can. J. Chem. Eng., **46**, 238,1968.

SIFFERMAN, T.R. e BECKER, T.E. Hole Cleaning in Full Scale Inclined Wellbores. **SPEDE** 115; Trans., AIME, 293, 1992.

STUCKENBRUCK, S. Notas Pessoais, 2005.

TAYLOR, G. The Dispersion of Matter in Turbulent Flow Through a Pipe. In: PROC. R. SOC., A223, p. 446 – 468, 1954.

TELEVANTOS,Y.; SHOOK, C.A.; CARLETON, A. e STREAT, M. Flow of Slurries of Coarse Particles at Hight Solids Concentration. **Can. J. Chem. Engr**. 57, 255 – 262, 1979.

TENKOLSKY, S.A., VETTERLING, W.T. e FLANNERY, B.P. **Numerical Recipes – The Art of Scientific Computing.** Cambridge U. Press, 2nd Ed. 1992.

TODA, M., KONNO, S. SAITO, MAEDA, S., Int. Chem. Eng., 99, 553, 1969.

TOMREN, P.H.; IYOHO, A.W. e AZAR, J.J. Experimental Study of Cuttings Transport in Directional Wells. **SPE Drilling Engineering**, February, 1986.

WALKER, R.E. e KORRY, D.E. Field Method of Evaluating Annular Performance of Drilling Fluids, **Journal of Petroleum Technology,** London, 1973. SPE 4321.

WALKER, S. e LI, J. The Effects of Particle Size, Fluid Rheology, and Pipe Eccentricity on Cuttings Transport. In: **SPE/ICoTA Coiled Tubing Roundtable**, Houston, Texas, 2000. SPE 60755.

WALTON, I.C. Computer Simulator of Coiled Tubing Wellbore Cleanouts in Deviated Wells Recommends Optimum Pump Rate and Fluid Viscosity. In: **Productions Operations Symposium**, Oklahoma City, OK, USA, 1995. SPE 29491.

WILLIAMS, C.E., BRUCE, G. H., , Carrying Capacity of Drilling Muds, **Pet. Trans AIME**, vol 192, pp 111 – 120, 1951.

WILSON, K.C. e TSE, J.K.P. Deposition Limit for Coarse Particles Transport in Inclined Pipes. In: **9th Int. Conf. on Hydraulic Transport of Solids in Pipes**, BHRA Fluid Engr, Cranfield, UK, 1987.

Apêndice A –
Coeficientes das Equações de Conservação

Neste item serão apresentados os coeficientes, na forma linearizada, das equações de conservação de massa e quantidade de movimento apresentadas no capítulo 4 – equações (4.5), (4.7), (4.9) e (4.10).

A.1.
Equação de conservação de massa para o líquido

Os coeficientes da equação (4.5), equação de conservação de massa para o líquido, são os seguintes,

$$D_{11} = \frac{1}{\Delta t}\left(1 - C_{l1}\right) + \frac{1}{\Delta z_i}\left[u_{l2i+1/2}^{\;k} - C_{l1} u_{l1i+1/2}^{\;k}\right] \tag{A.1}$$

$$D_{12} = \frac{1}{\Delta z_i}\left[\alpha_{2i}^{\;k} - \alpha_{s2i}^{\;k}\right] \tag{A.2}$$

$$D_{13} = \frac{1}{\Delta z_i} C_{l1} \alpha_{1i}^{\;k} \tag{A.3}$$

$$L_{11} = \frac{1}{\Delta z_i}\left[u_{l1i-1/2}^{\;k} C_{l1} - u_{l2i-1/2}^{\;k}\right] \tag{A.4}$$

$$L_{12} = \frac{1}{\Delta z_i}\left[\alpha_{s2i-1/2}^{\;k} - \alpha_{2i-1}^{\;k}\right] \tag{A.5}$$

$$L_{13} = -\frac{1}{\Delta z_i} C_{l1} \alpha_{1i-1}^{\;k} \tag{A.6}$$

$$\begin{aligned} F_1 = {} & \frac{1}{\Delta t}\left(\alpha_{s2i}^{\;k} - \alpha_{s2i}^{\;n}\right) - \frac{1}{\Delta t} C_{l1}\left(\alpha_{1i}^{\;k} - \alpha_{1i}^{\;n}\right) - \frac{1}{\Delta t}\left(\alpha_{2i}^{\;k} - \alpha_{2i}^{\;n}\right)\frac{\dot{q}_l}{A_T \rho_l} - \\ & - \frac{1}{\Delta z_i} C_{l1}\left[\alpha_{1i}^{\;k} u_{l1i+1/2}^{\;k}\right] + \frac{1}{\Delta z_i} C_{l1}\left[\alpha_{1i-1}^{\;k} u_{l1i-1/2}^{\;k}\right] - \frac{1}{\Delta z_i}\left[\alpha_{2i}^{\;k} u_{l2i+1/2}^{\;k}\right] + \\ & + \frac{1}{\Delta z_i}\left[\alpha_{2i-1}^{\;k} u_{l2i-1/2}^{\;k}\right] + \frac{1}{\Delta z_i}\left[\alpha_{s2i+1/2}^{\;k} u_{l2i+1/2}^{\;k}\right] - \frac{1}{\Delta z_i}\left[\alpha_{s2i-1/2}^{\;k} u_{l2i-1/2}^{\;k}\right] \end{aligned} \tag{A.7}$$

A.2.
Equação de conservação de massa para o sólido + líquido

Os coeficientes da equação (4.7), equação de conservação de massa para sólido + líquido, são os seguintes,

$$D_{21} = \frac{1}{\Delta z_i}\left[u_{l2i+½}^{k} - u_{l1i+½}^{k}\right] \tag{A.8}$$

$$D_{22} = \frac{1}{\Delta z_i}\left[\alpha_{2i}^{k} + \alpha_{S2i}^{k}\left(K_{SL} - 1\right)\right] \tag{A.9}$$

$$D_{23} = \frac{1}{\Delta z_i}\alpha_{1i}^{k} \tag{A.10}$$

$$L_{21} = -\frac{1}{\Delta z_i}\left[u_{l2i-½}^{k} - u_{l1i-½}^{k}\right] \tag{A.11}$$

$$L_{22} = -\frac{1}{\Delta z_i}\left[\left(\alpha_{s2}K_{sl2}\right)_{i-½}^{k} + \alpha_{s2i-½}^{k} + \alpha_{2i-1}^{k}\right] \tag{A.12}$$

$$L_{23} = -\frac{1}{\Delta z_i}\alpha_{1i-1}^{k} \tag{A.13}$$

$$\begin{aligned} F_2 = \frac{\dot{q}_l + \dot{q}_s}{A_T} - \frac{1}{\Delta z_i}\left[\alpha_{1i}^{k}u_{l1i+½}^{k}\right] + \frac{1}{\Delta z_i}\left[\alpha_{1i-1}^{k}u_{l1i-½}^{k}\right] - \\ - \frac{1}{\Delta z_i}\left[\alpha_{2i}^{k}u_{l2i+½}^{k}\right] + \frac{1}{\Delta z_i}\left[\alpha_{2i-1}^{k}u_{l2i-½}^{k}\right] + \\ + \frac{1}{\Delta z_i}\left[\left(\alpha_{s2}u_{l2}\right)_{i+½}^{k} - \left(\alpha_{s2}u_{l2}\right)_{i-½}^{k}\right] - \\ - \frac{1}{\Delta z_i}\left[\left(\alpha_{s2}K_{sl2}u_{l2}\right)_{i+½}^{k}\right] + \frac{1}{\Delta z_i}\left[\left(\alpha_{s2}K_{sl2}u_{l2}\right)_{i-½}^{k}\right] \end{aligned} \tag{A.14}$$

A.3.
Equação de quantidade de movimento para a Região 1

Os coeficientes da equação (4.9), equação de conservação de quantidade de movimento para a Região 1, são os seguintes,

$$D_{31} = \frac{1}{\rho_1^{*}A_T}\delta F_C \tag{A.15}$$

$$D_{32} = -2\left(c_i \rho_l\right)^n_{i+1/2} \left|u_{l2} - u_1\right|^k_{i+1} \quad \text{(A.16)}$$

$$D_{33} = \frac{1}{\Delta t}\left(\alpha_1 \rho_1\right)^k_{i+1/2} - 2\left[\left(c_i \rho_l\right)^n_{i+1/2} \left|u_{l2} - u_1\right|^k_{i+1} + \left(c_{wl_1} \rho_l\right)^n_{i+1/2} \left|u_1\right|^k_{i+1}\right] \quad \text{(A.17)}$$

$$D_{34} = -\frac{1}{\Delta z_{i+1/2}} \alpha^k_{1i+1/2} \quad \text{(A.18)}$$

$$R_{34} = \frac{1}{\Delta z_{i+1/2}} \alpha^k_{1i+1/2} \quad \text{(A.19)}$$

$$\begin{aligned} F_3 = &-\frac{1}{\Delta t}\alpha^k_{1i+1/2}\left(u_1^{*k} - u_1^{*n}\right)_{i+1/2} - \frac{1}{\Delta z_{i+1/2}}\alpha^n_{1i+1/2}\left(u_1^{*2} - u^{*2}_{1\,i}\right)^n_{i+1} + \left(c_b \tau_b\right)^n_{i+1/2} - \\ &-\frac{1}{\Delta z_{i+1/2}} \frac{\alpha^k_{1i+1/2}}{\rho_1^*}\left(p^k_{i+1} - p^k_i\right) - \left(\frac{F_{C1}}{A_T}\right)^n_{i+1/2} - \frac{1}{2} g\left[\left(\alpha_1 \cos\theta\right)^k_i + \left(\alpha_1 \cos\theta\right)^k_{i+1}\right] - \\ &-\left(c_{wl_1} \rho_l\right)^n_{i+1/2} \left|u_1\right|^k_{i+1} u^k_{1i+1} + \left(c_i \rho_l\right)^n_{i+1/2} \left|u_{l2} - u_1\right|^k_{i+1} \left(u_{l2} - u_1\right)^k_{i+1} \end{aligned} \quad \text{(A.20)}$$

A.4.
Equação de quantidade de movimento para a Região 2

Os coeficientes da equação (4.10), equação de conservação de quantidade de movimento para a Região 2, são os seguintes,

$$D_{42} = \frac{1}{\Delta t}\alpha^n_{2i+1} + 2\left[\left(c_i \rho_l\right)^n_{i+1/2} \left|u_{l2} - u_1\right|^k_{i+1} + \left(c_{wl_1} \rho_l\right)^n_{i+1/2} \left|u_2\right|^k_{i+1}\right] \quad \text{(A.21)}$$

$$D_{43} = 2\left(c_i \rho_l\right)^n_{i+1/2} \left|u_{l2} - u_1\right|^k_{i+1} \quad \text{(A.22)}$$

$$D_{44} = -\frac{1}{\Delta z_{i+1/2}} \frac{\alpha^n_{2i+1/2}}{\rho_2^*} \quad \text{(A.23)}$$

$$R_{44} = \frac{1}{\Delta z_{i+1/2}} \frac{\alpha^n_{2i+1/2}}{\rho_2^*} \quad \text{(A.24)}$$

$$F_4 = -\frac{1}{\Delta t}\alpha_{2i+1/2}^{n}\left(u_2^{*k} - u_2^{*n}\right)_{i+1} - \frac{1}{\Delta z}\alpha_{2i+1/2}^{n}\left(u_{2i+1}^{*2} - u_{2i}^{*2}\right)^{n} - \frac{1}{\Delta z_{i+1/2}}\frac{\alpha_{2i+1/2}^{n}}{\rho_2^{*}}\left(p_{i+1}^{k} - p_i^{k}\right) -$$
$$-\left(c_b \tau_b\right)_{i+1/2}^{n} - \frac{1}{2} g\left[\left(\alpha_2 \cos\theta\right)_i^n \Delta z_i + \left(\alpha_2 \cos\theta\right)_{i+1}^{n} \Delta z_{i+1}\right] - \quad \text{(A.25)}$$
$$-\left(c_i \rho_l\right)_{i+1/2}^{n}\left|u_{l2} - u_1\right|_{i+1}^{k}\left(u_{l2} - u_1\right)_{i+1}^{k} - \left(c_{wl_1}\rho_l\right)_{i+1/2}^{n}\left|u_2\right|_{i+1}^{k} u_{2i+1}^{k}$$

onde

$$c_b = \frac{P_i}{\rho_2^{*} A_T}$$
$$c_i = \frac{P_i}{2\rho_2^{*} A_T} f_i \quad \text{(A.26)}$$
$$c_{wl_1} = \frac{P_1}{2\rho_2^{*} A_T} f_1$$

Apêndice B –
Deslizamento Sólido-Líquido no Leito

A força de arraste pode ser estimada conforme mostrado aqui. A partir da definição de concentração volumétrica de sólidos e do volume de uma esfera equivalente ao tamanho médio das partículas sólidas, obtemos para o número de partículas n_p, num volume correspondente ao comprimento do tubo, Δs.

$$n_p \frac{\pi d^3}{6} = C_s A_s \Delta s$$
$$n_p = \frac{6}{\pi} \frac{C_s A_s \Delta s}{d^3} \tag{B.1}$$

O balanço de forças entre os dois extremos deste segmento para equilibrar a força de arraste atuante sobre todas as partículas conduz a,

$$n_p \frac{\pi d^2}{4} C_D \frac{\rho_l}{2} \left(u_l - u_s\right)^2 = \Delta p_D A_s \tag{B.2}$$

Levando (B.1) em (B.2) vem,

$$\frac{\Delta p_D}{\Delta s} = \frac{\left(p_1 - p_2\right)_D}{\Delta s} = \frac{3}{2} C_s C_D \frac{1}{d} \frac{\rho_l}{2} \left(u_l - u_s\right)^2 \tag{B.3}$$

Para uma esfera num meio infinito podemos estimar o coeficiente de arraste, Stuckenbruck (2005)

$$C_D = \frac{24}{\mathrm{Re}} \left(1 + \frac{3}{16} \mathrm{Re}^{2/3}\right) \qquad \left(\mathrm{Re} < 1200\right)$$
$$C_D = 0{,}44 \qquad \left(\mathrm{Re} > 1200\right) \tag{B.4}$$

onde $\mathrm{Re} = \dfrac{\rho\left(u_l - u_s\right)d}{\mu}$.

A expressão (B.3) não leva em consideração o efeito de uma partícula sobre outra. O experimento de Rowe (1961) sugere que, para estes casos, o fator $\varphi_p = C_s C_D$ deve ser representado por,

$$\varphi_p = C_D \psi(C_s) \tag{B.5}$$

Onde

$$\psi(C_s) = \left(1 - C_s\right)^{-4,7} \tag{B.6}$$

Portanto, a expressão para uma massa de partículas para a queda de pressão é,

$$\frac{\Delta\varphi_D}{\Delta s} = \frac{\left(p_1 - p_2\right)_D + \rho g\left(h_1 - h_2\right)}{\Delta s} = \frac{3}{2}\left(1 - C_s\right)^{-4,7} C_D \frac{1}{d}\frac{\rho_l}{2}\left(u_l - u_s\right)^2 \tag{B.7}$$

Se o duto formar um ângulo θ com a horizontal (θ positivo para duto ascendente), então temos,

$$-\left(\frac{\partial p_D}{\partial s} + \rho g \sin\theta\right) = \frac{3}{2}\left(1 - C_s\right)^{-4,7} C_D \frac{1}{d}\frac{\rho_l}{2}\left(u_l - u_s\right)^2 \tag{B.8}$$

Admitindo escoamento laminar $\left(\mathrm{Re} < 1\right)$, $C_D = \dfrac{24}{\mathrm{Re}}$ e resolvendo para a velocidade, obtém-se,

$$u_l - u_s = -\frac{d^2\left(1 - C_s\right)^{-4,7} / 9}{\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \,\mathrm{sen}\,\theta\right) = -\frac{\kappa}{\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \,\mathrm{sen}\,\theta\right) \tag{B.9}$$

Onde

$$\kappa = \frac{d^2\left(1 - C_s\right)^{4,7}}{9} \tag{B.10}$$

Que pode ser reconhecida como a equação de Darcy para meios porosos, onde κ é a permeabilidade do meio. Fazendo $d = 1\ mm$ e $C_s = 0,65$ temos $\kappa = 8 \cdot 10^{-10}$, um valor razoável para esta porosidade. Uma permeabilidade de 1Darcy $\left(10^{-12}\ m^2 \big/ Darcy\right)$ corresponde a $d \approx 0,3\ mm$; de novo, um valor bastante realístico.

Para escoamento turbulento $\left(\mathrm{Re} >> 1\right)$, $C_D = C_{D_0} = 0,44$, e a diferença de velocidades torna-se,

$$u_l - u_s = k_t \left[-\left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \sin\theta \right) \right]^{1/2} \qquad \text{(B.11)}$$

Onde,

$$\kappa_t = \sqrt{\frac{4d\left(1 - C_s\right)^{4,7}}{3\rho C_{D_0}}} \qquad \text{(B.12)}$$

B.1
As equações de Kozeny (1974) e Ergun (1952)

Na literatura clássica que trata do escoamento unidimensional num meio poroso este é representado por uma equação de conservação de massa e outra de quantidade de movimento. Para sólido estacionário esta tem a forma,

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial s} + \rho g \sin\theta \right) = \frac{\mu}{\kappa} u_l + \frac{\lambda \rho_l}{\kappa} u_l^{\,2} \qquad \text{(B.13)}$$

A equação, que tem caráter de uma lei constitutiva, define os parâmetros κ e λ. Duas expressões que definem estes parâmetros são devidas a Kozeny (κ) e Ergun (λ).

$$\kappa = \frac{\delta^2}{180} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}$$

$$\lambda = 0,012 \frac{\delta}{(1-\phi)} \tag{B.14}$$

Onde δ e ϕ representam o comprimento característico e a porosidade do meio, respectivamente. Observe que $\phi = 1 - C_s$ e $[\delta] = [m]$.

O primeiro termo da equação (B.13) reflete a condição de escoamento laminar no meio poroso, enquanto que o segundo o escoamento turbulento, também identificado como equação de Forchheimer. Naturalmente, o coeficiente κ (permeabilidade) na equação (B.13), equivale àquele definido na equação (3.45), enquanto da comparação das equações (B.11), (B.12) e (B.14) obtemos $\kappa_t^{\,2} = \dfrac{\kappa}{\lambda \rho_L}$.

Para se ter uma idéia de valores numéricos, a Tabela B.1 mostra os valores de κ e κ_t obtidos pelas equações (B.10) e (B.12), identificados por **TESE**, e pelas equações (B.14), K-E, para $C_s = 0,65$ e $\delta = 1\ mm$. Os resultados mostram uma surpreendente concordância entre o desenvolvimento aqui representado com os modelos de Kozeny-Ergun, ambos baseados em modelagem teórica e experimentos.

Tabela B.1 – Comparação dos valores de κ e κ_t.

Parâmetro	**Modelo**	
	TESE	**K-E**
κ	$8 \cdot 10^{-10}$	$5,6 \cdot 10^{-10}$
κ_t	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$

Apêndice C –
Relações Geométricas no Círculo

Tratamos das relações geométricas para as condições existentes entre dois cilindros constituindo um anular, podendo estes estar fora de centro.

A geometria pode caracterizar as condições existentes num escoamento bifásico entre os cilindros, como: i- gás na parte superior e líquido na inferior; ii- líquido na parte superior e leito sólido na parte inferior.

Excentricidade

Se não forem concêntricos, os cilindros são admitidos estar posicionados de forma que suas linhas de centro estejam ao longo da vertical.

A excentricidade (e) é a medida da distância entre os centros dos cilindros, sendo considerada positiva quando o centro do cilindro interno estiver abaixo do centro do cilindro maior. A excentricidade deve ser especificada com valor negativo para designar a situação oposta; i.e., o centro do cilindro interno acima do centro do cilindro externo.

C.1
Equações básicas

$$\zeta = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\in = \frac{e}{R_1} \quad \text{(C.1)}$$

$$\eta = \frac{h}{R_1}$$

$$A_1^* = \pi R_1^2$$
$$A_2^* = \pi R_2^2 \quad \text{(C.2)}$$

$$P_1^* = 2\pi R_1$$
$$P_2^* = 2\pi R_2 \qquad \text{(C.3)}$$

$$A_L = A_1 + A_3 = A_1^* - A_2^*$$
$$A_L = \pi\left(R_1^2 - R_2^2\right) \qquad \text{(C.4)}$$

$$\alpha_1 = \frac{A_1}{A_L} = 1 - \frac{A_3}{A_L} = 1 - \alpha_3 \qquad \text{(C.5)}$$

$$h_i = R_1 - R_2 - e$$
$$h_s = R_1 + R_2 - e \qquad \text{(C.6)}$$

Portanto,

$$\eta_i = 1 - \zeta - \in \qquad \text{(C.7)}$$

C.2
Caso 1 ($h < h_i$)

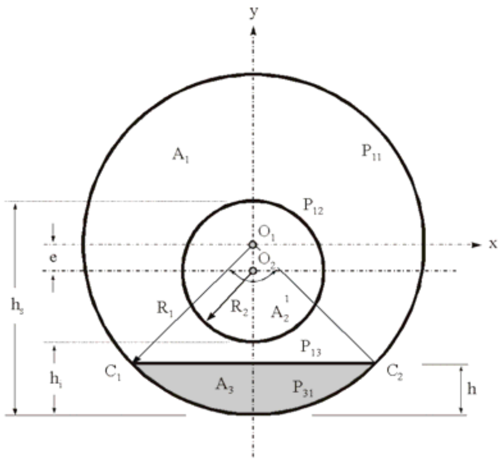

Figura C.1 – Esquema dos ângulos para um anular excêntrico – Caso 1.

$$\eta = \frac{h}{R_1} = 1 - \cos\left(\beta_1/2\right) \tag{C.8}$$

$$\beta_1 = 2\,\text{arccos}\left(1-\eta\right) \tag{C.9}$$

$$\frac{A_3}{A_1^*} = \frac{\beta_1 - \sin\beta_1}{2\pi} \tag{C.10}$$

$$\alpha_3 = \frac{A_3}{A_L} = \frac{A_3}{A_1^*}\frac{A_1^*}{A_L} = \frac{A_3 / A_1^*}{1-\zeta^2} \tag{C.11}$$

$$\alpha_1 = \frac{A_1}{A_L} = 1 - \alpha_3 \tag{C.12}$$

$$\frac{P_{13}}{R_1} = 2\sin\left(\beta_1/2\right) \tag{C.13}$$

$$\frac{P_{31}}{R_1} = \beta_1 \tag{C.14}$$

$$\frac{P_1}{R_1} = \frac{P_{11}^* - P_{31} + P_{12}}{R_1} = 2\pi\left(1+\zeta\right) - 2\sin\beta_1 \tag{C.15}$$

$$D_{H1} = \frac{4A_1}{P_1} \tag{C.16}$$

$$D_{H3} = \frac{4A_3}{P_3} \tag{C.17}$$

C.3
Caso 2 ($h_i < h < h_s$)

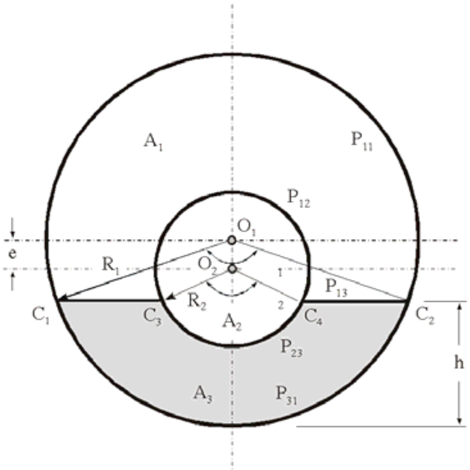

Figura C.2 – Esquema dos ângulos para um anular excêntrico – Caso 2.

$$\beta_2 = 2\arccos\left(\frac{1-\eta-\in}{\zeta}\right) = 2\arccos\left(\frac{\cos(\beta_1/2)-\in}{\zeta}\right) \quad \text{(C.18)}$$

$$\frac{A_3}{A_1^*} = \frac{1}{2\pi}\left[(\beta_1 - \sin\beta_1) - \zeta^2(\beta_2 - \sin\beta_2)\right] \quad \text{(C.19)}$$

$$\alpha_3 = \frac{A_3}{A_L} = \frac{A_3}{A_1^*}\frac{A_1^*}{A_L} = \frac{A_3/A_1^*}{1-\zeta^2} = \frac{(\beta_1 - \sin\beta_1) - \zeta^2(\beta_2 - \sin\beta_2)}{2\pi(1-\zeta^2)} \quad \text{(C.20)}$$

$$\alpha_1 = \frac{A_1}{A_L} = 1 - \alpha_3 \quad \text{(C.21)}$$

$$\frac{P_{13}}{R_1} = 2\left[\sin(\beta_1/2) - \zeta\sin(\beta_2/2)\right] \quad \text{(C.22)}$$

$$\frac{P_{31}}{R_1} = \beta_1 \quad \text{(C.23)}$$

$$\frac{P_3}{R_1} = \frac{P_{31}^* - P_{23}}{R_1} = \beta_1 + \zeta\beta_2 \quad \text{(C.24)}$$

$$D_{H1} = \frac{4A_1}{P_1} \quad \text{(C.25)}$$

$$D_{H3} = \frac{4A_3}{P_3} \quad \text{(C.26)}$$

C.4
Caso 3 ($h > h_s$)

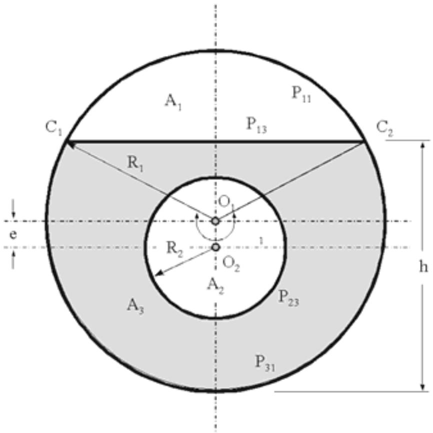

Figura C.3 – Esquema dos ângulos para um anular excêntrico – Caso 3.

$$\frac{A_3}{A_1^*} = \frac{1}{2\pi}\left[\left(\beta_1 - \sin\beta_1\right) - 2\pi\zeta^2\right] \tag{C.27}$$

$$\alpha_3 = \frac{A_3}{A_L} = \frac{A_3}{A_1^*}\frac{A_1^*}{A_L} = \frac{A_3/A_1^*}{1-\zeta^2} = \frac{\left(\beta_1 - \sin\beta_1\right) - 2\pi\zeta^2}{2\pi\left(1-\zeta^2\right)} \tag{C.28}$$

$$\alpha_1 = \frac{A_1}{A_L} = 1 - \alpha_3 \tag{C.29}$$

$$\frac{P_{13}}{R_1} = 2\sin\left(\beta_1/2\right) \tag{C.30}$$

$$\frac{P_{31}}{R_1} = \beta_1 \tag{C.31}$$

$$\frac{P_1}{R_1} = \frac{P_{11}^* - P_{31} + P_{12}}{R_1} = 2\pi - \beta_1 \tag{C.32}$$

$$\frac{P_3}{R_1} = \frac{P_{31}^* + P_{23}}{R_1} = \beta_1 + 2\pi\zeta \tag{C.33}$$

$$D_{H1} = \frac{4A_1}{P_1} \tag{C.34}$$

$$D_{H3} = \frac{4A_3}{P_3} \tag{C.35}$$

Apêndice D –
Adimensionalização das Equações

Foi desenvolvida uma forma adimensional das quatro equações de conservação. Este processo requereu a escolha de parâmetros de referência para o comprimento, velocidade, tempo e algumas propriedades físicas. Escolhidos adequadamente, os diversos termos da equação tendem a ter a mesma forma da expressão original, alguns dos quais multiplicados por parâmetros adimensionais, como os números de Reynolds, Froude, relações entre comprimentos relevantes da geometria, etc.

Assim, iniciou-se com a definição dos seguintes parâmetros para o comprimento, velocidade e tempo, respectivamente,

$$L_R \quad ; \; u_R = \frac{Q_l}{A_T} \quad ; \; t_R = \frac{L_R}{u_R} \quad ; \; \rho_R = \rho_l \qquad \text{(D.1)}$$

Onde L_R é o comprimento da tubulação, A_T a área da seção livre para escoamento, Q_l a vazão do líquido e ρ_l a densidade do líquido.

Desta forma definimos as variáveis adimensionais (com o sinal **+** como superscrito),

$$z^+ = \frac{z}{L_R} \quad ; \; u^+ = \frac{u}{u_R} \quad ; \; t^+ = \frac{t}{t_R} = t\,\frac{u_R}{L_R} \quad ; \; \dot{q}_i^{\,+} = \frac{q_i L_R}{Q_l} \qquad \text{(D.2)}$$

Reescrevendo as equações em função dessas variáveis obtemos,

a) Continuidade – Líquido:

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(C_{S1}\alpha_1 u_1^+\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(u_{l1}\alpha_1 + u_{l2}\alpha_2\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left[\alpha_{s2}\left(K_{sl2} - 1\right)u_{l2}\right] = \frac{\dot{q}_l + \dot{q}_s}{A_T} \qquad \text{(D.3)}$$

b) Continuidade – Sólido + Líquido:

$$C_{S1}\left[\frac{\partial\alpha_1}{\partial t^+}+\frac{\partial}{\partial z^+}\left(u^+{}_{S1}\alpha_1\right)\right]+\frac{\partial}{\partial t^+}\alpha_{S2}+\frac{\partial}{\partial z}\left(u_{S2}\alpha_{S2}\right)=\frac{\dot{q}_S}{A_T} \qquad \text{(D.4)}$$

c) Quantidade de Movimento – Região 1

$$\frac{\partial}{\partial t^+}\left(\alpha_1 u_1^{*+}\right)+\frac{\partial}{\partial z^+}\left(\alpha_1 u_1^{*2+}\right)=-\frac{\alpha_1}{\rho_1^{*+}}\frac{\partial p^+}{\partial z^+}-$$
$$-\alpha_1\frac{1}{Fr^2{}_{L_R}}gsen\theta+\frac{L_R}{\rho_1^{*+}D_R}\left[\left(\tau_b{}^+ +\tau_i{}^+\right)P_i^+ -\tau_{wl1}{}^+P_{wl1i}{}^+\right]-\frac{L_R}{\rho_1^{*+}D_R}F_{C1}{}^+ \qquad \text{(D.5)}$$

d) Quantidade de Movimento – Região 2

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_2 u_2{}^{*+}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\alpha_2 u_2{}^{*2+}\right)=-\frac{\alpha_2}{\rho_2^{*+}}\frac{\partial p^+}{\partial z^+}-\alpha_2\frac{1}{Fr^2{}_{L_R}}gsen\theta-$$
$$-\frac{L_R}{\rho_2^{*+}D_R}\left[\left(\tau_b{}^+ +\tau_i{}^+\right)P_i^+ +\tau^+{}_{wl_2}P^+{}_{wl_2}\right] \qquad \text{(D.6)}$$

Onde os seguintes parâmetros são definidos,

$$Fr^2{}_{L_R}=\frac{u_R}{\sqrt{gL_R}} \quad ; \quad D_R=\sqrt{A_T} \qquad \text{(D.7)}$$

Onde $Fr^2{}_{L_R}$ é o número de Froude

$$\tau_j^+=\frac{\tau_j}{\rho_R u_R^2} \quad ; \quad P_j^+=\frac{P_j}{D_R} \quad ; \quad F_{C_1}^+=\frac{F_C}{D_R\rho_R u_R^2} \qquad \text{(D.8)}$$

Observe que a expressão para a força de Coulomb pode ser generalizada na seguinte forma,

$$F_C=2\mu_c C_{S2}\left(\rho_S-\rho_l\right)gR^2G_T(\beta)\cos\theta \qquad \text{(D.9)}$$

Onde $G_T(\beta)$ inclui a expressão para o coeficiente G, conforme definidos nas equações (3.37), (3.38) e (3.39).

Da definição da forma adimensional para F_C em (D.8) obtém-se a expressão,

$$F_C = 2\frac{R}{D_R}\frac{1}{Fr_R^2}\mu_c C_{S1}\left(\frac{\rho_S}{\rho_l}-1\right)G_T(\beta)\cos\theta \qquad \text{(D.10)}$$

Onde

$$Fr_R = \frac{u_R}{\sqrt{gR}} \qquad \text{(D.11)}$$

Portanto, definiram-se os parâmetros de referência em (D.1), o sistema depende, além desses, de cinco parâmetros adimensionais: $\frac{L_R}{D_R}$, $\frac{R}{L_R}$, $\frac{\rho_s}{\rho_l}$, Fr_{L_R} e Fr_R. Os outros parâmetros relevantes são as concentrações de sólidos na suspensão e no leito, os coeficientes para os deslizamentos nessas regiões, a razão dos diâmetros e a excentricidade dos dutos. O problema depende, portanto, de um elevado número de parâmetros; o que justifica a tendência da literatura de resolver esse tipo de problema na forma dimensional.