

5

TESTES NUMÉRICOS

5.1

Considerações Iniciais

A partir da implementação computacional de procedimentos descritos nos Capítulos 2 e 3, a escolha apropriada de dados de entrada atende a diversos casos de aplicação para o problema de carregamentos mecânicos em estruturas tubulares cilíndricas laminadas, representadas pelo modelo axissimétrico desenvolvido. O objetivo deste Trabalho é estabelecer uma formulação que permita obter as distribuições dos campos de deslocamentos, de deformações e de tensões, ao longo da espessura do tubo, representado por modelos ortotrópicos e/ou transversalmente isotrópicos. A implementação do modelo numérico permite o emprego de ambos modelos de material, além da opção de modelo isotrópico, definindo-se, para cada camada, as respectivas constantes de engenharia.

Outra característica importante na análise de estruturas cilíndricas é a espessura do tubo. Para projeto de cilindros metálicos, com modelos isotrópicos, é usual a distinção entre tubos de paredes finas e espessas. No primeiro caso, normalmente são adotadas razões entre espessura e raio interno menores que 0,1, quando a variação de valores numéricos para tensões circunferenciais é minimizada. Deste modo, é adotada a simplificação de considerar o valor da tensão circunferencial para o raio interno, constante ao longo da espessura do tubo. Outra consideração é feita a respeito das tensões radiais. Normalmente, sua distribuição ao longo da espessura varia entre o valor da pressão interna, para o raio interno, e zero, para o externo, quando a pressão externa é nula. Para menores espessuras, a tensão circunferencial apresenta valores numéricos de maior magnitude que a tensão radial de modo que esta possa ser desprezada, adotando-se valores nulos para tubos considerados de paredes finas.

A solução geral para o problema isotrópico com carregamentos de pressão interna e/ou externa é apresentado pelas clássicas soluções de *Lamé*^[9], para deslocamentos e tensões atuantes. As simplificações de cilindros de paredes finas são mais comuns, por exemplo, em dutos de transporte de fluidos. Na indústria

bélica, no entanto, para suportar valores de pressão interna muito severas, como em tubos de armamentos pesados, há a necessidade de maiores espessuras na região das câmaras de combustão. Nestes projetos, procedimentos^[11] mais específicos são utilizados no cálculo das espessuras mínimas necessárias em tubos de armamento, dada uma solicitação de pressão interna, que consideram os critérios de resistência do material e alguns fatores de segurança resultantes de observações empíricas. A formulação do modelo utilizada neste Trabalho, com elementos finitos axissimétricos, não possui restrições ou simplificações referentes aos valores de espessuras do tubo.

Para a validação do modelo proposto neste Trabalho, seus resultados são comparados com aqueles fornecidos pelo programa de cálculo das soluções analíticas, com aplicação de pressão interna constante, em solicitação estática. Esta é disponibilizada apenas para a distribuição de pressão uniforme, ao longo da direção axial. A formulação com elementos axissimétricos, no entanto, permite também a análise sob solicitações não constantes ao longo do eixo axial do tubo. O modelo implementado ainda pode atender a análises dinâmicas, requerendo ampliações na formulação em relação a procedimentos de solução da equação de equilíbrio temporal, apresentada em (3.12). São comparadas as respostas para os campos de deslocamentos, de deformações e de tensões.

Além da implementação da solução analítica, foram também realizadas análises de cilindros em programa comercial de elementos finitos para simulações mecânicas. Neste caso, foi usado o *software* ANSYS/*Multiphysics*[®], versão 7.0. São disponibilizadas pelo programa duas formulações apropriadas para a modelagem de estruturas laminadas: elementos finitos sólidos e de casca. Para estruturas sólidas com modelagem tridimensional, como o caso de cilindros espessos, cuja razão entre os valores nominais da espessura e do raio interno é superior a 10 %, os manuais de referência^[12] da ANSYS[®] sugerem o uso da primeira. De fato, formulações de elementos finitos de cascas^[6] abordam o cálculo de tensões atuantes como a composição entre tensões de membrana e de flexão, adequado para cilindros pressurizados de paredes finas, de acordo com as simplificações mencionadas para esta geometria. Deste modo, foi usado o elemento SOLID46 para modelagem de um cilindro sólido completo, possuindo uma forma original hexaédrica, definido por 8 nós, com funções de forma lineares.

5.2

Definições Preliminares para os Testes

Para a comparação de resultados do modelo com as opções escolhidas na Seção anterior, deve-se atender às hipóteses consideradas por cada solução, quer no cálculo das soluções analíticas, quer nas simulações com o programa ANSYS®. Para a definição da geometria da seção geratriz do cilindro, são requeridos os raios interno e externo, além de sua altura. Para empilhamentos com uma única ou mais camadas, devem ser conhecidos, para cada lâmina, sua espessura parcial, as constantes representativas dos modelos de material e os ângulos de orientação das fibras em relação ao sistema de coordenadas global. A formulação apresentada neste estudo permite apenas a inclusão dos carregamentos mecânicos. Os testes realizados e apresentados neste Capítulo consideraram apenas a imposição de pressão interna uniforme.

Para avaliar o modelo de modo menos restritivo, foi proposta uma geometria adequada a paredes espessas, cuja razão entre o raio interno do cilindro (R_i) e a sua espessura (esp) é igual a 5. Foi adotado um valor unitário para a altura da seção modelada, ao longo da direção axial, assim como na implementação das soluções analíticas, na exposição de seus resultados.

A escolha dos modelos de material para as camadas dos empilhamentos propostos se resumiu apenas à opção de transversalmente isotrópico devido à implementação das soluções analíticas permitir apenas esta condição, garantindo-se o emprego de resultados desta solução na avaliação do modelo numérico. Nas análises realizadas, o mesmo material foi mantido para todas as camadas, variando-se as espessuras e os ângulos de orientação. O modelo permite, no entanto, a definição com diferentes materiais. Dentre algumas opções de materiais compósitos laminados fibrosos, constantes na Tabela (2.1), e várias outras, foi selecionada a referência T300/5208 para todas as simulações apresentadas neste Capítulo. A direção principal, em seu sistema local, é alinhada com a da fibra. As demais direções, (2) e (3), segundo definições da Figura (2.3), são transversais ao bobinamento. A Figura (5.1) apresenta alguns exemplos mais comuns de alinhamento de fibras em diferentes ângulos, para uma camada única, de acordo com as definições do Capítulo 2.

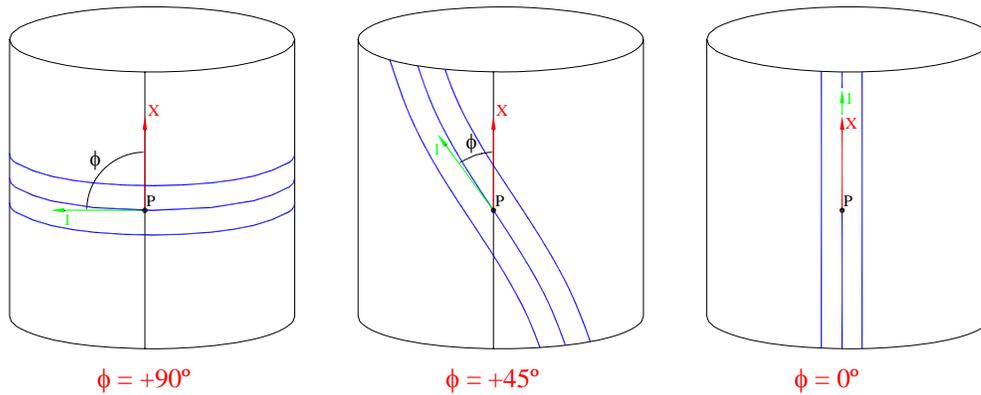


Figura 5.1: Esquemas de Algumas Orientações de Fibras

As constantes físicas para o modelo de material relativo ao compósito escolhido, em unidades Inglesas, estão apresentadas na Tabela (5.1), a seguir. O sistema de coordenadas associado aos valores fornecidos é o local, 1-2-3.

Tabela 5.1: Dados Numéricos de Entrada – Compósito T300/5208

Constantes de Engenharia	
$E_1 = 1,92 \cdot 10^{+7}$ psi	$\nu_{12} = 0,24$
$E_2 = 1,56 \cdot 10^{+6}$ psi	$\nu_{13} = 0,24$
$E_3 = 1,56 \cdot 10^{+6}$ psi	$\nu_{23} = 0,49$
$G_{12} = 8,20 \cdot 10^{+5}$ psi	$\nu_{21} = \nu_{12} \cdot \frac{E_2}{E_1}$
$G_{13} = 8,20 \cdot 10^{+5}$ psi	$\nu_{31} = \nu_{13} \cdot \frac{E_3}{E_1}$
$G_{23} = \frac{E_2}{(2 \cdot (1 + \nu_{23}))}$ psi	$\nu_{32} = \nu_{23} \cdot \frac{E_3}{E_2}$

Atendendo à relação escolhida entre o raio interno e a espessura, o valor do raio interno foi arbitrado em 30”, resultando em uma espessura total do cilindro de 6”. Adota-se, portanto, um raio externo $R_e = 36”$. Havendo empilhamentos com

camadas de diferentes espessuras, a soma deve compor a espessura total. A altura da seção modelada foi arbitrada em 1". Como carregamentos escolhidos para os testes deste Capítulo, foi arbitrado um valor de 10 psi para aplicação de pressão interna constante, axialmente ao cilindro.

5.3

Propostas de Exemplos para Testes Numéricos – Condições de Contorno e Empilhamentos de Laminados

5.3.1

Condições de Contorno

A escolha das condições de contorno, como restrições de graus de liberdade, deve ser adequada ao comportamento físico do problema a ser modelado. Considerando-se um cilindro a ser apoiado em uma de suas extremidades, deixando a outra livre, algumas condições foram propostas. Com esta situação de apoio do cilindro, é possível simular uma seção de um tubo longo com um comprimento unitário, e com discretização no sentido axial com apenas um elemento, devido à axissimetria do problema. Assim, apenas é realizada uma discretização da seção no sentido radial, variando o número de elementos nesta direção. Para os exemplos propostos, foram realizados estudos de convergência numérica dos resultados, aumentando-se, a cada nova simulação, o número de elementos ao longo da espessura. Os elementos axissimétricos são definidos com funções de forma linear.

Para as comparações de resultados do modelo, com as outras soluções escolhidas para validação, serem adequadas, as condições de contorno a serem impostas devem representar, também, as hipóteses de cada opção. No caso da solução analítica, com desenvolvimento apresentado pelo Capítulo 4, há duas condições de maior relevância, expressas pelas equações (4.61) e (4.62): As imposições de deslocamentos axiais uniformes e de deslocamentos circunferenciais respeitando um ângulo de torção fixo, mesmo para múltiplas camadas. Para o uso do programa ANSYS®, a imposição de condições de contorno é mais flexível, sendo aplicadas em um modelo sólido.

A escolha das condições de contorno procurou atender à consideração do apoio do cilindro em uma de suas extremidades, na base, deixando-se a oposta livre. Para as simulações em testes de validação, ou com a solução analítica, ou com o modelo sólido, três tipos de condições de contorno foram definidas para imposição no modelo axissimétrico, descritas a seguir:

- Condição Tipo (1): Travamento do deslocamento axial (u), para nós de base da estrutura, deixando os nós de topo livres para movimento nesta direção. Demais graus de liberdade, deslocamentos circunferencial e radial estão livres.
- Condição Tipo (2): Equivalente à condição (1), adicionando-se a imposição de igualdade dos deslocamentos axiais (u), para todos os nós de topo do cilindro. Ainda é realizado o travamento do movimento circunferencial (v), a todos os nós da base do modelo. Os nós do topo estarão livres nesta direção.
- Condição Tipo (3): Equivalente à condição (2), adicionando-se relações de vinculação entre graus de liberdade circunferenciais, para os nós de topo da malha.

A restrição de deslocamentos axiais é responsável por posicionar o cilindro na base. O travamento do movimento circunferencial, também para os nós de base, se justifica apenas por facilitar a leitura destas respostas para os nós remanescentes. Caso não haja restrições circunferenciais, há movimentos nesta direção em ambos os sentidos, de sinais positivo e negativo, para nós do topo e da base da malha. Estas duas respostas se compõem de maneira completamente equivalente às respostas do topo do cilindro, caso seja imposta o travamento da base. As relações de vinculação de graus de liberdade circunferenciais na condição (3) é responsável por reproduzir o comportamento da solução analítica expresso por (4.62), para tubos com camadas únicas, e por (4.67), para múltiplas camadas. Detalhes de sua definição são abordados a seguir. A Figura (5.2) indica, para uma malha de número (NEL) de elementos e (NN) de nós, as possíveis restrições de movimento, para as condições de contorno dos tipos (1) e (2), de

acordo com símbolos de sua legenda, e demais condições de contorno, como a imposição de pressão interna (P_i):

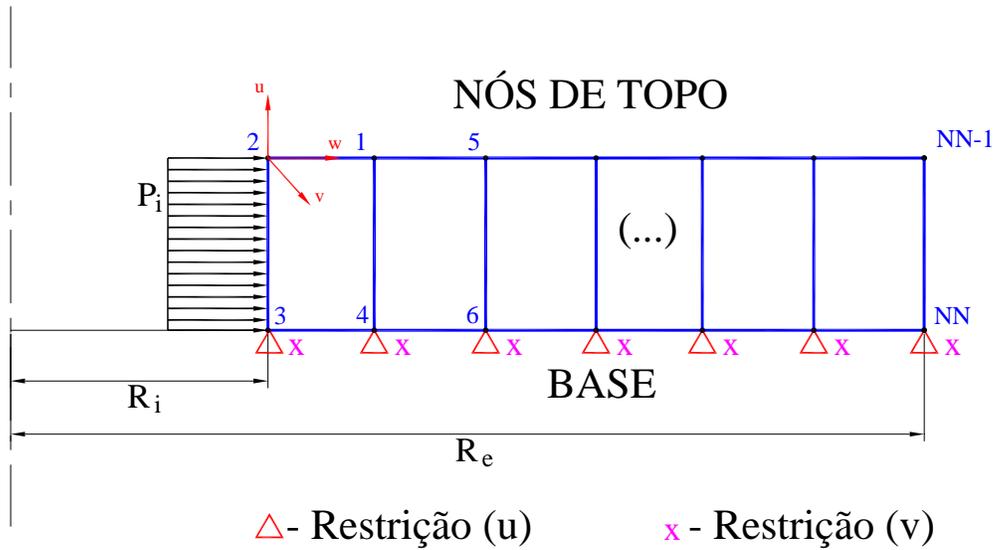


Figura 5.2: Condições de Contorno Adotadas – Tipos (1) e (2)

A condição de contorno do tipo (3) inclui vinculações entre graus de liberdade de deslocamentos circunferenciais, aplicadas a todos os nós de topo, escolhendo-se um deles como referência. Para os demais, seus deslocamentos são relacionados ao do nó escolhido, de acordo com as relações entre suas coordenadas radiais, de modo a reproduzir a distribuição linear da solução analítica para deslocamentos circunferenciais. Assim, dependendo do número de nós da malha escolhida, é escrita uma equação de vinculação entre os graus de liberdade circunferenciais, para cada nó de topo. Um exemplo de malha com 04 elementos é apresentado pela Figura (5.3). São informadas as numerações dos nós, as coordenadas radiais para cada um e indicados os deslocamentos circunferenciais. As seguintes equações de vinculação, particulares para este exemplo, são apresentadas:

$$v_{(2)} = \frac{R_i}{R_e} \cdot v_{(9)} \tag{5.1}$$

$$v_{(1)} = \frac{R_a}{R_e} \cdot v_{(9)} \tag{5.2}$$

$$v_{(5)} = \frac{R_b}{R_e} \cdot v_{(9)} \tag{5.3}$$

$$v_{(7)} = \frac{R_c}{R_e} \cdot v_{(9)} \tag{5.4}$$

Os índices entre parênteses, nas equações acima, se referem à numeração de nós deste exemplo. Para outra discretização, as condições de vinculação devem ser repropostas em número conveniente. Os termos R_a , R_b e R_c são definidos como as coordenadas radiais referentes a cada elemento no interior da malha adotada. Foi escolhido, neste caso, o último nó do topo da seção, numerado por (9), como base para os demais. Assim, há uma redução de graus de liberdade ativos na matriz de rigidez global. Para os nós de topo da malha, apenas o deslocamento circunferencial do último nó será calculado pelo sistema de equações proposto por (3.7). As relações de (5.1) a (5.4) serão usadas em seguida, para recuperar os deslocamentos daqueles outros nós em função desta resposta do nó de número (9), por exemplo.

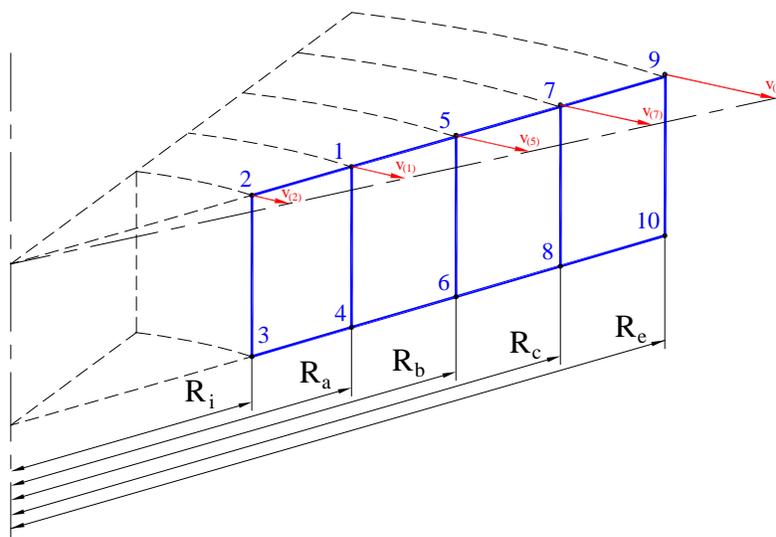


Figura 5.3: Exemplo de Vinculação de Graus de Liberdade Circunferenciais

5.3.2

Empilhamentos dos Laminados

As escolhas de empilhamentos para os testes procuraram atender a casos de uma ou mais camadas. No intervalo entre 0° e $+90^\circ$, foram escolhidos os dois extremos e o ângulo de $+45^\circ$, representativo dos valores intermediários, para as orientações das fibras em cada lâmina. De acordo com a ferramenta de aferição de resultados do modelo, seja a solução analítica ou a modelagem sólida, os testes se dividiram em dois grupos, apresentados pelas Seções 5.4 e 5.5, respectivamente. A Tabela (5.2) resume os empilhamentos propostos para cada grupo, indicando o tipo da condição de contorno adotada:

Tabela 5.2: Empilhamentos Propostos e Condições de Contorno Impostas

Solução Analítica	Condição	ANSYS	Condição
$[0^\circ]$	Tipo (3)	$[+45^\circ]$	Tipos (1) e (2)
$[+90^\circ]$	Tipo (3)	$[+45^\circ/-45^\circ]$	Tipos (1) e (2)
$[+45^\circ]$	Tipo (3)		
$[+45^\circ/-45^\circ]$	Tipo (3)		
$[0^\circ/+90^\circ/+90^\circ/0^\circ]$	Tipo (3)		
$[+45^\circ/-45^\circ/-45^\circ/+45^\circ]$	Tipo (3)		

5.4

Testes de Comparação com a Solução Analítica

Os exemplos propostos para este grupo de testes, apresentados pela Tabela (5.2), se referem, inicialmente, a cilindros de uma única camada. Para a análise de convergência numérica das respostas, nestes casos, foram usadas malhas com divisões uniformes para 01, 02, 04, 08 e 16 elementos, segundo discretizações na direção radial do cilindro. Em seguida, testes com múltiplas camadas consideraram malhas com 04, 08, 16 e até 32 elementos igualmente distribuídos ao longo da espessura. Alguns pontos de maior interesse na estrutura são selecionados para a exposição dos resultados, como posições no raio interno,

externo, e raio médio do cilindro, por exemplo. Em todos os exemplos os materiais das camadas são os mesmos, o compósito fibroso T300/5208, cujas constantes de engenharia foram apresentadas pela Tabela (5.1).

A análise de convergência numérica foi realizada, inicialmente, em resultados de deslocamentos. Para os exemplos com uma única camada, a malha com 04 elementos foi selecionada para a exposição dos demais resultados. As demais malhas, mais discretizadas, não apresentaram mudanças significativas nos resultados de deslocamentos. No entanto, ao serem analisados resultados para componentes de deformações e de tensões, comentários adicionais a respeito da análise de convergência são realizados a cada teste. Nos exemplos com múltiplas camadas, foram selecionadas malhas com 04 e com 08 elementos, para exposição de seus resultados.

5.4.1

Laminado [0°]

Para o exemplo do laminado [0°], a solução analítica para o deslocamento axial (u) é constante para todos os pontos do topo do cilindro, igual a $-5,6818 \cdot 10^{-7}$ pol. Os resultados numéricos obtidos com o modelo, para todas as discretizações utilizadas, não apresentaram diferenças em relação ao valor analítico. Os deslocamentos circunferenciais resultaram nulos para todos os nós do modelo, como previsto analiticamente, resultado da não ocorrência do acoplamento axial-torcional, neste caso. O estudo da convergência do deslocamento radial, na parede interna do tubo, está mostrada na Figura (5.4), para o número variável de elementos radiais. A solução analítica apresenta um valor de $+1,1607 \cdot 10^{-4}$ pol. Em relação a esta, os erros percentuais dos resultados do modelo, para as discretizações de 01 a 16 elementos, são, na ordem: $-0,8788$, $-0,2240$, $-0,0603$, $-0,0172$ e $-0,0086$ %. Na Figura (5.5), são comparadas as distribuições de deslocamentos radiais, ao longo da espessura do cilindro, para a discretização com 04 elementos. Neste caso, os erros percentuais para as posições no raio interno, médio e externo foram de $-0,0603$, $-0,0547$ e $-0,0572$ %, respectivamente.

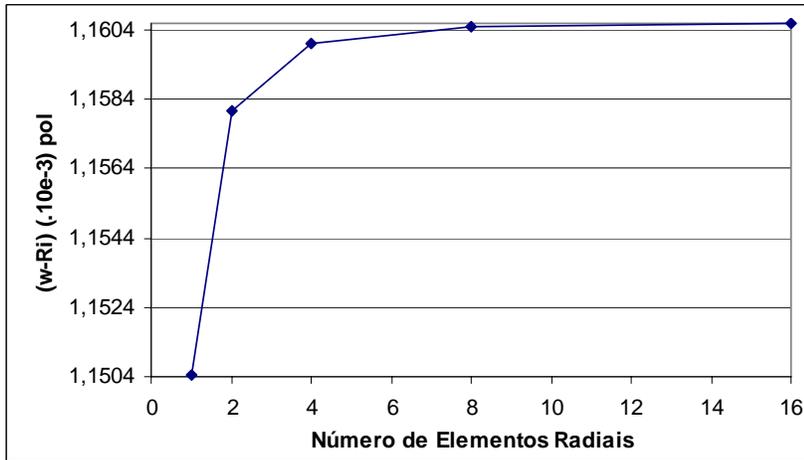


Figura 5.4: Convergência do Deslocamento Radial / Raio Interno – [0°]

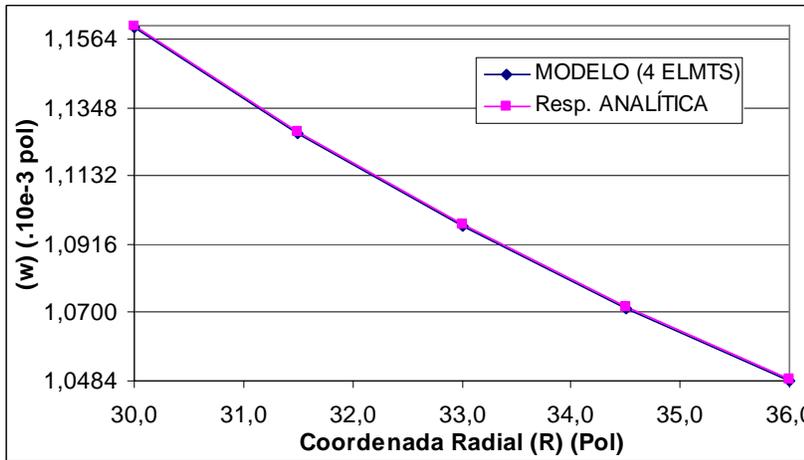


Figura 5.5: Comparação de Deslocamentos Radiais – [0°]

Para a orientação de fibras a 0° , a matriz \bar{C} apresenta a forma característica de materiais isotrópicos. Desta forma, os deslocamentos circunferenciais são nulos, resultando em componentes nulas de deformação angular $\gamma_{X\theta}$ e $\gamma_{\theta R}$, de acordo com as expressões em (3.32) e (3.34). A deformação angular γ_{XR} , em (3.33), também resultou nula, devido aos deslocamentos axial e radial não apresentarem variações com as coordenadas radial e axial, respectivamente, dadas as hipóteses do problema. A matriz \bar{C} , com os valores numéricos relativos ao compósito T300/5208, para esta orientação, é apresentada como:

$$[C]_{[0^\circ]} = \begin{bmatrix} 1,9559 & 0,0748 & 0,0748 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0748 & 0,2081 & 0,1035 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0748 & 0,1035 & 0,2081 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0820 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0820 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0523 \end{bmatrix} \cdot 10^{+7} \quad (5.5)$$

A solução analítica para deformações axiais é de $-5,6818 \cdot 10^{-7}$. As respostas do modelo numérico apresentaram este mesmo valor para todas as discretizações adotadas. A deformação circunferencial, $\epsilon_{\theta\theta}$, apresentou convergência numérica similar à dos deslocamentos, em relação às discretizações propostas. A Figura (5.6) apresenta a comparação da distribuição dos resultados do modelo com 04 elementos, ao longo da espessura, com as respectivas soluções analíticas.

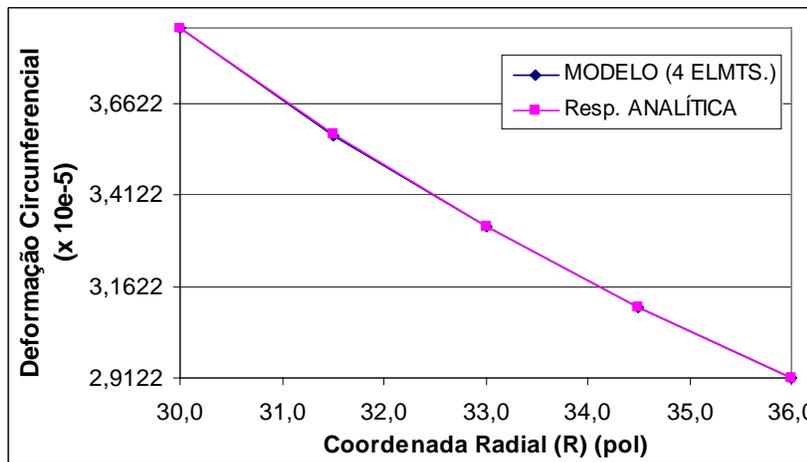


Figura 5.6: Comparação de Deformações Circunferenciais ($\epsilon_{\theta\theta}$) – $[0^\circ]$

Os resultados do modelo para deformações radiais apresentaram valores constantes ao longo do domínio de cada elemento. Esta evidência se justifica pela definição expressa em (3.31). A formulação proposta, com funções de forma lineares, ocasiona uma distribuição de deslocamentos radiais linear, cuja derivada em relação à coordenada radial tem um valor constante, para cada domínio. A solução analítica, ao contrário, apresenta uma variação não linear do deslocamento radial, de acordo com (4.40) ou (4.45). Na Figura (5.7) é apresentada a convergência numérica para valores de deformações radiais, considerando-se os elementos junto à parede interna, e à externa. As soluções

analíticas para estas posições são de $-2,3829 \cdot 10^{-5}$ e $-1,4277 \cdot 10^{-5}$, respectivamente. Na figura (5.8) comparam-se as soluções do modelo, com 04 elementos, com a solução analítica, ao longo da espessura.

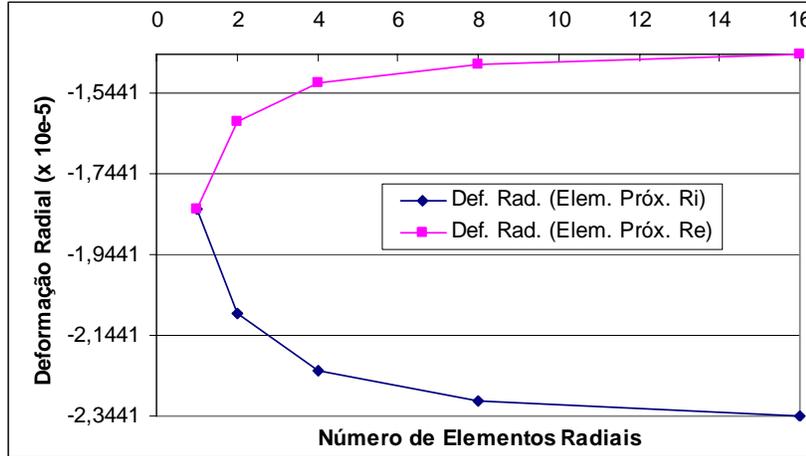


Figura 5.7: Convergência de Deformações Radiais (ϵ_{RR}) – [0°]

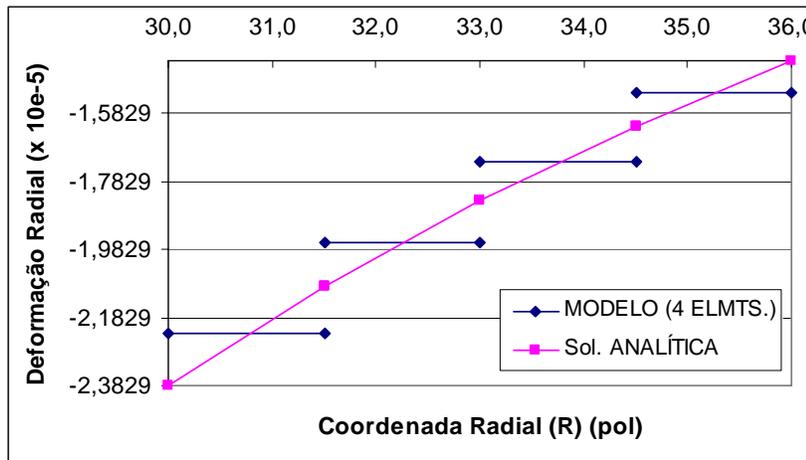


Figura 5.8: Comparação de Deformações Radiais (ϵ_{RR}) – [0°]

A análise dos resultados numéricos para deformações radiais apresenta erros percentuais do modelo, em relação aos valores analíticos para as posições nos raios interno e externo, de $-6,34$ e $+6,51$ %, respectivamente, para uma malha de 04 elementos. Para os casos de discretização com 02 e com 16 elementos, por exemplo, estes valores variam de $-12,27$ e $+13,39$ % a $-1,63$ e $+1,60$ %. Nota-se que, para a convergência desta grandeza, há a necessidade de um número maior de elementos do que nas avaliações anteriores. A seguir, são apresentadas as componentes de tensão, para o exemplo com 04 elementos.

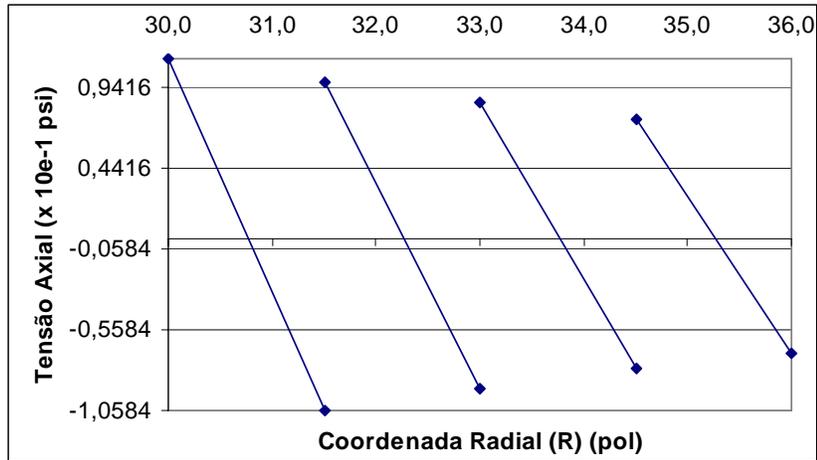


Figura 5.9: Tensões Axiais ao Longo da Espessura – [0°]

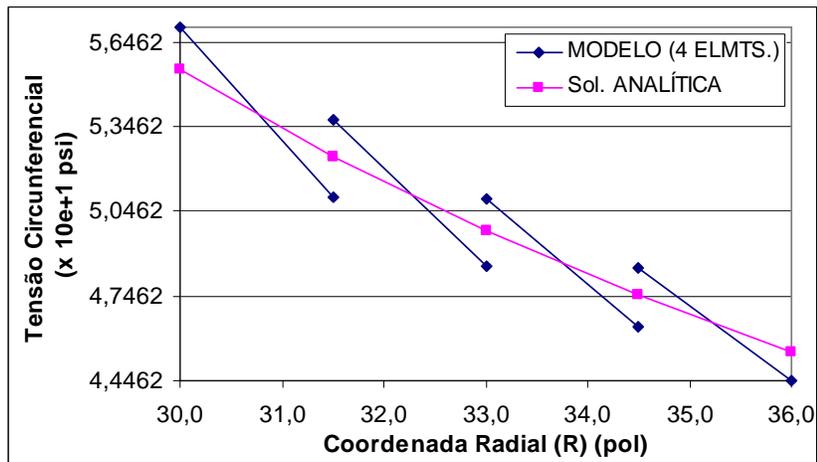


Figura 5.10: Tensões Circunferenciais ao Longo da Espessura – [0°]

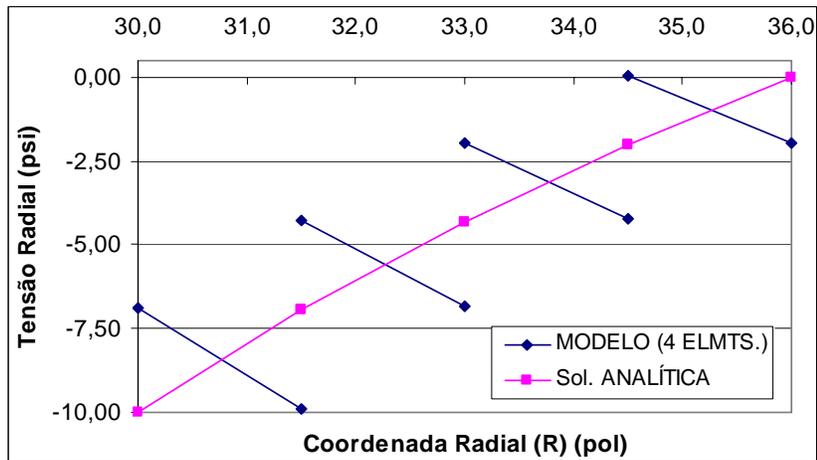


Figura 5.11: Tensões Radiais ao Longo da Espessura – [0°]

As soluções analíticas para tensões axiais indicam valores nulos para toda a espessura. A Figura (5.9) apresenta, para esta grandeza, uma variação entre valores positivos e negativos, para cada elemento da discretização. Nos resultados apresentados para as componentes de tensão, assim como naqueles referentes às deformações radiais, houve descontinuidades das distribuições a cada elemento. Assim, para nós compartilhados, há duas respostas diferentes que são comparadas com o valor fornecido pela respectiva solução analítica. Para facilitar a leitura e a comparação de resultados do modelo, assim como em outras soluções por elementos finitos, também pode ser tomado, para os nós, um valor médio entre as respostas provenientes de cada elemento adjacente. Diferenças elevadas nas respostas nodais indicam deficiências na discretização da malha, sugerindo, normalmente, um refinamento do modelo.

Deste modo, a comparação de tensões axiais pode ser feita, por exemplo, com a média de valores para a posição radial de 31,5 pol, na fronteira entre o primeiro e o segundo elemento. O valor resultante é de apenas $-0,0048$ psi, bem mais próximo do resultado analítico nulo. Outras localidades, como as posições radiais extremas, requerem a comparação direta com uma resposta nodal única. A comparação de tensões circunferenciais por valores médios, nas posições radiais de 31,5, 33,0 e 34,5 pol, apresenta erros de $-0,16$, $-0,15$ e $-0,14$ %. Já uma comparação direta, para todos os nós da malha, apresenta erros variando entre $+2,74$ e $-2,19$ %. Por fim, para as tensões radiais presentes na Figura (5.11), os erros obtidos com a comparação de valores médios, nos mesmos nós intermediários, foram de $+1,60$, $+2,14$ e $+6,78$ %. Para a comparação direta de respostas do modelo, os erros percentuais variaram entre $-31,22$ % (Para a coordenada radial 30,0 pol) e de até $+109,87$ e $-97,80$ % (Ambas respostas disponíveis para a coordenada 34,5 pol).

A comparação de resultados por meio de média de valores deve ser usada com critérios. Nota-se que, ao se aproximar da coordenada radial de 36,0 pol, cuja solução analítica para tensão radial é nula, os erros para valores nodais médios aumentaram até $+6,78$ %. A média de valores muito discrepantes ou próximas a descontinuidades pode perder o significado físico. O usuário de elementos finitos, ao se deparar com erros percentuais mais elevados, deve considerar avaliar seus resultados com uma nova malha de maior discretização. Este procedimento de análise por valores médios é adotado por engenheiros, buscando-se respostas

pontuais definidas para seus problemas. Outra vantagem é a de apresentar gráficos de contorno suavizados ao longo do domínio da estrutura, explicitando os campos de respostas sem saltos entre os elementos.

Neste exemplo, para uma malha com 16 elementos, são apresentadas a seguir as distribuições do modelo mais refinado para deformações e tensões radiais. Os erros calculados para respostas nodais únicas de deformações radiais já foram mencionados anteriormente. Já os resultados para tensões radiais, sem efetuar média de valores nodais, apresentaram erros de $-8,05$ a $+26,73$ %. Nota-se, pelos gráficos, a melhor aproximação numérica do modelo, justificando a diminuição dos erros percentuais em ambas as grandezas.

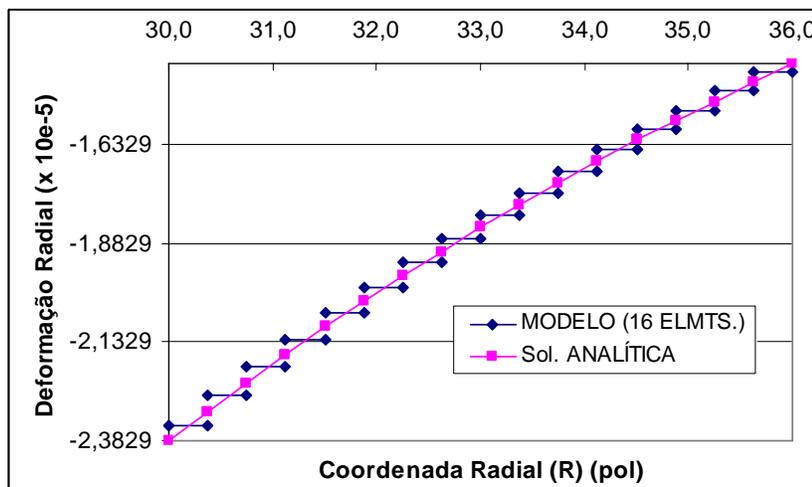


Figura 5.12: Comparação de Deformações Radiais (16 Elementos) – [0°]

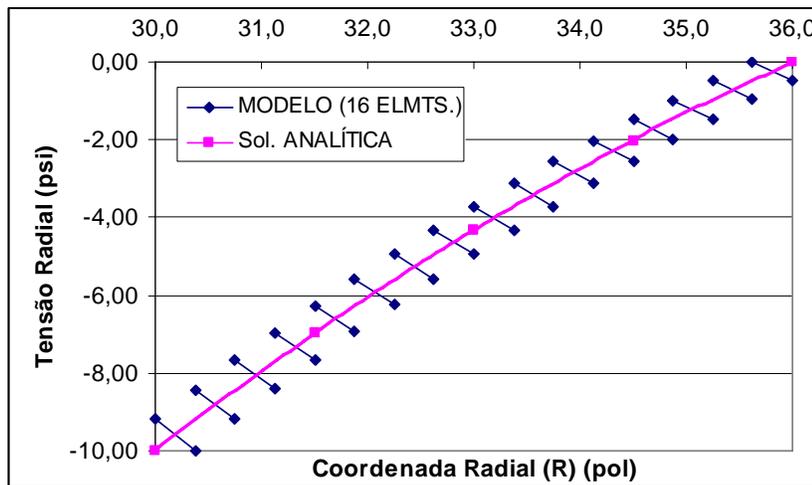


Figura 5.13: Comparação de Tensões Radiais (16 Elementos) – [0°]

5.4.2

Laminado [+90°]

A Figura (5.14) apresenta, para este exemplo, a convergência de resultados para o deslocamento axial, imposto constante para o topo do cilindro. Os erros obtidos para cada teste de discretização, em relação ao valor analítico de $+7,2145 \cdot 10^{-7}$ pol são, de 01 a 16 elementos: $-2,2413$, $-0,6875$, $-0,1816$, $-0,0457$ e $-0,0125$ %, respectivamente. Em seguida, para o modelo com 04 elementos, é mostrada na Figura (5.15) a comparação entre os deslocamentos radiais, ao longo da espessura, com a respectiva solução analítica.

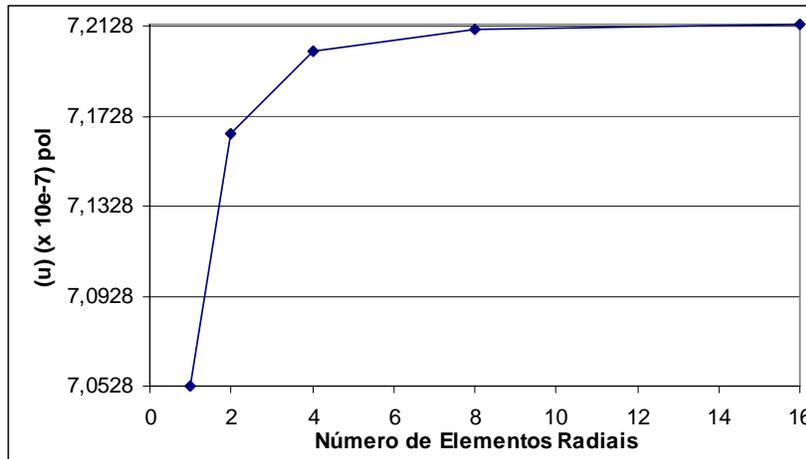


Figura 5.14: Convergência para Deslocamentos Axiais (u) – [+90°]

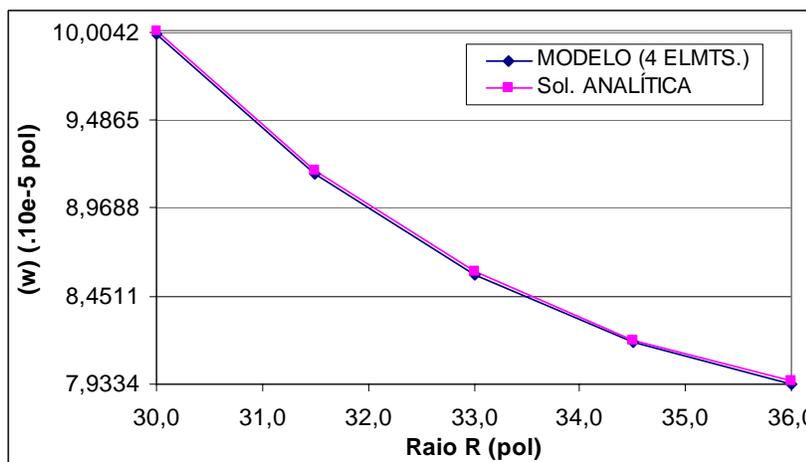


Figura 5.15: Comparação de Deslocamentos Radiais (w) – [+90°]

Como no exemplo anterior, os deslocamentos circunferenciais resultaram nulos. A matriz constitutiva \bar{C} , associada à orientação de $+90^\circ$, está apresentada pela equação (5.6) e possui as mesmas características apontadas para $[0^\circ]$.

$$[\bar{C}]_{[+90^\circ]} = \begin{bmatrix} 0,2081 & 0,0748 & 0,1035 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0748 & 1,9559 & 0,0748 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1035 & 0,0748 & 0,2081 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0820 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0523 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0820 \end{bmatrix} \cdot 10^{+7} \quad (5.6)$$

A distribuição não linear de deslocamentos radiais, ao longo da espessura, tal como indicado pela solução analítica, é apresentada pela Figura (5.15). Fica evidente que o emprego de modelos de elementos finitos formulados com funções de forma lineares fornece uma solução aproximada. Os erros presentes na comparação de resultados, no exemplo com 04 elementos, variam entre $-0,19$ e $-0,20$ %, apenas.

Os resultados do modelo para deformações axiais apresentaram convergência similar à de deslocamentos axiais, com erro de $-0,69$ % em relação à solução analítica. As comparações de deformações circunferenciais e radiais são mostradas nas Figuras (5.16) e (5.17), respectivamente. A comparação de resultados para a primeira componente apresentou erros entre $-0,19$ e $-0,20$ %. Já a comparação direta de resultados nodais de deformações radiais apresentou erros $-13,93$ a $+40,95$ %. Os erros mais elevados se justificam, assim como no exemplo anterior, pela solução numérica para a deformação radial apresentar-se constante ao longo do domínio de cada elemento. O aumento da discretização ocasiona a diminuição gradativa destes erros.

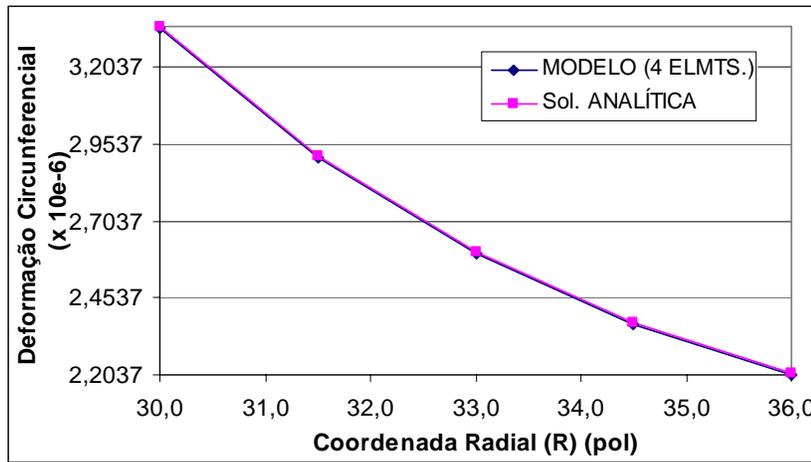


Figura 5.16: Deformações Circunferenciais – [+90°]

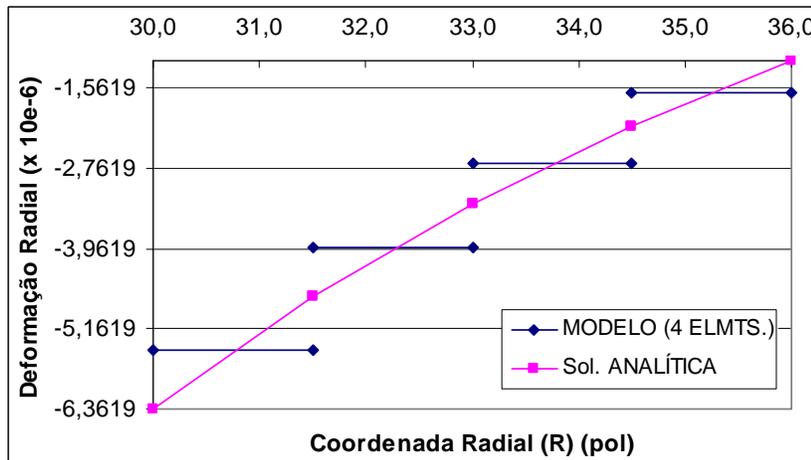


Figura 5.17: Deformações Radiais – [+90°]

Nos resultados do modelo para tensões axiais, os desvios percentuais variaram entre $-35,19$ e $+25,18$ %, em relação à solução analítica. Para a componente circunferencial, o maior erro percentual foi de apenas $-1,02$ %, na posição do raio externo. Já a componente radial, para nós intermediários, os erros variaram entre $+1,38$ e $+2,68$ %, com valores médios. Para o resultado do raio interno, o erro foi dado por $-13,82$ %. As componentes de tensão cisalhantes apresentaram-se todas nulas para este modelo.

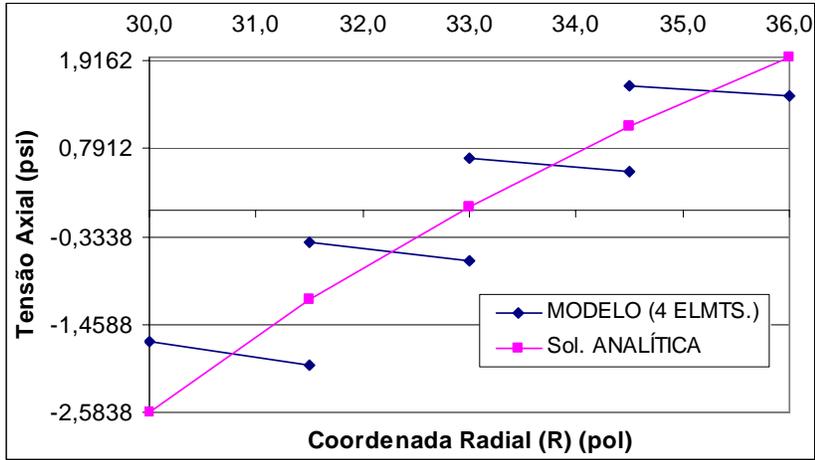


Figura 5.18: Tensões Axiais – [+90°]

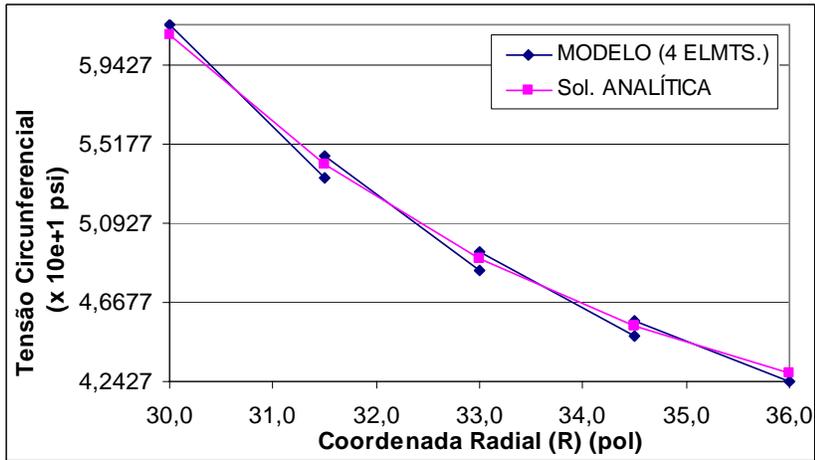


Figura 5.19: Tensões Circunferenciais – [+90°]

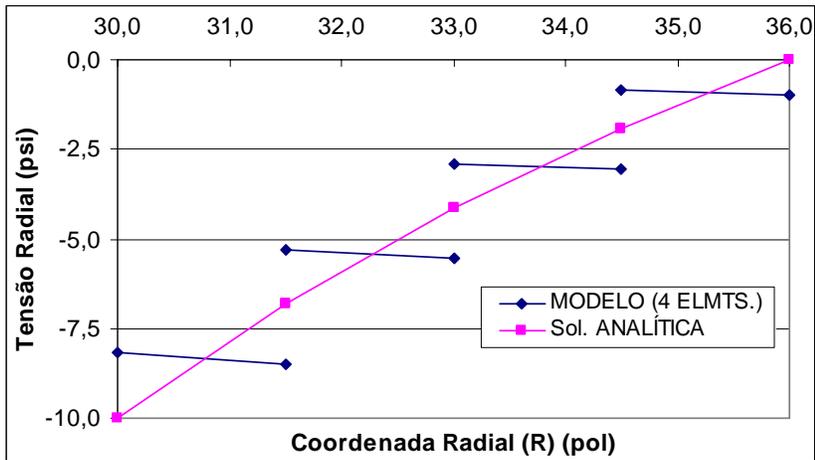


Figura 5.20: Tensões Radiais – [+90°]

5.4.3

Laminado [+45°]

Os resultados do campo de deslocamentos indicaram, para esta orientação, valores não nulos para a componente circunferencial. Para o ângulo de bobinamento da fibra variando entre 0° e +90°, seus extremos são os únicos casos, para este material, em que não será notado o acoplamento axial-torsional em laminados simples. Esta observação se fundamenta no fato do modelo de material transversalmente isotrópico, adotado para o compósito T300/5208 apresentar um plano de isotropia ortogonal à direção da fibra à 0°. No laminado [+45°], a matriz \bar{C} tem a forma característica de um material monoclinico:

$$[\bar{C}]_{+45^\circ} = \begin{bmatrix} 6,6040 & 4,9640 & 0,8912 & 4,3694 & 0 & 0 \\ 4,9640 & 6,6040 & 0,8912 & 4,3694 & 0 & 0 \\ 0,8912 & 0,8912 & 2,0815 & -0,1433 & 0 & 0 \\ 4,3694 & 4,3694 & -0,1233 & 5,0362 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,6717 & 0,1483 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1483 & 0,6717 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \quad (5.7)$$

A solução analítica para o deslocamento axial, constante para o topo do cilindro, é $-6,3547 \cdot 10^{-6}$ pol. A análise de convergência para resultados de deslocamentos axiais, apresentados pela Figura (5.21), considerou discretizações de 04, 08, 16 e 32 elementos radiais, igualmente espaçados. Os erros percentuais, para estas simulações, foram de +0,2691, +0,1322, +0,0425 e +0,0126 %, respectivamente. A seguir, as Figuras (5.22) e (5.23) apresentam as comparações entre as distribuições de deslocamentos circunferenciais e radiais, com a solução analítica, para a malha escolhida com 04 elementos. No primeiro caso, houve erros de até +0,25 %. Já a comparação de resultados de deslocamentos radiais apresentou um erro máximo de -0,15 %. Os erros percentuais para a comparação das deformações axiais em relação à solução analítica foram de até +0,13 %, com distribuição idêntica à apresentada pelos deslocamentos axiais. As comparações para as outras componentes de deformações lineares e a deformação angular $\gamma_{X\theta}$ são apresentadas, a seguir, pelas Figuras (5.24) a (5.26). As demais deformações angulares, γ_{XR} e $\gamma_{\theta R}$, resultaram em valores nulos.

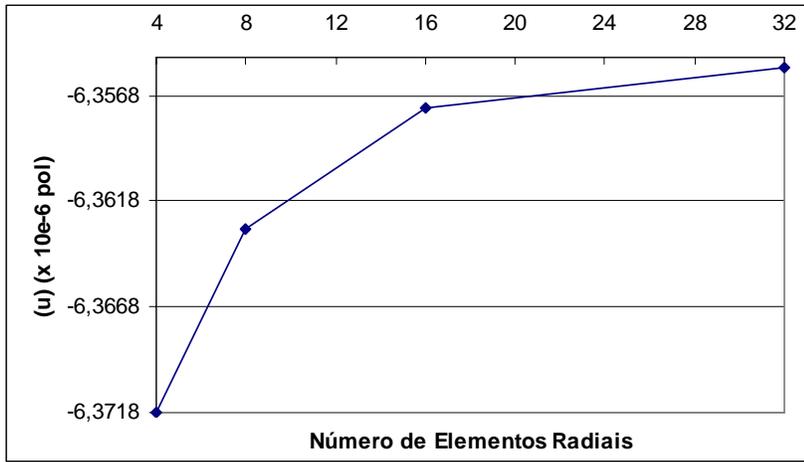


Figura 5.21: Convergência de Deslocamentos Axiais – [+45°]

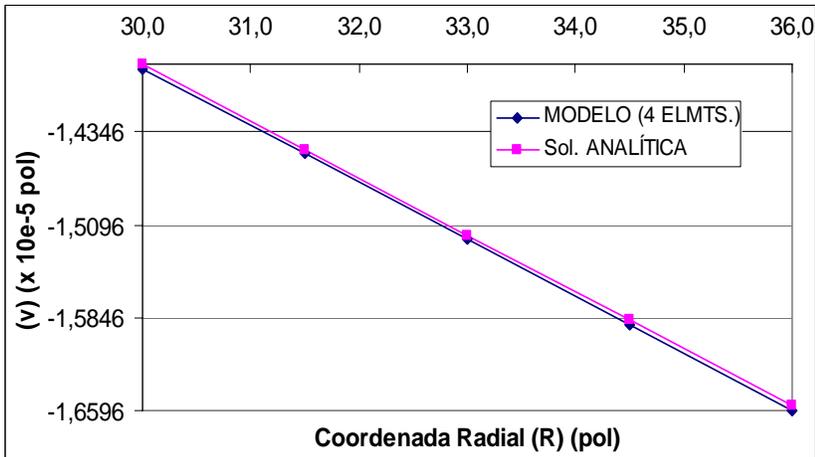


Figura 5.22: Deslocamentos Circunferenciais – [+45°]

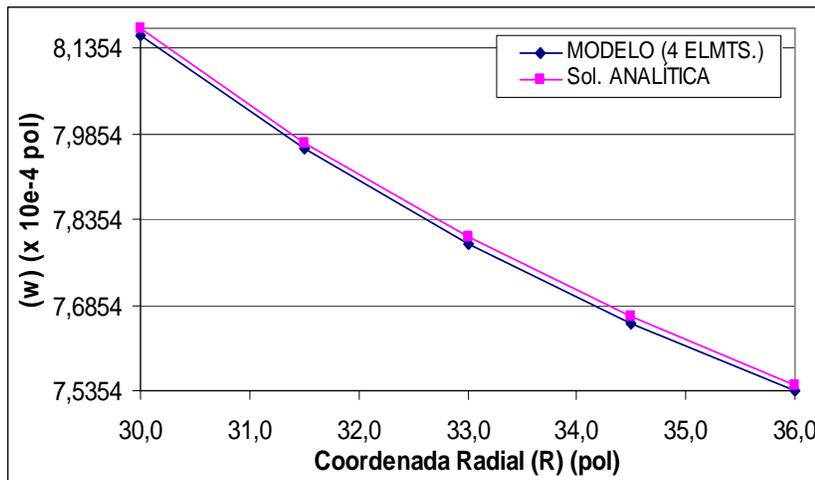


Figura 5.23: Deslocamentos Radiais – [+45°]

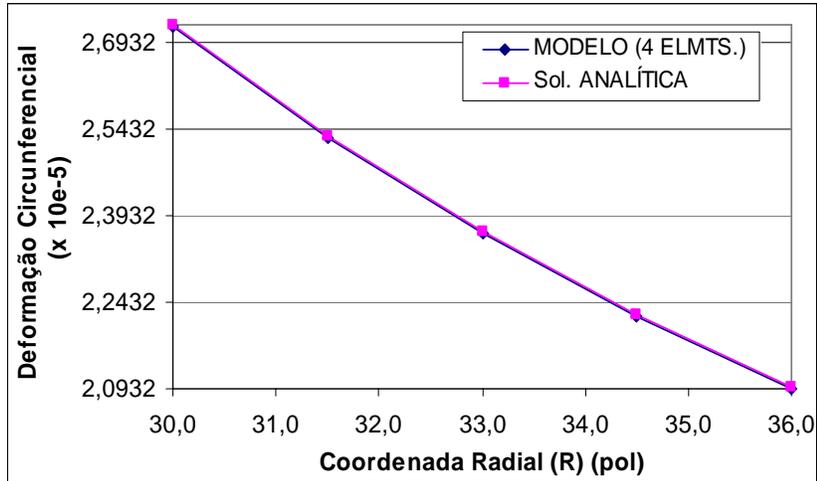


Figura 5.24: Deformações Circunferenciais – [+45°]

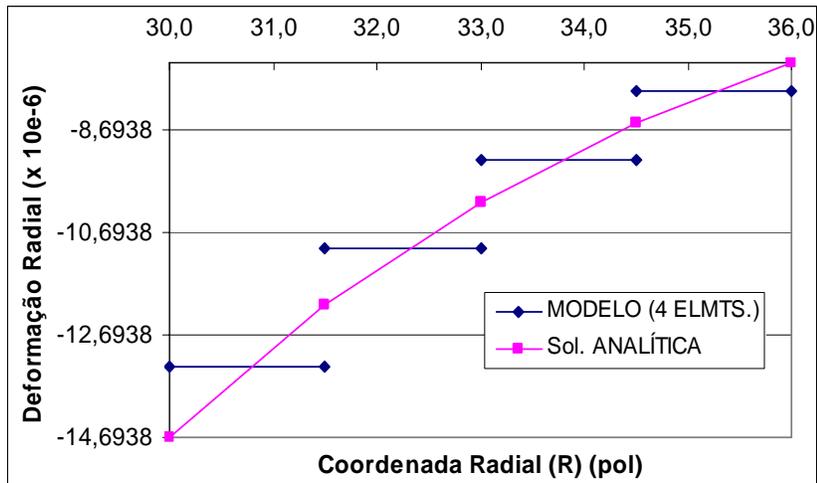


Figura 5.25: Deformações Radiais – [+45°]

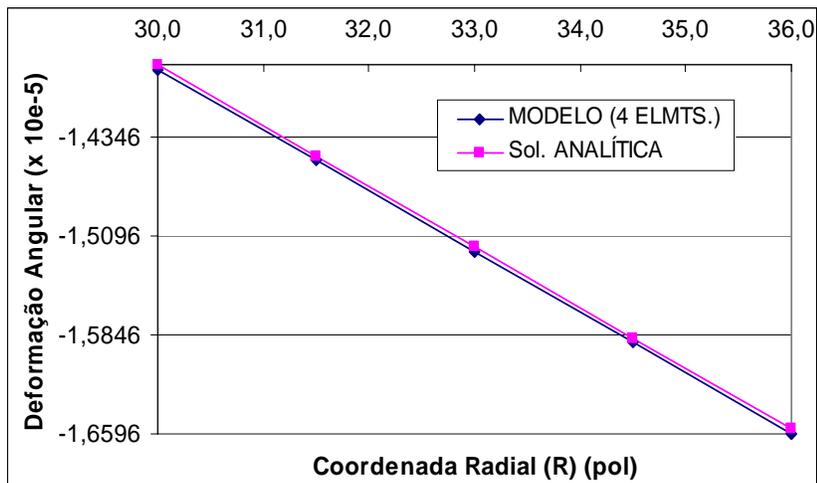


Figura 5.26: Deformações Angulares ($\gamma_{x\theta}$) – [+45°]

As deformações circunferenciais apresentaram diferenças máximas de $-0,14\%$, enquanto a componente de deformação radial, para a comparação de valores médios em nós intermediários (nas coordenadas radiais de 31,5, 33,0 e 34,5 pol), os erros percentuais variaram entre $+0,43$ e $+0,24 \%$. Para comparação direta de respostas nodais, o modelo diferiu entre $-9,40$ e $+7,27 \%$. A distribuição de deformações angulares, $\gamma_{X\theta}$, apresentou erros percentuais abaixo de $+0,25 \%$.

As componentes de tensões cisalhantes τ_{XR} e $\tau_{\theta R}$, de acordo com a equação (3.41), dependem daquelas componentes de deformação angulares nulas, também resultaram em valores nulos para o modelo. As demais comparações dos resultados para componentes de tensão, com as respectivas soluções analíticas, são apresentadas a seguir, nas Figuras (5.27) a (5.30). Os resultados do modelo para a componente de tensão axial, se mantiveram com erros percentuais abaixo de $+3,90 \%$. A tensão circunferencial apresentou erros entre $+0,98$ e $-3,26 \%$, para os nós extremos, junto aos raios interno e externo, respectivamente. A comparação direta de respostas nodais para tensões radiais apresentou erros de até $-28,28 \%$. Por fim, a comparação de tensões de cisalhamento $\tau_{X\theta}$ se manteve com diferenças abaixo de $-2,58 \%$.

São, ainda, apresentadas pelas Figuras (5.31) e (5.32) as distribuições de deformações e tensões radiais, para uma malha com 08 elementos radiais. Os erros máximos de deformações diminuíram do intervalo entre $-9,40$ a $+7,27 \%$ para $-5,02$ a $+3,48 \%$, e o valor máximo de $-28,28 \%$ passou para $-15,09 \%$, para as tensões.

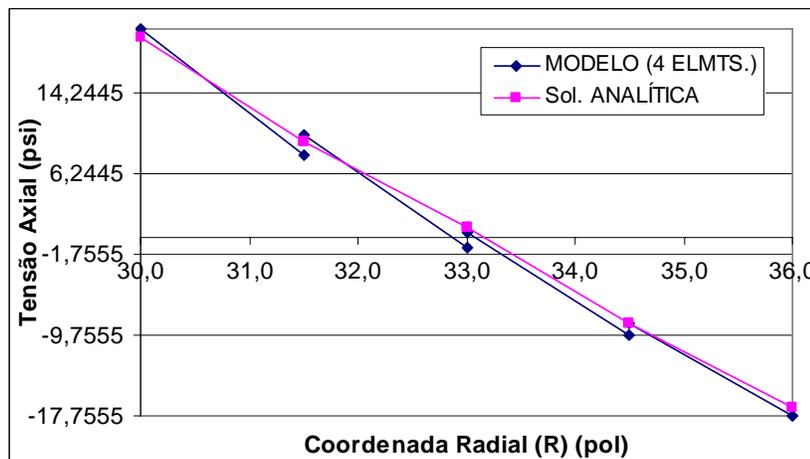


Figura 5.27: Tensões Axiais – $[+45^\circ]$

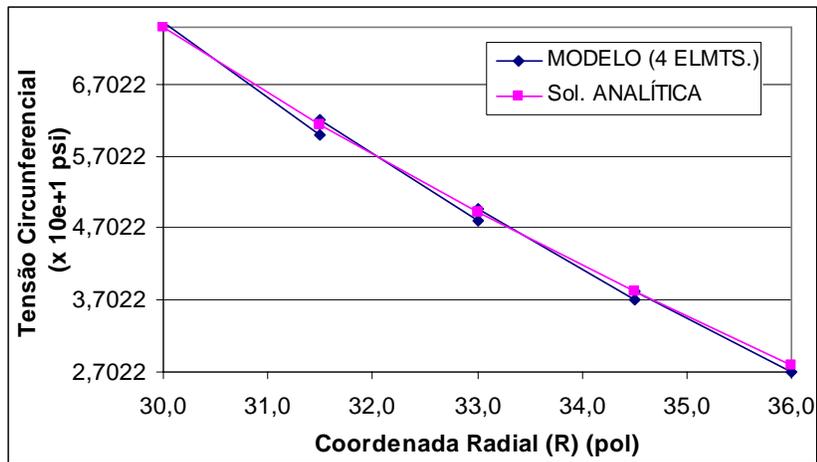


Figura 5.28: Tensões Circunferenciais – [+45°]

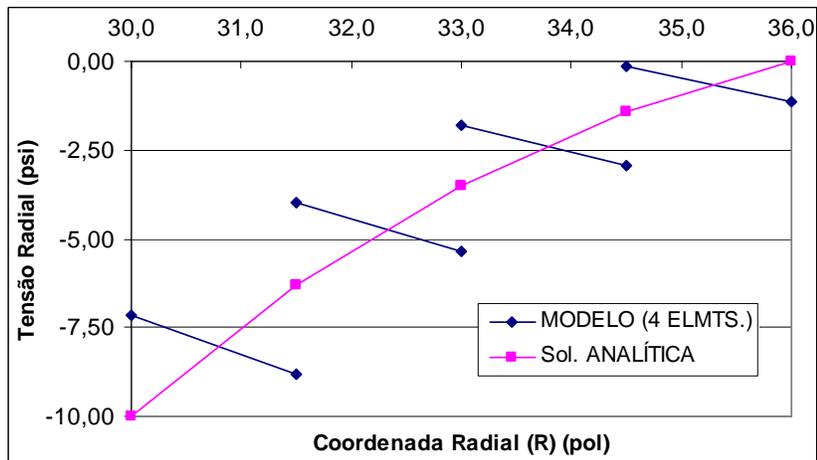


Figura 5.29: Tensões Radiais – [+45°]

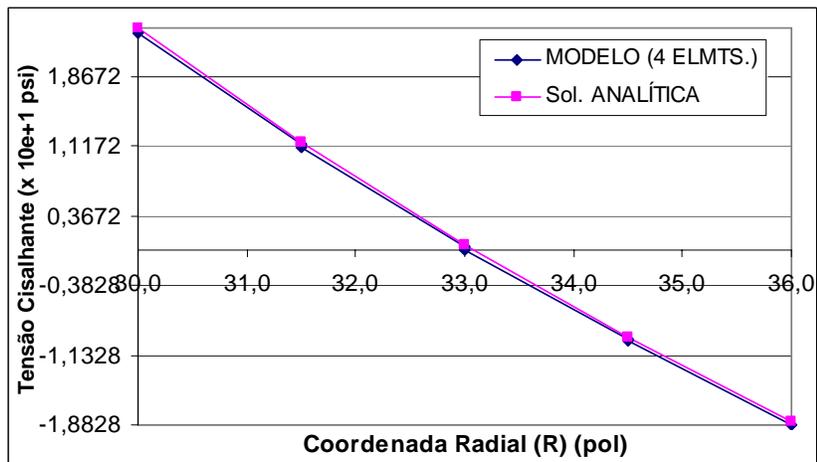


Figura 5.30: Tensões Cisalhantes ($\tau_{x\theta}$) – [+45°]

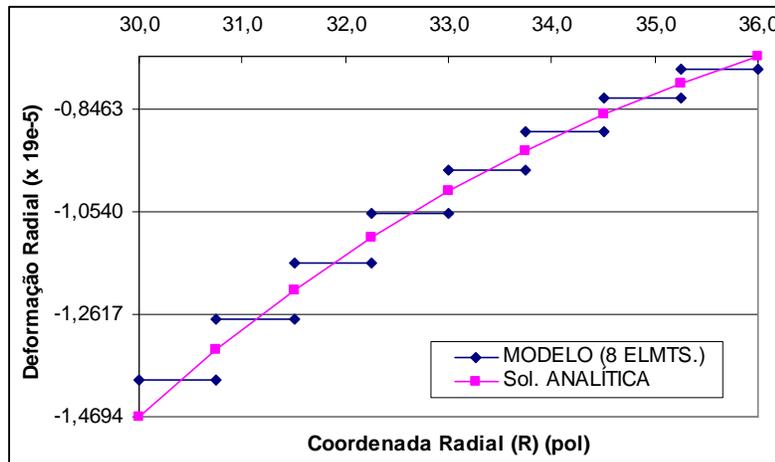


Figura 5.31: Deformações Radiais – [+45°] – Modelo com 08 Elementos

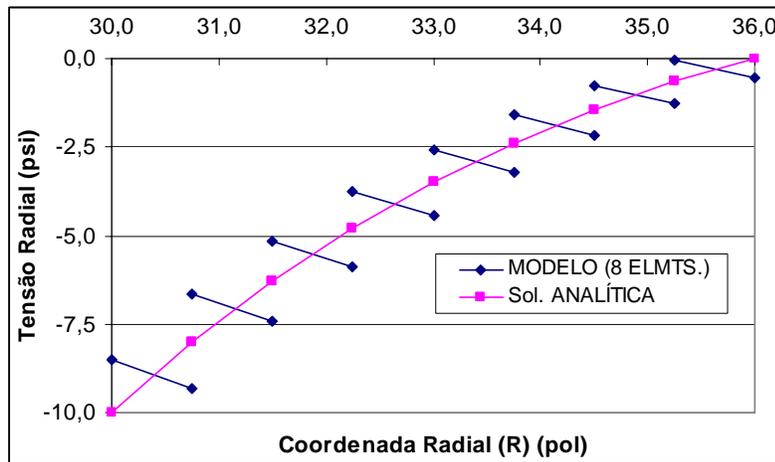


Figura 5.32: Tensões Radiais – [+45°] – Modelo com 08 Elementos

5.4.4

Laminado [+45°/-45°]

A análise da convergência numérica para os exemplos de uma camada mostrou que, para o campo de deslocamentos, modelos com 04 elementos já apresentam boas aproximações em relação à solução analítica, com erros inferiores a 1 %. Para algumas das componentes, nas direções axial e radial, de deformações e de tensões, os erros são diminuídos, no entanto, somente com refinamentos da malha. Nos exemplos com mais camadas, há maiores variações nas distribuições de resultados, até com descontinuidades ao longo da espessura, como no caso de tensões. A seguir, foram apresentados resultados para modelos com 04 e com 08 elementos, explicitando a diferença entre eles.

A Figura (5.33) indica a convergência do valor de deslocamentos axiais, imposto constante para o topo do modelo. Para a solução analítica no valor de $-1,272254 \cdot 10^{-5}$ pol, a malha com 04 elementos apresenta um erro de $-0,0143\%$. A Figura (5.34) apresenta comparações dos modelos com 04 e 08 elementos, com a solução analítica de deslocamentos circunferenciais. A condição de contorno do tipo (3), de acordo com a imposição pela solução analítica, aplica um ângulo de torção do tubo (γ^0) constante para todas as camadas, mesmo através das fronteiras interlaminares. Os erros obtidos são de até $-4,03\%$ e de até $-1,20\%$ para os modelos com 04 e 08 elementos, respectivamente, mostrando a rápida convergência da solução para um aumento do número de elementos. Os deslocamentos radiais são apresentados na Figura (5.35). Neste caso, os erros dos modelos com 04 e 08 elementos foram de $-0,07\%$ e $-0,02\%$, respectivamente.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310260/CA

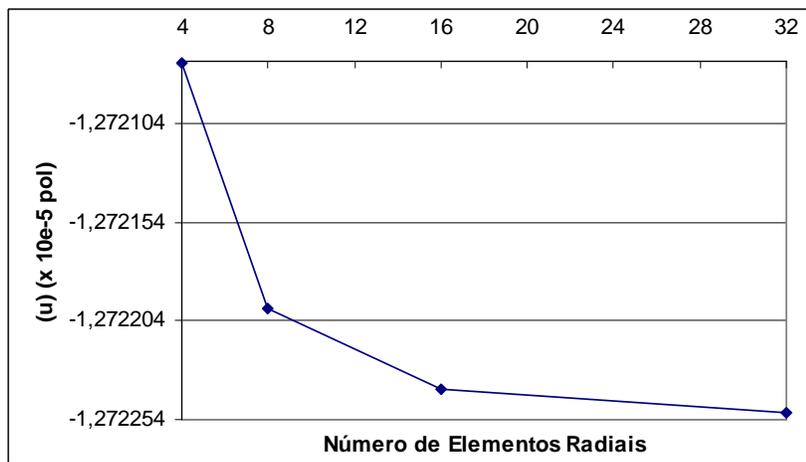


Figura 5.33: Convergência de Deslocamentos Axiais – $[+45^\circ/-45^\circ]$

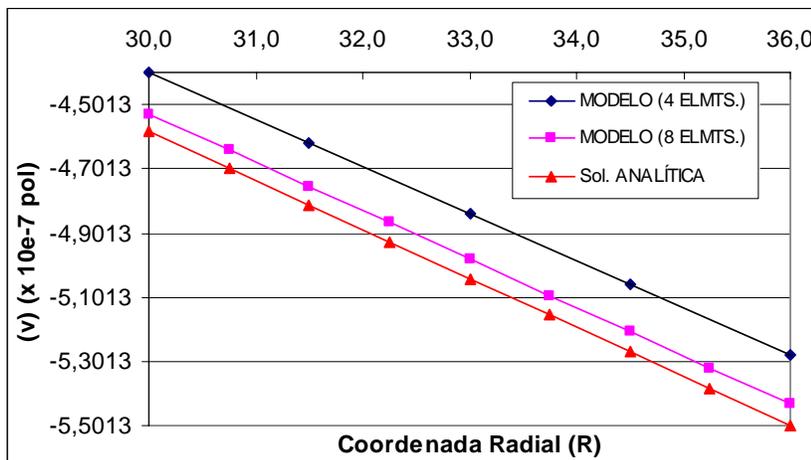


Figura 5.34: Deslocamentos Circunferenciais – $[+45^\circ/-45^\circ]$

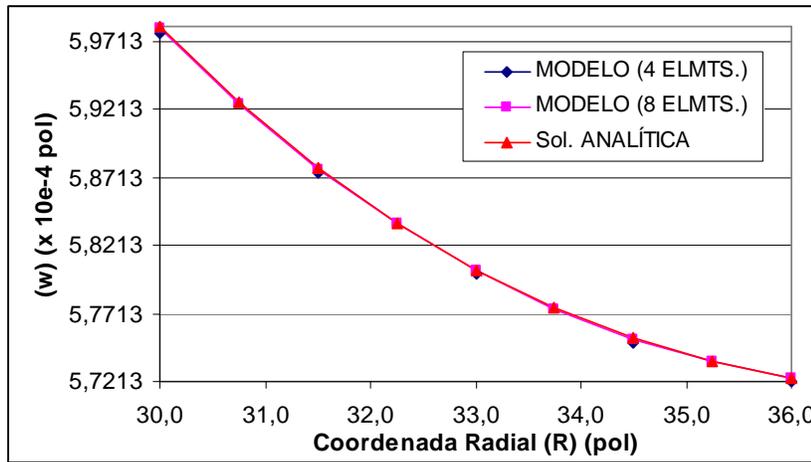


Figura 5.35: Deslocamentos Radiais – [+45°/-45°]

De acordo com a concordância de resultados de deslocamentos, já para uma malha com 04 elementos, esta escolha foi mantida para a exposição de resultados das demais grandezas. A comparação de resultados do modelo para deformações axiais apresentou um erro de -0,0143 %. A Figura (5.36) apresenta a distribuição de deformações circunferenciais, com erros percentuais de até -0,07 %. Já as deformações radiais, apresentadas pela Figura (5.37), indicam erros variando entre -13,58 e +46,24 %. Os resultados numéricos para deformações cisalhantes $\gamma_{X\theta}$, indicados na Figura (5.38), diferiram em -4,3 % da solução analítica. As demais componentes de deformações cisalhantes, γ_{XR} e $\gamma_{\theta R}$, apresentaram resultados numéricos praticamente nulos, confirmando a solução analítica para ambos.

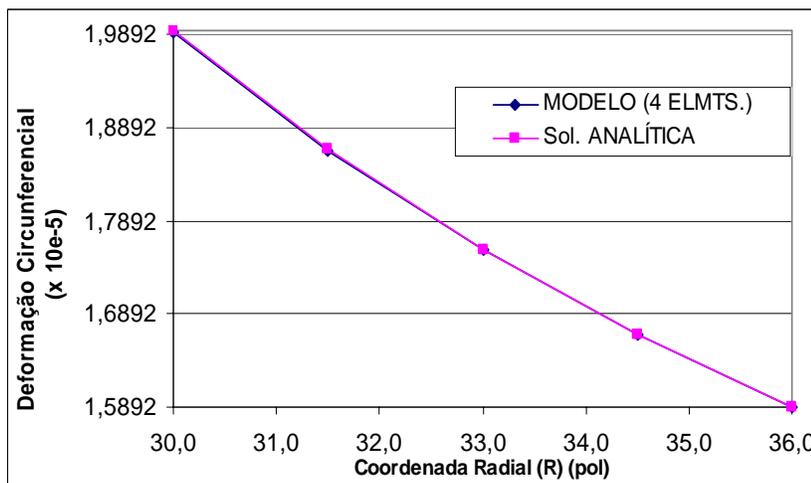


Figura 5.36: Deformações Circunferenciais – [+45°/-45°]

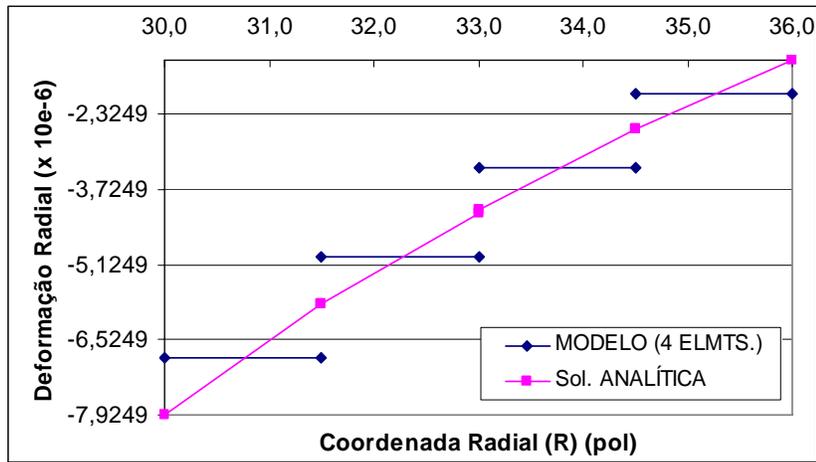


Figura 5.37: Deformações Radiais – [+45°/-45°]

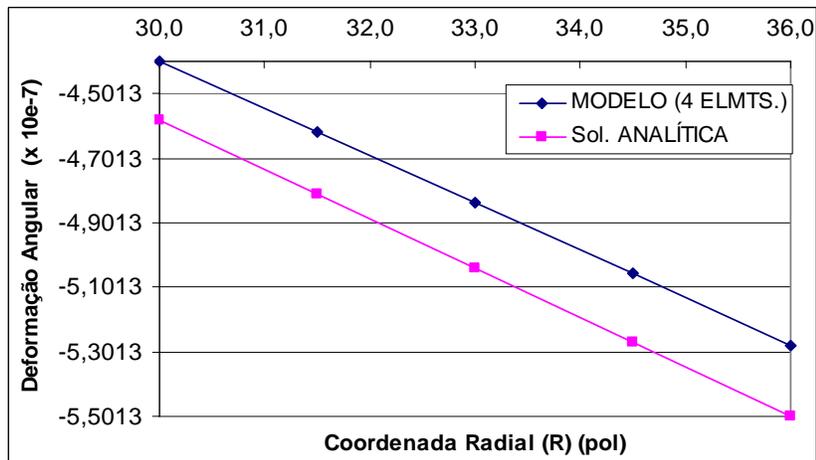


Figura 5.38: Deformações Angulares ($\gamma_{x\theta}$) – [+45°/-45°]

Devido às variações na relação constitutiva, as tensões no modelo com laminados de múltiplas camadas apresentam descontinuidades nas fronteiras interlaminares. No caso da componente axial, apresentada na Figura (5.39), os erros variaram entre +16,78 e +31,40 %. No entanto, tomando-se valores médios para nós das posições radiais de 31,5 e 34,5 pol, por exemplo, os erros reduzem-se a valores entre +0,05 e +12,34 %. As comparações por valores médios são realizadas, apenas, para nós comuns a elementos de mesmas orientações angulares. A comparação dos resultados para as tensões circunferenciais é apresentada pela Figura (5.40), com erros de até +1,62 %. Para os valores médios, quando possíveis, os erros obtidos são de, no máximo, -0,37 %. Na figura (5.41), os valores médios do modelo, para tensões radiais, diferem em até -3,39% da solução analítica. No entanto, considerando-se a tensão obtida no nó posicionado

no raio interno, o erro é de $-22,28\%$. Por fim, a comparação da tensão cisalhante $\tau_{\theta R}$, apresentada na Figura (5.42), indica um erro máximo de $-0,36\%$.

A análise de erros para as componentes de tensão deste exemplo, com comparação direta de resultados nodais, apresenta maiores aproximações em relação à solução analítica para as componentes de tensão circunferencial e de tensão cisalhante ($\tau_{\theta R}$). A primeira é a mais significativa em termos de valores numéricos perante às demais componentes. Os maiores erros ocorrem na comparação de tensões radiais, as quais apresentam valores numéricos de menor magnitude, apenas superiores às tensões axiais. A comparação com médias de valores, quando possíveis, apresenta maior aproximação do modelo em relação à solução analítica.

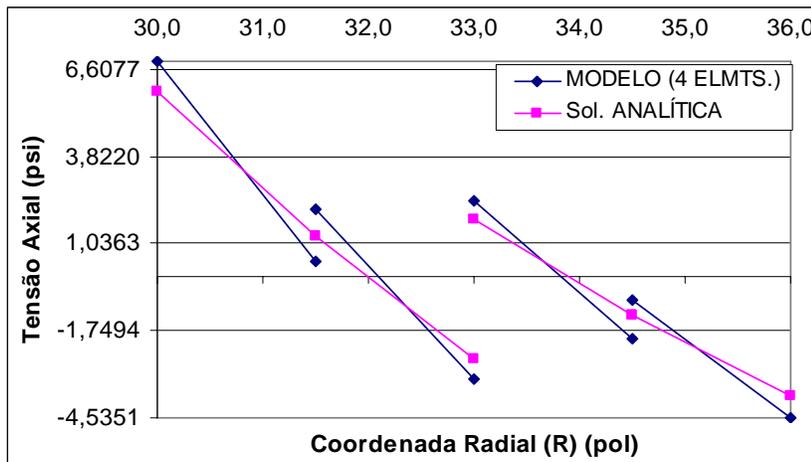


Figura 5.39: Tensões Axiais – $[+45^\circ/-45^\circ]$

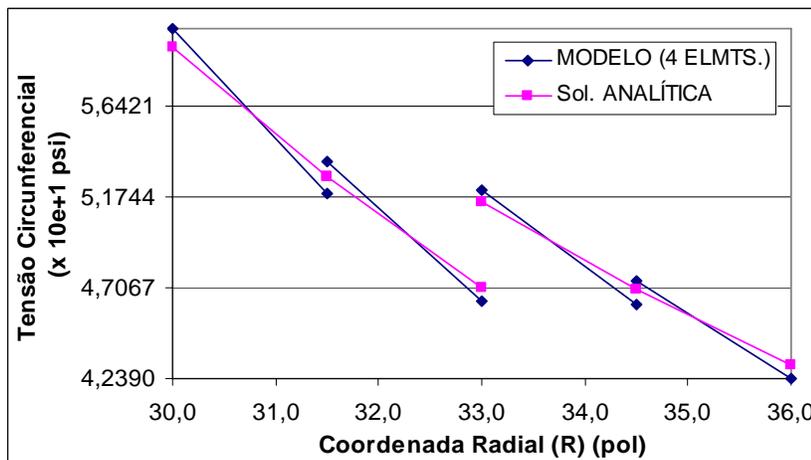


Figura 5.40: Tensões Circunferenciais – $[+45^\circ/-45^\circ]$

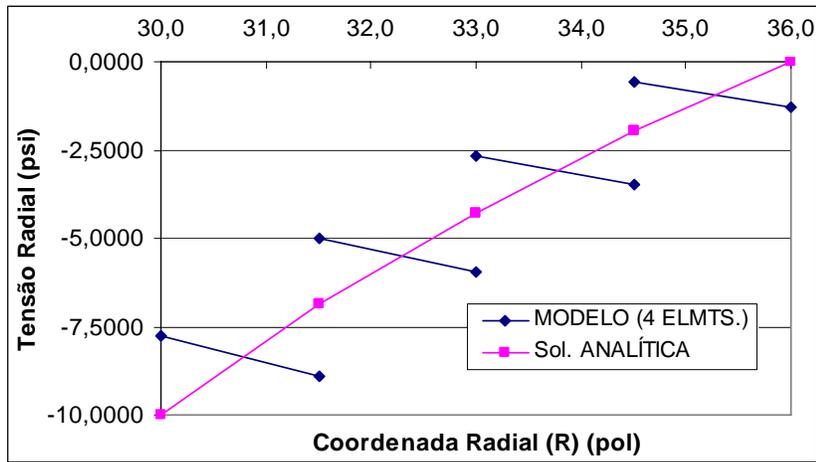


Figura 5.41: Tensões Radiais – [+45°/-45°]

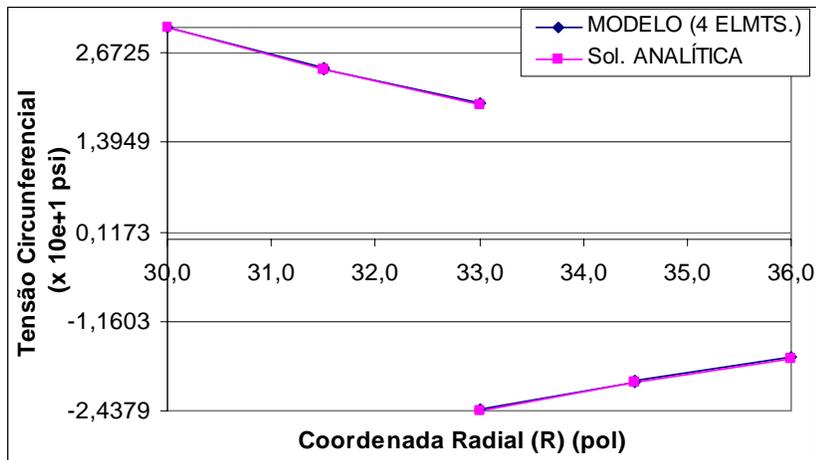


Figura 5.42: Tensões Cisalhantes ($\tau_{\theta R}$) – [+45°/-45°]

5.4.4

Laminado [0°/+90°/+90°/0°]

Para os testes de convergência numérica de resultados, para este exemplo com quatro camadas, foram consideradas malhas com 04, 08 e 12 elementos, igualmente posicionados ao longo da espessura total do tubo. Nos resultados de deslocamentos, a componente axial apresentou valores numéricos na ordem de grandeza de 10^{-9} pol, bem inferiores ao deslocamento radial, na ordem de 10^{-6} pol. Ainda assim, o modelo apresentou uma convergência numérica muito boa, chegando a um erro de apenas -0,14 %, em relação à solução analítica, com uma malha de 12 elementos. Assim como nos testes de camadas únicas, para [0°] ou [+90°], todas as simulações indicaram valores nulos para deslocamentos

circunferenciais, assim como a solução analítica. A razão da inexistência do comportamento axial-torsional foi de, novamente, as matrizes constitutivas para as orientações de 0° e $+90^\circ$ apresentarem-se nas formas características de materiais isotrópicos, tais como nos exemplos de apenas uma camada. Os resultados de deslocamentos radiais são apresentados na Figura (5.43), para modelos com 04 e com 08 elementos. Os erros em relação à distribuição analítica foram muito baixos, de, no máximo, $-0,18$ e $-0,05\%$, respectivamente.

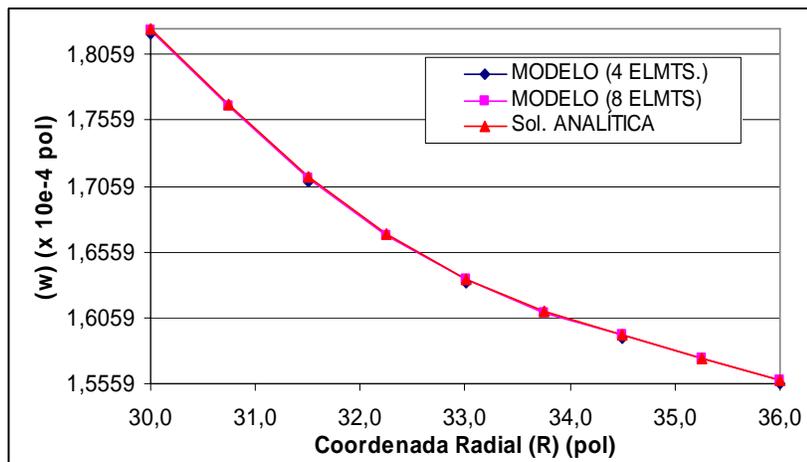


Figura 5.43: Deslocamentos Radiais – $[0^\circ/+90^\circ/+90^\circ/0^\circ]$

Os valores numéricos obtidos para as deformações axiais foram da ordem de 10^{-9} , bem inferior às demais componentes. As deformações angulares apresentaram-se nulas, tal como o previsto pela solução analítica. As deformações circunferenciais e radiais são apresentadas nas Figuras (5.44) e (5.45), com resultados para ambos os modelos, com 04 e com 08 elementos radiais. A comparação com as respostas analíticas circunferenciais apresenta erros de até $-0,18$ e $-0,04$ % para cada discretização. Pode-se notar, na Figura (5.45), a convergência à solução analítica obtida do refinamento de 04 para 08 elementos, para os resultados das deformações radiais, constantes nos domínios elementares. Nas comparações com valores nodais médios, os erros obtidos são de, no máximo, $+1,32$ %, para o teste com 04 elementos, e de $+0,33$ %, com 08. Nos nós extremos, para coordenadas radiais de 30,0 e 36,0 pol, os erros percentuais são de $-4,33$ e $+6,32$ % e de $-2,20$ e $+3,15$ %, para cada modelo.

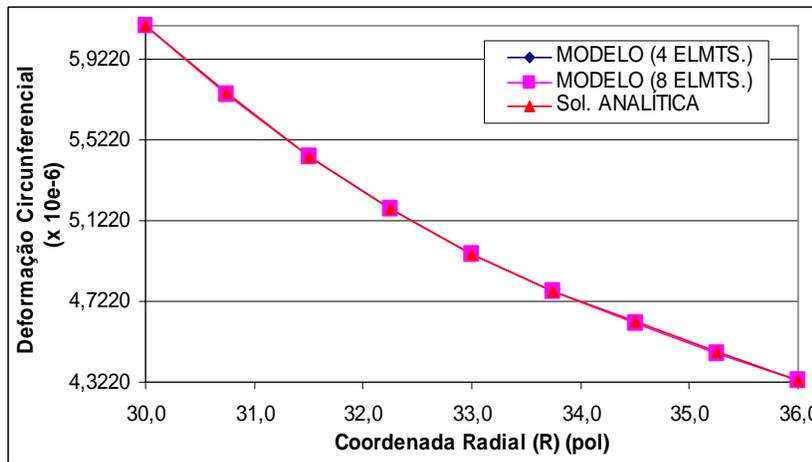


Figura 5.44: Deformações Circunferenciais – $[0^{\circ}/+90^{\circ}/+90^{\circ}/0^{\circ}]$

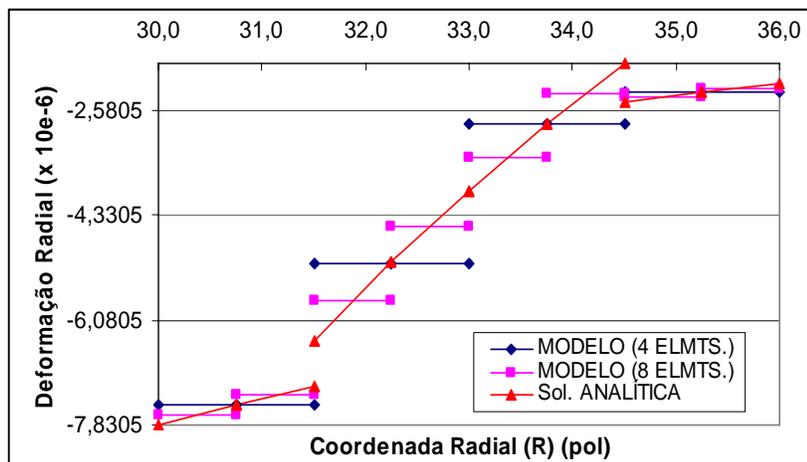


Figura 5.45: Deformações Radiais – $[0^{\circ}/+90^{\circ}/+90^{\circ}/0^{\circ}]$

Os resultados das tensões normais estão indicados a seguir, para o modelo com 08 elementos. Os erros obtidos para a componente de tensão axial, apresentada pela Figura (5.46), são de até $-32,58\%$, enquanto as tensões circunferenciais, apresentadas pela Figura (5.47), apresentam erros variando entre $-1,09\%$ e $+3,77\%$. Última componente de tensão não nula deste exemplo, apresentada pela Figura (5.48), a distribuição radial apresentou diferenças máximas de $-14,89\%$. A tensão cisalhante $\tau_{x\theta}$ resultou, assim como nos exemplos de camadas únicas para as orientações nos ângulos 0° e $+90^{\circ}$, em valores nulos, devido às formas particulares das matrizes constitutivas para estas orientações e aos valores nulos de deformações angulares $\gamma_{x\theta}$.

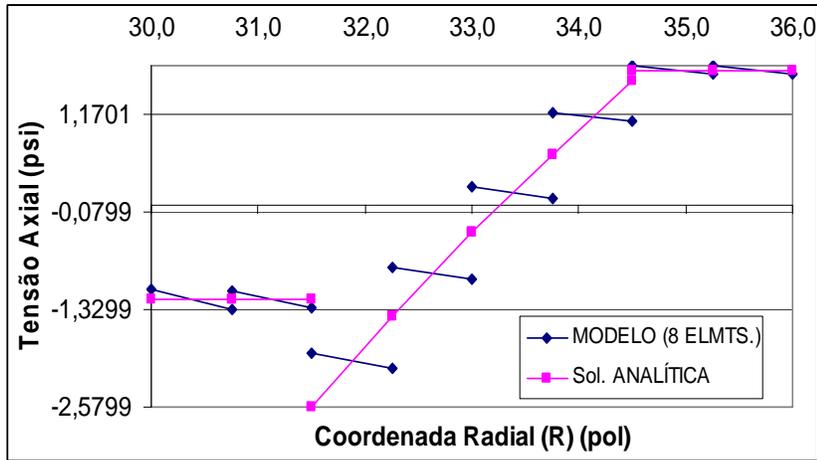


Figura 5.46: Tensões Axiais – [0°/+90°/+90°/0°]

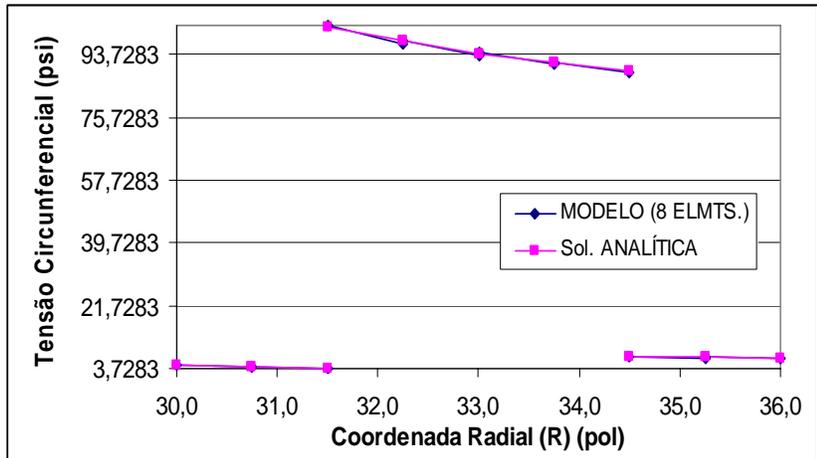


Figura 5.47: Tensões Circunferenciais – [0°/+90°/+90°/0°]

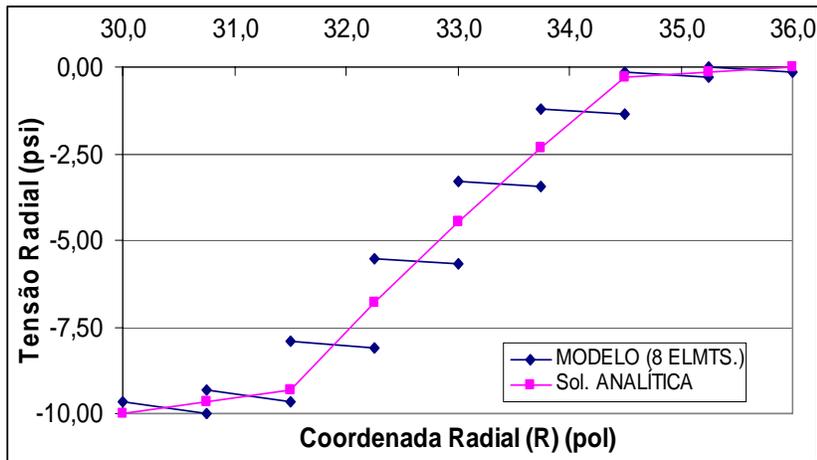


Figura 5.48: Tensões Radiais – [0°/+90°/+90°/0°]

5.4.3

Laminado [+45°/-45°/-45°/+45°]

Os resultados apresentados nesta Seção são referentes ao modelo de malha com 08 elementos radiais uniformes. A comparação de resultados para o deslocamento axial não apresentou erros em relação à solução analítica, cujo valor é $-1,2682 \cdot 10^{-6}$ pol. A distribuição de deslocamentos circunferenciais indicou valores na ordem de grandeza de 10^{-9} pol, sendo desprezada em relação à ordem de grandeza dos valores de deslocamento radial, 10^{-4} pol. O empilhamento definido, de modo simétrico, minimizou o comportamento axial-torcional do tubo, similarmente a algumas configurações de laminados planos, que consideram com este propósito, a simetria ou anti-simetria das orientações de suas camadas. Por haver diferenças radiais entre as camadas, no caso cilíndrico, os valores numéricos apresentados pelo modelo e pela solução analítica, não foram precisamente nulos. A Figura (5.49) apresenta os resultados de deslocamentos radiais, com erros muito baixos, da ordem de $-0,01\%$ em relação à solução analítica.

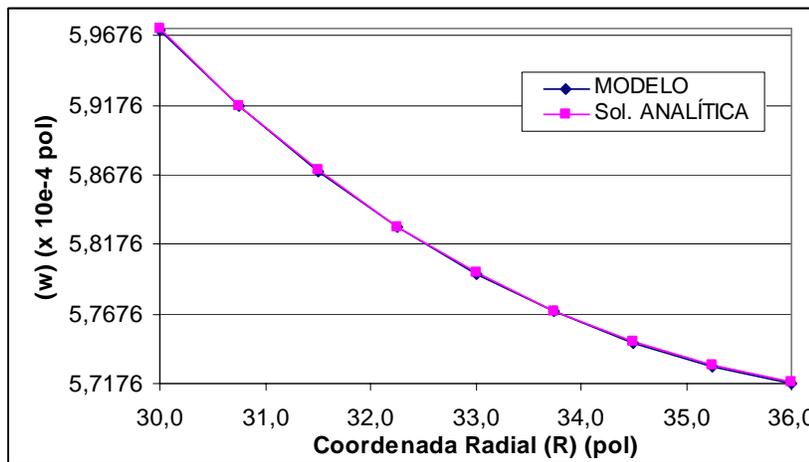


Figura 5.49: Deslocamentos Radiais – [+45°/-45°/-45°/+45°]

Os resultados do modelo para deformações axiais essencialmente reproduzem a resposta da solução analítica. Nas Figuras (5.50) e (5.51) são apresentadas as distribuições de deformações circunferenciais e radiais. Os erros obtidos foram de, no máximo, $-0,015\%$ para a primeira componente, e de até $-7,14\%$ para a componente radial. Os resultados para a componente de

deformação angular, $\gamma_{x\theta}$, apresentaram valores muito baixos, na ordem de 10^{-9} , sendo desprezados em relação às demais componentes não nulas. De fato, de acordo com (3.35), esta componente depende diretamente dos deslocamentos circunferenciais, sendo também minimizada devido à simetria do laminado. As demais componentes de deformações angulares apresentaram valores nulos.

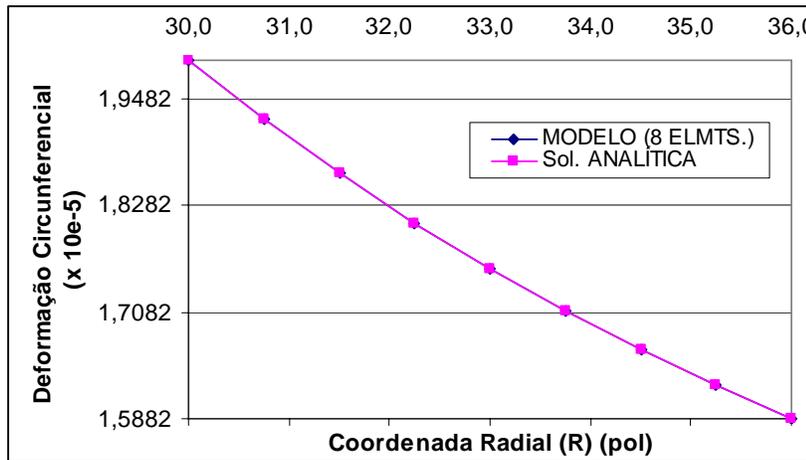


Figura 5.50: Deformações Circunferenciais – [+45°/-45°/-45°/+45°]

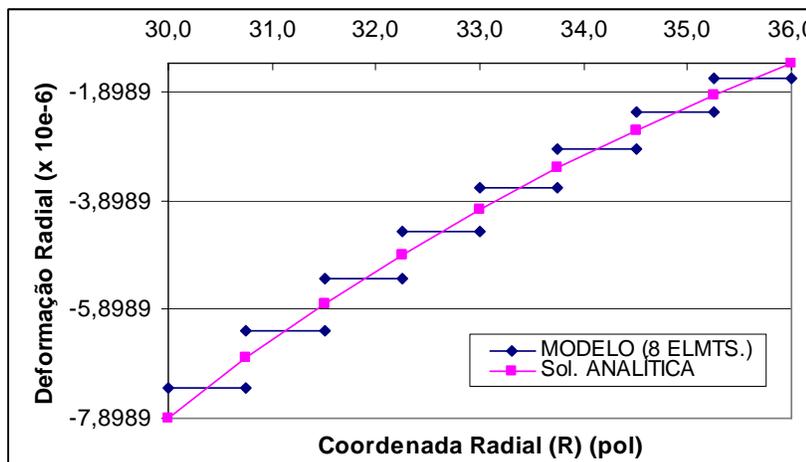


Figura 5.51: Deformações Radiais – [+45°/-45°/-45°/+45°]

A comparação direta de resultados de tensões axiais, apresentada pela Figura (5.52), com a solução analítica, indica erros de até +6,48 %. Para uma comparação com valores médios do modelo, estes erros são reduzidos a +0,15 %. As distribuições das tensões circunferenciais e radiais são mostradas nas Figuras (5.53) e (5.54), respectivamente. Os erros obtidos da comparação direta de valores nodais resultaram entre -0,57 e +0,84 %, para o primeiro caso, e de -11,70 % para

a posição junto ao raio interno, por exemplo, para o segundo. A comparação com as médias dos valores nodais, apresentou um erro máximo de +0,04 % para a componente circunferencial e erros variando entre +0,36 e +1,87 %, para a tensão radial. A nulidade de valores das deformações angulares γ_{XR} e $\gamma_{\theta R}$ tornou também nulas as componentes de tensão de cisalhamento τ_{XR} e $\tau_{\theta R}$. A tensão de cisalhamento $\tau_{X\theta}$ é apresentada pela Figura (5.55). Os erros entre as soluções variaram de -0,41 a +0,53 %.

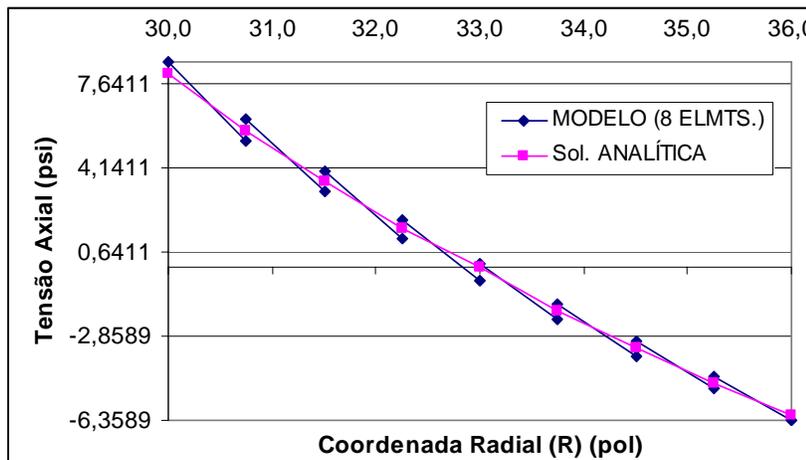


Figura 5.52: Tensões Axiais – [+45°/-45°/-45°/+45°]

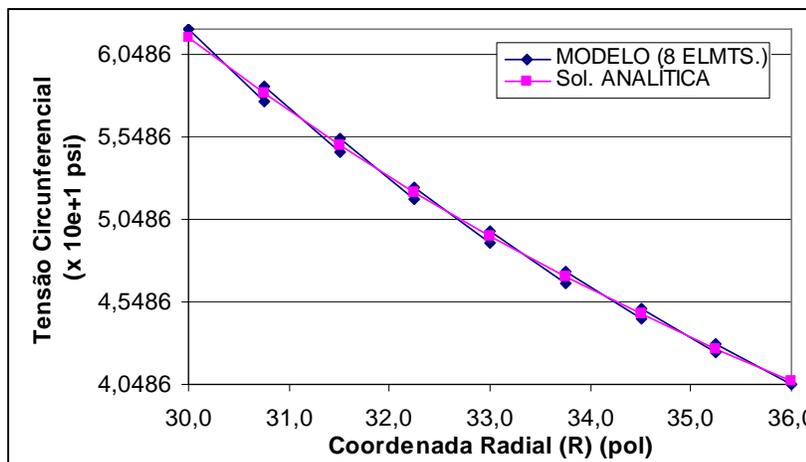


Figura 5.53: Tensões Circunferenciais – [+45°/-45°/-45°/+45°]

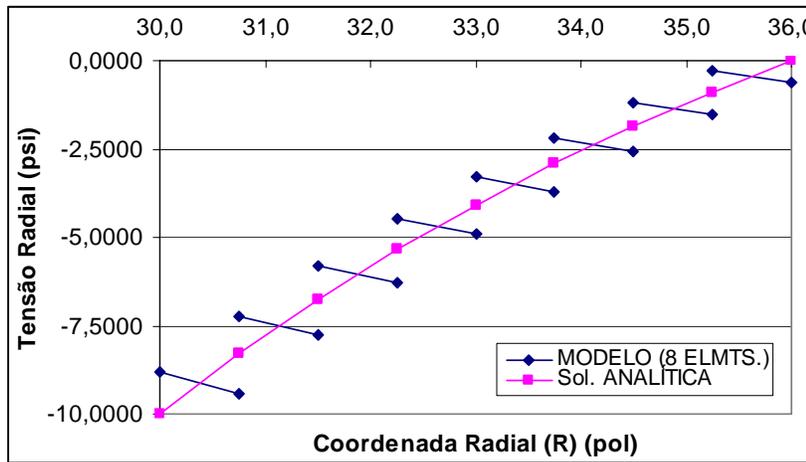


Figura 5.54: Tensões Radiais – [+45°/–45°/–45°/+45°]

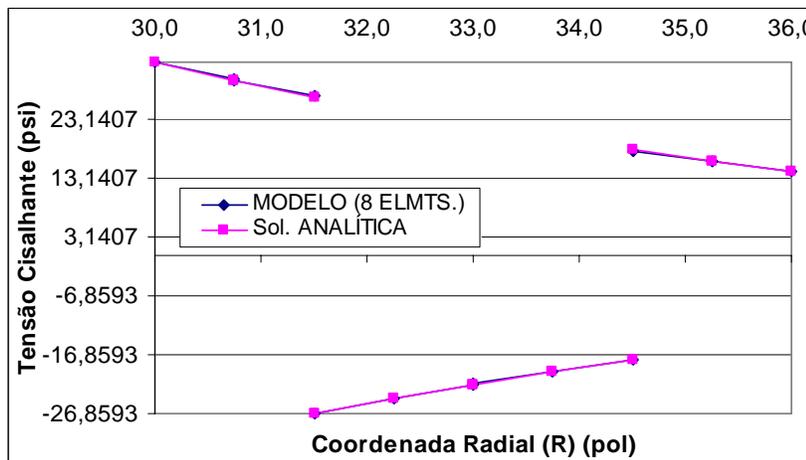


Figura 5.55: Tensões Cisalhantes ($\tau_{x\theta}$) – [+45°/–45°/–45°/+45°]

5.5

Testes de Comparação com Modelagens Sólidas no Programa ANSYS®

Os procedimentos para a preparação da malha de elementos finitos e na obtenção da solução das simulações com o programa ANSYS® adotaram as condições de contorno dos tipos (1) e (2), além das mesmas definições geométricas e de material. Como justificado no Capítulo 3, selecionou-se o elemento SOLID46 hexaédrico, sendo o cilindro com a geometria de paredes espessas modelado por uma malha tridimensional em todo o volume, sem simplificações devido a simetrias. Cada exemplo de laminado proposto nesta Seção adotou uma malha com discretização radial diferente. Quanto à

discretização na direção circunferencial, agora também requerida, manteve-se, a cada caso, proporções semelhantes nas dimensões de cada elemento. Para o exemplo de cilindro laminado em uma única camada, empregou-se uma malha com 04 elementos na discretização radial. Circunferencialmente, foram usadas 40 divisões. No laminado $[+45^{\circ}/-45^{\circ}]$ foram usadas 12 divisões radiais e 200 circunferenciais. A malha de elementos sólidos, referente a este modelo, para o cilindro com altura unitária, totaliza 2400 elementos, e está apresentada na Figura (5.56), em duas cores indicando elementos com diferentes atributos, relativos a cada ângulo:

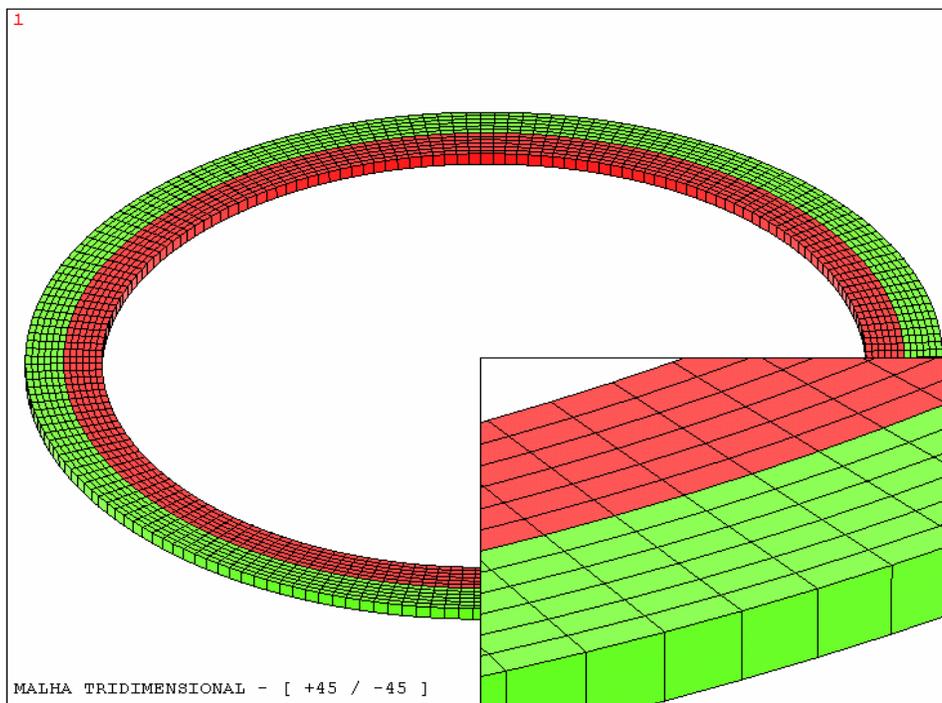


Figura 5.56: Malha Sólida para Modelagem do Laminado $[+45^{\circ}/-45^{\circ}]$

5.5.1

Laminado $[+45^{\circ}]$

Foi selecionado, para os testes desta Seção, a discretização do modelo axissimétrico com 04 elementos radiais, tal como no modelo sólido. Na Figura (5.57), apresenta-se um deslocamento axial constante, imposto pelas condições de contorno do tipo (2). O resultado do modelo difere em $-0,02\%$ em relação ao do

programa ANSYS®. Já a comparação para a condição (1), apresenta erros variando entre -1,80 e +1,21 %. Os resultados de deslocamentos circunferenciais, apresentados pela Figura (5.58), indicam erros variando entre +0,99 e -0,91 %, para a condição de contorno (1), e de até -0,02 % para a outra condição. Os erros para deslocamentos radiais, apresentados na Figura (5.59), foram de até +0,034 %, para a condição do tipo (1), e de até -0,005 %, para a condição do tipo (2).

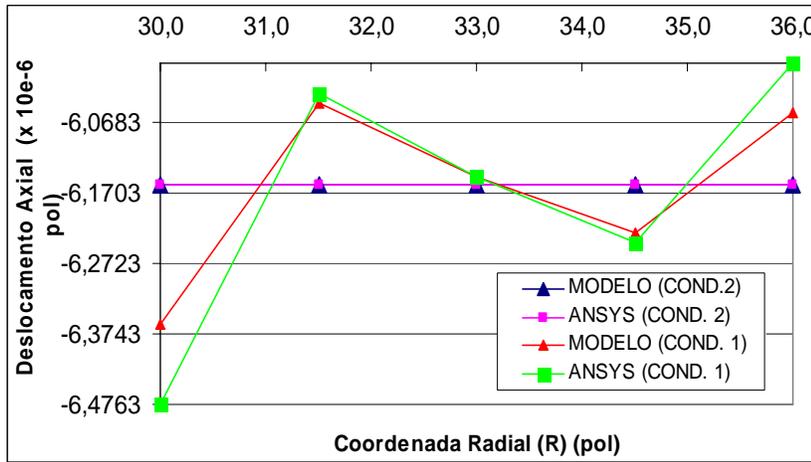


Figura 5.57: Deslocamentos Axiais – [+45°] – Condições de Contorno (1) e (2)

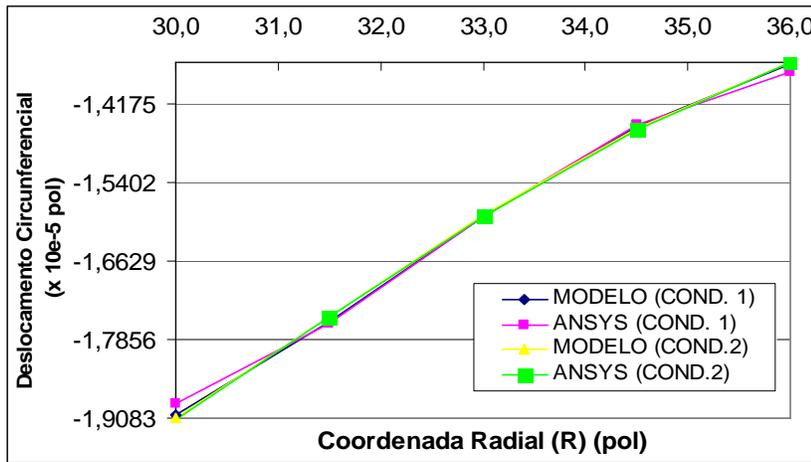


Figura 5.58: Deslocamentos Circunferenciais – [+45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)

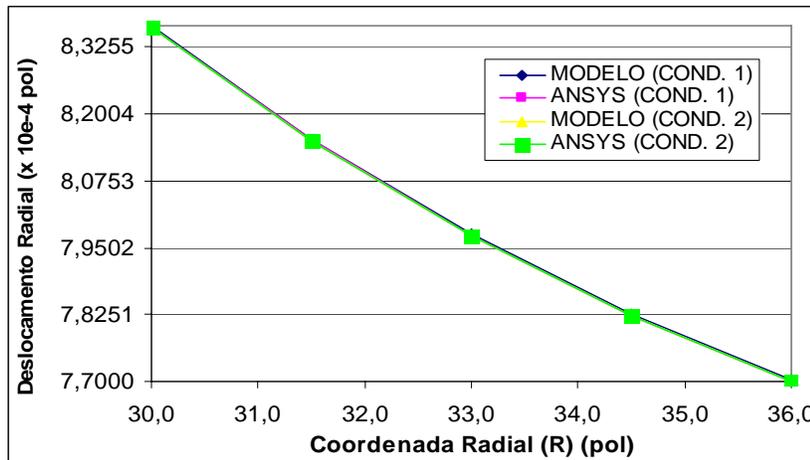


Figura 5.59: Deslocamentos Radiais – [+45°] – Condições de Contorno (1) e (2)

Os deslocamentos circunferenciais indicam o acoplamento axial-torsional para este laminado. Em ambos os modelos, para as duas condições de contorno, sua distribuição ao longo da espessura apresentou-se de forma diferente àquela indicada na Figura (5.22) e resultante da adoção de condições impostas pela solução analítica, i.e. efeito clássico de torção representado por um ângulo de rotação da seção reta do tubo em relação ao eixo axial. A imposição da condição de contorno (1) ou (2), apresentou pouca diferença nos resultados de deslocamentos circunferencial e radial, de, no máximo, -0,24 % entre ambas. Com uma malha mais discretizada, o perfil de deslocamentos axiais com a condição (2) apresenta menores erros em relação à distribuição uniforme. Para uma malha com 08 elementos, a comparação entre as soluções de deslocamentos axiais, para ambas as condições de contorno, é apresentada pela Figura (5.60). Neste caso, o maior erro apontado é de +1,45 %.

Em seguida, são apresentadas nas Figuras (5.61) a (5.64) as comparações de resultados para as componentes de deformação. Por apresentarem valores numéricos na ordem de 10^{-7} a 10^{-8} , muito inferiores aos demais, os resultados para deformações angulares $\gamma_{\theta R}$ e γ_{XR} foram desprezados em ambos os casos de imposição de condições de contorno. Para a exposição de resultados de deformações e de tensões deste exemplo, foi selecionado o modelo com 04 elementos radiais.

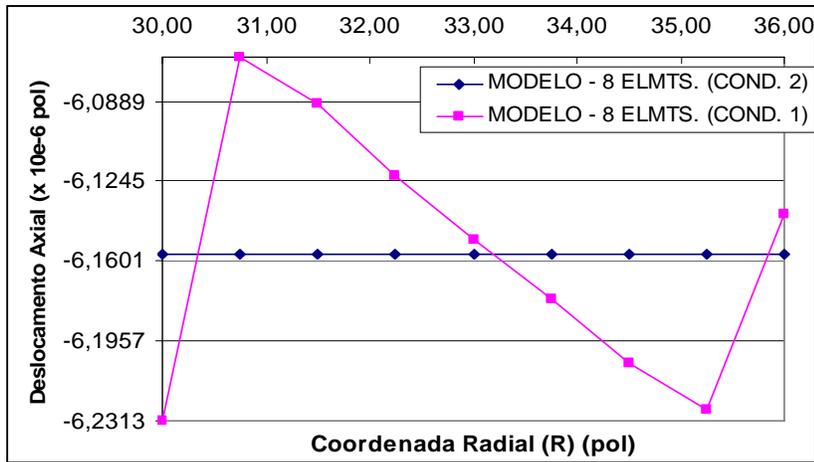


Figura 5.60: Comparação de Deslocamentos Axiais – [+45°] – Modelo Axissimétrico com 08 Elementos Radiais – Condições de Contorno (1) e (2)

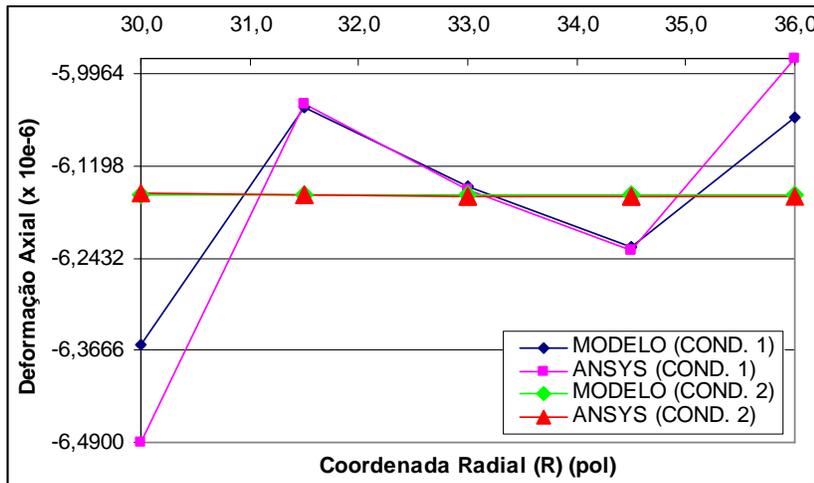


Figura 5.61: Deformações Axiais – [+45°] – Condições de Contorno (1) e (2)

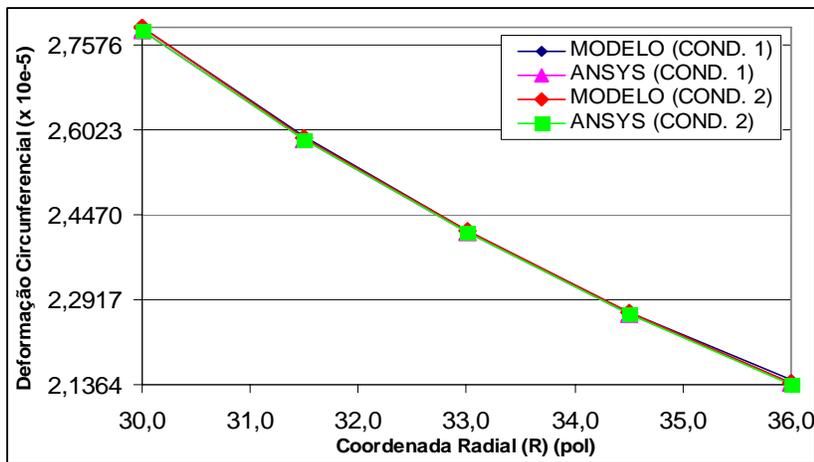


Figura 5.62: Deformações Circunferenciais – [+45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)

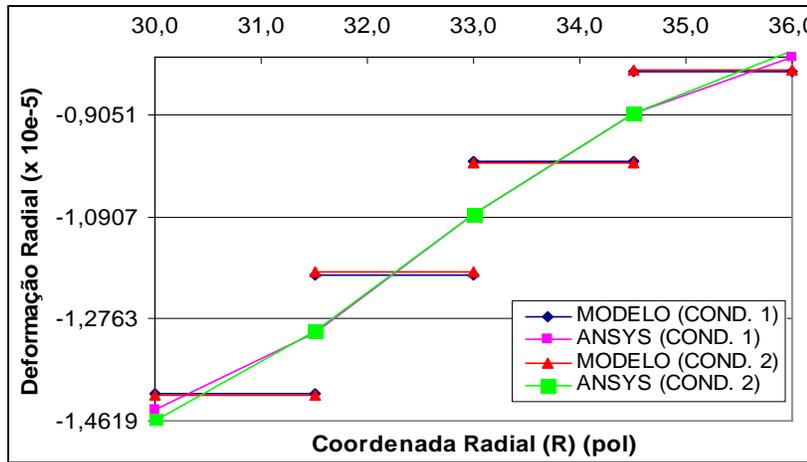


Figura 5.63: Deformações Radiais – [+45°] – Condições de Contorno (1) e (2)

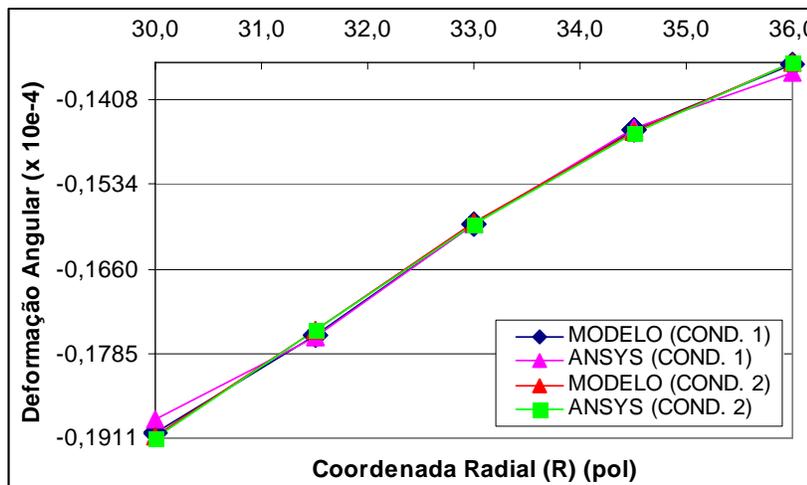


Figura 5.64: Deformações Angulares ($\gamma_{x\theta}$) – [+45°] – Cond. de Contorno (1) e (2)

Os erros dos resultados para as componentes de deformação do modelo axissimétrico em relação ao modelo com elementos sólidos, são indicados a seguir para ambas as condições de contorno dos tipos (1) e (2), com 04 elementos radiais. Como esperado, para deformações axiais, os erros são os mesmos que os de deslocamentos nesta direção. As distribuições de deformações circunferenciais se apresentaram com erros de, no máximo +0,28 % para a condição do tipo (1), e de +0,13 %, para a do tipo (2). Os resultados apresentados pelo ANSYS® consideram valores nodais médios. Assim, para a comparação direta de deformações radiais na Figura (5.63), os erros para os nós extremos, juntos aos raios interno e externo, são de -2,09 e +3,17 %, respectivamente para a condição do tipo (1), e de -3,13 e +4,17 % para a do tipo (2). Nos demais nós, efetuando-se

média de valores dados por elementos adjacentes, no caso do modelo axissimétrico, os maiores erros foram de +0,73 e de +0,51 % para cada tipo de simulação. Por fim, as comparações de deformações angulares indicaram erros máximos de +1,05 e de -0,16 %, para as condições de contorno dos tipos (1) e (2), respectivamente.

A comparação de resultados de componentes de tensão é apresentada nas Figuras (5.65) a (5.68). As tensões cisalhantes $\tau_{\theta R}$ e $\tau_{X\theta}$, diretamente dependentes das deformações angulares $\gamma_{\theta R}$ e $\gamma_{X R}$, foram também desprezadas.

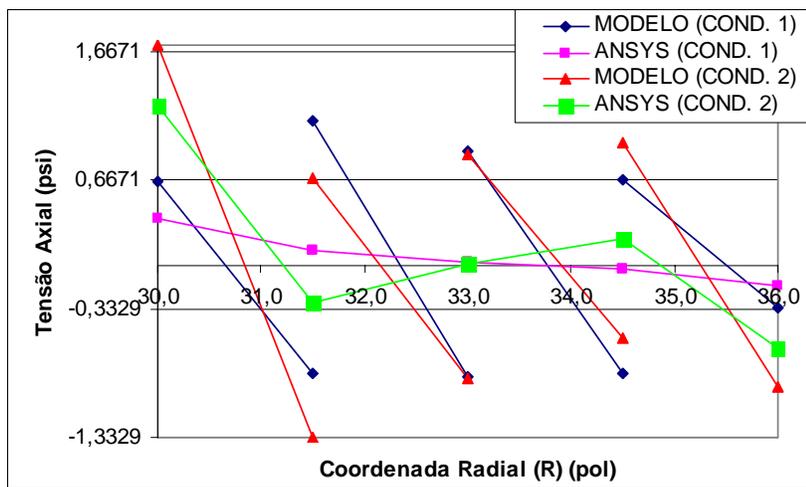


Figura 5.65: Tensões Axiais – [+45°] – Condições de Contorno (1) e (2)

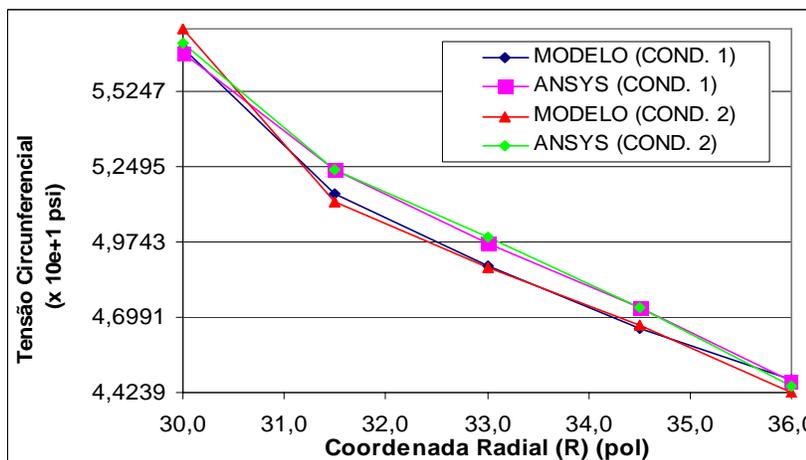


Figura 5.66: Tensões Circunferenciais – [+45°] – Condições de Contorno (1) e (2)

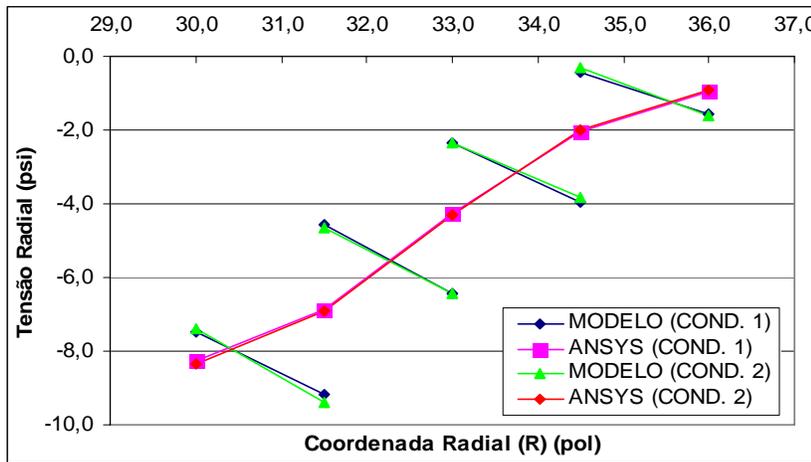


Figura 5.67: Tensões Radiais – [+45°] – Condições de Contorno (1) e (2)

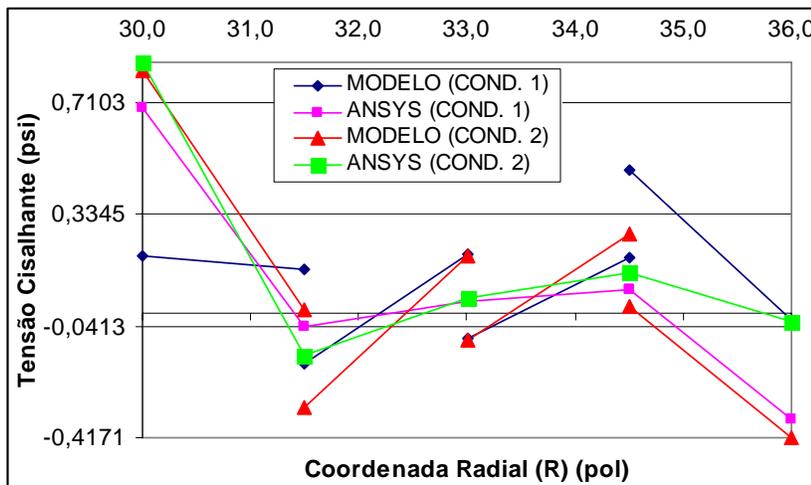


Figura 5.68: Tensões Cisalhantes ($\tau_{\theta R}$) – [+45°] – Condições de Contorno (1) e (2)

A comparação de resultados do modelo axissimétrico com o sólido, para tensões axiais, apresentada na Figura (5.65), indica valores médios e do modelo sólido próximos a zero, levando a análises de erros percentuais sem valor. Apenas para nós com respostas de valores mais elevados a análise percentual se mostra eficaz. No entanto, a comparação qualitativa indica comportamentos bastante similares para ambas as condições de contorno. Os erros apresentados para tensões circunferenciais foram de até +0,26 e de até +0,93 %, para as condições de contorno dos tipos (1) e (2), respectivamente. Para as tensões radiais, apresentadas na Figura (5.67), a comparação de resultados por valores médios indica erros variando entre +0,25 e +7,71 %, na condição de contorno do tipo (1), e entre +1,37 e +4,32 %, para o caso com imposição de deslocamentos axiais

constantes. Por fim, as distribuições de tensões cisalhantes $\tau_{\theta R}$, sendo tomados valores médios para os resultados do modelo axissimétrico, apresentam comportamentos qualitativos bem semelhantes, apresentadas pela Figura (5.68).

5.5.2

Laminado [+45°/-45°]

Como exemplo de laminados com múltiplas camadas, foi selecionada a discretização com 12 elementos radiais, para ambos os modelos axissimétrico e sólido, implementado no programa ANSYS®. Os resultados numéricos obtidos com o modelo implementado foram comparados com aqueles da modelagem sólida, sendo os erros percentuais avaliados em relação a esta segunda solução. Como no exemplo anterior, foram consideradas as duas condições de contorno propostas, como tipo (1) e tipo (2).

Inicialmente, são apresentadas a seguir as componentes de deslocamentos. A Figura (5.69) apresenta deslocamentos axiais, ao longo da espessura total. Nota-se, para a condição de contorno com movimentos axiais livres no topo do cilindro, uma grande variação da resposta próximo à fronteira interlaminar, sob a coordenada radial de 33,0 pol. O erro do modelo axissimétrico, neste caso, varia entre +3,79 a -8,45 %. Com a imposição de deslocamento uniforme desta componente, há um erro percentual para a resposta do modelo de +0,08 % em relação aos resultados do ANSYS®.

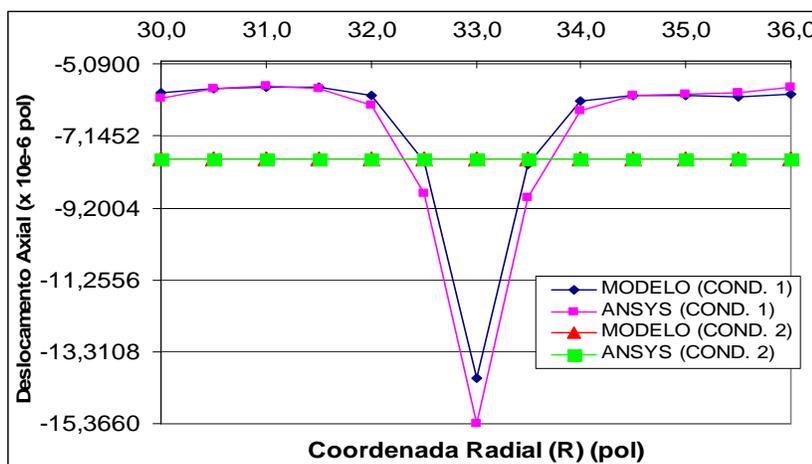


Figura 5.69: Deslocamentos Axiais – [+45°/-45°] – Cond. de Contorno (1) e (2)

Nas Figuras (5.70) e (5.71) são apresentados os deslocamentos circunferencial e radial, respectivamente. No primeiro caso, os maiores erros obtidos ocorreram para a condição de contorno do tipo (1), no valor de +24 % para os nós anterior e posterior ao nó central. Nas demais posições radiais, os erros foram da ordem de +3 %. Os deslocamentos radiais, na Figura (5.71), apresentaram erros de até +1,34 % e de até -0,03 %, para as condições de contorno (1) e (2), respectivamente. Exceto para a forte variação de deslocamentos na fronteira interlaminar, os resultados numéricos apresentaram-se com uma boa concordância em relação aos do modelo sólido.

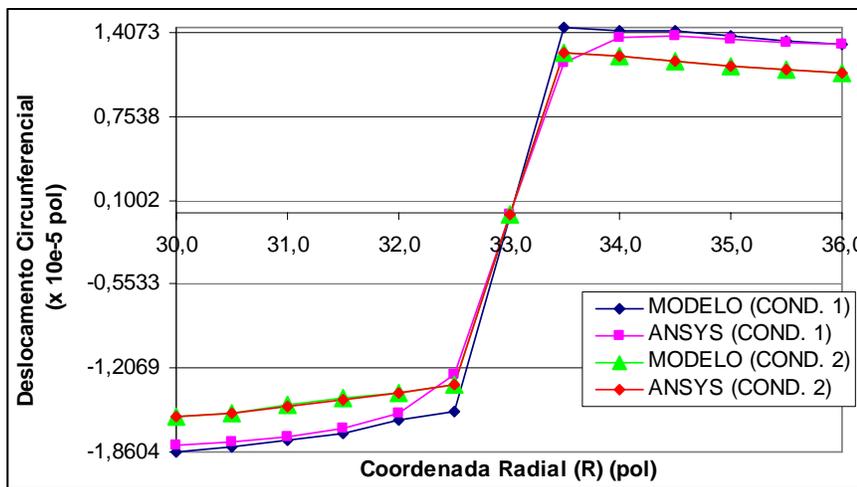


Figura 5.70: Desl. Circunferenciais – [+45°/-45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)

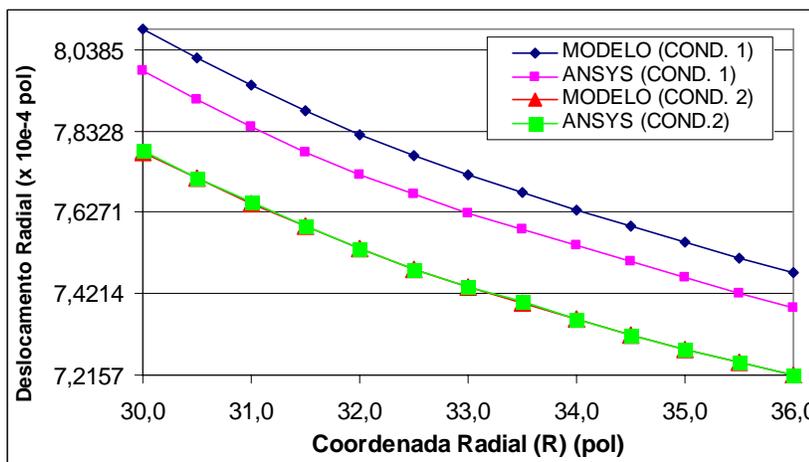


Figura 5.71: Deslocamentos Radiais – [+45°/-45°] – Cond. de Contorno (1) e (2)

As componentes de deformações são apresentadas a seguir. A deformação axial, na Figura (5.72), apresenta erros de até $-4,85\%$ na comparação de resultados com a condição de contorno do tipo (1), e de até $+1,60\%$ com a imposição de deslocamentos axiais constantes.

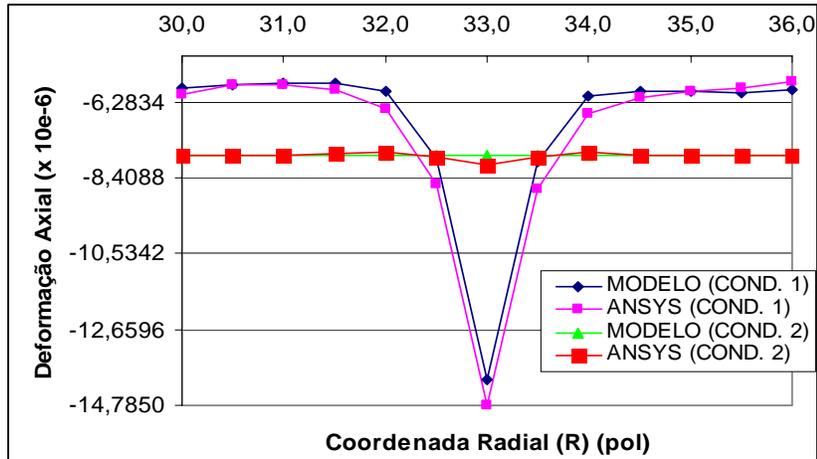


Figura 5.72: Deformações Axiais – $[+45^\circ/-45^\circ]$ – Condições de Contorno (1) e (2)

Na Figura (5.73) são apresentadas as deformações circunferenciais. Os erros obtidos nas comparações numéricas foram de até $+1,37\%$ e de até $+0,01\%$ para as condições de contorno dos tipos (1) e (2), respectivamente. As deformações radiais são apresentadas na Figura (5.74). Neste caso, para a comparação com valores médios do modelo axissimétrico, para as simulações sem imposição de deslocamentos radiais uniformes, o maior erro apresentado é $+38,06\%$, para as distribuições relativas à condição de contorno (1). Já para a condição de contorno do tipo (2), as respostas diferem em até $+7,03\%$. Nota-se que, apesar da forte variação da distribuição junto ao raio médio, as soluções apresentam características semelhantes. A Figura (5.75) apresenta as deformações angulares $\gamma_{x\theta}$, com erros variando entre $+3,30\%$ e $+22,38\%$, para a condição de contorno do tipo (1), e de no máximo $+0,84\%$, com a imposição de deslocamentos axiais uniformes.

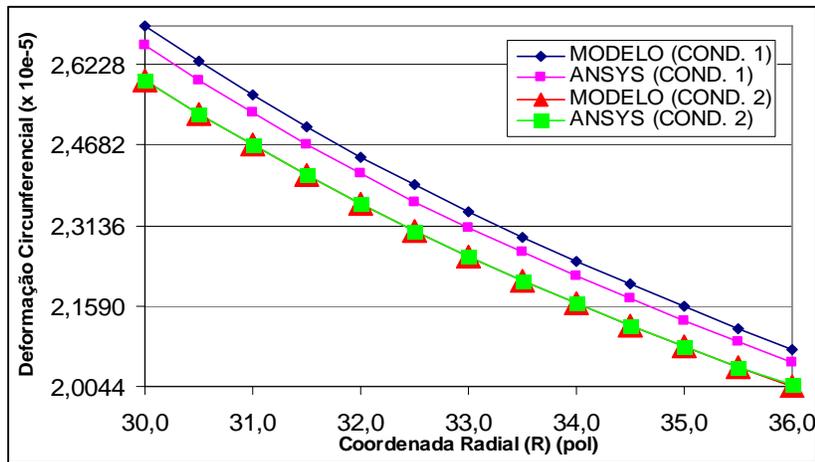


Figura 5.73: Def. Circunferenciais – [+45°/-45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)

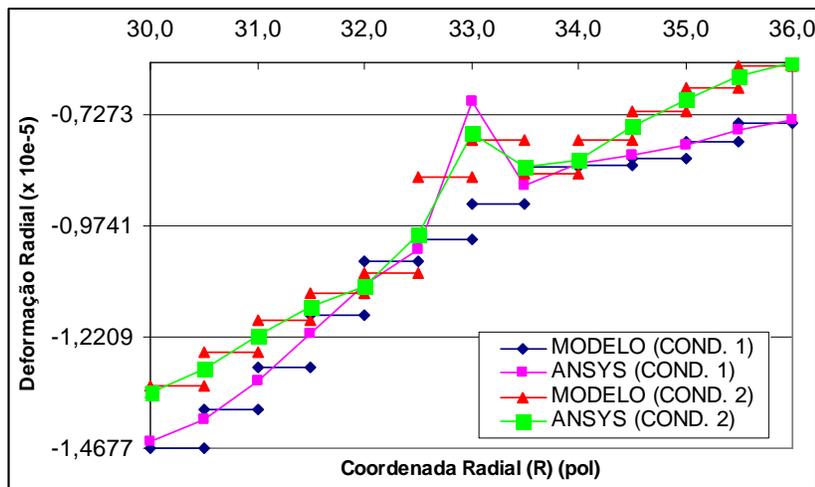


Figura 5.74: Deformações Radiais – [+45°/-45°] – Cond. de Contorno (1) e (2)

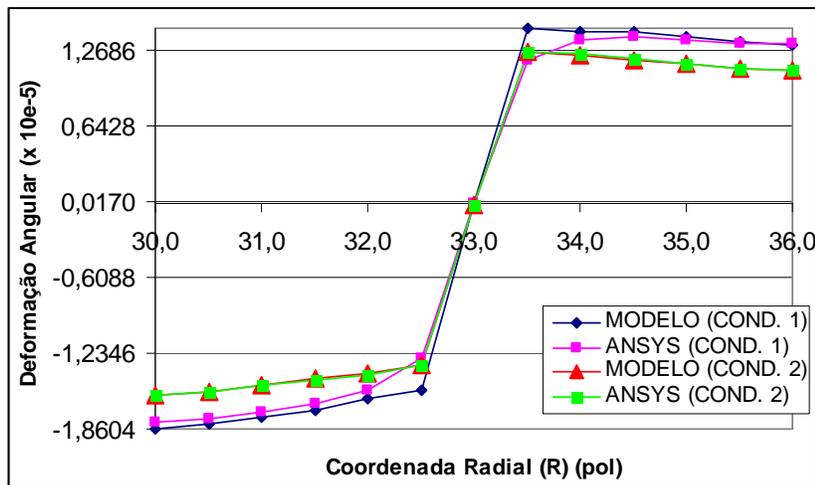


Figura 5.75: Deformações Angulares ($\gamma_{x\theta}$) – [+45°/-45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)

Ao contrário de todos os exemplos anteriores, aqui o campo de deslocamentos com variações acentuadas na região interlaminar ocasionou deformações angulares γ_{XR} e $\gamma_{\theta R}$ com valores não desprezíveis. Suas comparações são apresentadas pelas Figuras (5.76) e (5.77). Os resultados próximos das extremidades apresentaram-se com valores de módulo praticamente nulo. No entanto, na região próxima ao raio médio, as distribuições destas componentes apresentam forte variação. Ao serem considerados valores médios para respostas nodais do modelo axissimétrico, há aproximação dos perfis das distribuições com aqueles apresentados pelo ANSYS®.

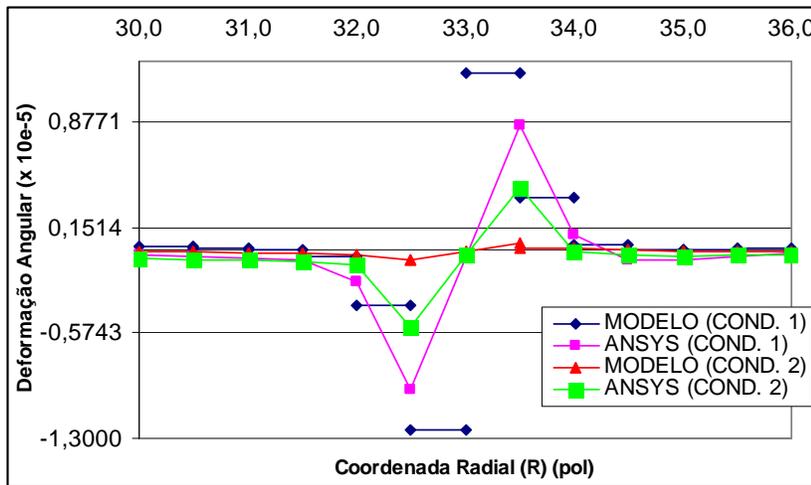


Figura 5.76: Def. Angulares (γ_{XR}) – [+45°/-45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)

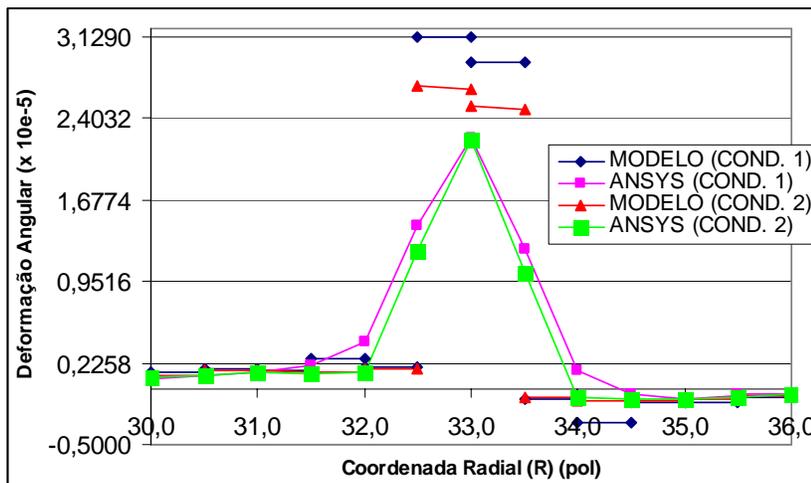


Figura 5.77: Deformações Angulares ($\gamma_{\theta R}$) – [+45°/-45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)

Para as respostas das componentes do campo de tensões, conforme apresentado pela Figura (5.78), há concentração de tensão axial na região interlaminar. Os erros nas comparações de resultados foram de até +73 % para a simulação (1), na coordenada radial média. Esta comparação, para nós afastados desta região, apresenta maior aproximação. Impondo-se a condição de contorno do tipo (2), os erros se apresentaram abaixo de -8,39 %. As tensões circunferenciais indicam erros de até +6,38 e de até -1,04 %, para as simulações dos tipos (1) e (2), respectivamente. As tensões radiais, apresentadas pela Figura (5.79), para o topo do cilindro, possuem distribuições qualitativas equivalentes para ambos os modelos em cada tipo de condição de contorno.

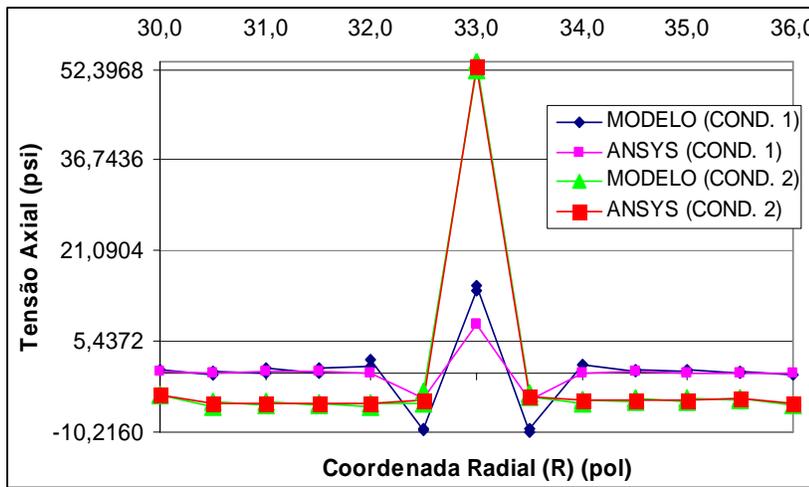


Figura 5.78: Tensão Axial – [+45°/-45°] – Condições de Contorno (1) e (2)

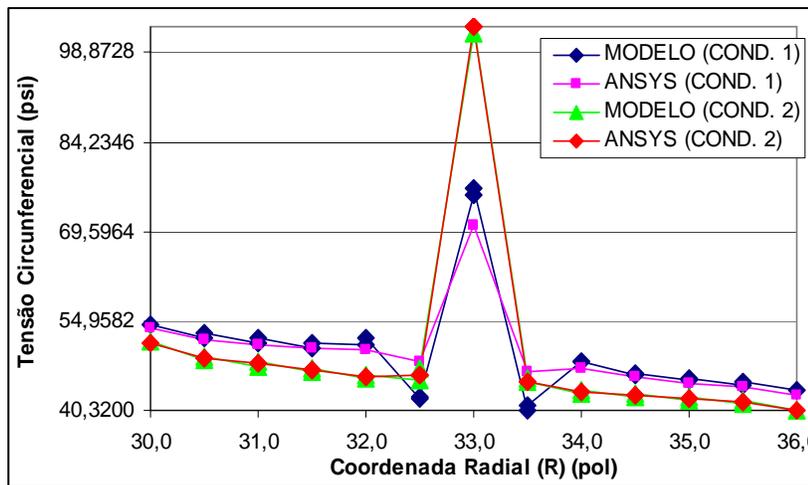


Figura 5.79: Tensão Circunferencial – [+45°/-45°] – Cond. de Contorno (1) e (2)

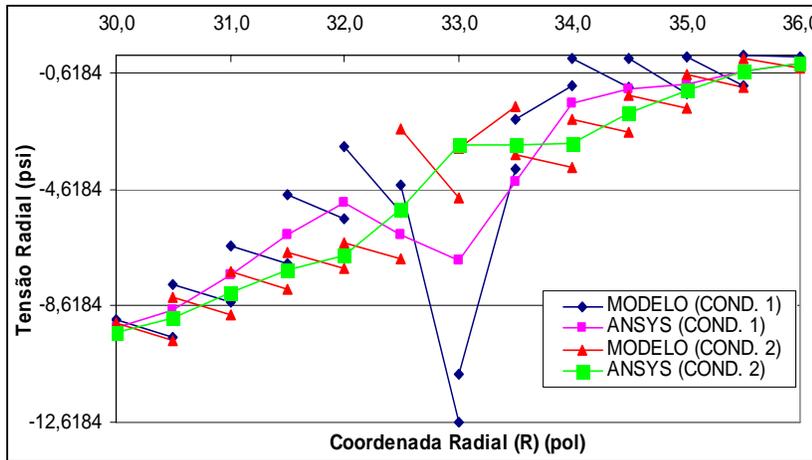


Figura 5.80: Tensão Radial – $[+45^{\circ}/-45^{\circ}]$ – Condições de Contorno (1) e (2)

Este exemplo, ao contrário dos demais, apresentou valores não nulos para todas as componentes de tensão de cisalhamento, presentes na região interlaminar, apresentadas nas Figuras (5.81) a (5.83). Os resultados do modelo axissimétrico, em ambas as condições de contorno adotadas, são indicados nos gráficos por respostas nodais diretas, ao contrário dos resultados apresentados pelo ANSYS®. Neste caso, as distribuições são indicadas através de médias de valores. A avaliação destas soluções, por meio de uma análise qualitativa, indica, em todos os casos, a compatibilidade entre as distribuições apresentadas.

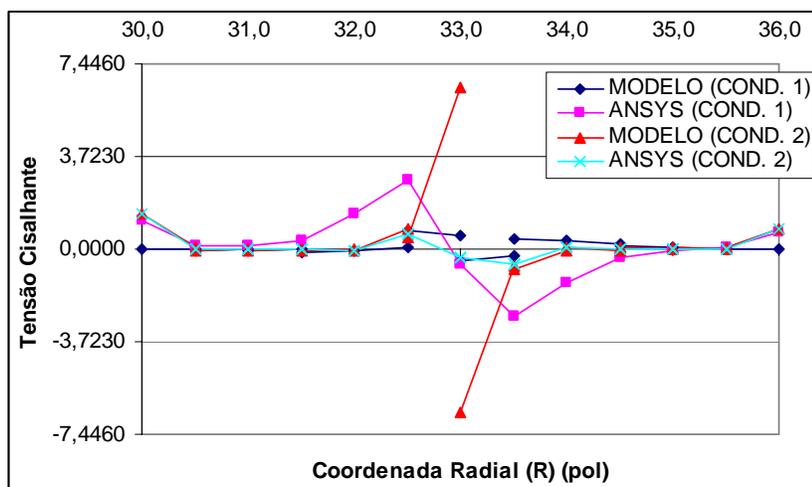


Figura 5.81: Tensão Cisalhante ($\tau_{x\theta}$) – $[+45^{\circ}/-45^{\circ}]$ – Cond. de Contorno (1) e (2)

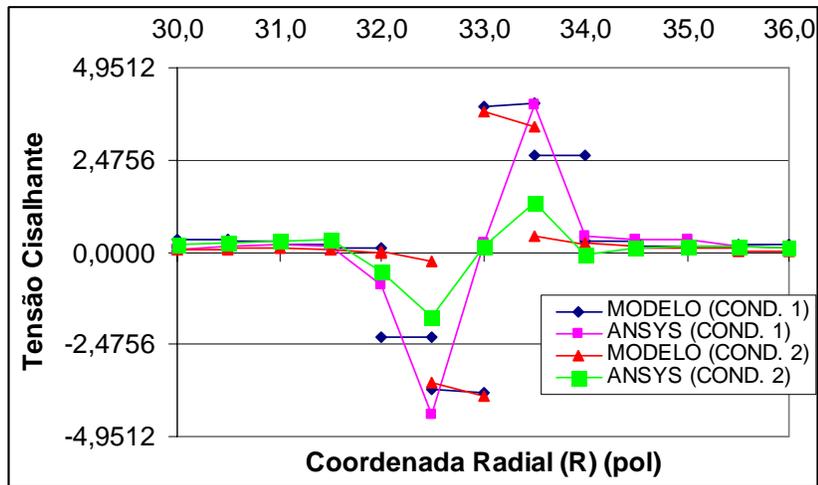


Figura 5.82: Tensão Cisalhante (τ_{XR}) – [+45°/-45°] – Cond. de Contorno (1) e (2)

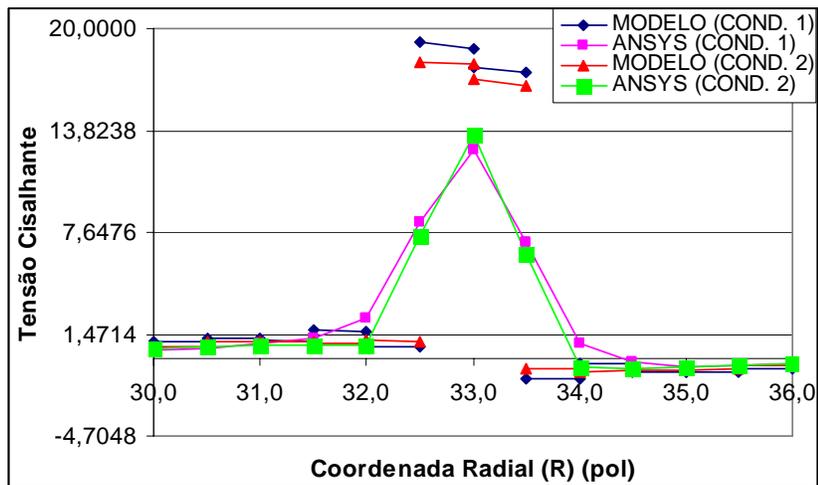


Figura 5.83: Tensão Cisalhante ($\tau_{\theta R}$) – [+45°/-45°] – Cond. de Cont. (1) e (2)