

## 4

### Modelagem Analítica

Neste capítulo apresenta-se uma metodologia simples para obter as tensões atuantes no defeito e no reparo para uma determinada pressão interna, e também determinar as pressões que ocasionaram a ruptura e o escoamento em cada componente do conjunto tubo-reparo. A aplicação do modelo desenvolvido permite dimensionar apropriadamente a espessura do reparo.

#### 4.1

##### Introdução

A predição das tensões que resultam da pressão interna tem grande importância quando se quer devolver, a través de um reparo, a integridade estrutural num duto com defeito. Na maioria das equações que se tem para dutos com defeito só se pode obter a máxima pressão de operação, as quais podem ser insuficientes para determinar a qualidade do reparo.

As equações são desenvolvidas para cada uma das regiões de comportamento apresentadas no capítulo 3 (figura 3.15, entre outras). Os resultados globais são conseguidos a partir da adição dos obtidos na região anterior, conseguindo assim equações para trabalhar no regime plástico até a ruptura. Devido à utilização de um modelo de plastificação com encruamento linear para definir os materiais utilizados,

tem-se para cada deformação um determinado valor de tensão em todo o comportamento do material, alcançado-se o ponto de ruptura quando é atingida a tensão à tração do duto. As equações foram desenvolvidas considerando um modelo de reparo simplificado, isto é, com uma só camada de aço cuja espessura é equivalente à espessura total de reparo.

Devido à complexidade das equações, foi desenvolvido um programa numérico para servir como ferramenta para auxílio no cálculo das tensões e no projeto do reparo.

## 4.2

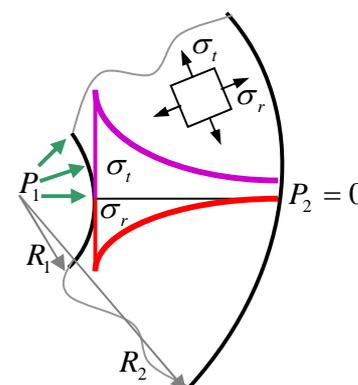
### Princípios Básicos

Nesta modelagem são utilizadas equações da elasticidade para cilindros de parede espessa, para assim obter equações que descrevem o comportamento elástico do duto com reparo, as quais também são utilizadas no regime plástico devido ao modelo de encruamento linear usado, cuja eficácia vai ser corroborada no capítulo 6.

As equações utilizadas são:

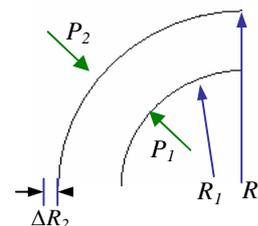
- Tensão circunferencial num duto de parede espessa [21]:

$$\sigma_t = \frac{P_1 \cdot R_1^2 \cdot \left(1 + \frac{R_2^2}{R^2}\right) - P_2 \cdot R_2^2 \cdot \left(1 + \frac{R_1^2}{R^2}\right)}{R_2^2 - R_1^2} \quad (4.1)$$



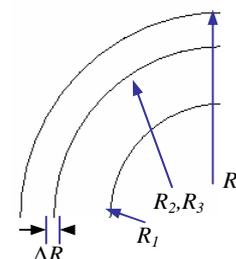
- Variação do raio externo causada pela ação de pressões interna e externa [6]:

$$\Delta R_2 = \frac{R_2}{E} \cdot \left( 2 \cdot P_1 \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - P_2 \cdot \left( \frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - \mu \right) \right) \quad (4.2)$$



- Pressão de interferência [21]

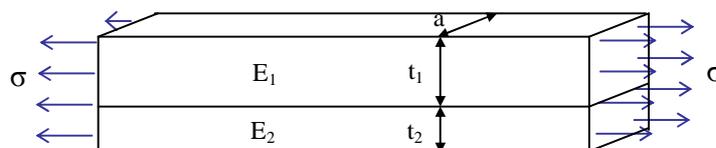
$$P_o = \frac{\frac{\Delta R}{R_2}}{\frac{1}{E_1} \cdot \left( \frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - \mu_1 \right) + \frac{1}{E_2} \cdot \left( \frac{R_4^2 + R_3^2}{R_4^2 - R_3^2} + \mu_2 \right)} \quad (4.3)$$



Para se poder aplicar estas equações no cálculo dos reparos é necessário uma primeira aproximação:

### Primeira Aproximação

Aproxima-se a seção circular a uma seção reta que está formada por dois materiais distintos, e se encontra o módulo de elasticidade para o conjunto.



Do equilíbrio de forças se obtém:

$$F_1 = \sigma \cdot t_1 \cdot a = \varepsilon \cdot E_1 \cdot t_1 \cdot a$$

$$F_2 = \sigma \cdot t_2 \cdot a = \varepsilon \cdot E_2 \cdot t_2 \cdot a$$

$$F = \sigma \cdot (t_1 + t_2) \cdot a = \varepsilon \cdot E \cdot (t_1 + t_2) \cdot a$$

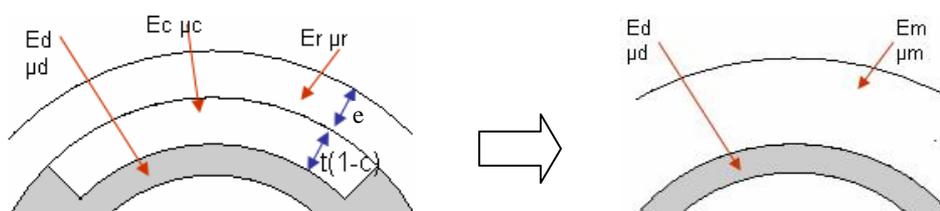
$$F = F_1 + F_2$$

$$\varepsilon \cdot E_1 \cdot t_1 \cdot a + \varepsilon \cdot E_2 \cdot t_2 \cdot a = \varepsilon \cdot E \cdot (t_1 + t_2) \cdot a \quad \Rightarrow \quad E = \frac{E_1 \cdot t_1 + E_2 \cdot t_2}{t_1 + t_2} \quad (4.4)$$

O material 2 representa o adesivo na região do defeito, e o material 1 representa a soma das camadas metálicas. A mesma aproximação é feita para achar o coeficiente de Poisson do conjunto, porém tem-se:

$$E_m = \frac{E_r \cdot e + E_c \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + e} \quad (4.5)$$

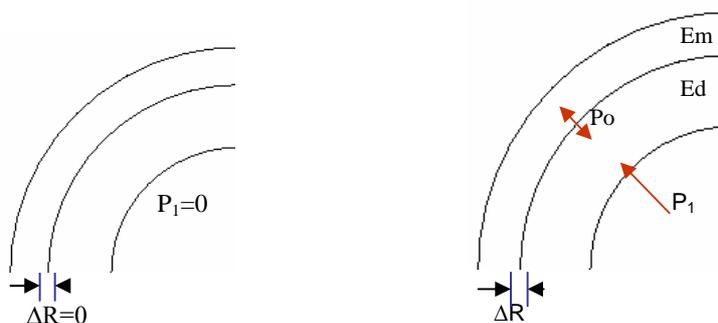
$$\mu_m = \frac{\mu_r \cdot e + \mu_c \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + e} \quad (4.6)$$



Nas subsequentes aproximações se utilizam as equações 4.1, 4.2 e 4.3

### Segunda Aproximação

No início os dois cilindros não tem interferência. Para cada incremento de  $P_1$  ocorre um incremento de  $\Delta R$ . Logo, este incremento gera uma pressão de interferência  $P_0$



Então da equação 4.2 para um duto com pressão interna tem-se:

$$\Delta R_2 = \Delta R = \frac{R_2}{E_d} \cdot \left( 2 \cdot P_1 \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \right)$$

Substituindo  $\Delta R_2$  na equação 4.3, encontra-se:

$$P_o = \frac{\frac{R_2}{E_d} \cdot \left( 2 \cdot P_1 \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \right)}{\frac{1}{E_d} \cdot \left( \frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - \mu_d \right) + \frac{1}{E_m} \cdot \left( \frac{R_4^2 + R_3^2}{R_4^2 - R_3^2} + \mu_m \right)} \quad (4.7)$$

A equação 4.1 pode ser reescrita para cilindros de parede fina sem prejuízo da

exatidão se a relação  $\frac{R_1}{t} \approx \frac{R_2}{t} \approx \frac{R}{t}$  for maior que 20. Logo tem-se:

$$\sigma_t = \frac{R}{t} \cdot (P_1 - P_o) \quad (4.8)$$

Usando o valor de  $P_o$  (equação 4.7) na equação acima tem-se que:

$$\sigma_t = \frac{R}{t} \cdot \left( P_1 - \frac{\frac{1}{E_d} \cdot \left( 2 \cdot P_1 \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \right)}{\frac{1}{E_d} \cdot \left( \frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - \mu_d \right) + \frac{1}{E_m} \cdot \left( \frac{R_4^2 + R_3^2}{R_4^2 - R_3^2} + \mu_m \right)} \right) \quad (4.9)$$

E substituindo alguns termos:

$$R_1 = r$$

$$R_2 = r + t \cdot C$$

$$R_3 = r + t$$

$$R_4 = r + t + h$$

$$P_1 = P$$

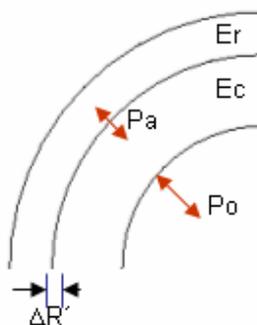
A tensão circunferencial na região corroída do tubo para um defeito com grande

comprimento, por exemplo  $L > 5 \cdot \sqrt{\frac{D}{t}}$ , será:

$$\sigma_{\text{circ d}} = \frac{r.P}{t.C} \cdot \left[ 1 - \frac{\frac{2.r^2}{(r+t.C)^2 - r^2}}{\left[ \frac{(r+t.C)^2 + r^2}{(r+t.C)^2 - r^2} - \mu_d \right] + \frac{E_d}{E_m} \cdot \left[ \frac{(r+t+h)^2 + (r+t)^2}{(r+t+h)^2 - (r+t)^2} + \mu_m \right]} \right] \quad (4.10)$$

### Terceira Aproximação

Para achar a tensão média no reparo (camadas metálicas) se trabalha de modo similar. A pressão  $P_o$  gera uma variação  $\Delta R'$  (interno do reparo) que gera outra pressão entre o adesivo e o reparo.



Então a equação 4.2 neste caso fica:

$$\Delta R' = \frac{R_3}{E_c} \cdot \left( 2 \cdot P_o \cdot \frac{R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} \right)$$

Substituindo o valor de  $P_o$  e calculando  $\Delta R'$  é possível determinar a pressão de interferência  $P_a$  entre o reparo e o adesivo:

$$P_a = \frac{4.P.r^2.(r+t.C)^2}{\left[ (r+t.C)^2 - r^2 \right] \cdot \left[ (r+t)^2 - (r+t.C)^2 \right] \cdot \left[ \left[ \frac{(r+t.C)^2 + r^2}{(r+t.C)^2 - r^2} - \mu_d \right] + \frac{E_d}{E_m} \left[ \frac{(r+t+h)^2 + (r+t)^2}{(r+t+h)^2 - (r+t)^2} + \mu_m \right] \right]}{\left[ \frac{(r+t)^2 + (r+t.C)^2}{(r+t)^2 - (r+t.C)^2} - \mu_c \right] + \frac{E_c}{E_r} \cdot \left[ \frac{(r+t+h)^2 + (r+t)^2}{(r+t+h)^2 - (r+t)^2} + \mu_r \right]} \quad (4.11)$$

A tensão circunferencial no reparo pode ser determinada através da equação 4.1 para duto de parede delgada onde atua a pressão Pa:

$$\sigma_{circ r} = \frac{\left( r+t+\frac{h}{2} \right) \cdot P}{h} \cdot \left[ \frac{4.r^2.(r+t.C)^2}{\left[ (r+t.C)^2 - r^2 \right] \cdot \left[ (r+t)^2 - (r+t.C)^2 \right] \cdot \left[ \left[ \frac{(r+t.C)^2 + r^2}{(r+t.C)^2 - r^2} - \mu_d \right] + \frac{E_d}{E_m} \left[ \frac{(r+t+h)^2 + (r+t)^2}{(r+t+h)^2 - (r+t)^2} + \mu_m \right] \right]}{\left[ \frac{(r+t)^2 + (r+t.C)^2}{(r+t)^2 - (r+t.C)^2} - \mu_c \right] + \frac{E_c}{E_r} \cdot \left[ \frac{(r+t+h)^2 + (r+t)^2}{(r+t+h)^2 - (r+t)^2} + \mu_r \right]} \right] \quad (4.12)$$

### 4.3

#### Tensões Equivalentes nos Regimes Elástico e Plástico

As equações desenvolvidas anteriormente podem ser usadas para prever as tensões na região do defeito, achar a espessura necessária para um reparo e também analisar o comportamento do duto com reparo, tal como definido pelas regiões elasto-plásticas identificadas no capítulo 3 (figura 3.14 e 3.18).

Este modelo pretende identificar as pressões que provocam o escoamento e também a ruptura de um duto com reparo. Como os estados de tensão nos casos de dutos reais são estados multiaxiais, estes estados de tensão devem ser convertidos em estados uniaxiais equivalentes de tensões, para permitir a sua comparação com as propriedades mecânicas dos materiais utilizados. Com esta finalidade, se usa o

critério de von Mises. Na figura 4.1 se mostra de maneira qualitativa os estados de tensões e deformações num elemento diferencial na região do defeito.

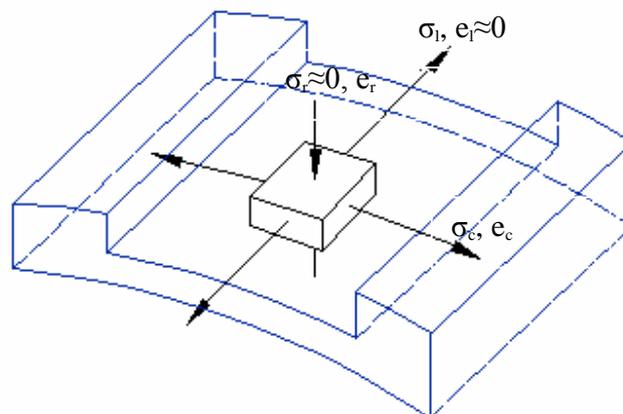


Figura 4.1 – Estado de tensões e deformações num ponto do defeito

Considera-se a deformação longitudinal igual a zero. Isto acontece porque a parte do duto sem defeito e a espessura de reparo utilizado fazem com que a região do defeito tenha deformações longitudinais muito pequenas quando comparadas às deformações circunferenciais (as regiões com e sem defeito do duto devem ter aproximadamente deformações longitudinais iguais). A tensão radial pode ser considerada desprezível se comparada à tensão circunferencial se o duto for de parede fina. Estas aproximações foram corroboradas pelos resultados experimentais e numéricos apresentadas nos capítulos 3 e 5 respectivamente.

Para a região do defeito no regime elástico tem-se:

$$e_l = \frac{1}{E}(\sigma_l - \mu\sigma_c - \mu\sigma_r) \text{ com: } e_l \approx 0 \text{ e } \sigma_r \approx 0$$

$$\text{Então: } \sigma_l \approx \mu\sigma_c$$

A equação de von Mises:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_l^2 + \sigma_r^2 - \sigma_c \cdot \sigma_r - \sigma_c \cdot \sigma_l - \sigma_l \cdot \sigma_r}$$

Fica reduzida a:

$$\sigma_{eq} = \sigma_c \sqrt{1 + \mu^2 - \mu} \tag{4.12}$$

Tal consideração vai ser utilizada também para encontrar as tensões equivalentes elásticas presentes no reparo e no adesivo na região do defeito.

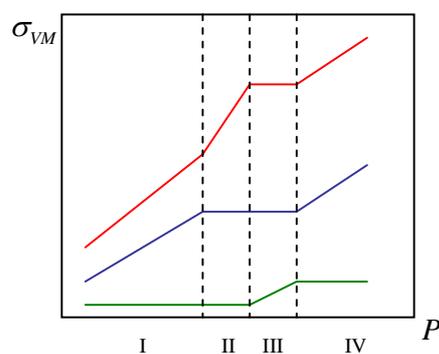
O calculo complica-se quando se quer calcular a tensão equivalente de Mises na região plástica, pelo que a partir da tensão de escoamento, utiliza-se o critério de Tresca para o cálculo da tensão equivalente.

#### 4.4

### Aplicação das Equações nas Regiões Elásticas e Elasto-Plásticas do Comportamento do Sistema Duto-Reparo

O estudo foi dividido em duas possibilidades no que tange o comportamento das tensões. A primeira é quando o reparo plastifica primeiro que o duto. A outra ocorre quando o duto plastifica antes do reparo. Nos dois casos se agrupam as constantes para formarem variáveis (variáveis 1). Estas variáveis 1 são também agrupadas para formar um novo grupo de variáveis (variáveis 2) dependendo da região de comportamento encontrada (I até IV), com o fim de simplificar a formulação.

#### a) Reparo plastifica primeiro



**Variáveis 1:** Dividem-se em variáveis para os coeficientes de Poisson, módulos de elasticidade e variáveis geométricas.

Coefficientes de Poisson nas regiões:

$$\mu_m := \frac{\mu_r \cdot e + \mu_c \cdot t \cdot (1 - C)}{e + t \cdot (1 - C)}$$

Relaciona os  $\mu$  do reparo e do adesivo, ambos no estado elástico (Região I)

$$\mu_{pm1} := \frac{\mu_{pr} \cdot e + \mu_c \cdot t \cdot (1 - C)}{e + t \cdot (1 - C)}$$

Relaciona os  $\mu$  do reparo no estado plástico e do adesivo no estado elástico (Região II)

$$\mu_{pm2} := \frac{\mu_{pr} \cdot e + \mu_{pc} \cdot t \cdot (1 - C)}{e + t \cdot (1 - C)}$$

Relaciona os  $\mu$  do reparo e do adesivo, ambos no estado plástico (Região III e IV)

\*Neste caso a palavra “reparo” significa “camadas metálicas”.

Módulos de Elasticidade nas regiões:

$$E_m := \frac{E_r \cdot e + E_c \cdot t \cdot (1 - C)}{e + t \cdot (1 - C)}$$

Relaciona os E do reparo e do adesivo, ambos no estado elástico (Região I)

$$E_{m1} := \frac{E_{pr} \cdot e + E_c \cdot t \cdot (1 - C)}{e + t \cdot (1 - C)}$$

Relaciona os E do reparo no estado plástico e do adesivo no estado elástico (Região II)

$$E_{m2} := \frac{E_{pr} \cdot e + E_{pc} \cdot t \cdot (1 - C)}{e + t \cdot (1 - C)}$$

Relaciona os  $\mu$  do reparo e do adesivo, ambos no estado plástico (Região III e IV)

Constantes geométricas:

$$a1 := 2 \cdot \frac{r^2}{(r + t \cdot C)^2 - r^2}$$

$$a2 := \frac{(r + t \cdot C)^2 + r^2}{(r + t \cdot C)^2 - r^2}$$

$$a3 := \frac{(r + t + e)^2 + (r + t \cdot C)^2}{(r + t + e)^2 - (r + t \cdot C)^2}$$

$$a4 := 2 \cdot \frac{(r + t \cdot C)^2}{(r + t)^2 - (r + t \cdot C)^2}$$

$$a5 := \frac{(r + t)^2 + (r + t \cdot C)^2}{(r + t)^2 - (r + t \cdot C)^2}$$

$$a6 := \frac{(r + t + e)^2 + (r + t)^2}{(r + t + e)^2 - (r + t)^2}$$

**Variáveis 2:** São as combinações das variáveis 1

Para a região I, onde o duto e a “combinação” reparo-adesivo trabalham no estado elástico.

$$A := \frac{a1}{a2 - \mu d + \left( \frac{E_d}{E_m} \right) \cdot (a6 + \mu m)}$$

$$B := \frac{a4}{a5 - \mu c + \left( \frac{E_c}{E_r} \right) \cdot (a6 + \mu r)}$$

Para a região II, onde o duto e o adesivo trabalham no regime elástico e o reparo trabalha plasticamente.

$$A1 := \frac{a1}{a2 - \mu d + \left( \frac{E_d}{E_{m1}} \right) \cdot (a6 + \mu p m1)}$$

$$B1 := \frac{a4}{a5 - \mu c + \left( \frac{E_c}{E_{pr}} \right) \cdot (a6 + \mu pr)}$$

Para a região III, onde o duto e o reparo trabalham plasticamente, enquanto que o adesivo continua trabalhando elasticamente

$$A2 := \frac{a1}{a2 - \mu p d + \left( \frac{E_{pd}}{E_{m1}} \right) \cdot (a6 + \mu p m1)}$$

$$B2 := \frac{a4}{a5 - \mu p c + \left( \frac{E_{pc}}{E_{pr}} \right) \cdot (a6 + \mu pr)}$$

Para a região IV, onde todos os componentes trabalham no regime plástico.

$$A3 := \frac{a1}{a2 - \mu_{pd} + \left( \frac{E_{pd}}{E_{m2}} \right) \cdot (a3 + \mu_{pm2})}$$

A seguir são definidos os limites das regiões e as tensões de Von Mises no duto, reparo e adesivo. Os limites são as pressões que originam a plastificação de algum dos componentes da estrutura.

- **Região I:** No intervalo

$$0 \leq P \leq P_{y1}$$

Onde:

$$P_{y1} := \frac{S_{yr} \cdot e}{(r + t) \cdot A \cdot B \cdot \sqrt{1 + \mu_r^2} - \mu_r} \quad \text{Pressão que origina a plastificação do reparo}$$

Para  $P=P1$  no intervalo, se tem as tensões equivalentes em cada componente:

$$\sigma_{eq\_dI}(P1) := \frac{r}{t \cdot C} \cdot P1 \cdot (1 - A) \cdot \sqrt{1 + \mu_d^2} - \mu_d$$

$$\sigma_{eq\_rI}(P1) := \frac{r + t}{e} \cdot P1 \cdot A \cdot B \cdot \sqrt{1 + \mu_r^2} - \mu_r$$

$$\sigma_{eq\_cI}(P1) := \frac{r + t \cdot C}{t \cdot (1 - C)} \cdot P1 \cdot A \cdot (1 - B) \cdot \sqrt{1 + \mu_c^2} - \mu_c$$

- **Região II:** Fica no intervalo

$$P_{y1} < P \leq P_{y2}$$

Onde:

$$P_{y2} := \frac{\frac{t \cdot C}{r} \cdot \frac{S_{yd}}{\sqrt{1 + \mu_d^2} - \mu_d} + P_{y1} \cdot (A - A1)}{1 - A1} \quad \text{Pressão que origina a plastificação do duto no defeito}$$

Para  $P=P2$  no intervalo, tem-se:

$$\sigma_{eq\_dII}(P2) := [P_{yr} \cdot (1 - A) + (P2 - P_{yr}) \cdot (1 - A1)] \frac{r}{t \cdot C} \cdot \sqrt{1 + \mu d^2 - \mu d}$$

$$\sigma_{eq\_rII}(P2) := S_{yr} + \frac{r + t}{e} \cdot (P2 - P_{yr}) \cdot A1 \cdot B1$$

$$\sigma_{eq\_cII}(P2) := [P_{yr} \cdot A \cdot (1 - B) + (P2 - P_{yr}) \cdot A1 \cdot (1 - B1)] \cdot \frac{r + t \cdot C}{t \cdot (1 - C)} \cdot \sqrt{1 + \mu c^2 - \mu c}$$

- **Região III:** Fica no intervalo

$$P_{yd} < P \leq P_{yc}$$

Onde:

$$P_{yc} := \frac{\frac{t \cdot (1 - C)}{r + t \cdot C} \cdot \frac{S_{yc}}{\sqrt{1 + \mu c^2 - \mu c}} - P_{yr} \cdot A \cdot (1 - B) - (P_{yd} - P_{yr}) \cdot A1 \cdot (1 - B1)}{A2 \cdot (1 - B1)} + P_{yd}$$

Pressão que origina a plastificação do adesivo

Para  $P=P3$  no intervalo, tem-se:

$$\sigma_{eq\_dIII}(P3) := S_{yd} + \frac{r}{t \cdot C} \cdot (P3 - P_{yd}) \cdot (1 - A2)$$

$$\sigma_{eq\_rIII}(P3) := S_{yr} + [(P_{yd} - P_{yr}) \cdot A1 \cdot B1 + (P3 - P_{yd}) \cdot A2 \cdot B1] \cdot \frac{r + t}{e}$$

$$\sigma_{eq\_cIII}(P3) := [P_{yr} \cdot A \cdot (1 - B) + (P_{yd} - P_{yr}) \cdot A1 \cdot (1 - B1) + (P3 - P_{yd}) \cdot A2 \cdot (1 - B1)] \cdot \frac{r + t \cdot C}{t \cdot (1 - C)} \cdot \sqrt{1 + \mu c^2 - \mu c}$$

- **Região IV:** Fica no intervalo

$$P_{yc} < P \leq P_{ud}$$

Onde:

$$P_{ud} := \frac{(\sigma_{ud} - \sigma_{yd}) \cdot \frac{t \cdot C}{r} - (P_{yc} - P_{yd}) \cdot (1 - A_2)}{1 - A_3} + P_{yc} \quad \text{Pressão de ruptura do duto no defeito}$$

Para  $P=P_4$  no intervalo, tem-se:

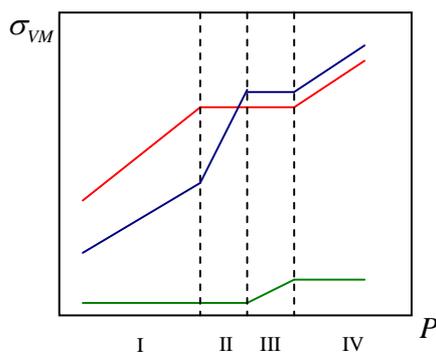
$$\sigma_{eq\_dIV}(P_4) := \sigma_{yd} + [(P_{yc} - P_{yd}) \cdot (1 - A_2) + (P_4 - P_{yc}) \cdot (1 - A_3)] \cdot \frac{r}{t \cdot C}$$

$$\sigma_{eq\_rIV}(P_4) := \sigma_{yr} + [(P_{yd} - P_{yr}) \cdot A_1 \cdot B_1 + (P_{yc} - P_{yd}) \cdot A_2 \cdot B_1 + (P_4 - P_{yc}) \cdot A_3 \cdot B_2] \cdot \frac{r + t}{e}$$

$$\sigma_{eq\_cIV}(P_4) := \sigma_{yc} + \frac{r + t \cdot C}{t \cdot (1 - C)} \cdot (P_4 - P_{yc}) \cdot A_3 \cdot (1 - B_2)$$

## b) Duto plastifica primeiro

O procedimento de cálculo nesta seção é similar a anterior



As Variáveis 1 são iguais em ambos os casos, e as Variáveis 2 têm pouca variação.

**Variáveis 2:** Trabalha-se com novas variáveis onde  $M=A$ ,  $M_1 \neq A_1$ ,  $M_2=A_2$ ,  $M_3=A_3$ ,  $N=B$ ,  $N_1=B_1$ ,  $N_2=B_2$ , então:

Para a região II, onde o duto trabalha no regime plástico e a combinação reparo-adesivo trabalha no regime elástico.

$$M1 := \frac{a1}{a2 - \mu p d + \left(\frac{E p d}{E m}\right) \cdot (a6 + \mu m)}$$

Definem-se os limites das regiões

- **Região I:** No intervalo

$$0 \leq P \leq P_{yd}$$

Onde:

$$P_{yd} := \frac{S_{yd} \cdot t \cdot C}{r \cdot (1 - M) \cdot \sqrt{1 + \mu d^2} - \mu d}$$

Para  $P=P1$  no intervalo, tem-se:

$$\sigma_{eq\_dI}(P1) := \frac{r}{t \cdot C} \cdot P1 \cdot (1 - M) \cdot \sqrt{1 + \mu d^2} - \mu d$$

$$\sigma_{eq\_rI}(P1) := \frac{r + t}{e} \cdot P1 \cdot M \cdot N \cdot \sqrt{1 + \mu r^2} - \mu r$$

$$\sigma_{eq\_cI}(P1) := \frac{r + t \cdot C}{t \cdot (1 - C)} \cdot P1 \cdot M \cdot (1 - N) \cdot \sqrt{1 + \mu c^2} - \mu c$$

- **Região II:** No intervalo

$$P_{yd} < P \leq P_{yr}$$

Onde:

$$P_{yr} := \frac{S_{yr} \cdot e}{(r + t) \cdot M1 \cdot N \cdot \sqrt{1 + \mu r^2} - \mu r} - \frac{P_{yd} \cdot (M - M1)}{M1}$$

Para  $P=P2$  no intervalo, tem-se:

$$\sigma_{eq\_dII}(P2) := S_{yd} + (P2 - P_{yd}) \cdot (1 - M1) \cdot \frac{r}{t \cdot C}$$

$$\sigma_{eq\_rII}(P2) := \frac{r+t}{e} \cdot N \cdot [P_{yd} \cdot (M - M1) + P2 \cdot M1] \cdot \sqrt{1 + \mu r^2 - \mu r}$$

$$\sigma_{eq\_cII}(P2) := \frac{r+t \cdot C}{t \cdot (1-C)} \cdot (1-N) \cdot [P_{yd} \cdot M + (P2 - P_{yd}) \cdot M1] \cdot \sqrt{1 + \mu c^2 - \mu c}$$

- **Região III:** No intervalo

$$P_{yr} < P \leq P_{yc}$$

Onde:

$$P_{yc} := \left[ \frac{S_{yc} \cdot t \cdot (1-C)}{(r+t \cdot C) \cdot \sqrt{1 + \mu c^2 - \mu c}} - (1-N) \cdot [P_{yd} \cdot (M - N1) + P_{yr} \cdot M1] \right] \cdot \frac{1}{M2 \cdot (1-N1)} + P_{yr}$$

Para P=P3 no intervalo, tem-se:

$$\sigma_{eq\_dIII}(P3) := S_{yd} + \frac{r}{t \cdot C} \cdot [(P_{yr} - P_{yd}) \cdot (1 - M1) + (P3 - P_{yr}) \cdot (1 - M2)]$$

$$\sigma_{eq\_rIII}(P3) := S_{yr} + \frac{r+t}{e} \cdot (P3 - P_{yr}) \cdot M2 \cdot N1$$

$$\sigma_{eq\_cIII}(P3) := \frac{r+t \cdot C}{t \cdot (1-C)} \cdot [(1-N) \cdot [P_{yd} \cdot (M - M1) + P_{yr} \cdot M1] + (P3 - P_{yr}) \cdot M2 \cdot (1 - N1)] \cdot \sqrt{1 + \mu c^2 - \mu c}$$

- **Região IV:** No intervalo

$$P_{yc} < P \leq P_{ud}$$

Onde:

$$P_{ud} := \frac{(S_{ud} - S_{yd}) \cdot \frac{t \cdot C}{r} - (P_{yr} - P_{yd}) \cdot (1 - M1) - (P_{yc} - P_{yr}) \cdot (1 - M2)}{1 - M3} + P_{yc}$$

Para P=P4 no intervalo, tem-se:

$$\sigma_{eq\_dIV}(P4) := S_{yd} + \frac{r}{t \cdot C} \cdot [(P_{yr} - P_{yd}) \cdot (1 - M1) + (P_{yc} - P_{yr}) \cdot (1 - M2) + (P4 - P_{yc}) \cdot (1 - M3)]$$

$$\sigma_{eq\_rIV}(P4) := S_{yr} + \frac{r+t}{e} \cdot [(P_{yc} - P_{yr}) \cdot M2 \cdot N1 + (P4 - P_{yc}) \cdot M3 \cdot N2]$$

$$\sigma_{eq\_cIV}(P4) := S_{yc} + \frac{r + t \cdot C}{t \cdot (1 - C)} \cdot (P4 - P_{yc}) \cdot M3 \cdot (1 - N2)$$

Duas condições são impostas para saber quem alcança a plastificação primeiro:

- Se  $P_{yd} \geq P_{yr} \rightarrow$  Reparo plastifica primeiro.
- Se  $P_{yr} > P_{yd} \rightarrow$  Duto plastifica primeiro.

Onde:

$$P_{yr} := \frac{S_{yr} \cdot e}{(r + t) \cdot A \cdot B \cdot \sqrt{1 + \mu r^2} - \mu r} \quad P_{yd} := \frac{S_{yd} \cdot t \cdot C}{r \cdot (1 - M) \cdot \sqrt{1 + \mu d^2} - \mu d}$$

## 4.5

### Programa para a Aplicação da Modelagem Analítica

Desenvolveu-se um programa que permite a utilização da modelagem matemática, mediante o qual pode-se determinar o comportamento das tensões e as pressões que provocam o escoamento e a ruptura no duto. Pode-se também, mediante a comparação com o desempenho de um duto sem defeito, encontrar a espessura apropriada para o reparo. Utilizando o equilíbrio de forças, propõe-se uma equação simples para pré definir a espessura mínima do reparo requerido, a qual é utilizada para ter uma referência da espessura de reparo que se deve ingressar no programa:

$$\frac{P \cdot D}{2} = S_{ud} \cdot (t - h) + S_{ur} \cdot e_{aprox} \quad \text{então temos que:} \quad e_{aprox} = \frac{S_{ud} \cdot h}{S_{ur}} \quad (4.13)$$

onde  $h$  é a profundidade do defeito.

Na figura 4.2 se mostra a interface do programa.

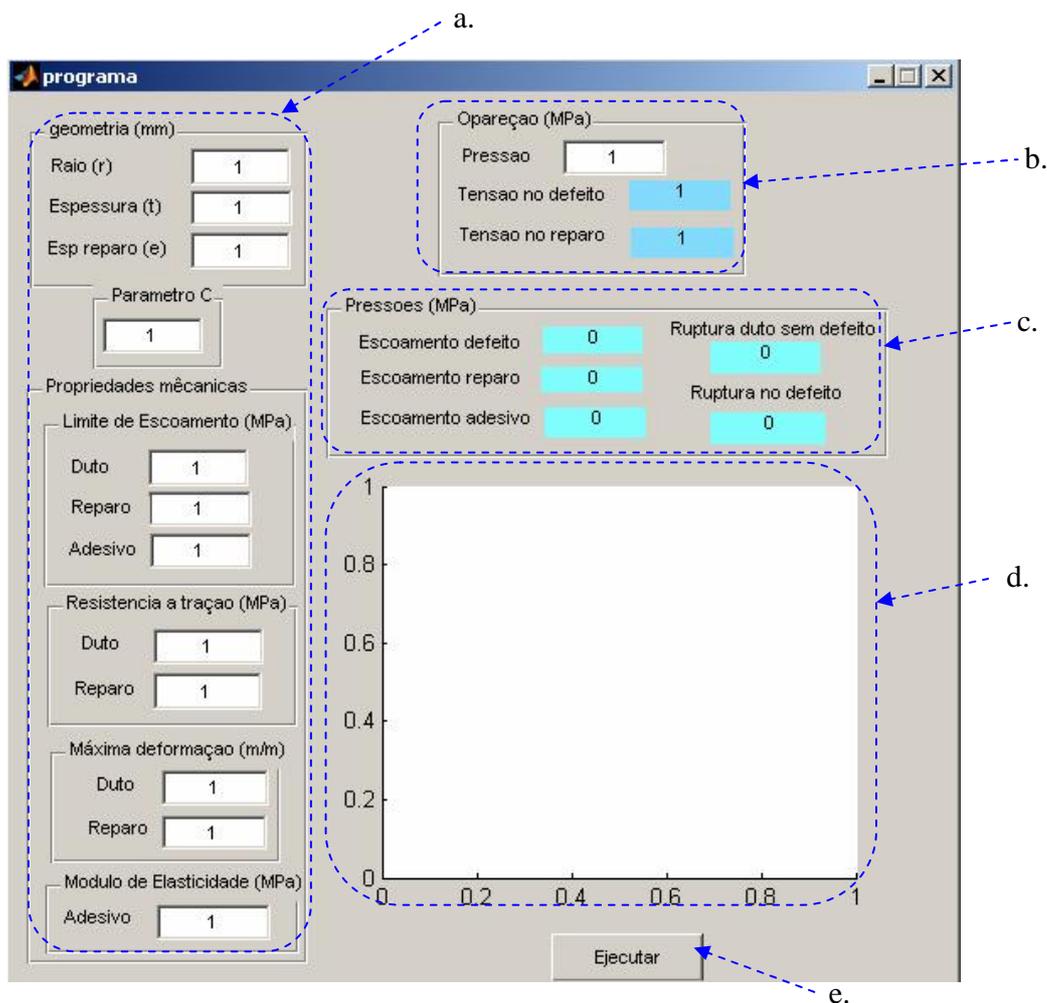
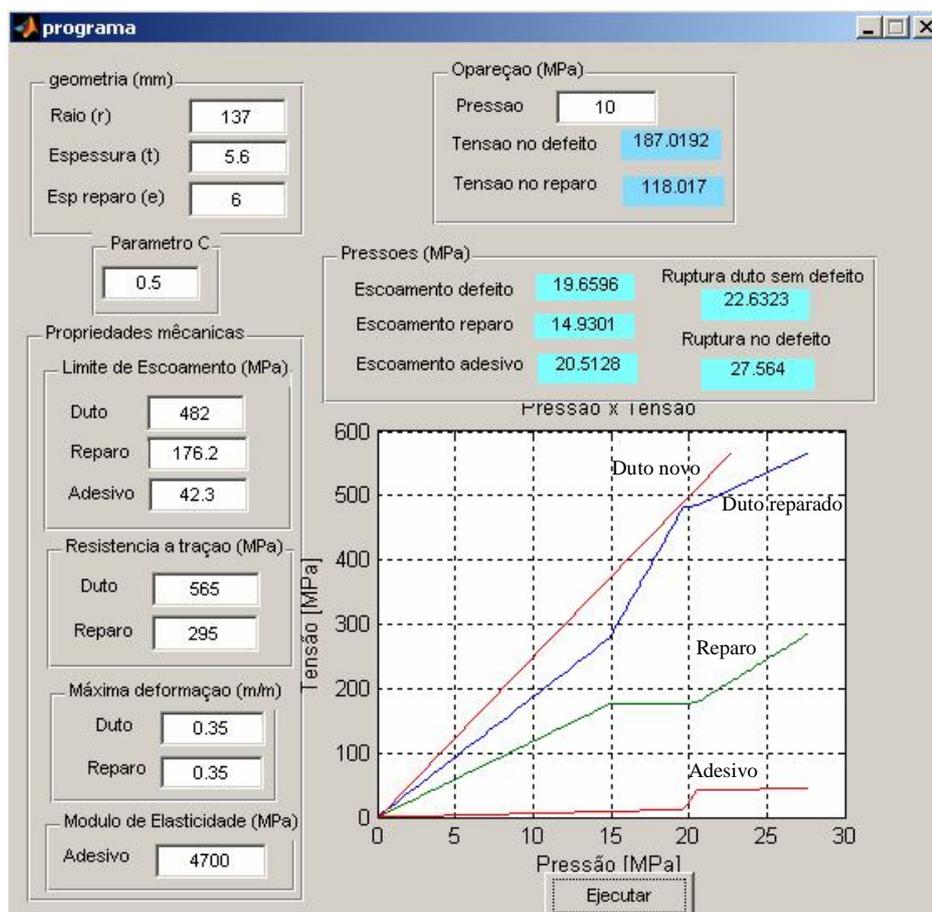


Figura 4.2 - Area da interface do programa

- Entrada dos dados da geometria, propriedades mecânicas e o parâmetro C, que pode ser calculado com as equações da tabela 2.1. O dado da espessura do reparo (e) pode ser pré calculado com a equação 4.13.
- Área dos dados e resultados de operação. Ingressa-se alguma pressão de operação e se obtêm os valores de tensão equivalente no defeito e no reparo, as quais são importantes para avaliar o reparo ou recalcular a pressão de operação.

- c. Obtem-se as pressões que delimitam o comportamento do reparo e uma aproximada pressão de ruptura de um duto sem reparo achada pelo critério de Tresca.
- d. Área do gráfico tensão vs pressão
- e. Executa o programa.



\*Duto API 5L X70

Figura 4.3 – Resultados no programa

Na figura 4.3 são mostrados os resultados e o comportamento do duto API 5L X70 reparado, com o qual se pode projetar o reparo requerido mediante a comparação com o comportamento de um duto sem defeito.