

2

Análises Determinísticas de Estabilidade

2.1

Introdução

Os métodos probabilísticos mais empregados em projetos geotécnicos, os quais serão apresentados no próximo capítulo, utilizam análises determinísticas em seus cálculos. A escolha do método determinístico, que fará parte do estudo probabilístico, influencia diretamente o valor calculado para a probabilidade de ruptura da obra. Como os estudos dos casos incluídos nos capítulos 4 e 5 envolvem o cálculo da probabilidade de ruptura de uma barragem e de um muro de contenção, descreve-se, a seguir, alguns métodos de análises determinísticas aplicados a esses tipos de obras.

2.2

Métodos Determinísticos de Estabilidade de Taludes

Os métodos determinísticos de análises de estabilidade de taludes estão divididos, basicamente, em dois grupos: os que se baseiam em análise de deslocamentos e os que se baseiam em estado de equilíbrio limite. No primeiro grupo, destaca-se o método de elementos finitos no qual poderosas técnicas numéricas são empregadas com o auxílio de um computador, levando em consideração as relações tensão/deformação dos diversos materiais. O segundo grupo pode ser dividido em três subgrupos: métodos que consideram a massa rompida como um corpo único, formulando-se hipóteses sobre as tensões ao longo das superfícies potenciais de ruptura; métodos que dividem essa massa rompida em cunhas e métodos que dividem a massa rompida em fatias.

Utilizou-se no estudo probabilístico da estabilidade da barragem de Curuá-Una o método de Bishop Simplificado (1955), que é baseado em equilíbrio limite e o maciço deslocado é dividido em fatias. Neste capítulo serão apresentados diversos métodos que utilizam o método das fatias.

2.2.1

Hipóteses Básicas Consideradas nos Métodos de Equilíbrio Limite

Os métodos de equilíbrio limite incorporam as seguintes hipóteses:

- A superfície de ruptura é bem definida;
- A condição de ruptura da massa de solo é generalizada e incipiente;
- O critério de ruptura de Mohr-Coulomb é satisfeito ao longo da superfície potencial de ruptura;
- O fator de segurança ao longo da superfície potencial de ruptura é único.

2.2.2

Método das Fatias

Este método consiste em dividir a superfície potencial de ruptura em fatias, aplicando-se em cada uma delas as seguintes equações de equilíbrio:

$$\sum \text{Forças horizontais} = 0 \quad \text{eq.(1)}$$

$$\sum \text{Forças verticais} = 0 \quad \text{eq.(2)}$$

$$\sum \text{Momentos} = 0 \quad \text{eq.(3)}$$

As forças atuantes em uma fatia genérica estão mostradas na Figura 2.1.

Aplicando as Equações 1, 2 e 3, encontra-se um sistema no qual o número de incógnitas é maior do que o número de equações. Para resolver o problema, algumas hipóteses simplificadoras são necessárias. Estas hipóteses simplificadoras é que diferenciam os diversos métodos, caracterizando-os como menos ou mais conservadores.

A seguir serão apresentados alguns dos métodos de fatias mais utilizados nas análises de estabilidade geotécnica.

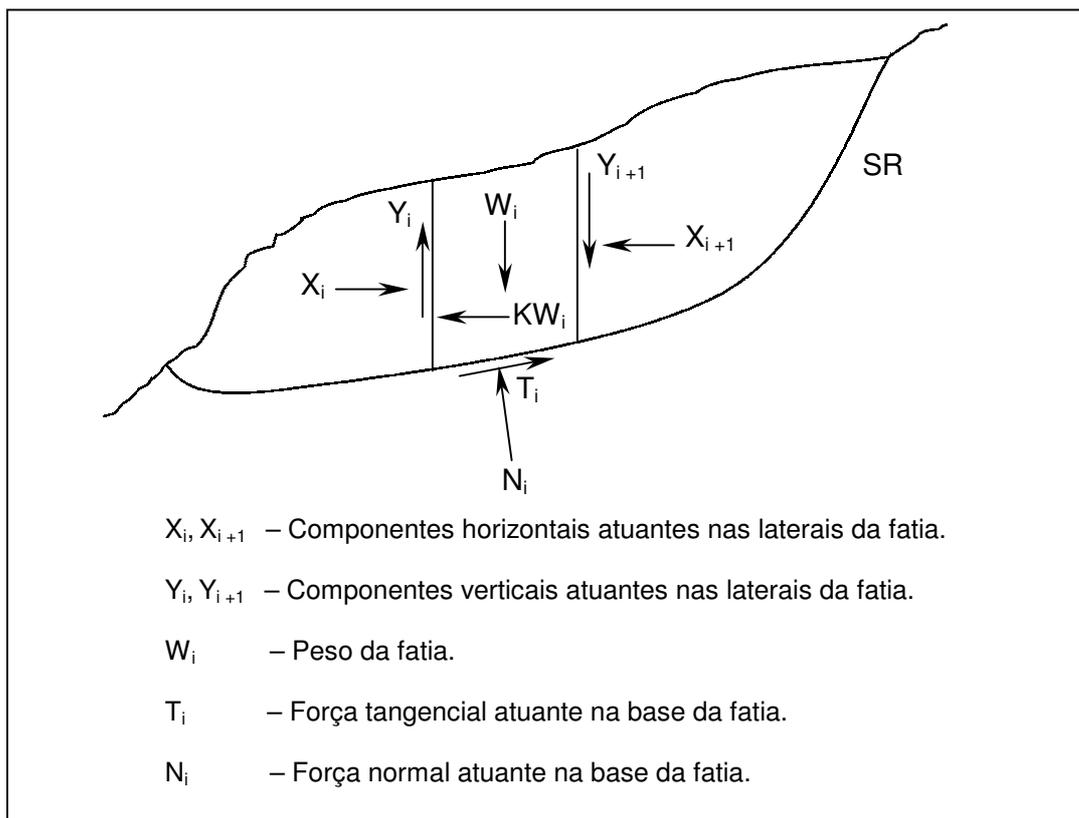


Figura 2.1 – Forças atuantes em uma fatia genérica

2.2.3

Método de Fellenius (1927)

Esse método admite uma superfície de ruptura circular e o fator de segurança do talude é calculado unicamente através de equilíbrio de momentos, não levando em consideração as forças tangenciais e normais às paredes das fatias (Figura 2.2). É um método muito simples, mas muito conservador e erros apreciáveis podem ocorrer, em particular, em casos de círculos profundos e poropressões elevadas.

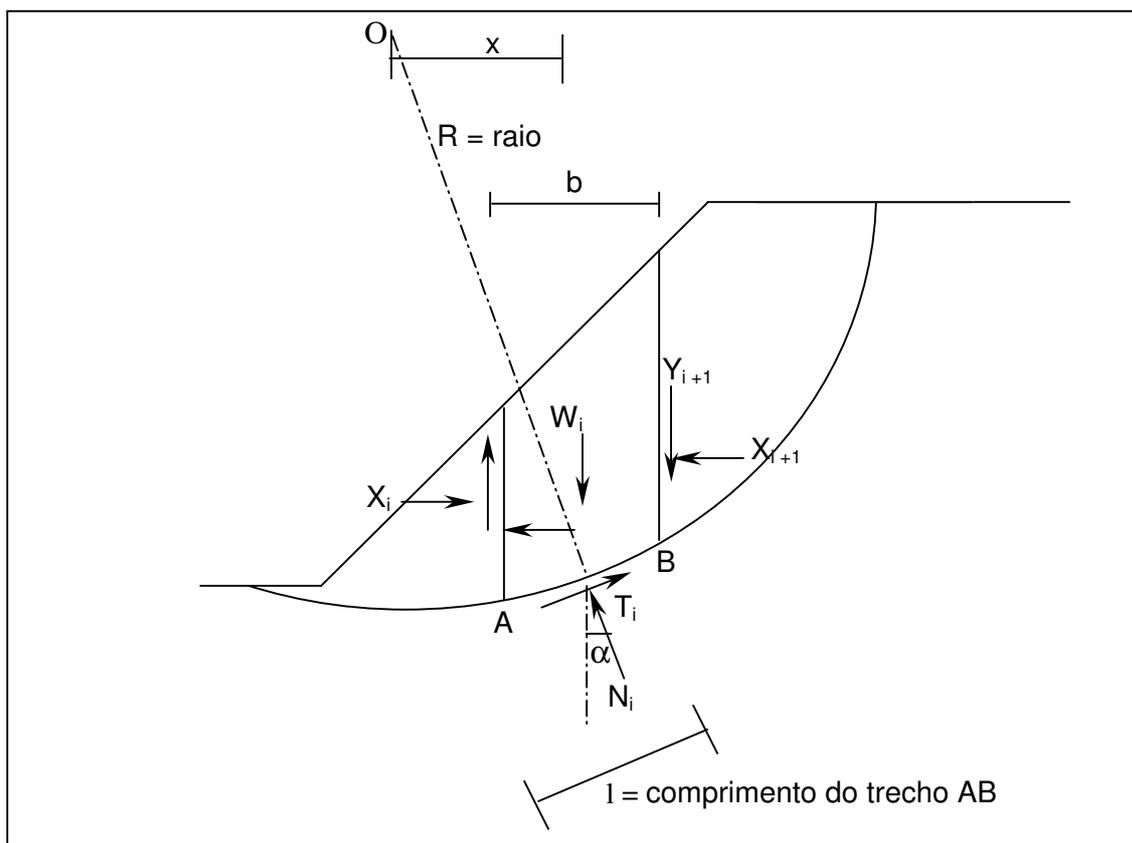


Figura 2.2 – Forças atuantes em uma fatia pelo Método de Fellenius

Desprezando as forças nas laterais das fatias, considerando que a componente sísmica é nula, aplicando o equilíbrio de momentos em relação ao centro do círculo de ruptura (ponto O) e o equilíbrio de forças na direção perpendicular à superfície de ruptura pode-se determinar o fator de segurança (FS) através da Equação 4:

$$FS = \frac{\sum [c' (b / \cos \alpha) + (W \cos \alpha - u (b / \cos \alpha)) \cdot \tan \phi']}{\sum W \sin \alpha} \quad \text{eq.(4)}$$

onde:

u = poropressão média na base da fatia;

c' = coesão efetiva do solo;

ϕ' = ângulo de atrito efetivo do solo.

Esse procedimento é repetido para diversas posições da superfície de ruptura. O fator de segurança crítico corresponde ao de menor valor encontrado para FS.

O método de Fellenius é muito conservador e pode apresentar erros de até 50%, quando utilizado em análises de taludes suaves com poropressões elevadas. No caso de ausência de poropressões, erros são da ordem de até 10%.

2.2.4 Método de Bishop Simplificado (1955)

O método de Bishop Simplificado, da mesma forma que o de Fellenius, considera a superfície de ruptura com forma circular. Tem como hipótese que a resultante das forças entre as fatias é horizontal. Partindo da Equação 4, acrescenta-se a equação que impõem o equilíbrio das forças verticais. O fator de segurança é dado pela Equação 2.5:

$$FS = \frac{1}{\sum W \operatorname{sen} \alpha} \sum [c' b + (W - ub) \operatorname{tg} \phi'] / m_{\alpha} \quad \text{eq.(5)}$$

onde

$$m_{\alpha} = \cos \alpha \left[1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \phi'}{FS_i} \right] \quad \text{eq.(6)}$$

A solução resulta de um processo iterativo, no qual é arbitrado o valor do fator de segurança FS_i da Equação 6 e calcula-se o fator FS . O processo repete-se até que o valor calculado (FS) se iguale ao valor arbitrado (FS_i).

O método de Bishop Simplificado fornece resultados mais próximos aos dos métodos mais rigorosos, quando comparado com o método de Fellenius.

Whitman e Bailey (1967) e Wright (1975), entre outros, registram a ocorrência de problemas no método de Bishop Simplificado quando a superfície de ruptura apresenta uma inclinação acentuada próxima ao pé do talude, especialmente, na utilização de círculos de ruptura profundos.

2.2.5

Método de Janbu Simplificado (1955)

O método em questão é uma versão simplificada de um método rigoroso generalizado de fatias, desenvolvido por Janbu (1955). O método original é baseado em equilíbrio de forças e de momentos. A versão simplificada, da mesma forma que o método de Bishop Simplificado, é baseado em equilíbrio de forças, desprezando as componentes verticais Y_i e Y_{i+1} tangenciais às laterais das fatias. Para satisfazer parcialmente o equilíbrio de momentos, Janbu propôs um fator de correção empírico f_0 como tentativa de resolver o problema. Este fator é dependente do tipo de solo e da forma da superfície de deslizamento, conforme ilustrado na Figura 2.3.

O fator de segurança neste método é dado por:

$$FS = \frac{f_0}{\sum W \tan \alpha} \sum [c' \cdot b + (W - ub) \tan \phi'] / \cos \alpha \cdot m_\alpha \quad \text{eq.(7)}$$

onde:

$$m_\alpha = \cos \alpha \left[1 + \frac{\tan \alpha \cdot \tan \phi'}{FS_i} \right] \quad \text{eq.(8)}$$

Boutup *et al.* (1979) concluem que fatores de segurança menos confiáveis e não conservativos podem ser obtidos em análises de estabilidade utilizando o método de Janbu simplificado, em presença de superfícies de rupturas profundas que interceptam a superfície do solo no topo do talude com ângulos elevados. Segundo Duncan e Wright (1975), o coeficiente de segurança obtido com este método pode diferir em até 15% dos resultados fornecidos pelos métodos rigorosos. No entanto, essa diferença é pequena quando a superfície de ruptura é rasa e alongada.

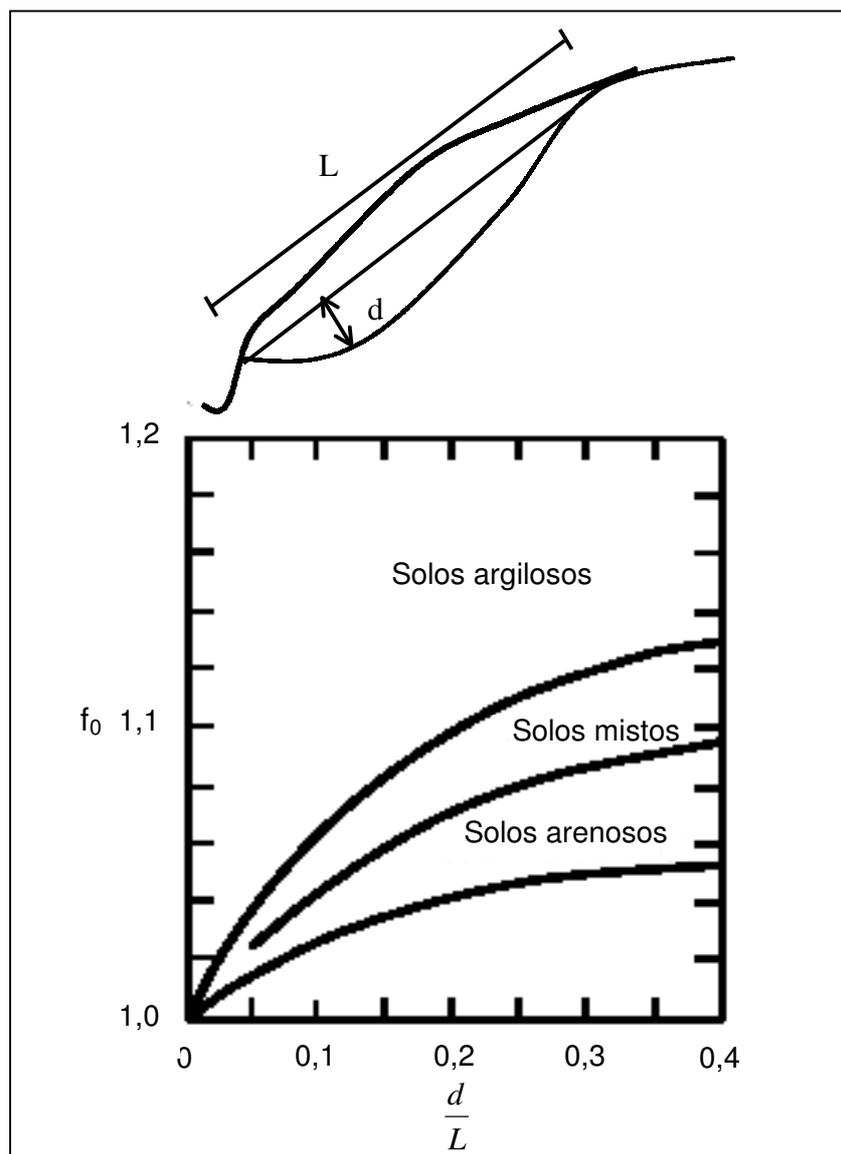


Figura 2.3 – Variação do fator f_0 em função do parâmetro d/L e do tipo de solo.

2.2.6

Método de Spencer (1967)

O método de Spencer foi desenvolvido inicialmente para superfícies de ruptura de formas circulares, e depois adaptado para superfícies de deslizamento com formas irregulares. Ele é um método rigoroso, pois atende a todas as equações de equilíbrio de forças e de momentos.

Spencer considerou que as forças X_i , Y_i e X_{i+1} , Y_{i+1} poderiam ser substituídas por uma resultante Q_i inclinada de um ângulo δ_i com a horizontal. Supondo a componente sísmica nula, e satisfazendo o equilíbrio de momentos, a

força Q_i deve passar pelo ponto de intercessão das forças W_i , T_i , e N_i , ou seja, pelo ponto médio da base da fatia. A Figura 2.4 ilustra as hipóteses de Spencer.

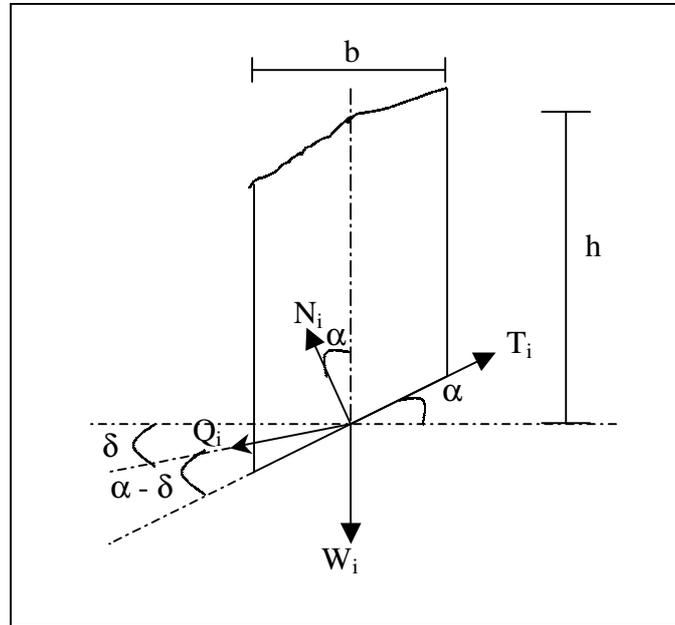


Figura 2.4 – Forças atuantes na base da fatia pelo Método de Spencer (1967)

Impondo o equilíbrio de forças nas direções normal e paralela à base da fatia e considerando o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, encontra-se a Equação 9:

$$Q = \frac{\frac{c'.b.\sec\alpha}{F} + \frac{\text{tg}\phi'.(h.\cos\alpha - u.b.\sec\alpha)}{F} - W \sin\alpha}{\cos(\alpha - \delta) \cdot \left[1 + \frac{\text{tg}\phi' \cdot \text{tg}(\alpha - \delta)}{F}\right]} \quad \text{eq.(9)}$$

Supondo que não existam forças externas atuando no talude, as componentes horizontal e vertical da força Q devem ser nulas. Portanto:

$$\sum Q \cdot \cos\delta = 0 \quad \text{eq.(10)}$$

$$\sum Q \sin\delta = 0 \quad \text{eq.(11)}$$

Como a soma dos momentos das forças externas em relação ao centro de rotação é zero, a soma dos momentos das forças entre as fatias em relação ao centro também é nula. Assim:

$$\sum Q \cdot R \cdot \cos(\alpha - \delta) = 0 \quad \text{eq.(12)}$$

Como a superfície é circular e R é constante, vem:

$$R \cdot \sum Q \cdot \cos(\alpha - \delta) = 0 \quad \text{eq.(13)}$$

Logo:

$$\sum Q \cdot \cos(\alpha - \delta) = 0 \quad \text{eq.(14)}$$

Para tornar o sistema de equações determinável, foi considerada a hipótese de δ constante para todas as fatias. Desse modo, as Equações 10 e 11 se reduzem para:

$$\sum Q = 0 \quad \text{eq.(15)}$$

Assim, aplicando-se as Equações 14 e 15, nas quais Q é obtido através da Equação 9, a solução do problema é alcançada de forma gráfica. Plotam-se em um gráfico os diversos fatores de segurança (FS) encontrados pelas Equações 13 e 14 ao variar-se o ângulo δ . No ponto de interseção das duas funções encontra-se o valor de F que satisfaz às duas equações. Esse procedimento está ilustrado na Figura 2.5.

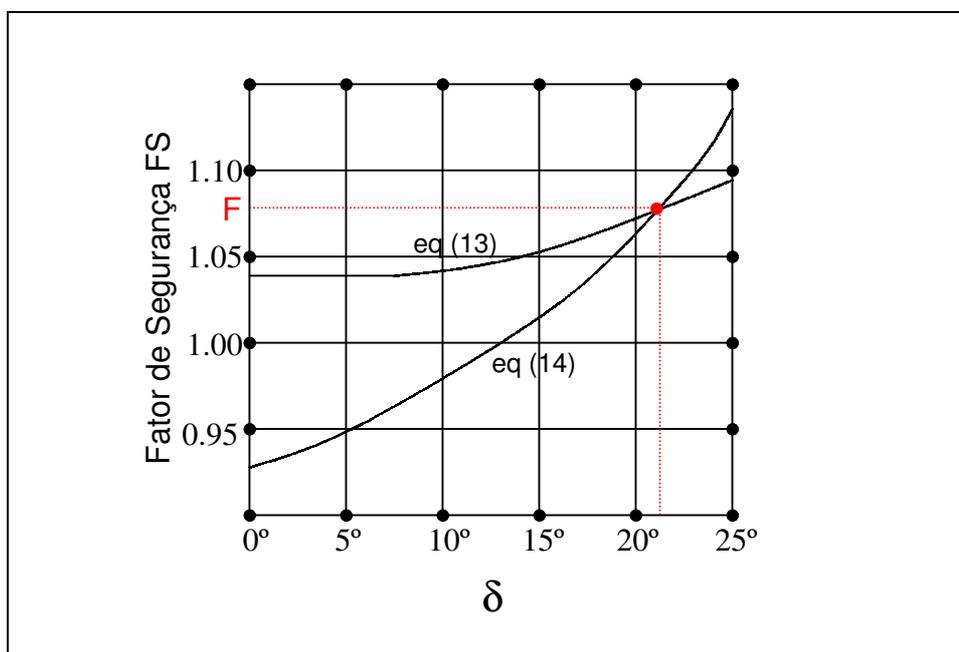


Figura 2.5 – Determinação gráfica do fator de segurança pelo Método de Spencer.

Nota-se no gráfico da Figura 2.5 que o fator de segurança obtido por equilíbrio de momento é pouco sensível à variação de δ e que efeito contrário ocorre com o fator de segurança obtido por equilíbrio de forças. Assim, é de se esperar que métodos simplificados, cujos o fatores de segurança sejam obtidos

por equilíbrio de forças, apresentem maiores divergências dos resultados fornecidos por métodos rigorosos.

2.2.7

Método de Morgenstern & Price (1965)

O método de Morgenstern & Price é um método rigoroso aplicado a superfícies de ruptura quaisquer. As condições de estabilidade satisfazem simultaneamente todas as condições de equilíbrio de forças e de momentos. A massa potencialmente instável é dividida em fatias infinitesimais e, para ser aplicado, o método necessita do auxílio de um computador para os cálculos. As forças atuantes nas fatias que são consideradas no desenvolvimento deste método estão mostradas na Figura 2.6

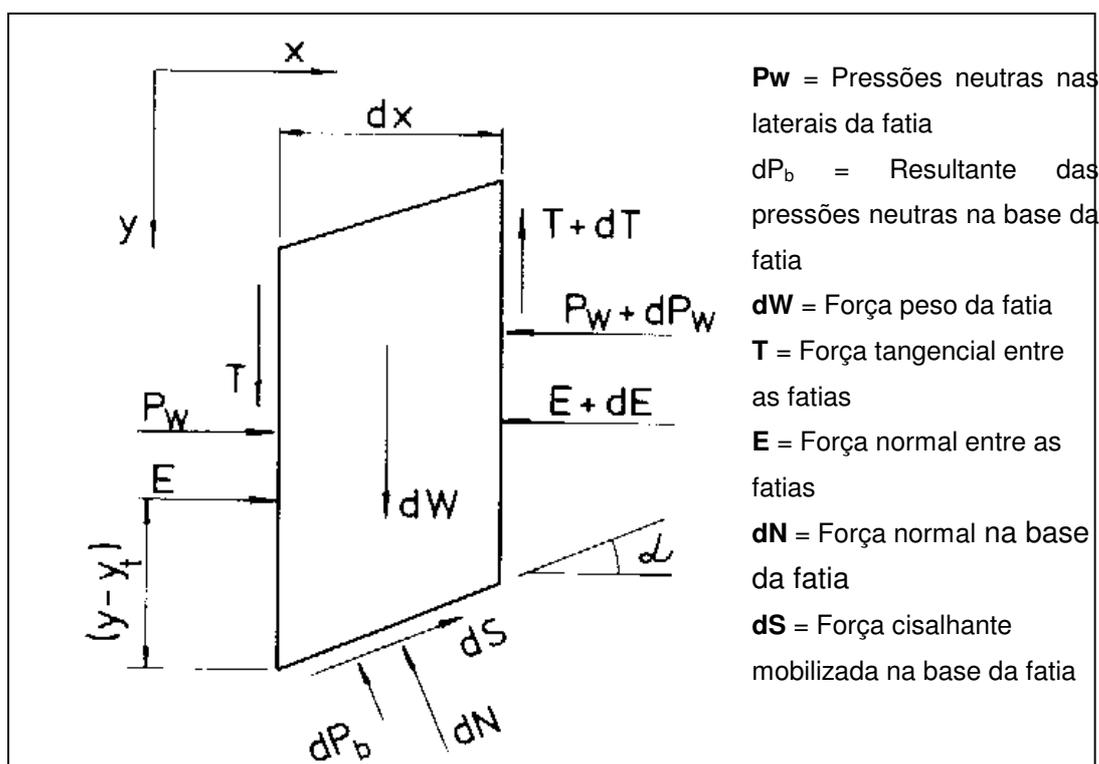


Figura 2.6 – Forças atuantes em uma fatia pelo Método de Morgenstern & Price (1965)

Para resolver a indeterminação do problema, admite-se uma relação entre as forças E e T da seguinte forma:

$$T = \lambda \cdot f(x) \cdot E \quad \text{eq.(16)}$$

onde:

λ = constante a ser determinada por processo iterativo;

$f(x)$ = função que precisa ser especificada.

Geralmente, arbitra-se para $f(x)$ a função arco de seno, pois é a função que menos influencia o valor final do fator de segurança, segundo Morgenstern & Price (1965). No entanto, outras funções são empregadas para $f(x)$ como: constante, arco de seno incompleto, trapezoidal ou outra forma qualquer. O método é considerado um dos mais rigorosos.

2.2.8

Método de Sarma (1973)

O Método de Sarma (1973) é tão rigoroso quanto o de Morgenstern & Price (1965) e a força sísmica KW_i pode ser levada em consideração para simulação de terremotos. O fator de segurança é calculado através de equilíbrio de forças e de momentos, podendo ser resolvido com o auxílio de apenas uma calculadora. O problema de indeterminação do sistema de equações de equilíbrio é resolvido admitindo como sendo conhecida a forma das distribuições das forças cisalhantes entre fatias, mas não a sua magnitude e que as forças normais atuantes na base das fatias passem pelo ponto médio da mesma. Presume-se, também, que o fator K seja conhecido e, desta forma, as equações de soluções são lineares, evitando-se problemas de convergência. Tal característica torna o método Sarma vantajoso aos demais métodos rigorosos. A grande vantagem do Método de Sarma sobre o de Morgenstern & Price é de não precisar de um programa para resolvê-lo, podendo o fator de segurança ser obtido através de planilhas eletrônicas ou com o auxílio de uma simples calculadora.

2.2.9

Comentários

Qualquer um dos métodos de análise de estabilidade, apresentados neste capítulo, está sujeito a erros ou alguma forma de instabilidade numérica. Desta forma, o projetista deve tomar cuidados especiais ao utilizar um método com o qual não esteja familiarizado.

Ching e Fredlund (1981) mostram que muitos problemas encontrados na utilização dos métodos das fatias são provenientes das seguintes condições:

a) O formato da superfície de ruptura arbitrada, ao não corresponder a realidade, pode levar a uma instabilidade numérica;

b) Valores elevados de coesão podem acarretar forças normais negativas na base da fatia e levar à instabilidade numérica;

c) A hipótese utilizada, para tornar o sistema de equações de equilíbrio determinado, pode apresentar condições irreais, acarretando a não convergência da solução.

2.3

Empuxo de Terra

O projeto de um muro de contenção depende da força de empuxo que o solo exercerá sobre a estrutura. As diferentes teorias empregadas no cálculo dessa força influenciarão na análise determinística e, conseqüentemente, na probabilidade de estabilidade da obra.

2.3.1

Teoria de Rankine (1857)

O Método de Rankine leva em consideração o critério de ruptura de Mohr-Coulomb definido pela Equação 17.

$$\sigma_1 = \sigma_3 \cdot \text{tg}^2(45 + \phi'/2) + 2 \cdot c' \cdot \text{tg}(45 + \phi'/2) \quad \text{eq.(17)}$$

onde:

σ_1 e σ_3 = tensões principais efetivas maior e menor respectivamente;

c' = coesão efetiva do solo;

ϕ' = ângulo de atrito efetivo do solo.

Algumas hipóteses simplificadoras são admitidas no método de Rankine:

- Toda a massa de solo encontra-se na ruptura;
- O solo é isotrópico e homogêneo;
- Não ocorrem tensões cisalhantes entre o solo e o muro.

A Figura 2.7 ilustra uma aplicação da teoria de Rankine, para o caso de um muro com lados verticais e altura H , contendo um solo não coesivo com ângulo de atrito ϕ e peso específico γ , considerando uma inclinação β com a horizontal. Os empuxos ativo ou passivo são calculados aplicando-se as Equações 18 ou 19, respectivamente.

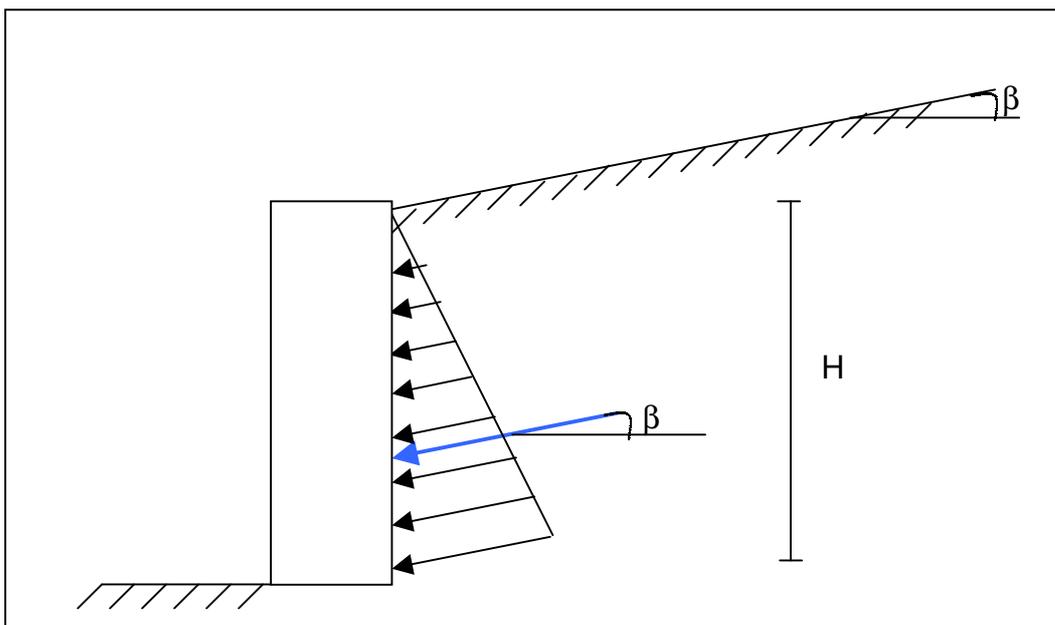


Figura 2.7 – Empuxo de terra em um muro contendo um terreno com inclinação β em relação à horizontal

$$\text{Ativo: } E_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}} \quad \text{eq.(18)}$$

$$\text{Passivo: } E_p = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \frac{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}} \quad \text{eq.(19)}$$

No caso de um muro contendo um solo coesivo na horizontal, os empuxos ativo e passivo são obtidos através das Equações 20 ou 21 respectivamente. Nesta situação, considera-se o efeito de trincas de trações até a uma profundidade Z_0 , a partir da superfície do terreno, conforme ilustrado na Figura 2.8 e expresso pelas Equações 20 a 22.

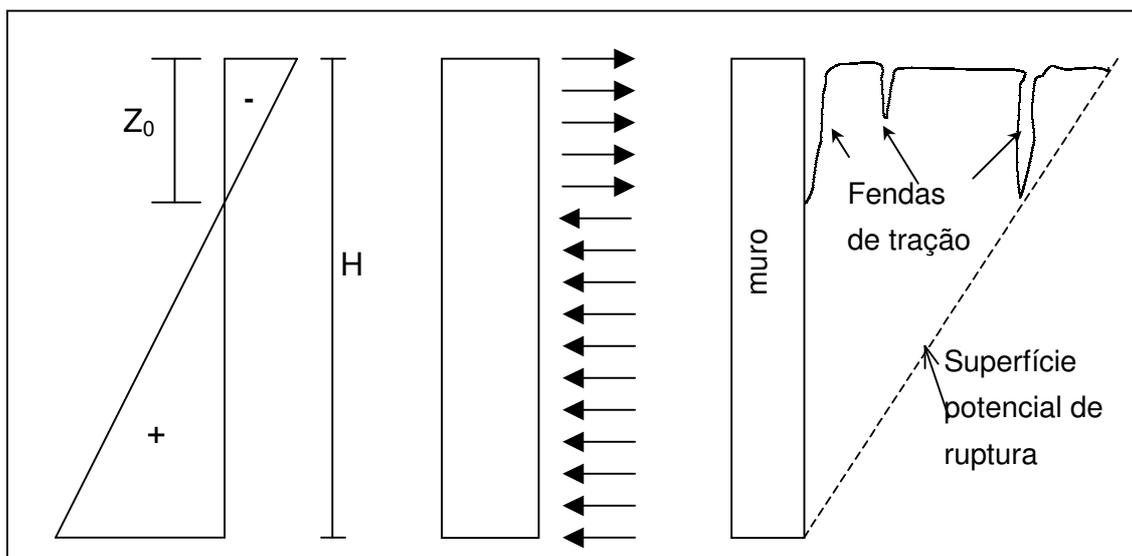


Figura 2.8 – Distribuição das tensões horizontais em um solo coesivo. No local onde há tração podem ocorrer surgimento de fendas.

$$E_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \text{tg}^2 \left(45 - \frac{\phi'}{2} \right) - 2 \cdot c' \cdot H \cdot \text{tg} \left(45 - \frac{\phi'}{2} \right) \quad \text{eq.(20)}$$

$$E_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \text{tg}^2 \left(45 + \frac{\phi'}{2} \right) + 2 \cdot c' \cdot H \cdot \text{tg} \left(45 + \frac{\phi'}{2} \right) \quad \text{eq.(21)}$$

$$Z_0 = \frac{2 \cdot c'}{\gamma} \cdot \text{tg} \left(45 + \frac{\phi'}{2} \right) \quad \text{eq.(22)}$$

onde:

H = altura do muro;

γ = peso específico do solo.

No caso da existência de um lençol freático a montante do muro de contenção, deve-se calcular o empuxo total somando-se o empuxo exercido pela água com o empuxo efetivo exercido pelo solo, levando-se em conta o peso específico submerso do solo. Esse procedimento é usado no caso da condição drenada. Na ocorrência de solos pouco permeáveis, aconselha-se empregar o peso específico do solo saturado no cálculo do empuxo.

O método de Rankine fornece resultados mais conservadores do que os demais métodos por desprezar as forças de atrito e de adesão entre o solo e o muro.

2.3.2

Teoria de Coulomb (1776)

Na teoria de Coulomb, o maciço se rompe segundo superfícies curvas, mas, por motivo de conveniência, elas são consideradas planas. Ao contrário da teoria de Rankine, Coulomb considera o atrito entre o solo e o muro e nos casos de solos coesivos considera, ainda, a força de adesão do solo à parede do muro. É considerado também que a superfície do terreno é regular. Partindo-se desses princípios, as forças que atuam em uma possível cunha de ruptura estão representadas na Figura 2.9

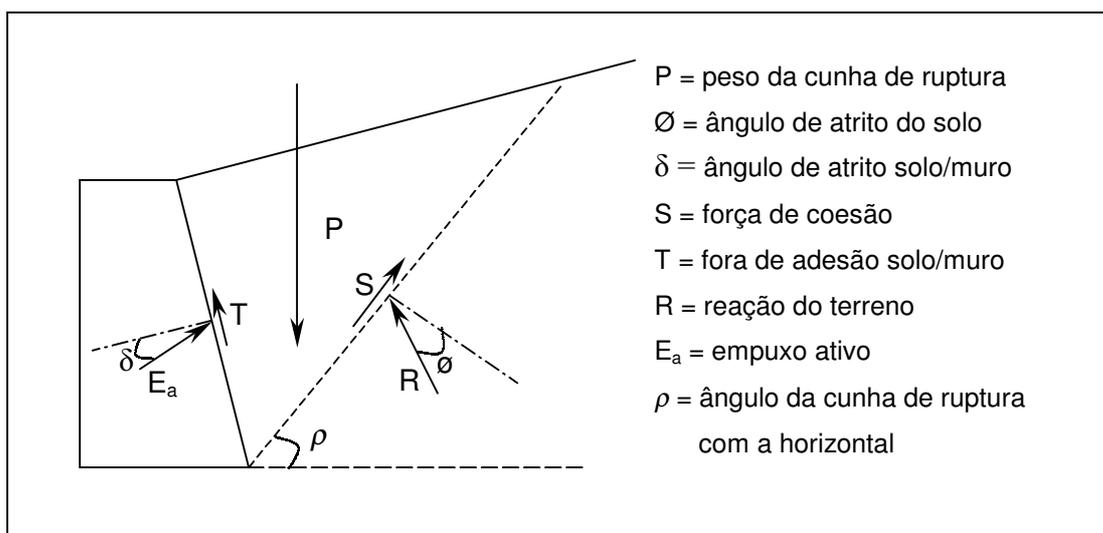


Figura 2.9 – Forças atuantes em uma possível cunha de ruptura.

Tendo em vista que a cunha de ruptura mostrada na Figura 2.9 está em equilíbrio, é possível traçar o polígono de forças exemplificado na Figura 2.10.

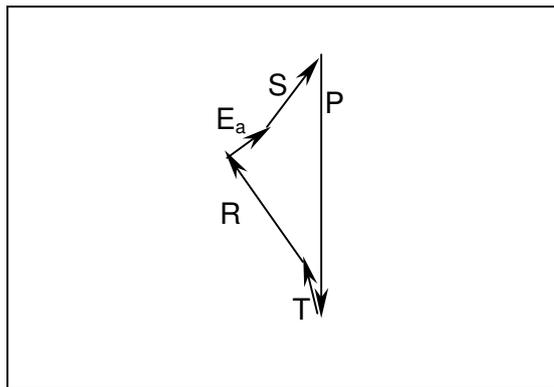


Figura 2.10 – Equilíbrio das forças que atuam na cunha de ruptura

Neste problema, são conhecidas as magnitudes, as direções das forças S , P , T e as direções das forças R e E_a .

Segundo Terzaghi (1943) o valor do ângulo de atrito solo/muro δ pode ser considerado na faixa de valores seguinte:

$$\phi/2 \leq \delta \leq (2/3)\phi$$

Dessa maneira obtém-se o valor do empuxo E_a para a possível cunha de ruptura por modo gráfico ou analiticamente. Esse procedimento é repetido para vários valores de α . O empuxo que será empregado no cálculo de estabilidade é o de maior valor encontrado. De maneira análoga, o empuxo passivo E_p é obtido invertendo-se os sentidos das forças S e T e desviando as forças R e E_a respectivamente de $-\phi$, em relação à perpendicular à base da cunha, e de $-\delta$ em relação à perpendicular à parede do muro.

2.3.3

Método das Cunhas

O método das cunhas, diferentemente do método de Coulomb, pode ser aplicado a superfícies de terrenos com formas irregulares, maciços heterogêneos e presença de sobrecargas. Considerando o atrito e adesão entre o solo e o muro acha-se graficamente o empuxo E_a para as diversas cunhas formadas pelos diversos ângulos ρ_i . Para cada cunha formada por ρ_i , acrescenta-se: o peso da fatia formada entre os ângulos ρ_i e ρ_{i-1} e as eventuais cargas na superfície do terreno que, por ventura, estejam em contato com essa fatia, conforme mostrado na Figura 2.11. O empuxo passivo será o empuxo de maior valor encontrado entre os ângulos ρ_i .

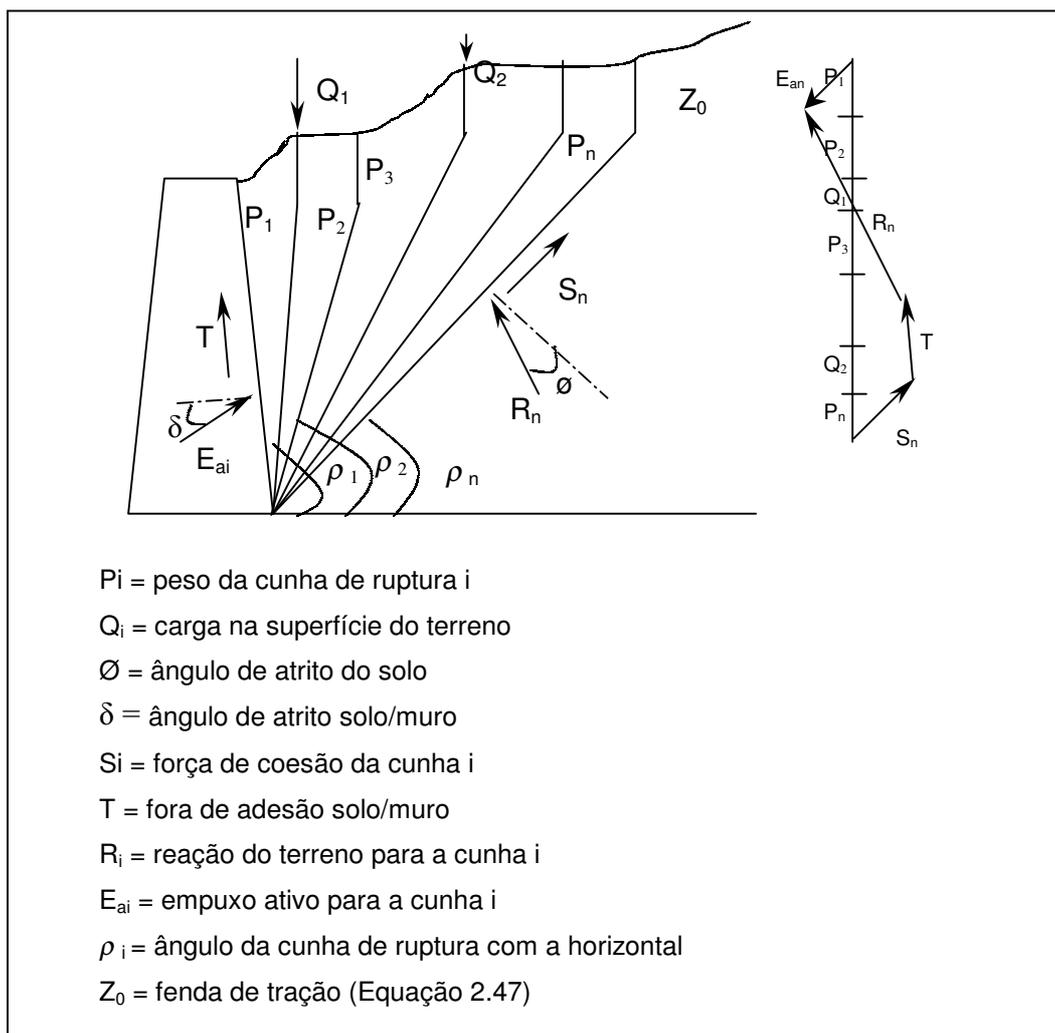


Figura 2.11 – Esquema de forças do Método das cunhas

2.4

Análise Determinística de um Muro de Contenção

Conhecidos os valores dos empuxos, deve-se verificar a segurança contra o tombamento, o deslizamento, a ruptura e deformação excessiva do terreno de fundação e ainda a ruptura do conjunto muro/solo.

2.4.1

Segurança Contra o Tombamento

A segurança contra o tombamento é verificada através do cálculo do momento em relação ao ponto O , localizado na extremidade externa da base do muro (Figura 2.12). Para que haja estabilidade, o momento exercido pelo peso

do muro deverá ser maior do que o momento imposto pela resultante das forças de empuxo.

É aconselhável que a resultante de todas as forças atuantes passe pelo terço médio da base e no caso de terrenos muito compressíveis, o mais próximo possível do centro.

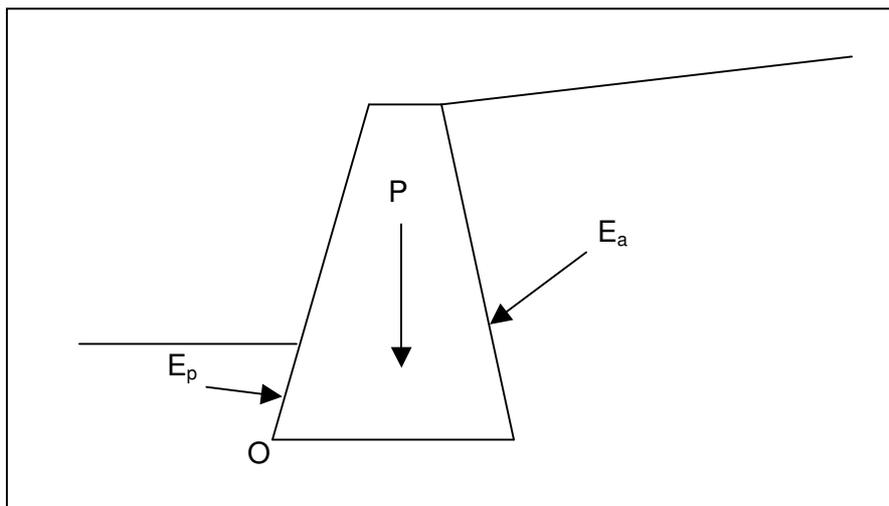


Figura 2.12 – Forças atuantes em um muro de peso

2.42

Segurança Contra o Escorregamento

O fator de segurança contra o escorregamento é calculado através da Equação 23:

$$FS = \frac{R_v \cdot \text{tg} \varphi + T \cdot L}{R_h} \quad \text{eq.(23)}$$

onde:

R_v = componente vertical da resultante das forças P , E_a e E_p ;

R_h = componente horizontal da resultante das forças P , E_a e E_p ;

φ = ângulo de atrito entre o solo e o muro;

T = força de adesão entre o solo e o muro;

L = largura da base do muro.

2.4.3

Segurança Contra a Ruptura e Deformação Excessiva do Terreno de Fundação

Quando a resultante R das forças P , E_a e E_p cair no terço médio da base do muro, a distribuição de pressões no solo será, aproximadamente, de forma trapezoidal, como mostra a Figura 2.13.

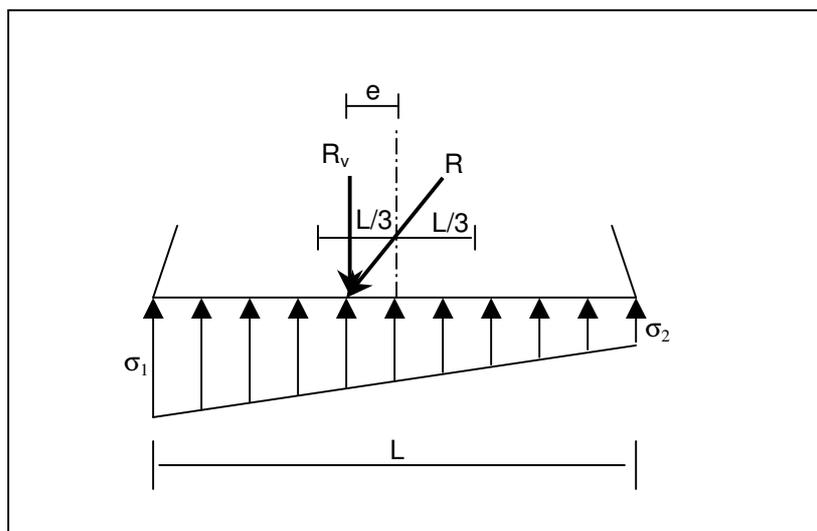


Figura 2.13 – Distribuição de pressões no solo.

Aplicando-se as equações de equilíbrio de forças e de momentos, as tensões σ_1 e σ_2 são obtidas através das Equações 24 e 25:

$$\sigma_1 = \frac{R_v}{L} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot e}{L}\right) \quad \text{eq.(24)}$$

$$\sigma_2 = \frac{R_v}{L} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot e}{L}\right) \quad \text{eq.(25)}$$

A condição de estabilidade será satisfeita, quando a maior das tensões for menor do que a pressão admissível do terreno de fundação.

Uma outra possibilidade é a resultante R estar aplicada fora do terço médio da base do muro, o que acarretaria uma distribuição aproximadamente triangular, como mostra a Figura 2.14. Neste caso, a tensão máxima σ_1 é dada pela Equação 26.

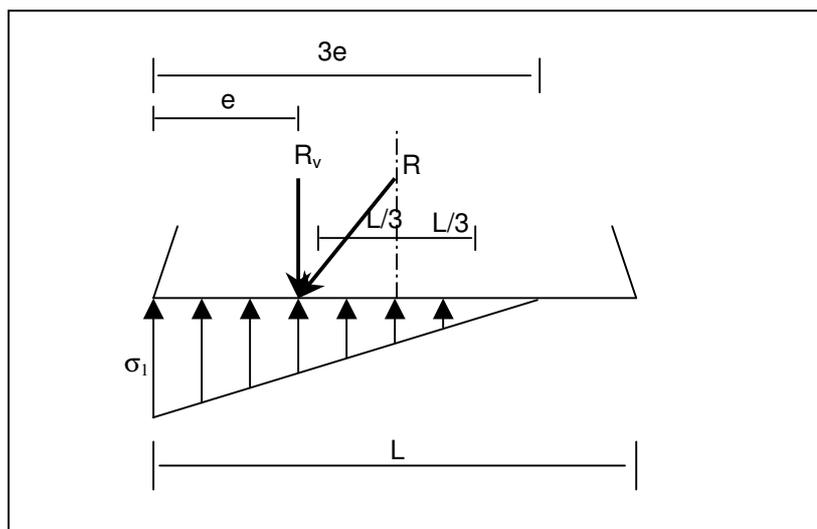


Figura 2.14 – Distribuição triangular de pressões no solo

$$\sigma_1 = \frac{2.R_v}{3e} \quad \text{eq.(26)}$$

2.4.4

Segurança Contra a Ruptura do Conjunto Solo/Muro

A segurança contra a ruptura do conjunto solo/muro pode ser verificada por qualquer um dos métodos de estabilidade de taludes apresentados neste capítulo. Os quatro tipos de instabilidade apresentados estão ilustrados na Figura 2.15

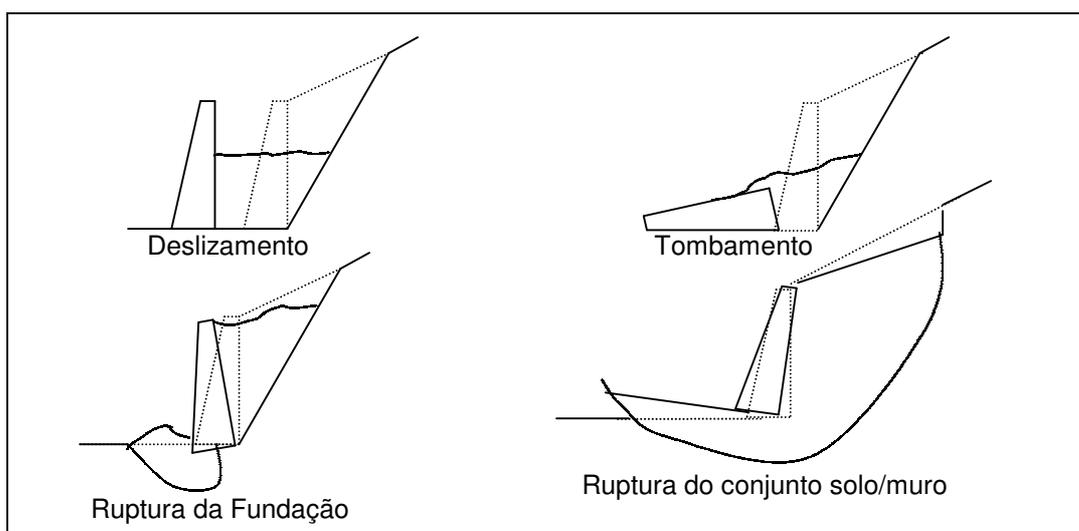


Figura 2.15 – Formas de instabilidade em um muro de contenção.