

## 5

### A concepção de Matemática na obra de Auguste Comte

Estudando as obras de Comte, podemos entender porque seu nome ocupará sempre um lugar importante na história da Filosofia das matemáticas, embora ele não tenha nunca conhecido os sucessos brilhantes que Sturm, por exemplo, encontrou na Análise Matemática (A. Vassilief, 1900, p.172).

As matemáticas são, para Comte, ciências tão fascinantes quanto perigosas: elas são sua formação de base, da qual ele se orgulha, e ele as julga como tais necessárias e incontornáveis; mas ele desconfia, cada vez mais, do imperialismo matemático contra o qual ele luta abertamente.

Queremos sublinhar (...) a complexidade das atitudes de Comte, e lembrar que elas não têm nada de uma devoção ilimitada atribuída ao positivismo: Comte porta-voz do “espírito positivo”, fundador do “positivismo”, não é um campeão das matemáticas, ele é mesmo um censor severo delas (Annie Petit, 1996, p. 174).

Na verdade, Comte só expressava uma ambição filosófica nos seus trabalhos sobre as ciências matemáticas, nos quais definia a “filosofia” como contato, estabelecimento das relações e coordenações (Annie Petit, 1999, p. 17).

#### 5.1

##### Considerações iniciais

O principal intuito de se estudar o pensamento de Comte sobre a Matemática é conhecer o seu entendimento de como deveria ser a Educação Matemática, partindo-se do princípio – pode-se pensar nessa afirmação como um axioma - que diferentes filosofias da Matemática implicam visões distintas da Educação Matemática. É claro que não se está pensando em práticas de ensino, que comportam muitas nuances e estão relacionadas às opiniões, moldadas pela cultura que os professores de Matemática construíram a partir de sua formação e de sua prática e que, muitas vezes, são aplicadas de forma acrítica e contraditória. Essa cultura foi transmitida de geração a geração, a partir de idéias geradas por inúmeros filósofos e matemáticos, que se interessaram pelo assunto (Cury, 1994, p. 40). Em verdade, pretende-se simplesmente considerar as idéias de Comte em relação à Matemática, de forma a se chegar ao entendimento que ele possuía da Educação Matemática que, obviamente, pode ter sido muito distinto de sua prática como professor, a qual não corresponde ao foco deste trabalho de pesquisa.

Para tanto, serão analisadas as principais obras de Auguste Comte a respeito do tema, desde seus primeiros escritos até a *Síntese Subjetiva*, sua última obra,

publicada em 1856. O capítulo obedece a essa estrutura, ou seja, seus itens são divididos de acordo com as obras de Comte, obedecendo a sua ordem cronológica. Naturalmente, serão utilizadas algumas referências em Filosofia da Matemática, como subsídio na resposta a questões propostas na Introdução desta Tese.

Em cada item, será apresentado o conteúdo da(s) obra(s) que está(ão) sendo apresentada(s), além de um comentário mais geral do pensamento do autor quando de sua elaboração. Contudo, nas considerações finais deste capítulo, será efetuada uma análise mais acurada da evolução de seu pensamento a respeito da Matemática, a partir da comparação entre suas obras, além da visão de conjunto delas.

## 5.2 Obras da juventude

Os primeiros escritos de Comte sobre Matemática foram reunidos na obra *Écrits de jeunesse: 1816 –1828*. São eles: *Essais sur quelques points de la philosophie des mathématiques*, notas datadas de 1819 e 15 de novembro de 1818; *Essais sur la philosophie des mathématiques*, notas datadas de dezembro de 1819 e janeiro-fevereiro de 1820; *Essais de philosophie mathématique*, de janeiro-março de 1821 e setembro-novembro de 1824.

O **primeiro de seus ensaios** é composto de um plano a ser seguido na elaboração de uma obra sobre Filosofia da Matemática e o que se pode denominar de “fragmentos”, contendo alguns dos itens do referido plano, o qual é apresentado a seguir (Comte, 1970, pp. 491-492):

### **Prefácio**

Do ponto de vista de que se deve partir para escrever sobre a filosofia da matemática.

### **Introdução**

§1º. Do caráter que devem ter os grandes trabalhos matemáticos do Século XIX ou do tipo de aperfeiçoamento que os matemáticos devem receber, no estágio atual da ciência, de acordo com o andamento natural do espírito humano.

§2º. Da necessidade da filosofia nas matemáticas, comandada pelo estágio presente e pela tendência atual da civilização.

### **Primeira parte**

#### *Aritmética*

Capítulo 1º. Da divisão errada dos números em abstratos e concretos.

Capítulo 2. Do sistema de numeração dos Árabes.

## Segunda parte

### *Álgebra*

- Capítulo 1º. Considerações gerais sobre a álgebra considerada como uma língua.  
 Capítulo 2. Comparação entre a língua comum e a língua aritmética.  
 Capítulo 3. Comparação entre a língua comum e a língua algébrica.  
 Capítulo 4. Comparação entre a língua aritmética e a língua algébrica.  
 Capítulo 5. Resumo e conclusão dessas três comparações.  
 Capítulo 6. Dos efeitos gerais dos signos para a combinação das idéias.  
 Capítulo 7. O que é álgebra, sob o enfoque filosófico.

## Terceira parte

### *Geometria*

- Capítulo 1º. A geometria considerada como uma parte da física.  
 Capítulo 2. Da divisão e do método na exposição da geometria.

## Quarta parte

### *Considerações isoladas*

- Capítulo 1º. Do gênero principal e do grau principal de utilidade do estudo da matemática, ou a discussão desta questão: o estudo da matemática contribui para tornar o espírito justo?  
 Capítulo 2. Da análise e da síntese.  
 Capítulo 3. Da idéia de *grandeza* nas matemáticas.  
 Capítulo 4. Do absoluto nas matemáticas.  
 Capítulo 5. Das quantidades negativas.  
 Capítulo 6. Do espírito de minúcias nas matemáticas.  
 Capítulo 7. Do espírito no qual convém ensinar e estudar matemática.  
 Capítulo 8. Das aplicações erradas da matemática.  
 Capítulo 9. Da categoria em que se pode designar as matemáticas na escala enciclopédica.

Pode-se perceber nesse projeto a pretensão de situar as matemáticas no conjunto das outras ciências, bem como no estágio de desenvolvimento social da época. Outro ponto importante é a busca de um sentido - pode-se dizer, ético - para a Matemática, como se verifica no primeiro capítulo da quarta parte. Ou seja, Comte extrapola a discussão sobre a ciência em si, ficando clara sua intenção de não ser um filósofo da Matemática, mas, em realidade, seus intentos estavam mais ligados à inserção da Matemática em um sistema filosófico que abarcasse todas as áreas do conhecimento, sendo essa uma preocupação permanente em sua obra.

Em um dos “fragmentos”, que se concebe como prefácio de seu plano, ele discute os pressupostos para o cultivo da Filosofia das Matemáticas<sup>1</sup>.

Logo no início do texto, Comte utiliza-se de uma metáfora para demonstrar a importância de se colocar sob o mesmo ponto de vista da pessoa que está

<sup>1</sup> Título do trecho: *Des Conditions à remplir pour cultiver la Philosophie des Mathématiques* (1975, pp. 493-497).

falando, para poder julgar o que está sendo afirmado por ela, extrapolando essa visão para a análise de uma obra científica qualquer:

No momento em que um marinheiro, do alto de um mastro bastante elevado, grita que descobriu terra, os componentes da tripulação que se encontram no fundo do porão nem pensam em contradizê-lo ou tratá-lo como um visionário, pela simples razão de não terem percebido nada; mas, para verificar sua afirmação, eles raramente se dão ao trabalho de, por sua vez, subir no cimo do mastro a fim de verificar se lá veriam a mesma coisa que seu camarada. Do mesmo modo, para melhor julgar uma obra científica qualquer, não basta estar atualizado sobre a ciência de que ela trata; é necessário, acima de tudo, transportar seu espírito ao ponto de vista onde, ao compô-la, o autor se colocou, para verificar se, de lá, percebemos as coisas sob o mesmo aspecto que ele. (1970, p. 493).

A partir dessas considerações iniciais, é defendida a idéia de que nem todos que estudam a mesma ciência seriam indicados para analisar uma determinada obra científica, tendo em vista o desenvolvimento e o aumento da complexidade do sistema do conhecimento humano, que permite especializações dentro de um mesmo campo de conhecimento:

O princípio: ninguém é julgado a não ser por seus pares, é verdadeiro tanto nas ciências quanto na política; e os verdadeiros pares de cada sábio não são todos aqueles que cultivam a mesma ciência que ele, mas somente aqueles que, pela tendência de seu espírito, dirigiram suas especulações habituais para o gênero de idéias de que ele se ocupou. Porque o sistema dos conhecimentos humanos é hoje em dia tão desenvolvido que não somente cada ciência ou parte de uma ciência é especialmente estudada por pessoas diferentes, mas ainda cada um de nós adota simplesmente uma certa ordem de considerações de uma mesma ciência; disso resulta que o espírito de cada sábio é habitualmente colocado em um só ponto de vista específico, difícil de ser deixado, e este hábito torna impróprio o julgamento, com perfeito conhecimento de causa, daquilo que é descoberto de um ponto de vista diferente (idem, ibidem).

Em seguida a esse arrazoado, passa a refletir sobre a Matemática e os tipos de matemáticos. Existem os que cultivam os detalhes da Matemática, mantendo-se atualizados no que diz respeito ao seu conteúdo específico, e outros que procuram estudar as matemáticas a partir de uma visão de conjunto. São estes os únicos juízes competentes para julgar o que for relativo ao método, a um novo olhar sobre a ciência Matemática, ou seja, ao que for referente a uma visão mais ampla dessa ciência:

Assim, nas matemáticas, por exemplo, tudo o que é puramente cálculo, teorema novo, dedução nova das proposições precedentemente conhecidas é indiferentemente objeto de julgamento de todos os matemáticos que estejam atualizados com a ciência; mas tudo o que é consideração de conjunto, vista nova da ciência, reflexão geral sobre o método, tem como juízes competentes e exclusivos aqueles dentre os matemáticos que fizeram de seu estudo principal a reflexão sobre o conjunto da ciência, ao invés de cultivar seus detalhes. Os outros matemáticos, que formam o número maior, estão, relativamente, neste gênero de

trabalho, quase no mesmo caso, ainda que em um grau menor, que os sábios estrangeiros nas matemáticas (Idem, *ibidem*).

Essas reflexões de Comte tinham por objetivo que seu pensamento fosse julgado com mais cautela, levando-se em conta onde ele se encontrava quando escreveu essas notas. Ele faz questão de definir com vagar e cuidadosamente o seu ponto de vista a respeito do estudo da Filosofia das Matemáticas:

Faço agora uma aplicação especial dessas observações no caso particular em que me encontro.

Eu disse, em tese geral, que é preciso julgar uma obra do ponto de vista em que ela foi composta; eu escrevo sobre a filosofia das matemáticas. Vejamos em que ponto de vista é preciso ser colocado para tal, e eu terei implicitamente estabelecido as condições às quais os meus juízes devem satisfazer.

A filosofia é a visão do conjunto; a filosofia das matemáticas se compõe então das considerações de conjunto sobre as matemáticas. A partir disso, acredito ser indispensável, para cultivá-la, colocar-se fora das matemáticas. Ninguém possui em um grau eminente dois gêneros de capacidades diferentes. Ora, parece-me que a capacidade necessária para se ocupar dos detalhes de uma ciência e aquela para considerá-la em conjunto são não somente diferentes, mas de fato opostas. Aqueles que estudam o conjunto são inábeis nos detalhes; e aqueles que mergulham habitualmente nos detalhes não são competentes para interpretar o conjunto. Creio que qualquer bom observador deva ter logo reconhecido esses dois fatos. Nossa superioridade, em qualquer ordem de trabalho intelectual, é, quase sempre, proporcional à nossa inferioridade nas outras, disse um fisiologista verdadeiramente filósofo. Um matemático que só se ocupe habitualmente de cálculos e que empregue sempre seu espírito a deduzir de um teorema um outro teorema, adquire nesse gênero uma habilidade extraordinária; mas ele se torna cada vez mais incapaz de elevar-se às visões gerais. É a esse preço que ele obtém necessariamente sua capacidade de detalhamento.

É portanto verdadeiro que a capacidade filosófica e a capacidade de detalhamento se excluem mutuamente, o que, de resto, retorna à idéia bem simples de que, para conhecer o conjunto, é preciso observá-lo e que só o observamos bem quando não o estudamos isoladamente (Idem, p. 494).

Nesses escritos já se vislumbra uma idéia constante em toda a sua obra, que é a necessidade de uma educação enciclopédica para se ter uma visão profunda de qualquer ciência positiva:

Mas esta condição de não se ocupar habitualmente dos detalhes, que é indispensável para cultivar a filosofia da matemática, é suficiente? Eu não creio. A filosofia de uma ciência não é tão sensível, nem se percebe tão distintamente em comparação com as demais ciências. Creio então que, para se fazerem idéias justas sobre o conjunto das matemáticas, é preciso ter adquirido um conhecimento geral das outras ciências positivas, da astronomia, da física, da química e da fisiologia. Na falta desse conhecimento, as idéias filosóficas sobre a matemática serão necessariamente fantasiosas ou puramente de detalhes, recobertas de uma aparência filosófica (Idem, p. 494-495).

Comte reafirma a importância de se ver as matemáticas de uma perspectiva mais geral, renunciando a seus detalhes, além de estudar com mais afinco as

outras ciências positivas, também de um ponto de vista mais geral. Ele sustenta ser essa a finalidade de seus estudos diários, consciente de que, para estudar as outras ciências positivas, passou a dispor, conseqüentemente, de menos tempo para detalhes técnicos das matemáticas.

Sua intenção, com esse arrazoado, era se precaver de uma reação desfavorável da maior parte dos matemáticos. Isso porque, essa predisposição a uma visão geral das ciências “é mais rara entre eles do que em qualquer outra classe de cientistas” (Idem, p. 495).

Ele temia que a grande maioria dos matemáticos não entendessem suas reflexões, por não possuírem a necessária visão de conjunto. Esclarecia, então, quem faria parte do pequeno conjunto de matemáticos, aptos a julgar o seu trabalho:

Assim, dirijo-me principalmente ao pequeno número de matemáticos que estudam o conjunto das matemáticas sem se ocupar especialmente dos detalhes e àqueles dentre os cientistas que se ocupam de outras ciências positivas que, não sendo propriamente matemáticos, adquiriram uma idéia geral sobre as matemáticas. Tais são, na minha opinião, os juízes naturais de todo trabalho filosófico sobre as matemáticas (Idem, ibdem).

Comte primava por ter sempre em suas obras um objetivo pedagógico. Fica clara, no parágrafo final dessa “introdução”, sua pretensão meramente filosófica em relação às matemáticas. Demonstra, ainda, uma humildade que perderia no decorrer da vida, como ficou evidente no capítulo anterior desta Tese, ante seu objetivo de estabelecer uma síntese de todo o conhecimento humano, além de criar uma nova ciência e, a partir dela, construir uma religião, da qual seria o sumo pontifício:

Meu principal objetivo, publicando essas observações, foi oferecer aos professores e aos alunos alguns bosquejos próprios a tornar mais filosófico o ensino das matemáticas. Um outro alvo muito mais importante que explicarei em detalhes na Introdução será o de atribuir às pesquisas dos próprios matemáticos um caráter mais filosófico; mas empreitada dessas proporções é gigantesca para mim; eu me contentarei de introduzi-la e seria bem-sucedido para além das minhas expectativas se pudesse determinar quais os homens verdadeiramente hábeis a experimentá-la (Idem, p. 495-496) .

Nesse mesmo ensaio, logo a seguir a essa introdução, existe um texto sem título, no qual são definidos os métodos de raciocínio *a priori* e *a posteriori*:

Quando se parte de uma proposição geral e se avança às proposições particulares nela compreendidas ou que dela derivem, raciocina-se *a priori*. Pode acontecer de a própria proposição geral ter sido encontrada também *a priori*, ou

seja, derivando de uma outra mais geral ainda, ou até que ela tenha sido *a posteriori*; mas isso não muda em nada a forma das considerações subseqüentes.

Quando se parte de uma proposição particular ou de várias proposições particulares comparadas e quando se alcança, generalizando, uma proposição mais geral, raciocina-se *a posteriori*.

Exemplo: Newton, partindo das leis de observação descobertas por Kepler, alcança a gravitação universal; ele raciocina *a posteriori*. Lagrange, partindo dessa gravitação, descobre o fenômeno da oscilação aparente da lua; ele raciocina *a priori*.

Ambas as formas de raciocínio podem ser empregadas para descobrir novas verdades; porém, além disso, qualquer uma pode ser empregada para verificar os resultados obtidos pela outra (Idem, p. 496).

A parte final do ensaio recebeu o título de *Note A* e, em realidade, trata-se da segunda parte do plano previsto, onde a Álgebra é tratada como uma língua.

Sem quaisquer considerações sobre o que entende por Matemática, ou seu objeto, Comte ressalta:

Os homens possuem naturalmente três linguagens diferentes pelas quais eles podem pensar em idéias de quantidade, a saber: a língua maternal ou vulgar, a língua aritmética, a língua algébrica. Para reconhecer as vantagens e as inconveniências de cada uma dessas línguas, convém compará-las, porque o espírito humano se esclarece apenas por comparações.

Temos, então, três comparações a fazer:

1º Uma entre a língua comum e a língua aritmética;

2º Outra entre a língua comum e a língua algébrica;

3º E finalmente uma entre a língua aritmética e a língua algébrica.

As duas primeiras comparações podem constituir uma só comparação, mas é de bom alvitre separá-las, a fim de inicialmente não confundir os alunos com uma comparação muito complicada, e para posteriormente fazê-los perceber que o assunto será, a partir dessas três comparações, tratado por inteiro, porque se torna claro que esses três exames compreendem toda a questão (Idem, pp. 496-497).

Essa visão da Matemática está calcada na de Condillac. Aliás, Comte faz uma nota de rodapé, ressaltando que, diferentemente daquele filósofo, não chega ao refinamento de considerar o nome dos números uma quarta língua, pois considerou tal detalhismo inútil ao seu objetivo. De fato, ele reuniu a língua de algarismos e de nomes de números em uma única categoria, a língua aritmética.

Comte inicia, a partir disso, a primeira comparação, qual seja, entre língua comum e língua aritmética, observando que a língua comum é muito pobre em relação às idéias de quantidade. Ela possui a palavra *número*, para exprimir as comparações gerais das quantidades comparáveis; as palavras *soma*, *diferença*, *produto etc.*, para exprimir certas relações entre os números; e, por fim, os advérbios *mais* e *menos* e suas variantes, *bastante*, *muito*, *pouco etc.*, para avaliar

os diferentes graus de quantidade. São essas as possibilidades que a língua comum possui para trabalhar com as quantidades (Idem, p. 497).

Por outro lado, a língua aritmética (de algarismos e nomes de número), criada com o intuito de representar as idéias de quantidade, e apenas elas, o faz de maneira mais completa. Isso porque, ela utiliza “os graus de quantidade com toda a precisão e clareza possíveis e possui os signos de sintaxe mais adequados para representar as relações entre as quantidades comparadas, ou seja, entre os números” (Idem, ibidem).

Comte termina essa comparação chamando atenção para o fato de que, embora tenha uma precisão maior, os signos aritméticos levam desvantagem se comparados aos da língua comum, pois aqueles não conduzem a uma solução geral, obviamente, pelo fato de os algarismos representarem números particulares, na solução de um problema qualquer (Idem, ibidem).

Passa-se, então, à comparação entre a língua comum e a algébrica. Se imaginarmos, na resolução de um problema, a utilização do alfabeto para representar os números, e uma única letra  $x$  para representar a incógnita (o termo a ser descoberto), chegaremos à conclusão de que a solução algébrica tem as mesmas vantagens que a solução em língua aritmética, só que em graus diferentes, pois a algébrica possui uma maior capacidade de evitar as perífrases, simplificando os raciocínios (Idem, p. 498).

A terceira e última comparação é entre a língua algébrica e a aritmética. Comte afirma que a língua algébrica

oferece todas as suas vantagens (e mesmo em mais alto grau), e não apresenta nenhum dos seus inconvenientes. Em uma palavra, a língua algébrica reúne as qualidades da língua comum e da língua aritmética e as possui em maior proporção.

Poderemos mostrar, sobre o exemplo precedente, que a língua algébrica, como a aritmética, tem a vantagem de evitar as perífrases e que elas as evitam mais ainda porque, na língua aritmética, isto é, a língua dos signos particulares, é preciso empregar as perífrases para designar as incógnitas. Mas apesar de representar as incógnitas pelas letras nas soluções em língua aritmética, o que seria um começo de álgebra, seria possível ver ainda que a solução aritmética tem o inconveniente de dar somente um valor particular, o que obriga a refazer a solução todas as vezes que os dados mudam de valor, ainda que o enunciado da questão permaneça o mesmo, ainda que a língua algébrica ofereça uma solução geral que pode, sem ser obrigada a recomeçar os raciocínios, ser transportada a todos os estados particulares possíveis dos dados (Idem, ibidem).

O filósofo de Montpellier chama a atenção para o fato de que as vantagens da língua algébrica sobre a aritmética não se resumem à generalidade das soluções. Sustenta que, sem o uso da

língua algébrica seria impossível descobrir as verdades que dependem das relações entre os números, da composição das expressões matemáticas; porque a língua comum, que é, na verdade, geral, é complicada demais para permitir levar as deduções um pouco mais adiante; e que a língua aritmética, servindo-se dos signos que têm um valor particular, levariam sempre a fazer, por simplificação, reduções que mascarariam a composição das expressões e que, por consequência, impediriam de descobrir as verdades dependentes dessa composição (Idem, p. 499).

Ele sintetiza seu pensamento sobre as vantagens da língua algébrica sobre a aritmética, em uma simples frase: “É mais fácil raciocinar de uma maneira geral se servindo dos signos gerais do que usando os signos particulares” (Idem, ibidem).

Mas, logo após, faz uma observação de suma importância para se entender a sua concepção da linguagem algébrica em que, como ele próprio afirma, foi influenciado por Condillac: “É a generalidade das idéias que constitui a generalidade dos raciocínios e não a generalidade dos signos (...). Somente é verdade que é mais fácil fazer os raciocínios gerais com os signos gerais do que com os signos particulares” (Idem, p. 500).

Dessa forma, não são só os signos que fazem a linguagem algébrica, mas também as idéias, sendo os signos os meios de representá-las.

Esse ensaio revela uma preocupação didática de Comte, aliás, constante em todas as suas obras. Na comparação entre os três métodos, após reiterar a supremacia da linguagem algébrica sobre as demais, em relação às idéias de quantidade (embora ressalte que a aritmética já tenha sido uma evolução em relação à língua comum), afirma ser primordial que suas elucubrações filosóficas sobre as diversas linguagens sejam transmitidas aos estudantes, o mais cedo possível, de maneira

que não somente os preservará de transformarem-se em máquinas de calcular, mas que por outro lado os esclarecerá uma imensidão de dificuldades matemáticas. E não é necessário limitar-se a estabelecer este conhecimento geral ao início do curso de álgebra, abandonando-o sempre na seqüência, como se faz normalmente, o que, somado ao fato de que os professores e autores expõem essas idéias fundamentais de uma maneira em geral muito superficial e incompleta (decorrente, sem dúvida, do fato de que essas considerações não são bem claras para eles mesmos) são a causa dessa maneira de ver que deve mudar a face do ensino da matemática, e que não teve ainda quase nenhuma influência. Mas é preciso mostrar cuidadosamente aos alunos, em todos os casos que se

apresentarem, a aplicação dessas idéias preliminares, fazendo-lhes ver que todas as transformações que eles efetuam sobre as equações para *deprender a incógnita* não são outra coisa que não as verdadeiras transformações da gramática, absolutamente análogas aos arranjos de palavras que lhes deram em latim e em outras línguas e que têm igualmente por objetivo tornar as frases mais claras, etc., etc (Idem, pp. 502-503, grifo do autor).

Ao final do ensaio, constam três P.S., de natureza didática, traduzidos em conselhos de como a Álgebra deveria ser ensinada. No primeiro, é chamada a atenção para que os alunos não imaginem que a língua algébrica tenha sido subitamente inventada. Trata-se de utilizar uma perspectiva histórica no ensino da Matemática,

mostrando que apenas cerca de três séculos após este começo ela se tornou completa, uma vez que Viète teve a idéia de representar também os dados pelas letras. É uma observação filosófica bem interessante sobre a marcha do espírito humano, que deve ser apresentada aos alunos para que eles vejam que decorreram três séculos para se transpor a idéia de representar as incógnitas pelas letras, assim como a de representar os dados por letras, tanto que nos parece hoje que uma dessas idéias conduz rapidamente à outra (Idem, p. 503).

A seguir, é realçada a suma importância que Comte atribuía ao método, no desenvolvimento de uma ciência:

Será útil fazer os alunos observarem, quanto ao grau de perfeição da língua algébrica, que esta língua é a maior dentre as descobertas que foram feitas na matemática. É preciso que eles observem que, com a ajuda desse instrumento, a sagacidade, os gênios tornaram-se bastante menos necessários ou existentes no mesmo grau e que foram feitas muito mais importantes descobertas, porque agora, com a língua algébrica, um aluno de uma capacidade medíocre resolve problemas que foram inacessíveis até para Arquimedes, a cabeça mais potente da antiguidade. A sua atenção deve ser atraída para o fato de que, nas ciências, os métodos são, geralmente, o mais importante para o sucesso, ainda que o gênio seja sem dúvida necessário; ou, em outros termos, que o aperfeiçoamento dos métodos tem por norma submeter o gênio às regras, por assim dizer, maquinais, que podem ser encontradas entre os mais idiotas (Idem, p. 504).

O ensaio é encerrado com uma síntese - pode-se dizer didática - que vale a pena ser reproduzida, principalmente para demonstrar a ênfase dada ao fato de que as ciências não devem ser ensinadas como se fossem perfeitas, ou seja, não passíveis de aperfeiçoamentos e evoluções:

É preciso fazer observar aos alunos que, pela natureza das coisas, toda solução, seja de problema, seja de teorema, feita por meio da língua algébrica, se divide necessariamente em duas partes distintas: 1º - a tradução da questão em língua algébrica (porque a questão é sempre enunciada em língua comum), que consiste em exprimir as condições do enunciado pelas equações; 2º - o trabalho de gramática que tem por objeto tornar as primeiras frases (as equações primitivas) bastante simples e claras para que se possa obter rapidamente as leis segundo as quais as incógnitas derivam dos dados; 3º - a tradução dessas leis algébricas em língua comum.

Notar-se-á que dessas três partes, a primeira não estando ainda submetida às regras não pode ser objeto de uma ciência, a terceira é muito simples e normalmente de ação aritmética; e que, por conseguinte, a ciência da álgebra consiste unicamente na segunda parte, a resolução das equações, que é puramente gramatical. Não será necessário dissimular para os alunos a imperfeição da matemática sob essa exposição de que a primeira parte não pode ser submetida às regras, o que se faz esconder muito habitualmente; deve-se confessar a eles pura e simplesmente que essa é a parte fraca da ciência, uma vez que o primeiro ato da solução é sempre o mais importante e, portanto, o mais difícil; evitar-se-á diminuir esse defeito, dizendo, como tantos autores, que esse objeto não pode ser por sua natureza suscetível às regras, o que é muito arriscado, e deve-se confessar rigorosamente que, até esse dia, não se teve sucesso em encontrar os métodos precisos para tal. Deve-se ser feito um esforço para fazê-los sentir que a dificuldade não consiste em traduzir em língua algébrica as diferentes quantidades que entram no enunciado de uma questão, o que é sempre muito fácil, mas sim escrever *sobre a forma das equações* as relações que esse enunciado estabeleceu entre essas quantidades. É preciso provar-lhes por exemplos que a condição a qual se restringe de exprimir essas relações *pelas equações* é a única coisa que torna difícil esta primeira parte da solução.

Em geral, é preciso cuidadosamente evitar apresentar, como tantos autores e professores o fazem, as ciências que se ensinam como se fossem perfeitas; em primeiro lugar, porque isso é falso, para qualquer ciência de que se fale; em segundo lugar, porque isso é pouco filosófico e impede de sonhar com o aperfeiçoamento. É quase tão útil apontar as imperfeições e os vícios de um método quanto realçar suas vantagens (Idem, p. 504-505).

O **segundo de seus ensaios** é similar ao primeiro quanto à forma, entretanto, apresenta dois *planos da obra*, um de 15 e outro de 16 de dezembro de 1819. Após esses planos, a obra contém vários trechos a respeito de Filosofia da Matemática, datados e numerados seqüencialmente. Eis os planos (Comte, 1970, pp. 507-508):

## PLANO DA OBRA

**15 de dezembro de 1819.**

### Introdução

Considerações gerais sobre a filosofia das ciências

### DIVISÃO

- 1º. Necessidade da filosofia das ciências em geral; caráter que ela deve ter;
- 2º. Exame do que a filosofia das ciências tem representado até o presente;
- 3º. Do que deve naturalmente se tornar hoje a filosofia das ciências, considerando-a singular como resultado apenas da evolução do espírito humano e da civilização;
- 4º. Aplicação dessas três questões gerais à ciência matemática, em particular;
- 5º. Conclusão.

### PRIMEIRA PARTE DA OBRA OU ENSAIO GERAL

- 1º. Do papel que representa a matemática no sistema dos conhecimentos humanos.

- 2°. Da divisão geral da matemática em pura e aplicada.
- 3°. Da divisão da matemática pura.
- 4°. Da maneira pela qual o estudo da matemática deve entrar no sistema geral de educação.

## SEGUNDA PARTE DA OBRA OU ENSAIOS PARTICULARES

Esta parte será composta de um resumo geral e rápido da matemática elementar, onde cada ponto científico particular será acompanhado de considerações filosóficas que se completam, relacionam, seguidas de algumas observações retiradas da matemática mais elevada.

## PLANO DA OBRA

16 de dezembro de 1819.

### Introdução

ou considerações preliminares sobre a filosofia das ciências em geral e sobre a filosofia da matemática, em particular.

Esta introdução será dividida em quatro partes, a saber:

- 1°. Da necessidade e da utilidade da filosofia das ciências em geral; caráter e objeto dessa filosofia;
- 2°. Exame do que a filosofia das ciências tem representado até o presente;
- 3°. Do que ela deve tornar-se hoje, como resultado apenas da singular evolução do espírito humano e da civilização;
- 4°. Aplicação dessas três questões gerais à ciência matemática em particular;
- 5°. Conclusão.

## PRIMEIRA PARTE DA OBRA OU ENSAIOS GERAIS

1. Da matemática considerada em relação ao sistema geral dos conhecimentos humanos.
2. Da divisão geral da matemática em pura e aplicada e, em particular, da divisão da matemática pura.
3. Da maneira pela qual o estudo da matemática deve entrar no sistema geral de educação social.
4. Do ensino da matemática.

## SEGUNDA PARTE DA OBRA OU ENSAIOS PARTICULARES

Esta parte será composta de um tratado rápido e resumido da matemática elementar, onde cada aspecto científico particular será acompanhado de considerações filosóficas que se completam, seguidas de algumas considerações retiradas da matemática elevada.

Nesse segundo ensaio, revela-se ainda mais a preocupação do autor em estudar a Matemática no contexto maior do sistema de conhecimentos humanos

que, por sua vez, faz parte de um universo maior, qual seja, da evolução do espírito humano e da civilização. Outro ponto a ser destacado é o interesse pedagógico e didático de Comte, pois planejava discutir a maneira pela qual o estudo da Matemática deveria fazer parte do sistema geral de educação e, mais especificamente, como deveria ser o seu ensino.

A prosa de Comte possui um estilo repetitivo, com a apresentação das mesmas idéias várias vezes, sem muita variação na maneira de explicá-las, em algumas passagens, acrescentando exemplos distintos, mas sempre voltando aos mesmos temas. Esse ensaio é um bom exemplo dessa constatação.

A nota número 1, de 17 de dezembro de 1819, trata de um tema de suma importância em sua obra matemática - a equação - que, para ele, nada mais era<sup>2</sup> do que

uma comparação, exata tanto quanto possível. Todas as comparações imagináveis sobre as quantidades consideradas abstratamente só podem consistir em comparar uma quantidade a outra, sob a consideração única de quantidade. Ora, só se pode conceber entre duas quantidades comparadas sob uma única consideração de quantidade, só se pode, digo eu, conceber entre elas três espécies de comparação: a de superioridade, a de inferioridade e, enfim, a de igualdade; ou, em definitivo, a comparação de desigualdade e a de igualdade (Comte, 1970, p. 509).

Comte imagina a equação, ou seja, a igualdade, como a forma mais simples de comparação, sendo mesmo a sua essência:

Mas toda a comparação de desigualdade é vaga por si mesma, e ela só pode ser precisa quando é transformada em uma comparação de igualdade. Quando dizemos: tal quantidade é maior, ou menor, que outra, só temos um conhecimento bastante imperfeito de sua relação mútua; mas quando dizemos que certa quantidade é igual a outra, ela é totalmente precisa. Se, dentro da comparação de desigualdade, dizemos: tal quantidade é maior, ou menor, que outra em determinada proporção, então a comparação torna-se precisa; mas note que, nesse caso, ela é, no fundo, somente uma comparação de igualdade e que não existe diferença a não ser somente pela forma; porque é como se fossemos dizer: tal quantidade é igual a outra mais tanto, ou menos tanto.

Assim, a equação é a essência da comparação matemática, porque a comparação de igualdade é a essência da comparação das quantidades; e porque toda comparação de quantidades se reduz, quando ela é exata, a uma comparação de igualdade; pode-se dizer até que aquela se reduz a esta mesmo quando vaga; somente existe alguma coisa de indeterminada no segundo membro da comparação; porque, escrever  $a < b$  ou  $a > b$ , é no fundo a mesma coisa que escrever  $a = b + \delta$  ou  $a = b - \delta$ , sendo  $\delta$  uma quantidade indeterminada.

---

<sup>2</sup> Essa forma de ver a equação será alterada em seu Curso de Filosofia Positiva, analisado no item seguinte.

Esse trecho é encerrado com ênfase, mais uma vez, no papel do método no desenvolvimento científico, mais especificamente da Matemática. Por isso, o estudo histórico do método de uma ciência é de suma importância, pois revela mais que o progresso dessa ciência, considerando que, normalmente, está vinculado a um quadro histórico mais abrangente. Nas palavras de Comte:

A história da matemática e, em geral, de toda ciência, qualquer que ela seja, seria infinitamente útil se assim soubéssemos anotar-lhes os aperfeiçoamentos do método. Porque é a história do método que é útil, muito mais que a da ciência; esta é interessante para constatar o progresso da civilização, mas ela só se reporta essencialmente ao grande quadro de progresso do homem, considerado em todo o seu conjunto. A história do método, ao contrário, é propriamente aquela da ciência, considerada isoladamente; se ela se liga a algum grande quadro histórico, é àquele do progresso da filosofia essencialmente. Retornemos. A história das descobertas feitas não pode servir apenas para fazer novidades – eu compreendo aquelas que formam o material da ciência – aquelas que consistem em novas aplicações de princípios conhecidos; o conhecimento do passado não serve de grande coisa para isso. Ao contrário, o método só pode ser essencialmente aperfeiçoado pelas observações feitas sobre a evolução que ele teve e que tem; o segundo gênero das descobertas, aquelas que, propriamente falamos, são mais filosóficas que científicas, consistindo na descoberta de novos princípios ou de novos métodos ou ainda no aperfeiçoamento dos princípios e dos métodos existentes (porque não se descobre tão rápido um novo método, e não se pode fazer uma obra atual desse trabalho), as descobertas, eu digo, repousam essencialmente sobre o conhecimento e sobre a observação do passado do método da ciência. Assim a história de uma ciência, em resumo, deve ser considerada essencialmente como tendo por objeto muito mais o método que o material da ciência, quer dizer, as aplicações do método. Julga-se a partir daí todas as histórias científicas que possuímos: é justamente o contrário, só se fala do material, e muito pouco e mais acessoriamente do método (Idem, p. 512-513).

Na nota número 2, de 19 de dezembro de 1819, novamente disserta sobre as três formas de linguagem (comum, aritmética e algébrica), concluindo, como já discutido, sobre a vantagem da língua algébrica sobre as demais.

Na nota número 3, de 22 de dezembro de 1819, o autor volta a insistir na necessidade do método, não só para captar a evolução histórica de uma ciência, mas também a sua própria essência. No primeiro parágrafo, ele antecipa o resumo do que será discutido:

Eu me sinto bastante incomodado que a história das ciências tenha sido tão mal tratada até este dia que não tenhamos anotado nem um pouco as invenções de aperfeiçoamento relativas ao método e que só se tenha tido cuidado de constatar e observar aquelas em relação à ciência. Porque eu queria mesmo saber, se fosse possível, o nome e a época daquele que primeiramente imaginou fazer passar toda uma equação no primeiro membro: seria, certamente, um filósofo sem sombra de dúvida (Idem, p. 520).

Na nota número 4, de 23 de dezembro de 1819, é discutida a noção de espaço, com o intuito de os geômetras refletirem sobre as idéias que eles utilizam sem qualquer tipo de questionamento, sempre se perdendo em minúcias e detalhes extremados no estudo de sua ciência.

O espaço foi, e ainda é, uma questão muito profunda, sobre a qual não se chegou a uma resposta definitiva. Afinal, o que é espaço? Não se está pensando nos espaços essencialmente abstratos da Matemática moderna, como os espaços topológicos, vetoriais etc., mas sim, como um conceito da Física e da Filosofia, mesmo porque, para Comte, a Geometria era uma ciência empírica, tal como a Mecânica.

Na época, havia duas concepções conflitantes, uma devida a Isaac Newton (1642-1727) e outra a Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716)<sup>3</sup>. Na primeira, o espaço era concebido como uma entidade física real:

Ele [Newton] considerou que o cenário transparente e vazio em que todos nos encontramos e em que todos os movimentos ocorrem é uma entidade física real, à qual deu o nome de *espaço absoluto*. É impossível segurar ou apertar o espaço absoluto, ou cheirá-lo, ou prová-lo, ou ouvi-lo, mas Newton declarou que é ‘algo’: o ‘algo’ que fornece a referência mais verdadeira para descrever o movimento. Um objeto está verdadeiramente em repouso quando está em repouso em relação ao espaço absoluto. Um objeto está verdadeiramente em movimento quando está em movimento em relação ao espaço absoluto (Greene, 2005, p. 45, grifos do autor).

A outra concepção é de que o espaço não existe em qualquer sentido convencional, ou seja, de acordo com Leibniz, o conceito de espaço

não é nada mais do que uma maneira fácil e conveniente de codificar onde estão as coisas, umas com relação às outras. Mas ele declarava que, não havendo objetos no espaço, ele perde qualquer significado ou existência independente. Pense no alfabeto. Ele coloca em ordem as letras que usamos – diz-nos que *a* está ao lado de *b*, que *d* está cinco letras antes de *j*, que há três letras entre *q* e *u*, e assim por diante. Mas sem as letras o alfabeto não tem significado. Ele não tem uma existência independente e superior à das letras. Ao contrário, o alfabeto só existe em função das letras cujas relações lexicográficas ele produz. Leibniz afirmava que a mesma coisa é válida para o espaço: o espaço não tem nenhum significado além de propiciar a verbalização natural para a discussão do relacionamento entre a localização de um objeto e a de outro. De acordo com Leibniz, se todos os objetos fossem removidos do espaço – se o espaço fosse completamente vazio -, ele seria tão carente de significado quanto um alfabeto sem letras (Idem, p. 48).

---

<sup>3</sup> Com o advento da Teoria da Relatividade e da Mecânica Quântica, o debate sobre o espaço se tornou mais complexo e sutil, o que não é relevante na discussão aqui realizada. Para uma boa apresentação desse assunto, veja (Greene, 2005).

A concepção de Comte tendia mais para a de Leibniz, pois ele imaginava que o espaço foi criado, inventado, pelo espírito humano:

tal como os geômetras a empregam, é uma criação eminentemente filosófica de nosso espírito, que tem, sobretudo, por fim nos permitir considerar a extensão de uma maneira puramente abstrata, o que teria se tornado absolutamente impossível de fazer sem ela. Quem inventou o espaço deve ser olhado como o verdadeiro fundador da geometria. Tão logo se imaginou relacionar a extensão dos corpos a um espaço distinto e independente de todo corpo, pôde-se considerar a extensão separadamente do corpo, e em si própria; porque, podia-se suprimir o corpo sem que a extensão desaparecesse, porque o *espaço* permanecia: essa invenção é verdadeiramente sublime (Idem, p. 521).

Esse conceito filosófico, na percepção histórica que a obra de Comte possui, foi-se aperfeiçoando com o tempo, até chegar à forma que ele entende mais avançada, enfatizando que as primeiras idéias provavelmente se deveram a observações empíricas:

É bastante provável, pode-se mesmo dizer que é certo, que a natureza forneceu os primeiros elementos dessa idéia; assim a impressão deixada pelo pé do homem sobre a areia da qual ele acabou de sair, a impressão mais ou menos profunda deixada por um corpo duro que cai sobre um corpo mole, como a cera, a argila, etc., são todos eles os muitos meios que a natureza fornece à nossa imaginação para representar *o lugar* não ocupado por nenhum corpo. É mais que provável que se começou por aqui e que de início se figurou os espaços de cera, ou de argila, ou de areia, etc.; em todo caso, fica bem claro que não é de forma brusca mas sucessiva que se chegou a representar o espaço tal como nós o empregamos hoje nos nossos raciocínios geométricos, e que essa idéia, como todas as nossas idéias dentre as quais as filosóficas, aperfeiçoou-se aos poucos antes de chegar no seu estado atual (Idem, pp. 521-522, grifo nosso).

Finalmente, outro motivo que corrobora a distinção de sua visão da de Newton, é o fato de Comte não ser capaz de imaginar um espaço vazio, sem matéria, ou seja, o espaço absoluto:

Quanto ao espaço concebido como absolutamente vazio de matéria, eu o remeto aos metafísicos que se encarregarão de o representar, se puderem: para mim, eu confesso que eu sou incapaz. O famoso adágio: *a natureza tem horror ao vazio*, é uma expressão extremamente viciosa de uma idéia que é, no fundo, perfeitamente justa e que não teria jamais conduzido a absurdos, se ela tivesse sido bem enunciada, e se dela não tivéssemos feito erradas aplicações. Não é a natureza que tem horror ao vazio, pois ela não o apresenta por toda parte; é o nosso espírito que não o saberia conceber e que tende sempre a suprimi-lo. O que quer que se diga ou o que se faça, o que quer que as experiências que nos façam conhecer, eu desafio qualquer homem de bom senso a conseguir representar um vazio real e absoluto. Quando nós vemos um espaço onde não há sólido ou líquido, nós o supomos totalmente feito de ar, ou qualquer outro gás. Quando a física nos demonstrou que no vazio de Torricelli, ou no da máquina pneumática, não há nem mesmo ar, nem outro gás (ao menos que nós o pudéssemos conceber assim por analogia, por extensão, porque, de fato, resta sempre alguma coisa, seja gás seja vapores aquosos), nós somos obrigados a figurar qualquer outro fluido mais sutil ainda, sem o qual nossa imaginação não o saberia representar. E isso pela razão de

que a nossa imaginação empresta sempre às nossas sensações todos os seus materiais, pode bem conseguir gradualmente representar uma extensão diminuindo gradualmente de matéria, mas não saberia jamais como atingir o limite e se apresentar absolutamente livre de todo corpo (Comte, 1970, pp. 524-525).

Apesar dessa opinião, Comte afirma que a discussão sobre o espaço só serve para precisar uma idéia, mas que não afeta em nada

quanto ao partido que nós tiramos dessa concepção de espaço. Porque, se nós o pudéssemos ver como absolutamente vazio, ou que nós não o pudéssemos, é bastante indiferente à ciência, uma vez que, por um lado, não é absolutamente necessário para os nossos raciocínios contemplar o espaço como inteiramente vazio, mas somente como muito fluido e que, por outro lado, em todos os nossos raciocínios nós não damos absolutamente atenção à materialidade do espaço, pois ela só está lá para que a nossa imaginação possa representá-lo e que, por conseguinte, nós raciocinamos absolutamente da mesma forma se o concebêssemos inteiramente vazio (Idem, p. 525).

De certa maneira, essa abstração proposta por Comte não está de acordo com sua visão empirista da Geometria, pois o espaço seria uma noção dada *a priori*. Isso porque, sem falar nas discussões entre os físicos do século XX, toda mecânica clássica está pautada na existência de um espaço absoluto.

Na nota número 5, de 05 de janeiro de 1820, propõe-se a discutir outro conceito utilizado na Geometria, sobre o qual não era muito comum se refletir no ensino dessa disciplina. Trata-se da extensão:

Após a criação da idéia de *espaço*, a decomposição da extensão em suas três dimensões foi a que mais contribuiu ao progresso da geometria. Essas duas idéias, verdadeiramente, no seu conjunto, constituíram a ciência; e a segunda, a final, deve ser olhada como a seqüência, o complemento, o aperfeiçoamento da primeira.

É possível sentir *a priori* o quanto essa decomposição deve facilitar o estudo da ciência. De início é fato que toda extensão real tem necessariamente três dimensões, e a idéia da decomposição não consistiu em observar esse fato, mas sim em, ao partir dessa observação, separar essas três dimensões, primeiramente duas dentre elas da terceira e em seguida a primeira da segunda. Estando a idéia assim fixada, sua utilidade é *a priori* evidente. Em primeiro lugar, como bem observou Bezout, nas questões reais em que se propõe aplicar a geometria, este fato se apresenta freqüentemente onde nós não sentimos necessidade de considerar uma das três dimensões e onde é suficiente ter em vista as duas outras, e por outro lado mesmo, os nossos raciocínios só se interessam por uma só. Ora, fica claro, *a priori*, que, em todos os casos semelhantes, a abstração da dimensão ou das duas dimensões que não devem afetar os resultados, deverá facilitar em muito os nossos raciocínios sobre estas ou sobre aquela que nós deveremos considerar. Isso se adere ao princípio geral de filosofia científica, do qual é possível sentir *a priori* a utilidade: fazer, sempre que possível, abstração, em todo tipo de raciocínio, de todas as circunstâncias da questão que não devem afetar o resultado sobre o qual se calcula, para só considerar aquelas que influenciam o resultado.

Em segundo lugar, mesmo nas questões geométricas onde a extensão é considerada integralmente, os raciocínios sobre as três dimensões seguirão mais facilmente, se já tivermos desenvolvido a um certo grau a geometria de uma ou de duas dimensões (Idem, pp. 525-526).

Nesse ensaio, fica clara sua visão de que a extensão em Geometria é de mesma natureza que na Física, o que vai ao encontro de sua concepção de a Geometria, assim como a Mecânica, ser uma ciência empírica:

Em duas palavras resumamos essa discussão: ou a extensão é de mesma natureza tanto em geometria quanto na mecânica, ou ela não o é. Se ela não o é, é evidente que a aplicação da geometria à mecânica é radicalmente viciosa, ou ao menos, que ela só pode ser considerada quase correta à grosso modo; o que minaria os fundamentos de todas as ciências físico-matemáticas, as quais os geômetras vêem entretanto, e com toda razão, como tão certas quanto a geometria mesmo, salvo as hipóteses que podem ser-lhes introduzidas. Convenhamos então que a extensão é absolutamente da mesma natureza em geometria e em física e que há única diferença é que, neste caso, ela é considerada isoladamente e no outro, é considerada reunida a outras propriedades dos corpos, é esta a única distinção real. De resto, é muito fácil de se notar porque os geômetras consideraram a extensão como realmente ele deve ser, em mecânica mais que em geometria: pois estando mais afeitos à natureza e à realidade, cumulando a extensão com outras propriedades, eles foram, de certo modo, forçados a perceber uma verdade que eles não tinham visto sobre a extensão sozinha, saber que nós não podemos jamais representar um corpo, mesmo por imaginação, sem as três dimensões. Quando eles disseram: mas esse ponto, essa linha, essa superfície, não pesariam se elas não tivessem as três dimensões, eles estavam a caminho de dizer: eles não existiriam, eles não teriam nenhuma propriedade, nós não saberíamos jamais representá-los sem essas três dimensões, das quais eles estão constantemente acompanhados em nosso espírito, em qualquer tipo de raciocínio em que entremos (Idem, pp. 531-532).

Além disso, faz várias considerações sobre o Princípio de Cavaliere, concluindo que esse método é simplesmente uma percepção menos refinada da idéia de Leibniz.

Na nota número 6, de 20 de janeiro de 1820, Auguste Comte retoma a discussão sobre o método na ciência, contrapondo-o ao seu conteúdo próprio. Reforça a necessidade de os cientistas, no caso, os matemáticos, aprofundarem-se no estudo do método de sua ciência, que normalmente é negligenciado em função de seu teor:

Em toda ciência positiva, deve-se distinguir duas espécies de trabalho: os que se relacionam com a ciência propriamente dita, isto é, aos princípios, às deduções e aplicações de princípios e os que se referem ao método, ou seja, aos meios em si para chegar a novos princípios ou de extrair novas conseqüências dos princípios conhecidos, em uma palavra, à invenção científica, considerada não como um resultado irregular e, por assim dizer, acidental do gênio, mas como suscetível de ser submetida a preceitos fixos e a um sucesso certo. É, com efeito, próprio do método dispensar o gênio ou, em termos mais exatos, fazer que com um pouco de gênio se possa encontrar pelo método o que só com muita genialidade se poderia achar sem o método, e o que não se teria mesmo podido encontrar com todo o gênio do mundo; donde resulta que o mesmo gênio irá, com esse instrumento, prodigiosamente mais longe do que iria, se fosse abandonado às suas únicas forças naturais. Assim, por exemplo, um aluno que estude matemática há

apenas seis meses, mesmo tendo uma capacidade bastante medíocre, consegue resolver facilmente o que teria sido intransponível com toda a força da mente de Arquimedes (Idem, p. 534).

Segundo Comte, o progresso de uma ciência qualquer consiste alternativamente no aperfeiçoamento da parte técnica, ou *technie*, e do método. Ele imagina que a *technie* tenha surgido primeiro. Quando ela obteve um certo desenvolvimento, acabou por se estagnar, pela impossibilidade de se desenvolver mais, se o método não fosse aperfeiçoado. Aí, os melhores espíritos teriam aperfeiçoado o método, naturalmente durante um intervalo mais ou menos longo, para depois aplicá-lo na investigação de novas verdades, ou seja, no desenvolvimento da *technie*, porque é somente para isso que o método é feito. Esse novo método (“armadura”) é utilizado até se chegar ao momento em que surgirão novas questões, insolúveis pelo método atual. Novamente, se fará sentir a necessidade de aperfeiçoá-lo e, assim, sucessivamente. Em suma, cada período de *technie* deve durar até que se tenha esgotado tudo o que possa ser feito de interessante com os métodos existentes, confirmando a evolução do espírito humano nas ciências<sup>4</sup> (Idem, p. 535).

O filósofo generaliza essa idéia de evolução para o conjunto das ciências:

Não é simplesmente no método e na *technie* de uma mesma ciência que a evolução do espírito humano conduz esses períodos alternativos de primeiro grau e segundo grau de esplendor, é também em cada ciência comparada a todas as outras. Ela é tanto um ramo dos nossos conhecimentos como um outro, em que os progressos são os mais marcantes em cada época: ora é a matemática pura, ora a astronomia, ora a física, ora a química, ora a fisiologia fixa a atenção e que atrai as forças intelectuais de primeira ordem. Dir-se-á então que será mal visto ter dividido essas ciências? Isso seria evidentemente absurdo. Se for, por exemplo, a fisiologia que deve ocupar ao máximo o espírito humano, as mais fortes cabeças, ou ao menos, o maior número de cabeças fortes irão para a fisiologia e só restará para as outras ciências as capacidades inferiores: isso será um mal? Não, sem dúvida, pelo fato mesmo de que é a fisiologia que deverá estar em primeira linha e que as outras não exigem que as menores forças de inteligência, entendido que essa primazia de uma parte e essa inferioridade de outra se ligam, e evidentemente só podem ligar-se, ao fato de que a fisiologia é suscetível então de aperfeiçoamentos de primeira ordem, uma vez que as outras ciências só podem receber à mesma época os aperfeiçoamentos de uma ordem inferior exigindo, por conseqüência, capacidades inferiores (Idem, p. 539).

O âmago dessa nota é que o espírito humano tem sempre tendido a tornar o estudo do método uma atividade distinta da *technie*, ainda que a separação não

---

<sup>4</sup> Comte resume com a seguinte frase: “Eu posso então afirmar, em princípio, de fato e de teoria, que a lei natural do progresso do espírito humano nas ciências consiste em aperfeiçoar alternativamente a *technie* e o método” (p. 536).

seja claramente pronunciada e organizada. De acordo com Comte, para os matemáticos, fica mais fácil provar que essa é a tendência atual do desenvolvimento do espírito humano. Essa visão do desenvolvimento científico leva a uma mudança profunda, a ser atingida em uma época mais evoluída, que teria sido gestada pelas anteriores – talvez esteja aí a gênese da Teoria dos Três Estados:

É a mudança que tende a se operar nos nossos conhecimentos filosóficos ou de conjunto, em uma palavra, porque a política ou a filosofia geral tende a se tornar ciência. Disso resultará que a filosofia geral tende a se constituir na mesma época que todas as filosofias particulares e, por conseqüência, incentivar a formação das mesmas (...). Essa será a verdadeira época científica que começará então para o espírito humano, época em relação à qual todas as outras só teriam sido preliminares e preparatórias (Idem, p.540).

A última nota, número 7, de 1º de fevereiro de 1820, trata da divisão do trabalho na era industrial, relacionando-a com a especialização na ciência:

Os observadores que têm refletido sobre a filosofia das artes e profissões reconheceram que a divisão do trabalho era a causa primeira e fundamental de todo o seu progresso: foi Smith o primeiro que estabeleceu clara e amplamente essa bela observação. Desde que essa verdade foi geralmente admitida, ninguém cuidou em fazer a aplicação mais ampla possível a ser feita, e, ao mesmo tempo, a mais útil, transportando-a das artes às ciências. Isso pode ocorrer devido ao fato de que, em geral, os economistas não são sábios, assim como os sábios não são economistas, e nem uns nem outros são filósofos. Essa aplicação tem sido, digo eu, a mais útil de todas aquelas que se pode fazer da descoberta de Smith; porque, para o avanço das artes e dos ofícios, ela não seria de grande importância, uma vez que a divisão do trabalho se estabelece sempre dela mesma e, ordinariamente, tanto quanto possível: e é mesmo segundo o que fizeram os artesãos, que os economistas estabeleceram sua teoria sobre a divisão do trabalho, a qual não foi inventada por eles, mas sim pelos artesãos. Sem dúvida não é indiferente para o progresso das artes que essa teoria seja ou não conhecida pelos artesãos, porque existe sempre uma diferença essencial entre fazer uma coisa por instinto, por rotina, sem se levar em conta a sua clareza ou a fazer por escolha e com conhecimento de causa. Mas eu digo que é principalmente em relação à filosofia que a teoria da divisão do trabalho é, sobretudo, importante: é pelo seu engrandecimento aplicado às ciências. Esse fato mesmo é uma grande prova da utilidade da filosofia, porque nós vamos ver que essa observação geral sobre as artes dá lugar a uma observação geral sobre as ciências que conduz às visões fundamentais para o seu aperfeiçoamento: é assim que a filosofia das artes pode esclarecer aquela das ciências da mesma forma que a filosofia de uma ciência possa esclarecer aquela de uma outra (Idem, pp.540-541).

O **terceiro de seus ensaios** possui a mesma estrutura: primeiramente, é apresentado o plano da obra (Divisão Geral da Obra) e, logo após, o texto contém vários trechos sobre a Filosofia da Matemática, datados sequencialmente e identificados por letras. O plano é apresentado a seguir (Comte, 1970, pp. 543-544):

1821

**DIVISÃO GERAL DA OBRA**

(15 de janeiro)

- 1 - Discurso preliminar sobre a filosofia das ciências.
- 2 - Considerações gerais sobre a filosofia da matemática.
- 3 - Esboço de um curso filosófico da matemática.

**DIVISÃO DE CADA UMA DESSAS TRÊS PARTES****Divisão do discurso preliminar 1**

(26 de janeiro)

- 1º. Definição da filosofia das ciências.
- 2º. Necessidade da filosofia das ciências relativamente:
  - I - Ao estudo da inteligência humana.
  - II - À extensão dos nossos conhecimentos.
  - III - À propagação dos conhecimentos ou do ensino.
- 3º. Maturidade da formação da filosofia das ciências e modo de formação.
- 4º. Especialização do que precede para a filosofia da matemática em particular.

**Divisão da parte 2**

1º. A matemática considerada no seu conjunto, relativamente ao sistema dos nossos conhecimentos ou fixação na classe enciclopédica da matemática e de seu verdadeiro caráter.

2º. A matemática considerada em si mesma, quanto a sua divisão geral, pura e aplicada, e quanto à divisão secundária da matemática pura ou fixação da divisão filosófica da matemática.

**Divisão da parte 3***(desse item só consta o título)*

O primeiro “fragmento”, item A, tem o título de *Définitions*, é datado de 31 de março de 1821 e começa com a definição de Álgebra, conforme a seguir: “A álgebra, considerada na sua suprema generalidade, isto é, concebida como o conjunto dos cálculos matemáticos, pode ser definida como: a ciência que tem por objeto mudar uma função implícita dada em uma função explícita equivalente, mas desconhecida” (Comte 1970, p. 544).

A segunda definição é a de Aritmética, que Comte considera essencialmente subordinada à Álgebra. A definição apresentada, em toda a sua generalidade, é a seguinte: “a ciência que tem por objeto determinar o valor particular de uma função explícita dada, conhecendo-se os valores particulares das quantidades que a compõem” (Idem, ibdem).

Pode-se tentar entender essas definições, imaginando uma questão matemática qualquer (simples ou complexa), que compreende necessariamente duas partes na obtenção de sua solução completa: uma primeira, algébrica, e uma segunda, aritmética. Na realidade, o que se tem é o objetivo de encontrar o valor de certas quantidades desconhecidas, a partir de outras conhecidas, às quais as primeiras estão vinculadas pelas relações dadas, que se constituem nas funções. No enunciado do problema, essa função normalmente está implícita.

Além disso, segundo Comte:

não existe uma só questão, por mais fácil que a suponhamos, que seja inteiramente resolvida pela aritmética, ainda que algumas expressões mais usadas o levem a crer. Ocorre somente, que muitas questões são simples demais para que se passe com grande facilidade da função implícita à função explícita, e que as mentes pouco habituadas a analisar suas operações não tenham observado, nessas ocasiões, a primeira parte da solução, e tenham considerado a segunda parte para o todo, posto que, no caso, as duas partes coexistem constantemente, pela própria natureza das coisas (Idem, pp. 544-545).

Ele algebriza a Aritmética, quando a tendência da Matemática do século XVII até o XIX, acelerada no XIX, foi a de aritmetizar a Análise .

Ao final do tópico, Comte esclarece que as duas partes que constam da solução de qualquer questão matemática devem ser complementadas por uma terceira, a qual ele considera que, de fato, deveria ser a primeira, posto que é por ela que se começa a resolução, “e que tem por objeto, a partir do enunciado, colocar *sob a forma de equação* cada uma das funções implícitas oferecidas pelo enunciado do problema. Mas a ciência não considera essa primeira parte: é por isso que eu não a mencionei aqui” (Idem, pp. 546-547, grifo do autor).

O segundo “fragmento”, item B, tem o título de *Notes pour lê discours préliminaire de la géométrie*, e é datado de 24 de setembro de 1824.

Após um arrazoado, ele explicita a sua definição do objeto da Geometria, o qual consiste “na redução das comparações das linhas, superfícies e volumes quaisquer às comparações de linhas retas” (Idem, p. 548). Em outras palavras, do ponto de vista mais geral, objetiva oferecer o meio de transformar, a partir de

condições dadas, as formas geométricas, permitindo reduzir tudo às construções dos sistemas retilíneos.

Outro aspecto importante abordado nesse item é a distinção entre Geometria Abstrata e Geometria Concreta. Nas palavras de Comte,

para melhor compreender, de acordo com a definição precedente, toda a extensão das pesquisas geométricas, é preciso abordar diretamente a distinção da geometria abstrata e a da geometria concreta, isto é, daquela que se ocupa de resolver as diversas questões acima enunciadas, de todas as formas imagináveis no espaço, e daquela que se limita a considerar as formas que a natureza nos apresenta. Essa distinção retorna à distinção geral da teoria e da prática; ela tem os mesmos motivos fundamentais, que são inúteis de relembrar aqui. Limitando-se ao que é particular no caso atual, que considera somente as formas naturais que não estão determinadas para a comodidade da nossa inteligência, não se poderia tratar quase nenhuma delas, se não se tivesse inicialmente estudado muito as outras mais simples ou, do mesmo modo, tomando a ciência de seu verdadeiro ponto de vista, se não se tivessem inicialmente formado os métodos gerais de pesquisa aplicáveis a qualquer figura que seja? É, contudo, certo que os geômetras devem ter tomado inicialmente como primeiro sujeito de suas especulações as formas mais simples que a natureza lhes apresentava, isto é, as linhas reta e circular e as superfícies e volumes que lhes derivem mais facilmente. Mas logo que suas pesquisas tornaram-se verdadeiramente teóricas, isto é, desembaraçadas de toda idéia de aplicação imediata, o que começou na Grécia, essencialmente, eles devem ter tomado por objeto de seus trabalhos ulteriores, após esgotar esses primeiros sujeitos de estudo, as diversas formas, não na ordem que a natureza lhes apresentava, mas na ordem simplesmente de concepção mais fácil. É preciso observar, quanto a este assunto, que essa maneira de estudar, a única verdadeiramente científica, necessita do conhecimento para cada forma de um caráter preciso que é o fato primitivo, base de seu estudo, ao qual se devem agrupar todos os outros. A natureza não apresenta jamais essas definições exatas, mesmo nas formas mais simples que ela nos apresenta. Mas há absoluta necessidade de as supor para ter uma base de pesquisa, e as formas abstratas assim concebidas, indicadas pela observação ou inventadas, serão somente aproximações das formas reais e necessariamente irregulares que a natureza nos oferecerá, o que é inevitável, posto que nossas teorias mais perfeitas, de qualquer ordem que sejam, não podem jamais ser a expressão exata da natureza exterior (Idem, p.549).

Após defender longamente sua definição do objeto da Geometria, novamente volta a falar da importância do método no desenvolvimento de uma ciência, distinguindo dois métodos, que definem, na verdade, duas geometrias, a dos ancestrais e a dos modernos, criada por Descartes.

Para Comte, a criação desse novo método constitui não apenas um meio para seguir mais confortavelmente as pesquisas dos ancestrais, mas também uma reformulação total da Geometria. Ainda segundo ele, o desconhecimento desse fato era desculpável no início da reforma, posto que muito poucos matemáticos, incluindo verdadeiros sábios, foram capazes de apreciar um método unicamente em si mesmo, independentemente dos resultados efetivos, e que não tivesse por

objeto grandes aplicações práticas. Porém, enfatizava que, na época, não haveria mais desculpa para essa falta de visão, considerando que a grande criação de Descartes produziu grandes frutos, principalmente na aplicação do Cálculo ao estudo da natureza. Reforçando a importância do método, Comte exalta a superioridade da nova Geometria:

Só há duas maneiras de tratar a geometria; uma, não metódica, que foi a dos ancestrais, e outra, metódica, a dos modernos. Pela primeira, procedia-se ao estudo sucessivo de cada uma das formas abstratas que se conhecia, considerando-as todas isoladamente umas das outras; de sorte que, ainda que as questões das quais uma tenha sido objeto sejam também propostas para a outra, e que mesmo as questões mais importantes para cada forma sejam precisamente aquelas que são comuns a todas as formas, e ainda que a evolução da mente fosse necessariamente análoga até um certo ponto nos dois casos, elas eram tratadas como inteiramente distintas, e as pesquisas precedentes não ajudavam de nenhum modo as seguintes, a não ser como rotina, isto é, como exemplos de conduta. Pela segunda, ao contrário, ocupava-se de achar e se chega hoje a encontrar os meios gerais para resolver, *sobre qualquer forma que seja*, cada uma das questões que se pode conceber sobre as formas, e se aplicam em seguida os métodos a tal ou tal forma particular, quando a necessidade assim o exige, desde que ela tenha sido definida convenientemente. Concebe-se no primeiro aspecto a imensa superioridade dessa evolução. Por ela, está-se sempre certo de uma solução para qualquer problema geométrico que seja; enquanto que, pelos ancestrais, uma vez que a mente era abandonada sem método às suas próprias forças, não se podia responder se, sobre uma nova questão, ainda que bastante simples, encontrar-se-ia logo ou mesmo jamais uma solução qualquer. Em segundo lugar, quando mesmo a evolução dos ancestrais tivesse sido seguida durante muito mais tempo e sobre um maior número de formas diversas, só se teria podido, em definitivo, com todos esses conhecimentos individuais, explorar uma infinitamente pequena parte do domínio total da ciência, porque, por maior que fosse o número de formas estudadas (e não se pode jamais o supor maior nessa maneira de proceder, necessariamente muito lenta), isso seria sempre quase nulo em comparação àquele das formas que restariam estudar. Assim, a ciência não é do mesmo modo constituída seguindo essa evolução, e pode-se verdadeiramente dizer, sem exagero que, antes de Descartes, havia uma imensidão de pesquisas geométricas muito difíceis, supondo-se muito de gênio naqueles que as haviam executado; mas que não tinham falado propriamente de geometria, posto que não existiam os meios fixos para adquirir os conhecimentos geométricos, e que em toda parte, e sobretudo nessa ciência, os meios são bem mais essenciais que os resultados, que se pode sempre retirar quando se quer. Em segundo lugar, a relação entre a teoria e a prática não tinha sido constituída pela geometria ancestral. Posto que essa relação depende, sobretudo, da possibilidade de estudar a todo instante uma nova forma, da inteira disponibilidade do espírito a este respeito, bem mais que o conhecimento detalhado de um número mesmo muito grande de formas particulares. Com efeito, como se ignorava absolutamente de antemão, que naqueles tipos abstratos retornariam as formas que a natureza pode apresentar em cada ocasião nova, não se tinha, na geometria ancestral, nenhuma certeza verdadeira da utilidade das pesquisas individuais que se seguiram; posto que nada assegurava que as formas que se estudava eram precisamente aquelas que tinham análogas na natureza; e efetivamente se, mais tarde, tivesse encontrado a elipse, isto seria certamente um risco muito feliz, mas sobre o qual não se poderia contar. Na evolução dos modernos, ao contrário, sempre se está certo de poder abordar cada forma natural tão logo isso se torne necessário, porque se possuem os métodos gerais aplicáveis sem distinção dada a todas as formas, e que isso basta, para os

transportar ao que se quer tratar, de descobrir pela observação um caráter preciso qualquer (mesmo quando não fosse o mais cômodo para o seu estudo, posto que se tem também os procedimentos gerais de transformação), dificuldade que é radicalmente inerente à passagem do abstrato ao concreto e que se reencontrará necessariamente sempre, de qualquer maneira que a primeira seja tratada (Idem, pp. 553-554).

Embora comece sua exposição falando em duas geometrias, Comte conclui que só há verdadeiramente uma única Geometria racional, da qual Descartes criou a base fundamental e que se desenvolveu depois. Todos os trabalhos anteriores a esse respeito podem ser vistos como preliminares, embora inevitáveis e indispensáveis à ciência, mas não como a ciência em si. Isso porque o espírito humano tem mais capacidade de estudar primeiro as particularidades de uma ciência, para só depois encontrar formas mais gerais.

Mas, segundo ele, essa visão não implicaria a exclusão da Geometria dos antigos, ou seja, a utilização de uma maneira dogmática de ensinar os alunos. Seria importante iniciar o estudo dessa ciência pela Geometria dos antigos e, somente após o estudante ter obtido maturidade em Álgebra, é que se faria, em realidade, a junção dessas duas disciplinas.

Comte termina esse item fazendo considerações a respeito do que deveria ser ensinado da Geometria dos antigos.

O terceiro “fragmento”, item C, tem o título *Notes pour le discours préliminaire de l'algèbre*, e é datado de 29 de novembro de 1824.

Logo no início do item, é apresentado o objeto final da Álgebra: a resolução da equação, definida como uma comparação. Considerando que todas as comparações imagináveis entre quantidades abstratas podem ser realizadas sob a relação única de igualdade, que é a forma mais simples da comparação matemática, pode-se concluir que a equação é a mais essencial das comparações, pois as outras formas podem a ela se reduzir; assim também ocorrendo com a proporção.

Após a constatação de que uma equação é certamente uma relação de igualdade, Comte faz a seguinte restrição:

ela [a equação] não pode existir entre *quaisquer* funções das quantidades que se considere; ela não é uma verdadeira *equação analítica*, à qual nossos métodos de cálculo são aplicáveis, tanto que ela só entra nas funções *abstratas*, sem nenhuma função *concreta*. E é lá que reside a extrema dificuldade de representar pelas equações as leis dos fenômenos que lhes são suscetíveis. Para explicar essa definição, tudo consiste em conceber claramente a distinção das funções abstratas e concretas, que até o presente não fixou a atenção de nenhum geometa e que é, contudo, fundamental em matemática; sem

ela é impossível conceber claramente essa ciência de uma maneira geral. Eis a explicação muito simples dessa distinção (Idem, p. 557).

Passa-se, então, a distinguir função concreta de abstrata. A primeira exprime um modo de dependência que só pode ser concebido a partir de um fenômeno qualquer. Por outro lado, a abstrata é aquela que pode ser considerada como uma simples relação de números, o que supõe uma maior elaboração. Para melhor esclarecer os conceitos, Comte exemplifica:

ainda que por raciocínios geométricos, prove-se diretamente que a relação entre o espaço e o tempo na queda dos corpos pesados é a mesma que aquela entre a figura de um quadrado e o comprimento de seu lado, o que é possível, como se sabe, a lei está certamente determinada, mas somente por uma função *concreta*; ela só é conhecida *abstratamente* quando se descobre que ela é a mesma que aquela que existe entre um número e sua raiz quadrada (Idem, pp. 557-558).

Sintetizando o seu pensamento, para uma função ser considerada abstrata é preciso despojar a relação de seu caráter concreto, de modo a enxergá-la em um sentido puramente numérico.

Devido ao desenvolvimento da Matemática à época, esse pensador concebia como indefinido o número de funções abstratas conhecidas, mas restringia esse conceito, afirmando que quase todas são compostas de um pequeno número de funções simples. Todas as funções que só se compõem dessas, combinadas pelos únicos modelos que elas mesmas apresentam, serão *abstratas*; todas as outras serão *concretas*. Comte, concebe cinco grupos de funções simples, com suas respectivas inversas, apresentados no quadro a seguir (Idem, pp. 558-559):

### Funções Simples Abstratas de x

**1º par** -----  $x+a$  -- Função soma e  $x-a$  -- Função diferença.

**2º par** -----  $ax$  -- Função produto e  $x/a$  -- Função quociente.

**3º par** -----  $x^a$  -- Função potência e  $\sqrt[a]{x}$  -- Função raiz.

**4º par** -----  $a^x$  -- Função exponencial e  $\log x$  -- Função logarítmica.

**5º par** -----  $\sin x$  -- Função circular direta e  $\arcsin x$  -- Função circular inversa

**Nota :** Para Comte, toda relação que envolve essas funções ou outras unicamente delas compostas é uma verdadeira equação analítica, a única que a álgebra técnica considera; se ela utiliza outras funções, ainda não é uma equação e a análise não é aplicável.

#### (Quadro 2)

Ele esclarece que o estabelecimento da parte concreta da Matemática, ou seja, da descoberta de suas equações, na realidade, não é desprovido de um método:

Existem [métodos], mas especiais para cada gênero de fenômenos, e o estudo desses métodos é uma parte muito extensa e muito importante dos estudos matemáticos. Qual é então o objeto próprio da geometria analítica ou da mecânica analítica, senão o de colocar em estado de representar pelas *equações* as leis de todos os fenômenos geométricos ou mecânicos? Isto é a sua destinação especial, posto que o resto das deduções é um assunto puramente algébrico. Existem então métodos gerais para colocar as equações em geometria e em mecânica; mas elas não são abstratas, isto é, não há distinção dos fenômenos considerados (Idem, p. 561, grifo do autor).

Comte salienta que, diante das considerações feitas, chega-se naturalmente à divisão da Matemática em parte concreta e parte abstrata ou, mais exatamente, ao método para o estabelecimento das equações, a partir dos problemas apresentados. Afirma que a “primeira denomina-se *análise*, se esta não estivesse já empregada de outra forma; a outra é a *álgebra* propriamente dita, considerada na sua mais alta extensão” (Idem, ibdem).

O “fragmento” é encerrado com a discussão sobre a aplicação do cálculo às equações geométricas ou mecânicas, como componente do conhecimento da Geometria ou da Mecânica. Comte acreditava que essa aplicação não seria propriamente Matemática pura; ela deveria ser classificada como Matemática mista. Isso porque, uma aplicação do cálculo é indireta. Por exemplo, uma aplicação na Astronomia é indireta, uma vez que se usa o cálculo apenas por ser aplicável à Geometria e à Mecânica, que seriam talvez as aplicações diretas (Idem, *Ibidem*). Comte esclarece o porquê de utilizar o termo “talvez”:

Eu disse *talvez*, por causa da teoria do calor; tal como ela é concebida matematicamente por Fourier, ela parece uma aplicação direta do cálculo. É, de alhures, a única exceção que eu conheço a essa observação importante. De resto, o plano que eu indico aqui necessita ser muito meditado antes de ser na totalidade suscetível de ser adotado pela educação. Mas ele está verdadeiramente destinado a ser, salvo as elaborações convenientes, a base do ensino filosófico da matemática (Idem, *ibidem*, grifo do autor).

Comte ainda escreveu mais um ensaio sobre o cálculo das variações sob o título: *Mémoire sur le Calcul des Variations*, que consta também da obra *Écrits de Jeunesse*, páginas 563 a 569. Esse trabalho não será aqui analisado por não ser relevante ao objetivo desta pesquisa.

A primeira observação a ser feita ante os ensaios até aqui apresentados é que o principal objetivo do autor foi tentar apresentar a filosofia das matemáticas, obviamente de acordo com seu ponto de vista, a fim de rever a maneira como estava sendo realizado o ensino dessa ciência. Em toda a sua vida, Comte demonstra preocupação com o conteúdo do ensino e a pedagogia. Dessa forma, pode-se dizer que a Filosofia da Matemática, em suas Obras da Juventude, tinha principalmente uma finalidade pedagógica.

Devido a essa opção pedagógica, fica claro que ele não pretendia fazer Matemática, mas sim, refletir sobre ela “em seu conjunto, na articulação de suas diversas partes, no seu método” (Petit, 1996, 176). Uma carta que escreveu a seu amigo Valat, em 14 de fevereiro de 1815, comprova que, antes desses ensaios sobre Filosofia da Matemática, Comte já demonstrava essa preocupação:

Muitos alunos, que aqui chegam sem ter estas idéias gerais de cálculo infinitesimal, nunca têm idéias bem nítidas a este respeito, porque a rapidez dos cursos os impede de meditar sobre elas, enquanto que, de posse dessas idéias, é quase uma brincadeira seguir o cálculo diferencial. Assim, eu te aconselho a aprender primeiro as principais regras no tratado de Lacroix (...) e depois você vai meditar (...) Carnot: uma vez bem compreendidas, bem aprofundadas as cinquenta

primeiras páginas desta excelente obra, você terá idéias sãs sobre a finalidade e o espírito do cálculo infinitesimal (Comte apud Petit, 1996, p. 176).

Ele se detém na concepção geral da Matemática, na sua inclusão no conjunto das outras ciências e na sua relação com elas. Tudo isso aliado a uma intenção de renovar o seu ensino, de modo que os alunos tenham uma visão do todo e de seus principais conceitos, além de uma visão geral das outras ciências, de forma a alcançar um aprendizado real da Matemática.

Outro fator a ser assinalado é que sua preocupação filosófica e pedagógica tem uma importância muito grande em Matemática, pois, para ele, essa é uma das áreas científicas em que o gosto pelo detalhe e o espírito de minúcia é muito acentuado. Tal fato acarreta, segundo Comte, que os matemáticos sejam os homens de ciência em que a disposição para o geral é muito pouco apreciada.

Sua obra sobre Filosofia da Matemática, que imaginou compor em sua juventude, ficou inacabada, mas pode-se observar que alguns

elementos da doutrina positiva das ciências aparecem aí por fulgurações sucessivas (Relação entre a filosofia das matemáticas e o estado presente da civilização. Escala enciclopédica das ciências. A geometria comparada às ciências experimentais) (Ducassé, 1935, p. 138) .

Corroborando essa visão de que, na sua juventude, Comte já tinha a intenção de estudar as ciências e, em particular, a Matemática, de maneira metódica e global, e já pensava, pelo menos de forma embrionária, na sua famosa classificação das ciências, são transcritos dois trechos de uma outra carta enviada a seu amigo Valat, em 24 de setembro de 1819:

É unicamente com observações bem feitas sobre a maneira geral de proceder em cada ciência, sobre os diferentes caminhos que nela seguimos para proceder às descobertas, sobre os métodos, numa palavra, que podemos elevar-nos para regras seguras e úteis sobre a maneira de dirigir nosso espírito. Estas regras, estes métodos, estes artifícios, compõem em cada ciência o que chamo sua filosofia.

(...)

Se tivéssemos observações deste tipo sobre cada uma das ciências reconhecidas como positivas, tomando o que teria de comum em todos os resultados científicos parciais, teríamos a filosofia geral de todas as ciências, a única lógica razoável. (..). As filosofias e a filosofia geral seriam ciências tão seguras quanto às outras, perfectíveis, como as outras, que avançariam em proporção das outras e que as fariam avançar por sua vez (Apud Petit, 1996, p. 176).

### 5.3 Curso de Filosofia Positiva

Comte reservou um lugar de destaque para a Filosofia da Matemática em seu Curso de Filosofia Positiva, dedicando-lhe quinze lições no primeiro volume, publicado em 1830, sendo: uma lição com algumas considerações filosóficas sobre o conjunto da ciência matemática, seis lições sobre a Análise Matemática, cinco sobre a Geometria e três sobre a Mecânica Racional.

A Matemática é, em seu sistema de classificação, a primeira das seis grandes ciências. Por isso, é com ela que ele inicia a sua análise filosófica do sistema de conhecimento da época.

Logo no início da terceira lição do Tomo I - primeira sobre Filosofia da Matemática -, denominada de *Considérations philosophiques sur l'ensemble de la science mathématique* (Comte, 1907, pp. 64-89), Comte ressalta que, no decorrer das lições, será constatada a importância da Filosofia Positiva no aperfeiçoamento da natureza de cada ciência em particular.

Em seguida, inicia suas considerações gerais sobre a Matemática. Primeiramente, afirma que, apesar de a Matemática ser a mais antiga e a mais perfeita de todas as ciências, sua idéia geral está longe de ser claramente determinada. Para ele, até aquela época, a definição da ciência matemática e de suas principais divisões continuava vaga e incerta.

Teria sido só no século XVIII que pôde ser concebida como um todo; e, desde então, os geômetras<sup>5</sup> ficaram envolvidos demais em suas diferentes ramificações, e em aplicá-la às mais importantes leis do universo, para darem alguma atenção ao sistema geral da ciência. Essa empreitada que se propôs a realizar, demonstrando novamente que não tinha ambições de desenvolver o conteúdo da Matemática ou, como ele mesmo definiu, a sua *technie*.

Comte insiste que a Matemática teria atingido um nível de consistência tal, que estaria pronta, justificando o esforço para agregar suas partes em um sistema, no preparo para um progresso futuro. Dentre as principais realizações dos matemáticos, que teriam preparado o caminho para isso, Comte ressalta a criação da Teoria das Funções da Mecânica Analítica.

---

<sup>5</sup> Na época, os matemáticos eram também chamados de geômetras.

Embora a considerasse vaga demais, foi a partir da descrição comum da Matemática: “a *Ciência das Grandezas*, ou, dito de forma mais positiva, *a ciência que se refere à Medição das Grandezas*” (Idem, p. 65), que seria construída sua própria definição dessa ciência, como ele mesmo justifica abaixo:

Ainda assim, a idéia contida nela é apenas básica, e é até suficientemente vasta, se for corretamente entendida; mas requer precisão e profundidade. É importante, nessas questões, não nos afastarmos desnecessariamente das noções admitidas em geral; e, portanto, veremos como, a partir desse ponto de vista, podemos chegar a uma definição da Matemática que seja adequada à importância, extensão e dificuldade da ciência (Idem, *ibidem*).

Aqui é oportuno fazer um parêntese. Comte não vai se preocupar em nenhum momento com os fundamentos da Matemática, no sentido em que foram discutidos pelos Matemáticos, na segunda metade do século XIX e início do século XX. Sua principal finalidade - isso será confirmado no decorrer da exposição - era, a partir dos conhecimentos matemáticos da época, ter uma perspectiva geral dessa ciência em relação às demais, de forma a chegar a uma visão harmônica do desenvolvimento científico, na construção de seu sistema filosófico. Ou seja, Comte parte para a análise de cada ciência, particularmente da Matemática, com um sistema filosófico já construído em sua mente.

Retornando à análise, Comte passa então a determinar qual seria o objeto da Matemática. A primeira idéia seria a de medir uma grandeza, ou seja, compará-la a outra supostamente conhecida, a qual é considerada como a unidade de comparação entre todas do mesmo tipo.

Segundo ele, ao se definir o objetivo da Matemática como a medição de grandezas, tem-se uma idéia imperfeita dessa ciência, pois parece que ela não tem qualquer relação com nenhuma outra. Esse seria o único defeito dessa definição, a qual não seria profunda o bastante para superar a idéia de que a Matemática é apenas uma série de procedimentos mecânicos, como uma superposição de retas para comparação de grandezas, em vez de uma vasta cadeia de raciocínios inesgotáveis pelo intelecto. Isso porque, como descrito no trecho abaixo, a maior parte das medidas não são diretas:

Essa definição, em verdade, não confunde a meta real da matemática, mas apresenta como direto um objetivo que geralmente é indireto; e assim, ela nos ilude quanto à natureza da ciência. Para retificar isso, devemos prestar atenção a um fato geral, que é facilmente estabelecido - que a medição direta de uma grandeza é, muitas vezes, uma operação impossível; de modo que se não tivéssemos outra maneira de fazer o que queremos, deveríamos muitas vezes anteceder o conhecimento que desejamos. Raramente podemos até mesmo medir uma linha

reta por outra linha reta; e isso é a medição mais simples que existe. A simples primeira conclusão disso é que deveríamos ser capazes de atravessar a linha de uma extremidade até a outra; e isso não pode ser feito com o maior número de distâncias que nos interessam mais. Não podemos fazer isso com os corpos celestes, nem com a terra e nenhum corpo celestial, nem mesmo com muitas distâncias na terra; e nesse caso, também, o comprimento não deve ser nem grande nem pequeno demais, e deve ficar convenientemente situado; e uma linha que poderia ser facilmente medida se fosse horizontal, se torna impraticável se for vertical. Assim, há tão poucas linhas capazes de ser diretamente medidas com precisão, que somos compelidos a recorrer a linhas artificiais, criadas para dar margem a uma determinação direta, e para ser o ponto de referência para todas as outras. Se houver dificuldade sobre a medição das linhas, o embaraço é muito maior quando temos de lidar com superfícies, volumes, velocidades, tempos, forças etc., e em geral, com todas as outras grandezas suscetíveis de estimativa, e, por sua natureza, difíceis de serem diretamente medidas. É o fato geral dessa dificuldade, inerente em quase todos os casos, que exige a formação da ciência matemática; pois achando a medição direta muitas vezes tão impossível, somos compelidos a inventar meios de fazê-lo indiretamente. Disso surgiu a Matemática. (Idem, pp. 66-67).

A partir dessas considerações, o autor do *Curso* encontra o objeto da Matemática, tida como um todo, que consiste em relacionar as grandezas a alguma outra que possa ser diretamente determinada e, assim, determinar as primeiras, por meio de suas relações com essa última. Comte, para explicar mais precisamente sua idéia, dá exemplos concretos, resumidos a seguir pelo autor desta Tese (Cf. Comte, 1907, pp. 69-71).

“Observando-se um corpo em queda, estamos cientes de que duas quantidades estão envolvidas: a altura da qual o corpo cai, e o tempo gasto na descida do mesmo. Essas duas quantidades estão correlacionadas, pois variam juntas. Na linguagem dos matemáticos, elas são *funções* umas das outras. Se a medição de uma for impraticável, ela é obtida pela da outra. Observando-se o tempo que uma pedra leva para cair em um precipício, podemos assegurar a altura do mesmo de forma tão precisa, como se pudéssemos medi-la com uma linha vertical. Em outro caso, podemos ser capazes de saber a altura de onde um corpo caiu e incapazes de observar o tempo com precisão. Devemos, então, recorrer à questão inversa – determinar o tempo pela distância; como, por exemplo, se tivéssemos que investigar quanto tempo levaria para um corpo cair da lua. Nesses casos, em que não se consideram a intensidade da gravidade, ou a resistência de um meio fluido etc, a questão é muito simples. Mas, para ampliar a questão, devemos contemplar o fenômeno em sua maior generalidade, supondo que a queda seja oblíqua, e considerando todas as circunstâncias principais. Então, em

vez de duas quantidades variáveis, simplesmente relacionadas entre si, o fenômeno iria apresentar um considerável número – o espaço percorrido, quer seja em uma direção vertical ou horizontal; o tempo gasto em percorrê-lo; a velocidade do corpo em cada ponto de seu percurso; e até a intensidade e direção do impulso que o levou adiante; e finalmente, em alguns casos, a resistência do meio e a intensidade da gravidade.

Todas essas quantidades estão tão relacionadas entre si, que cada uma delas, por sua vez, pode ser determinada indiretamente por meio das outras, e assim teremos tantas investigações matemáticas quantas grandezas estiverem co-existindo no fenômeno considerado. Uma mudança tão simples quanto essa nas condições físicas de um problema, pode colocar uma questão matemática, originalmente elementar, na categoria daquelas difíceis, cuja solução completa e rigorosa transcende o poder da compreensão humana.

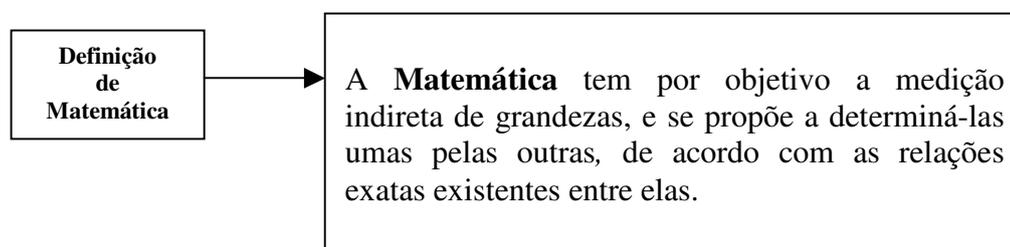
Também neste caso, podemos tomar um exemplo geométrico. Queremos determinar a distância que não pode ser medida diretamente. Iremos conceber isso como parte de alguma *figura*, ou sistema de linhas de algum tipo, cujas outras partes possam ser diretamente medidas; digamos um triângulo (pois esta é a mais simples, e a ela todas as outras podem ser reduzidas). Supõe-se que a distância em questão forme uma fração de um triângulo, do qual somos capazes de determinar diretamente um lado e dois ângulos, ou dois lados e um ângulo. O conhecimento necessário é obtido pelo trabalho matemático de deduzir a distância desconhecida dos elementos observados, por meio da relação entre eles. O processo pode se tornar, e normalmente se torna, altamente complicado pelos elementos a serem conhecidos, somente possíveis de serem determinados de forma indireta, com a ajuda de sistemas auxiliares novos, cuja quantidade pode vir a ser considerável. Determinada a distância, muitas vezes obtêm-se novas quantidades, as quais dão ensejo a novas questões matemáticas.

Assim, conhecida a distância a que se encontra qualquer objeto, é sempre possível obter seu provável diâmetro, ou seja, mesmo que indiretamente, suas dimensões reais poderão se revelar a nós; e, finalmente, por uma série de investigações análogas, sua superfície, seu volume e diversas outras qualidades, que poderiam parecer fora do alcance do nosso conhecimento para sempre.

Através desses trabalhos, o ser humano aprendeu a conhecer não só as distâncias dos planetas até a terra e entre eles próprios, mas também a sua

grandeza real – sua verdadeira forma, até mesmo as desigualdades de suas superfícies e, o que parece estar muito mais longe do alcance do Homem, suas respectivas massas, densidades médias e circunstâncias principais da queda de corpos pesados sobre suas respectivas superfícies etc. Por meio do poder das teorias matemáticas, tudo isso e muito mais já foi obtido por uma quantidade muito pequena de linhas retas, corretamente escolhidas, e uma quantidade maior de ângulos”.

Depois desses exemplos, Comte apresenta o que ele denomina a *Verdadeira Definição da Matemática*:



(Figura 4)

Segundo ele, as definições dadas até ali concebiam a Matemática como uma arte; a nova definição a eleva imediatamente à categoria de uma verdadeira ciência. Assim, de acordo com essa definição,

o espírito da Matemática consiste em considerar como mutuamente relacionadas todas as quantidades que podem ser apresentadas por qualquer fenômeno, a fim de deduzir todas entre si. Agora, não existe evidentemente nenhum fenômeno que não possa ser considerado como estando à altura de tais considerações. Disso resulta a extensão naturalmente indefinida, e a universalidade lógica rigorosa da ciência Matemática (Comte, 1907, p. 71).

O trecho a seguir mostra o porquê de Comte considerar a Matemática a mais geral de todas as ciências:

Essas explicações justificam o nome da Matemática, aplicado à ciência que estamos considerando. Por si só, ele significa CIÊNCIA. Os gregos não tinham outro nome, e podemos chamá-la de *a* ciência, pois sua definição não é nem mais nem menos (se omitirmos a noção específica das grandezas) do que a definição de toda ciência, qualquer que seja ela. Toda ciência consiste na coordenação de fatos e nenhuma ciência poderia existir entre observações isoladas. Poderia até ser dito que a Matemática poderia nos permitir dispensar toda a observação direta, dando-nos poder de deduzir da menor quantidade possível de dados imediatos, a maior quantidade possível de resultados. Não é esse o uso real, tanto em especulação

como em ação, das *leis* que descobrimos entre fenômenos naturais? Se assim for, a Matemática simplesmente remete para o nível essencial, em sua própria maneira, pesquisas que toda ciência real busca, em diversos níveis inferiores de sua própria esfera (Idem, pp. 71-72).

A partir dessa idéia, Comte conclui que, somente por meio da Matemática, pode-se entender o que é a verdadeira ciência, uma vez que só nela se encontram no nível mais elevado a “simplicidade e a solenidade da lei científica”, além de uma abstração tal que a mente humana consegue alcançar. Dessa forma, Comte chega à sua inferência mais importante: “qualquer educação científica que tenha início em outro ponto qualquer tem sua base defeituosa” (Idem, p.72). Ou seja, o início de qualquer educação científica eficaz deve começar pelo estudo da Matemática. A educação é sempre uma constante no trabalho de Comte.

Até esse ponto, a Matemática vinha sendo estudada como um todo. Comte, entretanto, apresenta o que ele denomina de divisão primária dessa ciência, explicando que as divisões secundárias serão mostradas posteriormente.

Para ele, toda solução matemática se divide espontaneamente em duas partes. A primeira corresponde à investigação e determinação de grandezas desconhecidas, cujas relações entre elas devem ser primeiramente demarcadas. Essa é a parte *Concreta* da investigação.

Quando isso é atingido, o que resta é uma simples questão de números, em que se determinam números desconhecidos, por meio da relação entre eles e números conhecidos. Essa segunda operação é a parte *Abstrata* da investigação.

Dessa maneira, pode-se dividir a Matemática em duas grandes ciências: a Matemática Abstrata e a Matemática Concreta. Essa divisão existe em todas as questões matemáticas completas, quaisquer que sejam, das mais simples às mais complexas.

Após apresentar a diferença entre seus objetivos, Comte apresenta as diferenças de natureza entre a Matemática Concreta e a Abstrata:

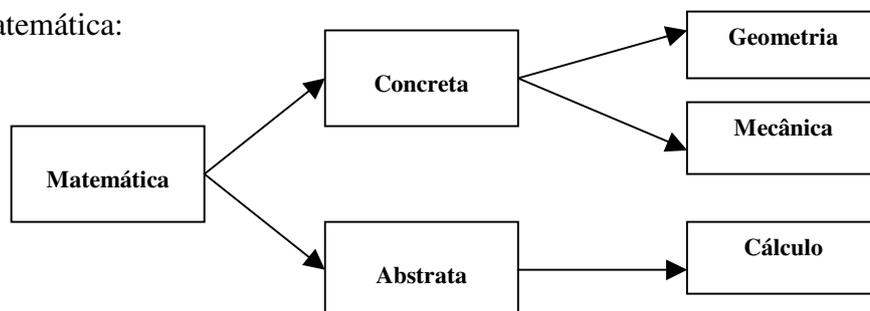
A parte Concreta deve depender do caráter dos objetos examinados e deve variar quando novos fenômenos se apresentam, ao passo que a parte Abstrata é totalmente independente da natureza dos objetivos, e se preocupa unicamente com suas relações numéricas. Assim, uma grande variedade de fenômenos pode ser levada a uma só solução geométrica. Casos que parecem ser improváveis podem ser responsáveis uns pelos outros, sob o processo Abstrato, o que, portanto serve para todos, enquanto o processo Concreto deve ser novo em cada caso. Assim, o processo Concreto é Especial, e o Abstrato é Geral. A natureza do Concreto é experimental, física e fenomenal, enquanto o Abstrato é puramente lógico e racional. A parte Concreta de toda questão matemática é necessariamente baseada na consideração do mundo exterior, enquanto a parte Abstrata consiste em uma

série de deduções lógicas. Uma vez encontradas as equações, em qualquer caso, é o entendimento, sem ajuda externa, que deve deduzir os resultados que essas equações contêm (Idem, pp. 74-75).

Comte apresenta, em seguida, os limites de cada divisão. A Matemática Concreta tem por objetivo descobrir as equações dos fenômenos. Pode-se, então, supor que ela precisa compreender tantas ciências quantas categorias distintas de fenômenos houver; mas estaríamos muito longe, sem dúvida, de ter descoberto leis matemáticas em todas as ordens de fenômenos existentes. Na realidade, segundo ele, só existiam até aquela época duas grandes categorias de fenômenos, cujas equações são conhecidas de forma constante: os fenômenos Geométricos e os Mecânicos. Ele conclui, assim, que a parte Concreta da Matemática consiste na Geometria e na Mecânica Racional.

Por outro lado, a natureza da Matemática Abstrata é determinada de forma precisa. Ela é composta do que chama de *Cálculo*, tomando essa palavra em seu sentido mais amplo, que vai desde as operações numéricas mais simples até as combinações mais difíceis da Análise Transcendental. Seu objetivo propriamente dito é resolver todas as questões dos números. Seu ponto de partida é o limite da Matemática Concreta – o conhecimento das relações exatas – ou seja, as equações – entre diferentes grandezas consideradas simultaneamente. O objetivo do Cálculo, por mais indiretas ou complicadas que as relações possam ser, é descobrir quantidades desconhecidas por meio das conhecidas. Essa ciência, embora mais avançada que as demais, ainda está, na realidade, apenas começando, mas é necessário, para definir a natureza de qualquer ciência, supor que ela seja perfeita.

O gráfico a seguir sintetiza o que Comte denominou de divisão primária da Matemática:



(Figura 5)

Percebe-se que suas posições sobre a Matemática ficam mais complexas e ambivalentes. Como já visto no capítulo anterior, foi somente depois de ter estabelecido sua escala enciclopédica é

que Comte se lembra que deve colocar nela a matemática; e então ele, que estabeleceu para as outras ciências todo um sistema de critérios entrelaçados, não se preocupa muito em justificar a irrupção artificial da matemática: “A fim de completar a exposição geral do plano deste curso, me resta agora considerar uma lacuna imensa e capital, que deixei de propósito em minha fórmula enciclopédica, e que o leitor terá certamente já notado. De fato, nós não temos marcado em nosso sistema científico a classificação da ciência matemática”. O comentário desta *omissão voluntária* é bastante desconcertante: a “importância mesma desta ciência tão vasta e tão fundamental” seria a causa. Importância porém ambígua, já num discurso com formas alambicadas, Comte, enquanto confere o estatuto de “base” filosófica, a trata também de simples “instrumento” (Petit, 1996, p. 181).

Essas afirmações de Annie Petit baseiam-se nas palavras de Comte, na segunda lição de seu *curso*:

No estado atual de nossos conhecimentos positivos, convém, creio eu, olhar para a ciência matemática menos como uma parte constituinte da filosofia natural propriamente dita que como sendo, desde Descartes e Newton, a verdadeira base fundamental de toda esta filosofia, embora, para falar exatamente, ela seja ao mesmo tempo uma e outra. Hoje, de fato, a ciência matemática é bem menos importante pelos conhecimentos muito reais e muito preciosos que a compõem diretamente, que como constituindo o instrumento mais poderoso que o espírito humano possa usar na pesquisa das leis dos fenômenos naturais (Comte, 1907, p.61)

A partir daí, Petit conclui que existe uma certa contradição na concepção da Matemática de Auguste Comte:

Assim a matemática está ao mesmo tempo fora e na base da classificação, ela faz parte dela, mas não realmente, ela faz parte, mas com um estatuto particular. Além disto, Comte não é totalmente claro e coerente sobre o estatuto “instrumental”, já que aqui ele o acorda a toda a ciência matemática, mas lá ele o reserva para o que chama a “parte abstrata”, isto é, o cálculo no sentido amplo. As partes “concretas” - geometria e mecânica – também não têm estatuto muito claro, porque Comte faz delas “verdadeiras ciências naturais”, que chama também de “ciências físicas”, e reserva a elas o uso de “métodos”. (Petit, 1996, p. 181).

Comte usa o termo Análise Matemática como sinônimo de Cálculo, sem qualquer advertência sobre isso, levando o leitor dessa parte de sua obra ao risco de fazer uma certa confusão de conceitos

De qualquer forma, é apresentada a seguir uma síntese do texto em que ele define a importância da Matemática Abstrata, denominada por ele de Análise Matemática, no Sistema de Conhecimento Positivo (Cf. Comte, 1907, p. 79).

A Análise Matemática é a base racional real de todo o sistema de nosso conhecimento positivo. Pode-se agora explicar porque ela não só confere precisão

ao nosso conhecimento real, como também estabelece uma coordenação muito mais perfeita ao estudo de fenômenos que permitem tal aplicação. Se uma única questão analítica, trazida para a solução abstrata, envolve a solução *implícita* de diversas questões físicas, a mente tem condições de perceber relações entre fenômenos aparentemente isolados, e de extrair deles a qualidade que têm em comum. Para surpresa do estudante, surgem relações inesperadas entre problemas que antes pareciam totalmente desconexos, mostrando-se agora idênticos. Não parece haver nenhuma ligação entre a determinação da direção de uma curva em cada um de seus pontos, e a da velocidade de um corpo em cada momento e seu deslocamento variável; ainda assim, aos olhos do geômetra, essas questões são as mesmas.

Quando se tiver entendido a natureza geral da Análise Matemática, pode-se facilmente ver o quão perfeita ela é, em comparação a todas as outras ramificações de nossa ciência positiva. A perfeição está na simplicidade das idéias contempladas, e não, como Condillac e outros supunham, na exatidão e generalidade dos sinais usados como instrumentos de raciocínio. Os sinais são de admirável uso para elaborar as idéias, porém, todas as grandes concepções analíticas foram formadas sem nenhum auxílio essencial dos sinais. Questões que, por sua própria natureza, são inferiores na simplicidade e generalidade, não podendo ser elevadas à perfeição lógica por nenhum artifício da linguagem científica.

Após essa discussão sobre a importância da Análise Matemática, Comte passa a abordar, já definido o objeto da ciência matemática, a extensão de seu domínio.

Inicialmente, ele afirma que, em uma visão lógica, essa ciência é necessária e rigorosamente universal. Não há investigação que não possa ser reduzida a uma questão de números, consistindo na determinação de quantidades relacionadas entre si.

O fato é que o objetivo é sempre chegar em números, em quantidades fixas, qualquer que seja o assunto, por mais incertos que sejam os métodos, ou por mais aproximados os resultados:

Nada pode parecer menos com uma investigação matemática do que o estudo dos corpos vivos em um estado de doença; ainda assim, ao estudarmos a cura da doença, estamos nos esforçando para assegurar as quantidades dos diferentes agentes que devem modificar o organismo, a fim de restaurá-lo ao seu

estado natural, admitindo, como fazem os matemáticos, para algumas destas quantidades, em certos casos, valores que sejam iguais a zero, negativos, ou até contraditórios. Isso não significa que tal método possa ser realmente seguido no caso de fenômenos complicados; mas a extensão lógica da ciência, que é o que estamos agora considerando, abrange casos como este (Comte, 1907, pp.81-82).

Ele contesta Kant, que dividiu as idéias humanas em duas categorias: de quantidade e de qualidade. Segundo Comte, se essa concepção fosse verdadeira, seria destruída a universalidade da Matemática; mas ele acreditava que a concepção fundamental de Descartes, da relação do concreto para o abstrato na Matemática, abolia esta divisão, e provava que todas as idéias de qualidade podem ser reduzidas a idéias de quantidade.

Comte explicita que Descartes tinha em mente apenas fenômenos geométricos, contudo, seus sucessores incluíram nessa generalização, primeiramente, os fenômenos mecânicos, e mais recentemente, os de calor. Segundo ele, não havia na época matemáticos que não considerassem essa universalidade da Matemática, ou seja, que admitissem que todo fenômeno pode ser logicamente representado por uma equação como uma curva ou um movimento. É claro, se fosse sempre possível – e ele sabia estar muito longe disso - primeiro descobri-lo, e depois resolvê-lo.

Feitas as considerações sobre a aplicação da Matemática, Comte apresenta o que considera como limitações dessa ciência. Para ele, essas limitações não estavam em sua natureza, mas sim, nas limitações da nossa inteligência.

Ele reafirma que toda questão pode ser concebida como redutível a números, pelo menos de forma ideal. Mas, de fato, só se consegue fazer essa redução no caso dos fenômenos mais simples e gerais. Tratando-se de fenômenos especiais e, portanto, complexos, essa pretensão torna-se inalcançável.

Continuando a desenvolver essa idéia, é apresentado a seguir um resumo dos argumentos apresentados por Comte para justificar as limitações da Matemática na aplicação em outras ciências (Cf. Comte, 1907, pp. 84-89).

“Apenas dos fenômenos da Física Inorgânica pode-se esperar a submissão a esse processo. Isso porque as propriedades dos corpos inorgânicos são praticamente invariáveis e, portanto, com relação a elas, pode-se atender à primeira condição da investigação matemática: as diferentes quantidades apresentadas por essas propriedades podem ser resolvidas em números fixos. Por

outro lado, a grande variação das propriedades de corpos orgânicos está além de nosso controle.

Um corpo inorgânico com solidez, forma, consistência, gravidade específica, elasticidade etc., apresenta qualidades que estão dentro de nossa estimativa, e podem ser tratadas de forma matemática, mas o caso muda quando a ação química é adicionada a elas. Complicações e variações entram em cena, impedindo a Análise Matemática. Desse ponto em diante, pode ser descoberto que existem números fixos nas combinações químicas, mas ainda estamos muito longe de qualquer conhecimento prático sobre eles. Estamos ainda mais longe de formar tais cálculos em meio à agitação contínua dos átomos, que constituem o que chamamos de *vida* e, portanto, de realizar Análise Matemática sobre o estudo da Fisiologia. Pela rapidez de suas mudanças e de suas incessantes variações numéricas, os fenômenos vitais são praticamente colocados em oposição aos processos matemáticos. Se quisermos computar, em um único caso, os fatos mais simples de um corpo vivo – sua densidade média, temperatura, velocidade de sua circulação, proporção de elementos que em qualquer momento compõem seus sólidos ou seus fluidos, quantidade de oxigênio que ele consome em um determinado tempo, quantidade de suas absorções ou sua emanação, e ainda mais, energia de sua força muscular, intensidade de suas impressões etc.-, devemos fazer tantas observações quantas espécies ou raças existam, bem como as variedades de cada uma delas. Devemos medir as alterações ocorridas na passagem de um indivíduo para outro, e no mesmo indivíduo, de acordo com idade, saúde, condição interna, circunstâncias circunvizinhas perpetuamente variáveis, tais como a constituição da atmosfera etc. É claro que nenhuma precisão matemática pode ser conseguida em meio a uma complexidade como essa. Os fenômenos sociais, sendo ainda mais complexos, estão ainda mais fora de questão para a Análise Matemática. Não é que uma base matemática não exista nesses casos, de forma tão verdadeira como nos fenômenos, e que venham a apresentar, com toda clareza, a lei da gravitação, mas nossas faculdades são limitadas demais para resolvermos problemas tão intrincados. Somos prejudicados por diversos fenômenos de corpos inorgânicos, quando eles são muito complexos. Por exemplo, ninguém duvida que os fenômenos meteorológicos estão sujeitos às leis matemáticas, porém, pouco se sabe sobre elas; mas sua multiplicidade torna

seus resultados tão variáveis e irregulares como se cada causa fosse isenta de todas essas condições.

Encontramos uma segunda limitação na quantidade de condições a serem estudadas, mesmo que estejamos certos sobre a lei matemática que rege cada agente. Nossas frágeis faculdades não poderiam coletar e processar tantas condições, mesmo que fosse certo o nosso conhecimento sobre cada uma delas. Nos casos mais simples nos quais desejamos aproximar as condições abstratas das concretas com algum grau de integridade, como no fenômeno do fluxo de um fluido saindo de uma abertura dada, em virtude apenas da gravidade do mesmo, a dificuldade é tal, que ainda não temos nenhuma solução matemática para esse problema. O mesmo ocorre com o caso ainda mais simples do movimento de um projétil sólido através de um meio resistente.

Para a mente popular, isso pode parecer estranho, considerando esses fatos tão conhecidos quanto os planetas. Mas, na realidade, esse tipo de fenômeno é o mais simples de todos, dentro de nosso conhecimento. O problema mais complexo que eles apresentam é a influência de um terceiro corpo atuando da mesma forma sobre dois que tendem a se dirigir um para o outro, em virtude da gravitação; e essa é uma questão mais simples que qualquer problema terrestre. Entretanto, só alcançamos soluções aproximadas nesse caso. E o alto nível de perfeição, ao qual a astronomia solar conseguiu chegar com o uso da ciência matemática, é devido à vantagem tirada daquelas facilidades que se pode chamar de acidentais, apresentadas pela constituição favorável de nosso sistema planetário. Os planetas que o compõem são poucos, suas massas são muito desiguais, e muito menores que a do sol; eles ficam muito distantes entre si e suas formas são quase esféricas; suas órbitas são quase circulares e apenas um pouco inclinadas entre si etc. Conseqüentemente, suas perturbações são, em sua maioria, insignificantes, e tudo o que devemos fazer, normalmente, é considerar junto com a influência do sol sobre cada planeta, a influência de outro planeta, capaz, por seu tamanho e sua proximidade, de ocasionar perturbações perceptíveis. Se alguma das condições mencionadas fosse diferente, embora a lei da gravitação tivesse existido da forma que é, é possível que até hoje ainda não a tivéssemos descoberto. E se precisássemos agora tentar investigar fenômenos químicos pela mesma lei, deveríamos encontrar uma solução tão impossível quanto se fosse na Astronomia,

se as condições dos corpos celestes fossem tais, que não as pudéssemos reduzir, para uma análise.

Ao mostrarmos que a Análise Matemática só pode ser aplicada à Física Inorgânica<sup>6</sup>, não estamos restringindo o domínio da mesma. Sua universalidade rigorosa, de um ponto de vista lógico, foi estabelecida. Fingir que ela é praticamente aplicável na mesma medida seria simplesmente desviar a mente humana da verdadeira direção do estudo científico, na busca de uma perfeição impossível. As ciências mais difíceis precisam permanecer por um tempo indeterminado naquele estado preliminar que as preparam para outros estados, até elas se tornarem capazes de sofrer tratamento matemático. Nosso objetivo é estudar fenômenos, nas naturezas e relações em que eles se apresentam a nós, abstendo-nos de introduzir considerações sobre quantidades e leis matemáticas, cuja aplicação está além de nosso poder.

Devemos à Matemática tanto a origem da Filosofia Positiva quanto o método da mesma. Quando esse método foi apresentado nas outras ciências, era natural que fosse impulsionado longe demais, mas cada ciência modificou o método pela operação de seus próprios fenômenos peculiares. Assim, somente aquela natureza real definitiva pôde ser revelada, não devendo ser confundida jamais com a de outra ciência fundamental qualquer”.

Dessa forma, Comte encerra a sua terceira lição, onde procurou realizar considerações filosóficas sobre a ciência matemática de forma geral. Por isso, buscou-se aqui analisar e apresentar suas idéias de modo exaustivo e cuidadoso.

As outras lições tratam do que ele denominou de divisão secundária da Matemática, ou seja, das três grandes ciências das quais a Matemática se compõe: o Cálculo, a Geometria e a Mecânica Racional. Será feito apenas um apanhado do seu pensamento, procurando extrair as principais idéias.

Comte acreditava que o desenvolvimento histórico do ramo abstrato da Matemática (Cálculo), a partir de Descartes, vinha sendo, na maior parte das vezes, determinado pelo desenvolvimento da parte concreta (Geometria e Mecânica). Mesmo assim, o Cálculo deveria, em todas as suas principais ramificações, ser estudado antes do estudo da Geometria e da Mecânica. Isso

---

<sup>6</sup> O século XIX, diferente do que imaginava Comte, viu nascer a nova pesquisa matemática que se emancipou “gradualmente da antiga tendência de ver na mecânica e na astronomia a meta final das ciências exatas” (Struik, 1989, p. 225).

porque, a parte concreta da ciência depende da parte abstrata, sendo essa última inteiramente independente daquela.

Novamente, ele apresenta a idéia de equação, fundamental em sua obra sobre Matemática. A sua conceituação, em termos gerais, é idêntica à já realizada em sua última obra da juventude, analisada no item anterior.

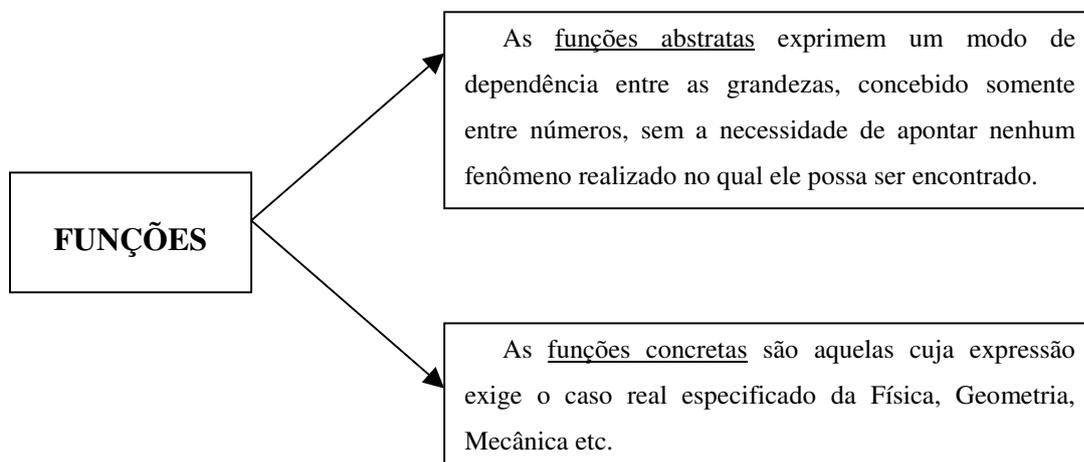
O estudo das equações é fundamental para Comte, pois, a partir desse estudo, pode-se estabelecer a verdadeira linha de separação entre as partes concreta e abstrata da Matemática.

Comte tinha uma idéia restrita de equação, no sentido de não supor que ela significasse todo tipo de relação de igualdade entre duas funções quaisquer, pois, se toda equação é uma relação de igualdade, nem toda relação de igualdade deve ser uma equação em que a análise pode, pela natureza do caso, ser aplicada.

Ele divide as funções em Abstratas e Concretas, sendo as equações as relações de igualdade entre as funções abstratas.

Mas como poderia ser realizada a distinção entre esses dois tipos de função? O filósofo aponta dois métodos: *a priori* e *a posteriori*.

No método *a priori*, a caracterização é efetuada como demonstrado no gráfico:



(Figura 6)

O método *a posteriori* diz respeito a observar se a função está incluída nas funções analíticas conhecidas, o que se torna simples, na medida em que nos familiarizamos com os elementos que compõem todas as funções abstratas atualmente conhecidas.

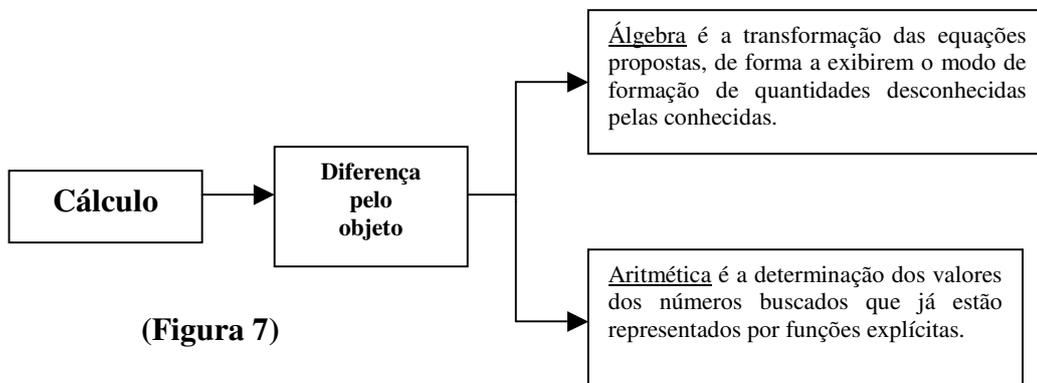
Pode-se afirmar que todas são conhecidas, pois, embora as funções analíticas sejam infinitas em número, estão sendo considerados apenas os elementos simples e não os compostos. Tem-se, então, apenas dez fórmulas elementares, que podem dar origem a um número infinito de combinações analíticas. Essas fórmulas são os cinco pares de funções simples apresentados no item anterior.

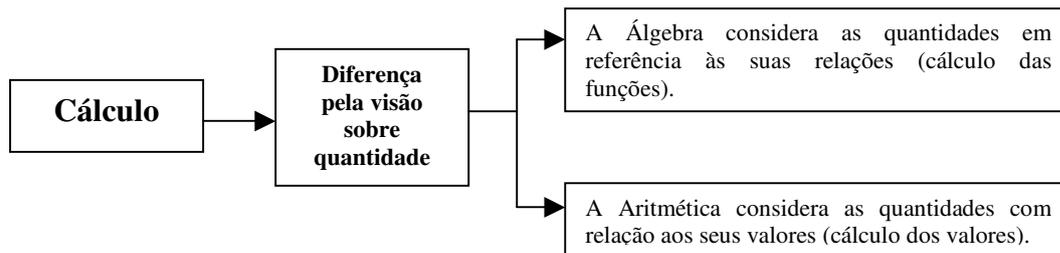
Nessa obra de Comte, contudo, é feita uma observação, em nota de rodapé, quanto às funções circulares, ressaltando o fato de elas serem concomitantemente concretas e abstratas. A função *seno*, por exemplo, considerada em sua concepção geométrica, de onde se origina, seria, obviamente, uma função concreta. Por outro lado, se essa mesma função for representada pela fórmula algébrica a seguir, ou por uma série equivalente, ela pode ser considerada uma função analítica:

$$\text{sen } (x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

Malgrado admitir que pudessem ser descobertas mais funções analíticas, Comte não tinha esperanças de que fosse encontrado um grande número delas. Para ele, isso parecia quase impossível, pois acreditava que criar uma nova função abstrata elementar na análise pressupunha a criação simultânea de uma nova operação aritmética, o que, por certo, seria extremamente difícil.

Ele divide a parte abstrata da Matemática em *Cálculo Algébrico*, ou *Álgebra*, e *Cálculo Aritmético*, ou *Aritmética*, cujas distinções estão expressas nos gráficos a seguir:





(Figura 8)

Essa divisão da Matemática Abstrata é encerrada com a conclusão de que o *cálculo de valores* pode ser considerado como uma aplicação específica do *cálculo de funções*, desaparecendo desse modo a Aritmética, como uma seção distinta do domínio da Matemática Abstrata.

Comte sempre enfatiza que a dificuldade de estabelecer a relação do concreto com o abstrato deve-se à insuficiência do número de elementos analíticos que possuímos.

Para ele, o primeiro meio de resolver essa dificuldade da pequena quantidade de elementos analíticos parece ser, à primeira vista, criar novos elementos, mas, como já visto anteriormente, essa forma é extremamente difícil. Sendo assim, não foi nessa direção que a mente humana encontrou seus meios de facilitar o estabelecimento das equações. Resumindo as idéias de Comte tem-se (Cf. Comte, 1907, pp. 105-107):.

“Descartado esse primeiro método, resta apenas procurar equações correspondentes entre outras quantidades auxiliares, relacionadas com as primeiras, de acordo com uma lei determinada e, a partir da relação entre elas, chegar àquela das grandezas primitivas. Essa é a fértil concepção que chamamos de Análise Transcendental, usada como nosso melhor instrumento para fazer a exploração matemática de fenômenos naturais.

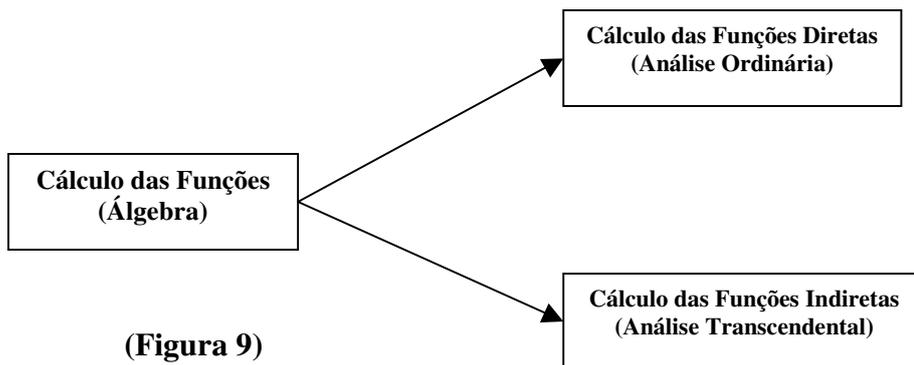
Essa concepção tem um escopo muito maior do que geômetras considerados cultos até agora presumiram, pois as quantidades auxiliares recorridas poderiam ser derivadas, de acordo com qualquer lei que fosse, dos elementos imediatos da questão. É bom observar isso, pois nossos futuros recursos analíticos aperfeiçoados podem, talvez, ser encontrados em um novo modo de *derivação*. Mas, no presente, as únicas quantidades auxiliares

habitualmente substituídas pelas quantidades primitivas na *análise transcendental*, são aquelas chamadas de:

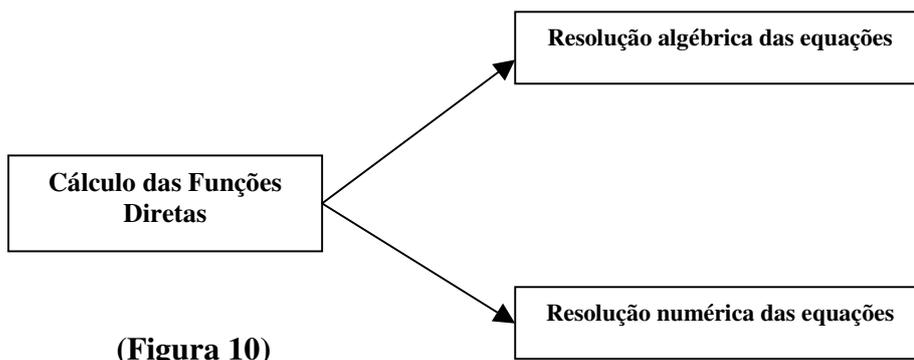
- (a) elementos *infinitamente pequenos*, os *diferenciais* de ordens distintas, se pensarmos nessa análise da forma que Leibniz pensou; ou
- (b) *diferenciais*, os limites das razões dos incrementos simultâneos das quantidades primitivas, comparados entre si, ou dito de forma mais reduzida, as razões primeiras e essenciais desses incrementos, se adotarmos a concepção de Newton; ou
- (c) *derivadas*, isto é, os coeficientes dos diferentes termos de seus respectivos incrementos, de acordo com a concepção de Lagrange.

Pode-se, então, concluir que o Cálculo de funções, ou a Álgebra, deve consistir em dois ramos distintos. Um tem por objetivo a resolução de equações diretamente estabelecidas entre as grandezas em questão, e o outro, partindo-se de equações (geralmente muito mais fáceis de se formarem) entre quantidades indiretamente relacionadas com aquelas do problema, tem por objetivo deduzir, por procedimentos analíticos invariáveis, as equações correspondentes entre as grandezas diretas em questão, trazendo o problema para dentro do domínio do cálculo transcendente. Pode parecer que a Análise Transcendental deveria ser estudada antes da ordinária, pois ela fornece as equações que a outra precisa resolver. Mas, embora a transcendental seja logicamente independente da ordinária, é prudente seguir o método costumeiro de estudo, aprendendo a ordinária em primeiro lugar, pois as questões propostas, sempre precisando ser completadas pela análise ordinária, seriam deixadas em suspenso, se o instrumento de resolução não tivesse sido estudado de antemão”.

À análise ordinária, Comte propõe dar o nome de Cálculo das Funções Diretas. À análise transcendental (conhecida pelo nome de Cálculo Infinitesimal, Cálculo de fluxões e de fluentes, Cálculo de quantidades de fuga, Cálculo Diferencial e Integral etc., de acordo com a visão na qual ele foi concebido) aplica o título de Cálculo das Funções Indiretas. Ele obtém esses termos generalizando e dando precisão às idéias de Lagrange, e utilizando-os para indicar o caráter exato das duas formas de análise. O gráfico a seguir resume a divisão proposta por Comte:



O Cálculo das Funções Diretas, conforme expresso no *Curso*, presta-se à solução de questões matemáticas tão simples, que se podem formar diretamente as equações entre as grandezas consideradas, sem necessidade de algum sistema de quantidades auxiliares, derivadas do primário. Por outro lado, é verdade que, na maioria dos casos importantes, seu uso exige que seja precedido e preparado pelo Cálculo das Funções Indiretas, por meio do qual o estabelecimento das equações é facilitado. O objetivo do Cálculo das Funções Diretas é apresentado como a resolução de equações. Comte, como é de seu gosto, divide esse ramo do cálculo em duas partes, conforme mostrado a seguir:



Essa divisão em duas partes diz respeito a seu emprego para a resolução algébrica e para a resolução numérica das equações. A primeira, embora de acordo com Comte fosse a única satisfatória, é muito restrita; e a segunda, geralmente insuficiente, tem pelo menos a vantagem de uma maior generalidade.

Comte faz uma descrição do estágio em que se encontrava, na época, o estudo sobre a resolução de equações algébricas. A seguir, é apresentado um resumo dessas considerações por ele efetuadas (Cf. Comte, 1907, pp. 109-123):

“A resolução de equações algébricas só é conhecida nos primeiros quatro graus. Nesse aspecto, a álgebra avançou pouco desde os trabalhos de Descartes e dos analistas italianos do século dezesseis, embora, provavelmente, não tivesse havido um só geômetra, nos dois últimos séculos, que não tivesse tentado desenvolver fórmulas gerais de resolução das equações de grau maior que quatro. A fórmula do quarto grau é tão difícil que chega a ser quase inaplicável, e os analistas, embora de forma alguma tenham desistido da resolução das equações do quinto grau, e até de graus maiores, concordaram tacitamente em deixar de lado essas pesquisas<sup>7</sup>.

Os métodos que temos dão a resolução completa das equações dos quatro primeiros graus, de todas as equações binomiais e de um número muito pequeno de equações exponenciais, logarítmicas e circulares. Esses elementos são muito limitados, mas os geômetras conseguiram lidar com eles em um grande número de importantes questões, de forma admirável. Os aperfeiçoamentos introduzidos em um século na análise matemática contribuíram mais para tornar imediatamente útil o pouco conhecimento que já se tinha, que propriamente para aumentá-lo.

Para preencher a grande lacuna na resolução das equações algébricas, os analistas tiveram de recorrer a uma nova ordem de questões, às quais chamaram de resolução numérica das equações. Incapazes de obter a fórmula algébrica real, eles procuraram determinar pelo menos o valor de cada quantidade desconhecida para um sistema de valores particulares atribuídos às quantidades dadas. Essa operação é uma mistura de questões algébricas com aritméticas, e tem sido cultivada de modo a ser utilizada em todos os casos, para equações de qualquer grau e até de qualquer forma. Os métodos para isso agora são suficientemente genéricos, e o que resta fazer é simplificá-los para uma aplicação regular. Embora esse seja o estado da Álgebra, temos de nos empenhar de forma a dispor a questão a ser trabalhada como exige essa resolução numérica das equações. Entretanto,

---

<sup>7</sup> Na época em que Comte escreveu essas palavras, em 1830, Evariste Galois já tinha a concepção de uma completa Teoria dos Grupos, que abarcava “os problemas antigos, como a triseccção do ângulo, a duplicação do cubo, (...) assim como o problema da resolução de uma equação algébrica, de qualquer grau” (Struik, 1989, p. 245).

não devemos esquecer que a Álgebra é muito imperfeita, e somente as questões isoladas, ou verdadeiramente finais - que são muito poucas - é que podem ser levadas a depender somente da resolução numérica das equações. A maioria das questões é apenas preparatória – uma primeira fase da solução de outras questões – e, nesses casos, evidentemente, não é o valor da quantidade desconhecida que se quer descobrir, mas a fórmula que mostra a derivação da mesma. Até nas questões mais simples, quando essa resolução numérica é estritamente suficiente, este não é um método muito perfeito. Como não podemos abstrair e tratar separadamente a parte algébrica da questão, comum a todos os casos resultantes da mera variação dos números dados, somos obrigados a repassar toda a série de operações, para ver a menor alteração que pode ocorrer em qualquer uma das quantidades em questão.

Ainda há mais uma teoria a ser observada, para completar a síntese das diferentes partes essenciais do cálculo das funções diretas. Essa teoria, referente à transformação de funções em séries, com o auxílio do que é chamado de Método dos Coeficientes Indeterminados, é uma das mais férteis e importantes da Álgebra. Esse método eminentemente analítico é uma das descobertas mais marcantes de Descartes. A invenção e o aperfeiçoamento do cálculo infinitesimal, pelo qual ele poderia ser felizmente substituído em alguns aspectos, sem dúvida, privou-lhe parte de sua importância. Mas a crescente extensão da análise transcendental, enquanto diminuía a necessidade do mesmo, multiplicou suas aplicações e ampliou seus recursos, de modo que, pela combinação útil das duas teorias, o emprego do Método de Coeficientes Indeterminados tornou-se muito mais extensivo do que o era antes da formação do cálculo das funções indiretas”.

Comte, após essas considerações, passa a discutir o Cálculo das Funções Indiretas ou Análise Transcendental, de acordo com os métodos de Leibniz, Newton e Lagrange. Apesar de entender que cada concepção tem suas próprias vantagens, que são equivalentes, não tendo na época sido descoberto um método que unificasse suas respectivas características, ele imagina que, se ocorrer alguma unificação, provavelmente, será por meio de algum método baseado na concepção de Lagrange. Com isso, as outras duas despertam interesse meramente histórico.

Comte considerava então que a Análise Transcendental encontrava-se em um estado meramente temporário, que exigia o uso de todas as três concepções ao

mesmo tempo. Somente com a utilização de todas elas, poder-se-ia formar uma idéia adequada da Análise e de suas aplicações.

Após várias reflexões sobre a história do método infinitesimal, são apresentados cada um dos métodos já referidos, chegando-se à ilação sobre a identidade dos três métodos quanto às suas finalidades, sem se levar em conta as idéias preliminares.

Assim, a Análise Transcendental examinada de forma abstrata em seu princípio, seria sempre a mesma, qualquer que fosse a concepção adotada; e os processos do Cálculo de funções indiretas seriam necessariamente idênticos nesses diferentes métodos, o que deveria, portanto, sob qualquer aplicação, conduzir a resultados rigorosamente uniformes. Obviamente, cada uma das três concepções possuem vantagens e inconveniências peculiares, o que impede que os geômetras sigam apenas uma delas.

A conclusão a que se chega da comparação desses três métodos é que, a fim de entender inteiramente a Análise Transcendental, dever-se-ia não só estudá-la em seus princípios, de acordo com todos esses conceitos, mas também se acostumar a utilizá-los, de forma indiferente, na solução de todas as questões importantes do cálculo das funções ou de suas aplicações.

Comte faz um estudo comparativo entre os três métodos, além de apresentar, de maneira geral, sem entrar em questões muito técnicas de Matemática, o estágio em que se encontrava o cálculo integral e diferencial na época. Não cabe aqui analisar essa discussão<sup>8</sup>, eis que não é trazido nada de novo com relação ao conteúdo matemático. Foi dada apenas uma visão panorâmica da Análise naquele momento.

Na Matemática Concreta, é abordada primeiramente a Geometria, devido à generalidade e simplicidade de seus fenômenos. Se todas as partes do universo fossem consideradas imóveis, a Geometria ainda assim existiria. Por outro lado, para que existam os fenômenos estudados pela Mecânica, o movimento é necessário. Assim, a Geometria é a mais geral das duas e é, também, a mais simples, pois seus fenômenos são independentes daqueles da Mecânica, enquanto os fenômenos mecânicos são sempre estudados a partir dos da Geometria. Isso é verdadeiro na comparação da terminologia abstrata com a Geometria. Por esses

---

<sup>8</sup> Essa descrição pode ser vista em (Comte, 1907, pp. 125-149).

motivos, a Geometria mantém o primeiro posto, sob o título de Matemática Concreta. Essa era a idéia de Comte, ao iniciar seu estudo da Matemática Concreta pela Geometria.

De acordo com a sua natureza, ele considerava a Geometria como uma verdadeira ciência natural, apenas mais simples e, portanto, mais perfeita que outra qualquer. Ele considerava que, mesmo admitindo a aplicação da Análise Matemática, ela não era uma ciência puramente lógica, independente de observação. Isso porque, todo corpo estudado pelos geômetras apresenta alguns fenômenos primitivos não descobertos pelo raciocínio, mas sim, pela observação.

Comte define a Geometria, tentando generalizar a definição comum na época de que ela seria a ciência da extensão, contrapondo aa seguinte forma: “é a ciência da medição da extensão”. Ele tinha consciência de que essa definição não incluía todas as operações da Geometria, pois existiam muitos estudos que não pareciam ter por objetivo a medição da extensão. Mas, considerando a ciência em suas questões principais, como um todo, ele admite dizer que a medição de linhas, superfícies e volumes é a meta invariável – às vezes direta, embora com mais frequência indireta – dos trabalhos geométricos.

Da mesma forma que em seus escritos da juventude, Comte faz algumas reflexões sobre a idéia de espaço, apresentadas de forma sintética a seguir<sup>9</sup>: “o estudo racional da Geometria nunca poderia ter começado se tivéssemos considerado, de imediato e juntamente, todas as propriedades físicas dos corpos, com suas grandezas e formas. Pela própria natureza de nossas mentes, somos capazes de pensar nas dimensões e imaginar um corpo de forma abstrata. Depois que a observação nos mostrou, por exemplo, a impressão deixada por um corpo sobre um fluido no qual ele foi colocado, somos capazes de reter uma imagem da impressão, que se torna um campo de raciocínio geométrico. Assim, obtém-se, afora todas as fantasias metafísicas, uma idéia de espaço. Essa abstração, agora tão conhecida por nós, talvez seja a primeira criação filosófica da mente humana, sendo certo que não se concebe a situação em que se estaria sem ela” (Cf. comte, 1907, p. 195).

Antes de apresentar a ciência geométrica, Comte recorre a mais uma abstração: deve-se conceber três tipos de extensão e aprender a imaginá-las

---

<sup>9</sup> Vale observar que não mudam em nada as considerações feitas, pelo autor desta Tese, no item anterior.

separadamente, pois não se pode vislumbrar um espaço, preenchido por qualquer objeto que não tenha de imediato volume, superfície e comprimento. Além dessa, ele recorre a outra abstração: deve-se pensar no comprimento e na superfície independentemente do volume, e novamente, no comprimento independentemente da superfície. Isso, segundo ele, pode ser efetuado considerando o volume se tornando cada vez mais fino, até a superfície se parecer com a mais fina camada ou película, e nesse caso também, pensamos nessa superfície ficando cada vez mais estreita, até ser reduzida ao fio mais fino imaginável - temos aí a idéia de uma linha. Embora não se possa falar sobre um ponto como uma dimensão, deve-se ter a idéia abstrata disso também, obtida reduzindo-se a linha em ambas as extremidades até a menor porção concebível. As superfícies têm, claramente, a propriedade de circunscrever volumes; as linhas, de circunscrever superfícies; e as linhas, mais uma vez, são limitadas por pontos (Cf. Comte, 1907, pp. 197-198).

Para Auguste Comte, o significado Matemático de medição é simplesmente encontrar um valor das razões entre quaisquer grandezas homogêneas. Contudo, ele observa que, geometricamente, a medição é sempre indireta. A comparação entre duas linhas é direta (é claro que, quando se fala em medição direta de linhas, deve-se imaginar linhas retas); a de duas superfícies ou dois volumes nunca pode ser direta. Uma linha pode ser concebida como sendo estendida sobre outra, mas um volume não pode ser concebido como sendo estendido sobre outro, nem uma superfície sobre outra, com alguma conveniência de exatidão. Então, a principal questão da Geometria é como medir superfícies e volumes.

Comte adverte que, quando se considera linhas curvas, é evidente que sua medição deve ser indireta, já que não podemos conceber linhas curvas serem estendidas umas sobre as outras com alguma precisão ou certeza. Assim, o procedimento consistiria, primeiro, em reduzir a medição das linhas curvas para a de linhas retas e, conseqüentemente, reduzir todas as questões relativas à grandeza de quaisquer curvas a questões simples de linhas retas. Em toda curva, existem sempre linhas retas, cujo comprimento deve determinar o da curva, pois o comprimento do raio de um círculo nos dá o da circunferência. Em suma, a ciência da Geometria tem por objetivo a redução final das comparações de todos os tipos de extensão para comparações de linhas retas, as quais, sozinhas, são capazes de comparação direta, além de serem eminentemente fáceis de controlar. Isso significa que a ordem natural das partes da Geometria Racional é, portanto,

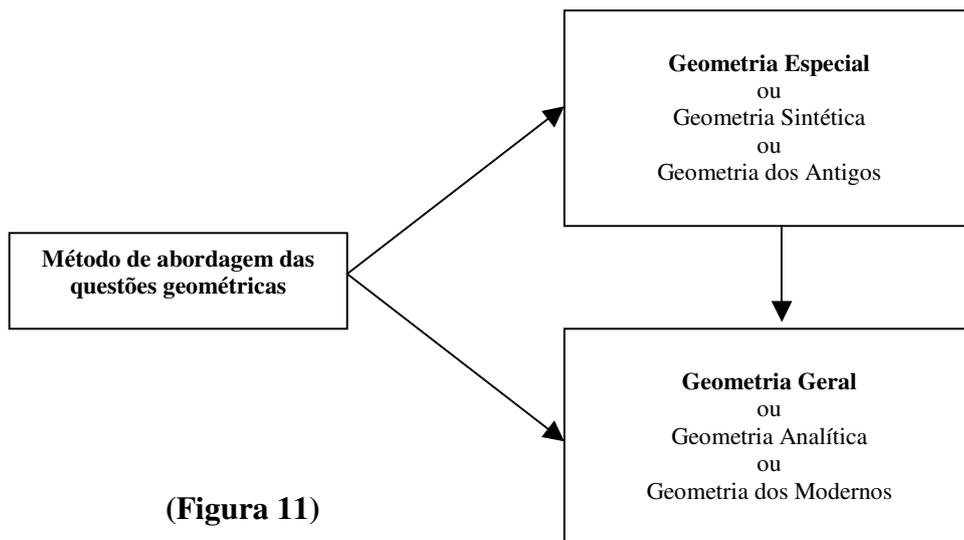
primeiro, a geometria da linha, começando com a da linha reta; depois, a geometria das superfícies; e finalmente, a dos volumes (Cf. Comte, 1907, pp. 198-199).

Pode-se pensar, segundo ele, em uma Geometria abstrata, no sentido de que o campo da ciência geométrica é ilimitado. Pode haver tantas questões quantas figuras concebíveis, e a variedade de figuras concebíveis é infinita. A Geometria não deixa de ser uma ciência empírica, pois as idéias iniciais vêm da experiência, embora o seu desenvolvimento e a concepção de novas figuras e suas propriedades são atingidos por meio da abstração. Esse desenvolvimento, por sua vez, vai implicar um maior conhecimento empírico, como por exemplo, a descoberta de Kepler de que a elipse era a curva em que os planetas giram ao redor sol, e os satélites em torno de seus planetas. Tal feito jamais teria sido alcançado sem o trabalho especulativo dos geômetras gregos a respeito das seções cônicas. Da mesma forma, a figura esférica da terra não poderia ter sido descoberta se a natureza primitiva da esfera tivesse sido a única conhecida, ou seja, a equidistância de todos os seus pontos a partir de um ponto interior. Resumindo, a conexão entre Geometria abstrata e concreta é estabelecida por meio do estudo das propriedades das linhas e superfícies (com relação aos volumes, eles são diferenciados entre si somente pelas superfícies que os limitam, e não exigem consideração especial). Sendo isso, não conseguiríamos, exceto por um caso fortuito, encontrar na natureza a figura que desejamos verificar.

As questões geométricas podem ser, então, abordadas por meio de dois métodos gerais<sup>10</sup>, comumente chamados de Geometria Sintética e Geometria Analítica, cujas denominações históricas eram Geometria dos Antigos e Geometria dos Modernos. Por achar que suas naturezas ficavam reveladas com maior precisão, Comte preferia chamá-los de *Geometria Especial* e *Geometria Geral*. Graficamente, essa divisão pode ser representada:

---

<sup>10</sup> É relevante frisar que Comte fala em dois métodos e não em duas Geometrias. Para ele, a ciência geométrica é única.



(Figura 11)

Um fato ressaltado várias vezes no *Curso* é que a Geometria Especial, por sua própria natureza, deve ser uma introdução indispensável à dos modernos. Assim, é criada uma nova denominação para esses métodos. O primeiro pode ser designado por Geometria Preliminar, já que, em essência, foi simplesmente uma preparação para a nova Geometria; e, o outro, por Geometria Definitiva. Percebe-se, novamente, que a Filosofia criada por Comte concebe uma visão histórica do desenvolvimento científico, mas, o que prevalece ao final, é uma visão dogmática, pois a intenção é sempre atingir um estado definitivo que, para ele, seria o Positivo.

A origem empírica da Geometria é igualmente ressaltada nessa obra, pois essa seria uma ciência baseada em observação, embora os materiais fornecidos por ela sejam poucos e simples, e a estrutura de raciocínio erigida a partir deles seja vasta e complexa. É enfatizado que, quanto mais se percebe que a Geometria moderna é essencialmente analítica, não se deve perder de vista a base de observação sobre a qual toda a ciência geométrica se fundamenta.

No estudo direto, como entendia Comte, os únicos materiais elementares seriam os que se referem à linha reta para a geometria das *linhas*; à *quadratura* de áreas planas retilíneas; e à *cubagem* de corpos determinados por faces planas. A Geometria deve, assim, partir somente da observação de linhas, de superfícies planas limitadas por ângulos, e de corpos que têm mais ou menos volume, também limitados por ângulos. Todas as outras figuras, até mesmo o círculo e as figuras que pertencem a ele, ficariam no âmbito da Geometria Analítica.

Na obra em questão, são definidas duas formas de se estudar a linha reta: uma gráfica e outra algébrica. Os antigos, no início do desenvolvimento da ciência, faziam grande uso do método gráfico. Aristarco de Samos, por exemplo, estimou a distância entre o sol e a lua a partir da terra, em um triângulo construído com a maior semelhança possível ao triângulo retângulo, formado pelos três corpos no instante em que a lua estava em quadratura, e quando, portanto, uma observação do ângulo na terra definiria o triângulo. O aparecimento da Trigonometria teria diminuído o uso da construção geométrica, mas não a aboliu. Os gregos e árabes a utilizavam ainda para um grande número de investigações, todavia, o advento do Cálculo tornou-a anacrônica.

Esse método gráfico, ou construtivo, tinha uma grande utilização no caso em que todas as partes da figura proposta estivessem no mesmo plano. Para ser aplicado a figuras cujas partes estivessem em diferentes planos, necessitava de aperfeiçoamentos. Dessa forma, o objetivo era efetuar construções planas, a partir de figuras tri-dimensionais. Esses sistemas de projeções eram muito utilizados pelos antigos, antes da criação da Trigonometria esférica. De certa maneira, os antigos estavam familiarizados com alguns aspectos da Geometria Descritiva, embora não a concebessem de forma distinta e geral.

Comte apresenta também a Geometria Descritiva e a Trigonometria, como partes da Geometria Sintética, e passa à análise dos princípios gerais da Geometria Moderna, ou Analítica.

A visão defendida na obra é de que a Geometria Geral se fundamenta na transformação das considerações geométricas em considerações analíticas equivalentes. Argumenta que o grande mérito de Descartes foi não só levar a ciência geométrica a uma perfeição lógica, mas mostrar como relacionar o abstrato com o concreto na Matemática, pela representação analítica dos fenômenos naturais.

Comte faz uma descrição de maneira geral, sem entrar em detalhes da parte técnica, do estado da Geometria geral na época. Começa pela determinação da posição de um ponto, obtido pela interseção de duas linhas. Quando o ponto é determinado pela interseção de duas linhas retas, cada uma paralela a um eixo fixo, esse é o sistema de coordenadas retilíneas, o mais comum de todos. O sistema *polar* de coordenadas exhibe o ponto pelo percurso de uma linha reta em torno do centro fixo de um círculo de raio variável. O importante dessa concepção

é que as idéias de posição (conseqüentemente, todas as idéias geométricas elementares) podem ser reduzidas a idéias de números.

Ressaltando que Descartes tratou apenas da Geometria de duas dimensões em seu método, Comte inicia suas considerações, a partir das Curvas Planas.

Após um arrazoado sobre representação de linhas por equações e vice-versa, chega à conclusão de que toda linha determinada dá origem a uma equação, por meio de duas coordenadas de qualquer um de seus pontos, mas também que toda definição de uma linha, por si só, é uma equação em um sistema adequado de coordenadas. O problema seria apenas técnico: escolher o melhor sistema de coordenadas para cada caso particular.

Por outro lado, na determinação de um ponto no espaço, seria necessário que os valores de três coordenadas fossem atribuídos. Ao invés da interseção de duas linhas, o que determina o ponto deveria ser a interseção de três superfícies.

A partir de uma discussão sobre a determinação de superfícies por equações e de equações por superfícies, Comte chega à conclusão que se pode estender às superfícies as considerações feitas em relação às linhas, o que consiste em um complemento da idéia original de Descartes.

São analisadas ao final as imperfeições da Geometria Analítica, provocadas tanto pela Geometria quanto pela Análise.

Com relação à Geometria, as limitações estavam ligadas ao fato de as equações só poderem, até aquela época, representar locais geométricos exatos inteiros, e não partes desses locais. Às vezes, torna-se necessário exprimir analiticamente uma parte de uma linha ou superfície, ou até de uma linha ou superfície interrompida, composta de uma série de seções pertencentes a figuras geométricas distintas.

Por outro lado, em relação à Análise, Comte admitia que se estava muito longe do controle completo da Geometria Analítica, uma vez que não se podia fornecer nada parecido com uma representação geométrica adequada dos processos analíticos.

Para ele, isso não era uma imperfeição da ciência, mas sim, era inerente à própria natureza do assunto. Como a Análise era muito mais geral que a Geometria, é impossível, naturalmente, encontrar entre os fenômenos geométricos uma representação concreta de todas as leis expressas pela Análise. Ele chamava a atenção para as nossas concepções imperfeitas, devido ao fato de, nas

representações de equações de duas ou três variáveis por linhas ou superfícies, só se considerariam soluções reais das equações, sem levar em conta nenhuma solução imaginária. Isso acarreta, na Geometria Analítica, de duas ou três dimensões, muitas inconveniências de menor conseqüência, surgidas do desejo de correspondência entre diversas modificações analíticas e quaisquer fenômenos geométricos.

A partir da décima quinta lição do Tomo I do *Curso* (Comte, 1907, pp. 299-407), estuda-se a Mecânica Racional que, obviamente, trata dos fenômenos mecânicos, os quais são, de acordo com o espírito positivo de classificação das ciências, por sua própria natureza, mais específicos, mais complicados e mais concretos que os fenômenos geométricos. Esse seria o motivo de parte da Matemática que se refere aos fenômenos mecânicos vir após a Geometria, no estudo das ciências positivas. Além disso, seus enunciados são considerados mais difíceis de estudar, pois eram, naquela época, os mais imperfeitos.

Ressalta-se ali que as questões geométricas são sempre independentes da Mecânica. Por outro lado, as questões mecânicas dependem das considerações geométricas, ou seja, a forma dos corpos influencia necessariamente os fenômenos de movimento e equilíbrio.

Comte enfatiza que a tendência de se procurar a essência das coisas, em vez de estudar fatos concretos, entra de forma desastrosa no estudo da Mecânica. Isso demonstra a aversão que ele tinha à Metafísica. Essa tendência era mais perigosa na Mecânica, por sua maior complexidade.

Com isso, procurou-se analisar a Mecânica, desconsiderando as causas ou os modos de produção do movimento, para se preocupar apenas com o movimento. A noção de força deve ser encarada sem levar em consideração as suas causas. Duas forças que movem um corpo, com a mesma velocidade e na mesma direção, são consideradas idênticas, quer provenientes das contrações musculares de um animal, da gravitação na direção de um centro, da colisão com outro corpo ou da elasticidade de um fluido. Em outras palavras, independente da origem ou natureza das forças, elas todas são uma só, se suas operações mecânicas são uniformes. Com esses comentários, a intenção de Comte era deixar de lado a linguagem metafísica sobre *forças*, adequando-a ao que ele imaginava ser a sua nova filosofia positiva.

O objetivo da Mecânica Racional seria, então, determinar como o corpo é afetado por quaisquer forças diferentes atuando juntas, quando se sabe como o movimento seria produzido por qualquer uma delas atuando sozinha, ou seja, quais são os movimentos simples, cuja combinação ocasionaria um movimento composto conhecido. Em suma, a ciência mecânica não está relacionada à ação de uma força isolada, pois esta é, *a priori*, supostamente conhecida. Ela se refere, unicamente, à combinação de forças, quer isso resulte de um movimento a ser estudado, quer de um estado de equilíbrio, cujas condições precisam ser descritas.

As duas questões gerais da Mecânica, uma direta e outra inversa, equivalentes em importância em relação às suas aplicações, ficam bem claras a seguir:

Os movimentos simples são uma questão de observação, e as operações combinadas deles só podem ser entendidas através de uma teoria, e mais uma vez, sendo o resultado composto uma questão de observação, os movimentos constituintes simples só podem ser determinados pelo raciocínio. Quando vemos um corpo pesado caindo obliquamente, sabemos quais seriam seus dois movimentos simples, se sofrerem a ação separadamente da força à qual ele está sujeito, a direção e a velocidade uniforme que seriam causados pelo impulso sozinho, e mais uma vez, a aceleração do movimento vertical por seu peso sozinho. O problema é descobrir, portanto, as diferentes circunstâncias do movimento composto produzido pela combinação dos dois: determinar o trajeto do corpo, sua velocidade em cada movimento, o tempo gasto na queda, e poderíamos acrescentar às duas forças dadas a resistência do meio, se sua lei fosse conhecida. O melhor exemplo do problema inverso, é encontrado na mecânica celeste, onde temos de determinar as forças que carregam os planetas em torno do sol, e os satélites em torno dos planetas. Só conhecemos de imediato o movimento composto: as leis de Kepler nos dão as características do movimento, e então precisamos voltar às forças elementares pelas quais os corpos celestes são supostamente impelidos, para corresponderem ao resultado observado, e uma vez entendidas essas forças, o inverso da questão pode ser administrado pelos geômetras, os quais nunca poderiam tê-la dominado de forma diferente (Comte, 1907, p. 301).

De acordo com Comte, nos tempos antigos, os homens concebiam a matéria, como passiva ou inerte, e toda atividade, como produzida por algum órgão externo (seres sobrenaturais ou entidades metafísicas). Ele defendia, com isso, uma visão materialista do mundo, ou seja, a ciência nos permitiria ver as coisas de forma mais real, com movimento ou atividade em todos os corpos, quaisquer que sejam. A diferença seria simplesmente de grau de complexidade entre a chamada matéria bruta e os seres animados. Além disso, fato admitido até pela ciência, não existem tipos diferentes de matéria, mas os elementos são os mesmos nos “seres” mais primitivos e nos mais altamente organizados.

A passagem do abstrato para o concreto é, então, analisada. Segundo Comte, por exemplo, é impossível conceber qualquer substância como desprovida de peso, mas ainda assim, os geômetras têm, logicamente, de tratar os corpos como desprovidos de peso. O peso é tratado como uma força externa, não importando a eles se ela é inerente ou externa, quando é a queda do corpo que tem de ser estudada. Essa abstração é utilizada em todas as propriedades dos corpos. A partir dessas propriedades naturais abstratas, e determinadas as leis gerais abstratas, pode-se passar da Mecânica abstrata à concreta, e devolver aos corpos suas propriedades ativas naturais, interpretando suas ações pelo que aprendemos sobre as leis de movimento e equilíbrio. Para ele, essa passagem era muito difícil de ser efetuada (embora seu domínio teórico fosse ilimitado, sua aplicação prática é limitada), pois existem complicações físicas (como a resistência do meio, atrito etc.). Quando se avança para os fenômenos elétricos e químicos, e especialmente para os fisiológicos, fica-se ainda mais confuso. Mesmo na gravitação universal, onde existe uma única lei simples e determinada, fica-se perplexo quando se pensa, por exemplo, no problema dos três corpos.

Depois dessa visão geral da Mecânica, Comte apresenta, sem entrar em detalhes muito técnicos, a sua classificação da seguinte forma:

- (a) **Divisões básicas:** *Estática*, que trata as questões relativas ao equilíbrio; e *Dinâmica*, que estuda as questões relativas ao movimento.
- (b) **Divisões secundárias:** *Sólidos* e *Líquidos*. Essa divisão, embora geralmente fosse colocada em primeiro lugar, é considerada secundária, uma vez que é inquestionável que as leis da Estática e da Dinâmica são utilizadas no estudo dos sólidos e dos fluidos. É ressaltada a dificuldade dos estudos sob essa divisão, uma vez que, na época, era muito precário o estudo da hidrostática e, mais ainda, o da hidrodinâmica, em comparação à estática e à dinâmica.

Ele encerra o volume que trata da Matemática, com as seguintes palavras:

Estando a filosofia matemática agora completamente caracterizada, devemos prosseguir para examinar sua aplicação ao estudo dos Fenômenos Naturais, em suas diversas ordens, classificados de acordo com seus graus de simplicidade. Somente por essa natureza eles podem refletir novamente a luz sobre a ciência que os explica, e somente sob essa natureza, eles podem ser convenientemente estimados. De acordo com a ordem natural estabelecida no começo, vamos agora prosseguir para aquela classe de fenômenos com os quais a Matemática está mais envolvida, que são os fenômenos da Astronomia (Comte, 1907, p. 407).

O objetivo deste item foi descrever a concepção de Matemática presente no *Curso de Filosofia Positiva*, de Auguste Comte. É importante frisar sua

dificuldade para classificar a Matemática em seu sistema enciclopédico, pois ele concebia essa ciência sob dois aspectos: como uma lógica, um método, uma linguagem, que serviria de base para sua Filosofia Positiva; e, por outro lado, como uma ciência natural, empírica. Essa divisão em Matemática abstrata e concreta trouxe-lhe dificuldades, pois, como uma lógica, ela não teria lugar no sistema classificatório e, como uma ciência, teria. Ele tentou resolver esse problema, colocando-a na base da classificação, mas não saneou a questão, que persistiu ante a sua concepção, que não permitia enxergar a Matemática como uma ciência única.

#### 5.4

##### **Tratado elementar de Geometria Analítica**

No período de alguns meses, logo após ter terminado sua grande obra *Curso de Filosofia Positiva*, Comte redigiu um *Tratado de Geometria Analítica*, que foi publicado em 1843. Sua intenção original era escrever um pequeno livro, com vistas ao preparo dos alunos de uma escola em que lecionava, a Instituição Laville, para o exame de admissão à Escola Politécnica. Essa publicação, como já dito, foi um dos motivos alegados para sua demissão do cargo de examinador da Politécnica. Não obstante sua propalada modéstia em relação ao livro, Comte escreveu o que pretendia ser uma obra completa sobre o assunto e que fosse, também, continuação do trabalho iniciado por Descartes. Na citação a seguir, percebe-se claramente a alta conta que ele atribuía à sua própria obra, em relação ao que se tinha na época:

No entanto, na hora de enviar sua obra para Stuart Mill, Comte deseja que ele encontre um real interesse “no sentimento de unidade de composição infinitamente raro em obras científicas, por causa do regime dispersivo”. Não hesita em comparar sua obra ao *Tratado de Lagrange*: “você encontrará nela, diz ele, o sentimento da harmonia elementar entre o concreto e o abstrato, que faz todo o fundo essencial do espírito matemático tão raro em nossos geômetras”. Ele também se gaba por ter introduzido inovações, principalmente na *geometria comparada* (o título é dele), e cuja paternidade ele atribui a Monge com sua definição exata das famílias de superfície (Gentil, 2002, p. 7, grifos do autor).

Apesar disso, essa obra de Matemática escrita pelo filósofo de Montpellier não é citada nos livros clássicos de História da Matemática, como parte da linha evolutiva da Geometria Analítica, importante ramo dessa ciência. Contudo, para

esta pesquisa, sua análise é importante, uma vez que esse Tratado<sup>11</sup> teve boa acolhida nas escolas brasileiras onde, no final do século XIX e início do século XX, eram ensinadas as Matemáticas superiores, ou seja, nas Escolas Militares e nas Politécnicas, segundo Circe da Silva (1994, p. 67).

Antes de se estudar o livro de Comte, é oportuno fazer um breve histórico, de forma a compreender o estágio em que se encontrava a Matemática, na época em que ele foi escrito.

O século XVII foi muito importante na história da Matemática, entre outros aspectos pelo uso de um simbolismo algébrico bem desenvolvido. É sabido que, no início do século, a Álgebra legada pelos árabes já havia sido totalmente dominada e aperfeiçoada, tanto pela resolução de equações de terceiro e quarto graus, quanto por um uso parcial de simbolismo nos desenvolvimentos algébricos.

René Descartes (1596 - 1650) apresenta, a partir dessa herança, no terceiro apêndice do seu *Discours de la Méthode*, um tratado denominado *La Géométrie*. A obra representa o auge do desenvolvimento do simbolismo algébrico, que vinha progredindo paulatinamente desde o século XV. É o texto mais antigo em Matemática que um estudante atual pode ler, sem dúvidas quanto à notação (Cf. Boyer, 1974, pp. 247-248). A simbologia utilizada por Descartes conseguiu, finalmente, libertar a Matemática das limitações da linguagem comum.

Qualquer estudante do Ensino Médio, razoavelmente informado, sabe hoje que o nome de Descartes está diretamente ligado à criação da Geometria Analítica. Porém, ficariam bastante surpresos se soubessem que não encontrariam em sua obra, de forma explícita, os eixos cartesianos, nem as equações da reta ou das seções cônicas. Por isso, Struik afirma que “dificilmente *La Géométrie* pode ser considerado o primeiro texto sobre este assunto [Geometria Analítica]” (1989, p. 165).

Ainda assim, sua unificação da Álgebra com a Geometria teve influência no desenvolvimento posterior da Geometria Analítica. Sua concepção ultrapassava as restrições de homogeneidade, ainda presente nos trabalhos de seus antecessores. Isso significa que, para ele,  $x$ ,  $x^2$  e  $x^3$ , não representavam, respectivamente, um segmento, uma área e um volume, mas sim, todos representavam segmentos de reta. Essa nova visão constituiu um grande salto na abstração matemática, pois

---

<sup>11</sup> Única obra de Comte que versava sobre Matemática e não sobre Filosofia.

uma equação algébrica seria, então, uma relação entre números (Cf. idem, p. 166). Comte considerava Descartes como o verdadeiro criador da Geometria Analítica.

O desenvolvimento da Geometria Analítica contou com a contribuição de trabalhos produzidos por grandes Matemáticos, tais como: **Pierre de Fermat** (1601-1665), que escreveu um pequeno livro sobre Geometria (1679), no qual podem-se encontrar as equações  $y = mx$ ,  $xy = k^2$ ,  $x^2 + y^2 = a^2$  e  $x^2 \pm a^2y^2 = b^2$ , representando retas e cônicas a partir de um sistema geral de eixos perpendiculares; **Isaac Newton** (1642-1727), que superou a hesitação de autores anteriores, quanto a valores negativos para as coordenadas, e foi o primeiro a trabalhar de forma ousada em seu estudo sobre as curvas cúbicas (1703); e **Leonhard Euler** (1707-1783), que escreveu uma Geometria Analítica das seções cônicas (1748), constante do livro *Introductio*, totalmente libertada do trabalho de Apolônio (Cf. idem, pp. 166-167).

Mas foi na Escola Politécnica de Paris que ela finalmente se consolidou e deu forma aos livros-texto, cujo conteúdo se parece muito com o dos textos do início do século XX (Cf. Boyer, 1974, p. 352)<sup>12</sup>.

Esse desenvolvimento da Geometria Analítica foi impulsionado, principalmente, pelos esforços e talento de Gaspar Monge (1746-1818), grande matemático francês, mais conhecido pela criação da Geometria Descritiva, peça fundamental na criação da Escola Politécnica de Paris, em 1794. Porém, ele é considerado “o pai” da Geometria Diferencial, devido a seu livro *Application de l'Analyse à la Géométrie*, publicado em 1795. Nele é apresentado um dos mais importantes, entre os pioneiros tratamentos da Geometria Diferencial de superfícies. Foi das aulas de Monge, na Politécnica, que começou a ser desenvolvida a Geometria Analítica espacial, cujo material foi reunido pelo próprio Monge e Nicolas-Pierre Hachette (1769-1834), e publicado em 1802 no *journal de l'École Polytechnique*, com o título *Application d'algèbre à la géométrie*.

O trabalho é iniciado com uma bem conhecida generalização, efetuada no século XVIII, do teorema de Pitágoras. Em seguida, são abordados temas ainda encontrados nos livros-texto atuais de Geometria Analítica espacial, tais como as

---

<sup>12</sup> Vale ressaltar que, provavelmente, o primeiro livro de Geometria Analítica foi escrito, em 1759, pelo alemão M. Hube (Cf. Schubring, 2005, p. 135).

fórmulas de translação e rotação de eixos; a abordagem usual de retas e planos no espaço; e a determinação dos planos principais de uma quadrática. Nesse texto, mostra-se, por exemplo, que o plano que passa pelo ponto  $(x', y', z')$  e é ortogonal à interseção dos planos  $ax + by + cz + d = 0$  e  $ex + fy + gz + h = 0$ , pode ser representado pela equação  $A(x - x') + B(y - y') + C(z - z') = 0$ , onde  $A = bg - fc$ ;  $B = ce - ga$  e  $C = af - eh$  (Cf. Eves, 1997, p. 490).

Segundo Boyer (1974, p. 351), a única característica de pedagogo que faltava a Monge era a capacidade de compilação de livros-texto, mas que foi largamente compensada por seus jovens estudantes que publicaram, entre os anos de 1798 e 1802, quatro importantes tratados elementares sobre Geometria Analítica, cujos autores foram Sylvestre François Lacroix (1765-1843); Jean-Baptiste Biot (1774-1862); Louis Puissant (1769-1843) e F. L. Lefrançais, todos inspirados nas aulas da Escola Politécnica de Paris. Os que obtiveram maior êxito foram o de Biot, que teve cinco edições em menos de doze anos e, principalmente, o de Lacroix, discípulo e colega de Monge, que alcançou a marca de vinte e cinco edições em noventa e nove anos, sem contar as traduções para outros idiomas (Cf. idem, p. 352).

De acordo com Lacroix, seu livro foi influenciado por Joseph-Louis Lagrange (1765-1843) e por Monge. A influência exercida por Lagrange veio do método que ele utilizou em sua famosa obra *Mécanique Analytique*, conforme trecho a seguir:

Evitando cuidadosamente todas as construções geométricas, eu desejaria que o leitor percebesse que existe um modo de encarar a geometria que se poderia chamar de *geometria analítica*, e que consiste em deduzir as propriedades de extensão a partir do menor número possível de princípios por métodos puramente analíticos, como Lagrange o fez em sua mecânica, em relação às propriedades de equilíbrio e movimento (Lacroix apud Boyer, 1974, p. 352).

Lacroix reconhece, também, que praticamente toda a parte de seu livro, referente à Geometria Analítica espacial, foi obra de Monge.

Não obstante, Lacroix não deu o título de Geometria Analítica a seu trabalho, o qual recebeu a longa denominação *Traité élémentaire de trigonométrie rectiligne et application de l'algèbre à la géométrie*, em todas as edições francesas. Quem primeiro utilizou o título de *Geometria Analítica* em um texto foi Lefrançais, numa edição de livro de 1804, seguido de uma edição de 1805, do *Essais de géométrie analytique*, de Biot, cuja tradução para o inglês alcançou um

grande sucesso nos Estados Unidos da América, onde foi usado por vários anos como livro-texto da West Point (Cf. Boyer, 1974, p. 352).

Na obra de Lacroix, já se pode encontrar, por exemplo, as fórmulas (Cf. Silva, 1995, p. 63-64):

(a) distância (d) entre dois pontos:  $d = \sqrt{(a'-a)^2 + (b'-b)^2}$  ;

(b) equação da reta:  $y - b = \frac{(b-b')}{a'-a} (x - a)$ ;

(c) equação da circunferência de centro na origem e raio r:  $x^2 + y^2 = r^2$ ;

(d) tangente a uma circunferência, num ponto (a,b):  $y - b = -\frac{a}{b} (x - a)$ ;

(e) área (A) de um triângulo de vértices (0,0), (a,b) e (a',b'):  $A = \frac{ab'-a'b}{2}$ .

Vale destacar que a Geometria Analítica só demonstrou vigor após “genuínos pedagogos”, professores da Politécnica de Paris, terem lhe dado uma nova forma, perpetuada por muito tempo e que ainda pode ser encontrada nos livros do início do século XX (Cf. Boyer, 1974, p. 352).

Como já dito, com esta síntese sobre a história da Geometria Analítica, não se pretendeu obviamente esgotar o assunto, mas sim, dar uma idéia do estágio em que ela se encontrava, na época em que Comte publicou o seu Tratado, além dos principais livros didáticos publicados sobre o assunto.

Na França, essa obra de Comte não alcançou o sucesso das demais. Teve apenas duas edições: a primeira em 1843 e a segunda em 1894. Na segunda edição, o texto de Comte foi precedido pela *Géométrie* de Descartes e publicado por uma editora de Paris, a *Louis Bahl*, em convênio com uma editora franco-brasileira, a *F. Briguiet & C<sup>ie</sup>*. Essa cooperação entre as editoras provavelmente se deve ao fato de que o Livro de Comte teve muito mais repercussão no Brasil que em sua terra natal.

Circe da Silva afirma que esse livro do filósofo francês foi muito utilizado na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, cujos alunos teriam feito uma tradução incompleta para o português, em 1881. O autor desta Tese não conseguiu localizar esse trabalho, porém, encontrou em um sebo de livros no Centro do Rio de Janeiro uma tradução realizada pela *Revista do Club Acadêmico da Escola Militar*, sem data, somente da parte da Geometria Analítica em duas dimensões. Não foi

possível descobrir se a tradução da Geometria Analítica espacial foi efetuada, contudo, o texto sugere que haveria um outro, justamente com a parte que falta do livro de Comte. Por outro lado, pode se tratar apenas de uma intenção, que não teria se concretizado, restando incompleta a tradução.

Nossa análise dessa obra de Comte limitar-se-á às suas principais concepções sobre a Geometria Analítica, com o intuito de auxiliar na percepção de suas idéias a respeito da Educação Matemática. Para uma discussão mais profunda, o livro de Circe da Silva *A Matemática Positivista e sua difusão no Brasil* (1999) apresenta um estudo exaustivo da Matemática envolvida no *Tratado* em questão, até mesmo comparando o texto a outras obras importantes da época.

Comte o inicia com uma advertência, em que são estabelecidos os pré-requisitos à leitura de seu conteúdo. É importante ressaltar que, naquela época, não eram exigidos dos candidatos à admissão na Politécnica de Paris a Álgebra superior e o Cálculo Diferencial e Integral. Em suma, eram necessários conhecimentos prévios de: Aritmética básica; Álgebra, inclusive com o estudo dos polinômios, fórmula do binômio de Newton, cálculo de radicais, progressões aritméticas e geométricas, logaritmos e equações exponenciais; Geometria elementar, com a utilização do Cálculo Algébrico, quando se fizer necessário; Trigonometria, incluindo a resolução de triângulos esféricos; uma introdução à Geometria descritiva; e, finalmente, Estática Elementar (Comte, [188-?], p. III).

Ainda nessa advertência inicial, fica claro que a elaboração dessa obra se deve a um lazer passageiro entre o término do *Curso de Filosofia Positiva* e os próximos “grandes trabalhos”, cujas bases foram ali constituídas. Consta-se, além disso, que o objetivo central de sua obra era a Filosofia e não a Matemática. Comte chama a atenção para o fato de que esse primeiro intervalo disponível, em meio à sua “magna empresa filosófica”, poderia nunca mais se repetir. Nota-se, também, que o autor tinha um objetivo bastante ambicioso como professor de Matemática: “a regeneração do conjunto do ensino da Matemática, em espontânea conexão à elaboração geral do conhecimento”. A publicação dessa obra seria fruto do pedido de todos que conheciam seu trabalho como professor, que pleiteavam a publicação pelo menos de partes de suas lições, especialmente as referentes à Geometria Analítica, a qual seria o “mais importante, mais difícil e mais imperfeito grau de iniciação matemática”. Ele afirma que, apesar de terem-se passado dois séculos da publicação da *Géométrie* de Descartes, a concepção da

verdadeira Geometria Analítica ainda não havia sido concebida, “pois que sempre parece essencialmente destinada ao estudo das seções cônicas” (Idem, p. IV).

Em seguida, é explicitado, ao final da advertência, o objetivo central da obra:

A publicação atual há de, espero, comportar uma certa eficácia individual, ou para oferecer uma direção sistemática à tendência instintiva de algumas juvenis inteligências para suficientemente desapegarem-se de uma desastrosa rotina escolástica, ou também para favorecer os esforços espontâneos de alguns judiciosos professores que sentem dignamente a necessidade de regenerar uma ordem de estudos em que, malgrado todos os seus inconvenientes naturais e seus vícios acidentais, é mister certamente ver, sob o duplo aspecto lógico e científico, o primeiro grau indispensável de toda e qualquer iniciação gradual a uma sã filosofia geral (Idem, p. V).

Esse trecho deixa transparecer a finalidade ambiciosa de sua obra, qual seja, de auxiliar, tanto alunos quanto professores, na recuperação do sistema educacional da época. Contudo, Comte mostra-se ciente das limitações de seu *Tratado*, bem como das dificuldades que deveriam ser ultrapassadas. Ele sempre demonstrou desconfiança em relação aos matemáticos e à possibilidade de a Matemática realçar sua própria independência, o que acarretaria a perda da visão de conjunto:

A minha apreciação aprofundada da nossa situação intelectual não me permite de maneira alguma pensar que esta tentativa parcial e isolada possa hoje bastar para neutralizar as deploráveis influências didáticas inerentes a todo o nosso regime científico, cujos perigos se acham naturalmente mais pronunciados em Matemática do que algures, em virtude da independência mais completa que caracteriza estas especulações preliminares, nas quais o empirismo dispersivo e a aversão das vistas de conjunto, que prevaleceram, neste século, como foi explicitado plenamente em minha grande obra (Idem, pp. V-VI).

Auguste Comte tinha iniciado, alguns anos antes, um combate sem tréguas aos membros da comunidade científica que ele costumava denominar de “pedantocratas”, em particular, aos acastelados da Academia das Ciências da França, os mesmos que impediram sua nomeação para o cargo de professor de Análise e Mecânica da Escola Politécnica de Paris. Na época do lançamento do livro, seu cargo de examinador para admissão naquela instituição estava ameaçado. Ingenuamente, ele acreditou que a melhor maneira de se impor seria produzir um trabalho eminentemente didático, conforme escreveu, na época, para seu amigo Stuart Mill: “este trabalho secundário contribui indiretamente para meu programa fundamental, seja consolidando minha posição pessoal, ou aumentando minha influência fundamental sobre a juventude” (Apud Gentil, 2002, p. 8). Mas,

o efeito foi oposto ao esperado, constituindo seu livro, como já comentado, mais um motivo para demiti-lo da Politécnica. O Conselho de Instrução da Escola julgou a obra mal redigida e com erros indiscutíveis, os quais não foram explicitados (Cf. Gentil, 2002, p. 8).

Apesar disso, Gabriel Lamé (1795-1871), professor de Física na Politécnica e membro da Academia das Ciências, escreveu uma carta elogiosa a Comte, destacando sua *Geometria Analítica* e apontando seus pontos de vista novos, os quais já teriam sido divulgados há muitos anos, em sua prática de ensino na Politécnica:

Com certeza não existe nenhuma obra de matemática que possa ser lida tão facilmente e sem fazer os cálculos indicados. Não conseguiria dizer-lhe todo o prazer que me causou esta leitura. Você passa em revista todos os princípios da boa análise e, a respeito de casos elementares, você consegue conservar a sua generalidade e sua profundidade. Esta publicação deve consolidar e estender a influência considerável que você teve sobre o ensino politécnico; seus pontos de vista novos foram divulgados há vários anos; eles foram adotados, como todas as idéias realmente úteis (Apud idem, ibdem).

Após essa *Advertência*, Comte inicia seu tratado pela Geometria Analítica em duas dimensões. Verifica-se que a obra é eminentemente didática, pois, para cada item, é especificado o número de lições necessárias ao seu estudo.

A primeira parte, uma introdução geral à Geometria Plana, é composta de três capítulos. No primeiro, são dadas noções fundamentais, abordando o objetivo geral e o caráter essencial da Geometria Analítica, além de traçar a verdadeira diferença entre essa e a Geometria dita dos antigos.

Sua idéia sobre a Geometria de Descartes é que ela seria uma generalidade da Geometria e serviria para simplificar o seu estudo. Em verdade, o pensamento matemático de Comte consistia em anular a oposição que existia na época entre a Geometria Sintética e a Geometria Analítica, uma vez que considerava falsa a idéia de que existiria uma Geometria pura, livre das referências cartesianas (Cf. Gentil, 2002, p. 9).

Comte, aliás, considerava *Geometria Geral* o nome mais apropriado para esse método analítico, deixando clara a superioridade da Geometria moderna sobre a dos antigos, a qual tratava apenas de problemas particulares. Essa visão fica clara no seguinte trecho:

A *Geometria Analítica*, tal qual a fundou Descartes, é essencialmente destinada a generalizar o mais possível as diversas teorias geométricas, conforme a íntima subordinação das mesmas a concepções analíticas, submetendo as diferentes

questões a outros tantos métodos uniformes necessariamente aplicáveis a todas as figuras convenientemente definidas.

(...)

As questões verdadeiramente limitadas a certas figuras, e que não comportam generalização real, quase sempre oferecem interesse muito secundário (...). Reconhecida às claras esta generalidade espontânea das principais indagações geométricas, deve naturalmente tornar desejável equivalente generalidade nos métodos correspondentes. Ora, tal é sobretudo a imensa superioridade da geometria moderna, constituída no estado analítico pela concepção fundamental de Descartes. Com efeito, antes desta renovação decisiva, as questões geométricas apenas comportavam soluções especiais em que o mesmo problema devia de novo ser resolvido em todos casos conhecidos, sem que se pudesse de modo algum utilizar, por falta direta e abstrata apreciação, o que lhe era essencialmente comum (Comte, [188-?], pp. 1-2).

Um exemplo claro dessa idéia defendida por Comte é o problema da determinação das tangentes que, analiticamente, é resolvido por um processo aplicável a qualquer curva. Por outro lado, na Geometria sintética, o processo para o traçado de uma tangente à circunferência é específico e difere do processo para traçar uma tangente a qualquer curva.

Observa-se que ele não via a Geometria Analítica como um ramo da Geometria, como por exemplo o era a Geometria Projetiva, mas como um método a ser utilizado para generalizar a solução de problemas e as teorias geométricas. O que ele aconselhava era primeiramente o estudo da Geometria Sintética, para só depois passar à Geometria Analítica, o que correspondia, aliás, à ordem histórica a partir da qual esses novos métodos foram construídos.

Comte considerava a Geometria Analítica de suma importância no desenvolvimento da Matemática, pois a possibilidade de representar linhas e superfícies por equações e o problema recíproco, isto é, a pesquisa de linhas e superfícies que representariam determinadas equações, implicou a descoberta de inúmeras linhas e curvas e suas propriedades, desconhecidas da Geometria dos antigos. Além disso, tinha a percepção de que a aplicação do Cálculo algébrico na Geometria possibilitou a criação do Cálculo Infinitesimal, o que foi fundamental para a evolução da Mecânica Racional.

Esse entendimento da Geometria Analítica como um método é bastante atual, uma vez que ela, ao contrário do que ocorre nas demais Geometrias, não se fundamenta em proposições e postulados próprios, mas se forma,

fundamentalmente, em um método geral para a solução de problemas geométricos<sup>13</sup>.

Fazendo um parênteses, é importante observar que a obra de Comte causaria estranheza em um estudante atual que conhecesse Geometria Analítica. Isso porque seu texto é muito descritivo, com poucas figuras e, até mesmo, sem grandes formalizações algébricas, retratando o estilo prolixo e repetitivo do autor. Por outro lado, mostra-se coerente com sua pretensão de auxiliar o estudante e sobretudo os mestres no entendimento da Geometria Analítica, a partir de explicações históricas e heurísticas, para que não fossem formados apenas profissionais, mas seres humanos cultos que soubessem situar historicamente, e no contexto das outras ciências, o que está sendo estudado. Comte tinha a percepção de que a Matemática tem tanta narrativa, objetivo e história quanto formalismos, ou seja, cálculos e fórmulas e, se isso não fosse percebido, o estudioso continuaria ignorante em Matemática, mesmo dominando suas técnicas.

A maior parte dos livros atuais não possui essa preocupação, pois tratam apenas de demonstrações dos teoremas da Matemática formal, como interpretá-los em uma situação específica e como e quando aplicar as regras e fórmulas resultantes. Assim, há uma inclinação para a formação do técnico e não do cidadão, por meio de uma educação integral, que abarque, pelo menos de maneira geral, todos os ramos do pensamento humano, possibilitando uma visão mais crítica da sociedade e do momento histórico vivenciado.

Voltando à obra do criador da sociologia, ainda no primeiro capítulo da primeira parte, Comte passa a explicar o sentido da denominação *analítica* que, segundo ele, poderia ser concebido de duas formas distintas.

A primeira referia-se aos métodos utilizados na Geometria moderna para a obtenção de uma maior generalização das teorias geométricas. Isso seria obtido por meio do uso da Análise, que seria a única forma “que poderia suficientemente separar e convenientemente tratar o que o assunto oferece de essencialmente uniforme no meio de uma inevitável diversidade” (Comte, [188-?], p. 4).

---

<sup>13</sup> É importante assinalar que Circe da Silva tem uma posição diferente do autor desta Tese, pois ela tem a visão de que “hoje em dia entende-se a Geometria Analítica como um ramo da Geometria, que é estudado com o auxílio da Álgebra Linear” (1991, p. 67).

A segunda dizia respeito ao uso clássico da palavra, isto é, proceder à divisão ou decomposição do todo ou de um objeto em suas partes. A generalização decorreria do estudo abstrato dos elementos obtidos com a divisão.

Essas duas concepções caracterizariam e justificariam a denominação dessa Geometria dos modernos, em oposição à Geometria sintética dos antigos.

Comte, então, resume o novo método criado pelo grande Descartes: “tem por caráter essencial, isolando cada condição de um problema, submetê-lo a uma solução plenamente geral, por uma conveniente redução do concreto ao abstrato” (Idem, p. 5).

Essa relação do concreto com o abstrato, obtida na Geometria Analítica, de acordo com o entendimento de Comte a respeito da Geometria e da Análise, é que fazia com que ele atribuísse a esse novo método suma importância no estudo das ciências positivas. As palavras a seguir demonstram bem o valor que ele dava à Geometria Analítica, o que, provavelmente, o influenciou na opção por escrever uma obra mais técnica sobre Matemática:

Segundo as indicações precedentes, a revolução radical operada no sistema dos estudos geométricos pela geometria analítica, deve ser considerada como a época mais decisiva para o desenvolvimento dessa ciência, cuja constituição filosófica era até essa data tão insuficiente e tão precária, apesar de admiráveis descobertas originais (Idem, p. 6).

Esse encontro da Matemática abstrata com a concreta teria sido, assim, uma fonte inesgotável de desenvolvimento para ambas. Segundo Comte, embora a Análise tenha permitido em dois séculos um maior desenvolvimento das teorias geométricas do que em todos os precedentes, foi ela que mais se beneficiou desse encontro que permitiu, aliás, a criação da Análise transcendente. Isso foi possível devido ao fato de a Geometria, além de ter propiciado felizes inspirações no desenvolvimento da Álgebra, evitou as abstrações demasiadamente indeterminadas, o que teria atrasado ou até mesmo limitado a sua evolução. Essa mútua influência entre o abstrato e o concreto foi muito profícua na evolução do espírito humano. Assim, a Geometria Analítica seria fundamental e a mais difícil de todo o aprendizado da Matemática, o que deveria ser observado tanto pelos mestres quanto por seus discípulos, como fundamentado no trecho seguinte:

As noções elementares de geometria e as rudimentares concepções de álgebra, que até então pareceram completamente independentes umas das outras e mesmo radicalmente heterogêneas, apesar de algumas relações especiais, contraem, desde esse momento, uma íntima e indissolúvel aliança, primeira base de comum extensão a ambas, e a qual tende cada vez mais a fazer conceber o complexo, de

outra sorte incoerente, das especulações matemáticas como suscetível de verdadeira unidade. Parte alguma do ensino matemático deve, pois, merecer a racional solicitude dos professores e a ativa atenção dos discípulos (Idem, p.7).

Comte, como nos livros atuais, inicia seu estudo a partir do conceito de coordenadas no plano.

Primeiramente, afirma que a Análise só pode especular a respeito de grandezas, mas a Geometria trabalha com duas outras categorias lógicas, não menos naturais que a primeira: uma referente à forma e outra à posição. Dessa maneira, seria necessária a redução das noções de forma e de posição às noções mais simples de grandezas, únicas passíveis de serem transformadas em números.

A solução para o problema seria então ver a forma de um corpo como resultante da mútua disposição de suas partes, a qual seria necessariamente reduzida à posição de todos os seus pontos. Em última análise, isso significa que a forma e a posição de um corpo poderiam ser consideradas a partir de um sistema que possibilitasse a representação de qualquer ponto no plano. Esse objetivo seria atingido pelo uso do que se convencionou chamar de sistemas de coordenadas, que “com auxílio de duas grandezas geométricas lineares, angulares, etc., que sobre um plano determinam, por sua combinação, o ponto correspondente relativamente a certos pontos de referência fixos e comuns” (Idem, p. 8).

Para se ter uma visão do estilo utilizado por Comte nessa sua única obra didática a respeito da Matemática, deixemos que ele mesmo explique a idéia de sistema de coordenadas:

Afim de melhor apreciar este indispensável artifício elementar, cumpre atender a simples generalização filosófica do processo espontaneamente sugerido a todo espírito criterioso pela necessidade de definir a situação [posição] de um ponto sem poder mostrá-lo, necessidade que acarreta sempre o inevitável emprego de dados numéricos. Se o ponto proposto deve pertencer a uma linha de antemão conhecida das duas inteligências entre as quais opera-se comunicação tal, um único desses dados basta para preencher essa indicação, assinalando por exemplo a maior ou menor distância do ponto variável a um ponto fixo da mesma linha. É este necessariamente o mais simples caso de todos os que pode oferecer a redução das idéias de posição às idéias de grandeza: mas importa concebê-lo distintamente, porquanto é a base de todos os outros mais complicados. Quando o ponto procurado deve somente fazer parte de uma dada superfície, o que sempre tem lugar em geometria plana, torna-se então indispensável a combinação de dois dados desse gênero, um para indicar a linha que deve contê-lo e o outro pra distinguí-lo do restante de sua circunferência: a denominação de *coordenadas* lembra com felicidade a isolada insuficiência de cada um dos dois elementos de determinação, que, só pelo concurso de ambos, se tornam eficazes. Afinal, no caso mais extenso e mais difícil, quando o ponto pode indiferentemente pertencer a todas as regiões do espaço, sua situação não pode destarte ser caracterizada senão combinando três

condições de grandeza, como havemo-lo especialmente reconhecer em geometria a três dimensões (Idem, ibdem).

A seguir a esse arrazoado, Comte apresenta, entre as incontáveis construções distintas, aquela que ele julga a mais natural de todas para determinar os pares de coordenadas de pontos em um plano: as coordenadas retangulares. De maneira geral, não considerando o estilo prolixo do autor, não existem diferenças entre as apresentações feitas desse tipo de sistema na obra em questão e nos manuais modernos de Geometria Analítica.

Comte atribui a Descartes o princípio de representação da oposição de sentido<sup>14</sup>, pela oposição dos sinais + e - para qualquer grandeza que, considerada segundo uma direção fixa, comporte uma inversão claramente caracterizada. A aplicação desse preceito termina com a ambigüidade no sentido de que, à primeira vista, o sistema de coordenadas não seria suficiente para suprir as idéias de posição, pois a simples idéia de grandeza parece insuficiente para definir em qual das quatro regiões do plano, separadas pelos dois eixos coordenados, encontra-se o ponto que se quer determinar, porém aplicado

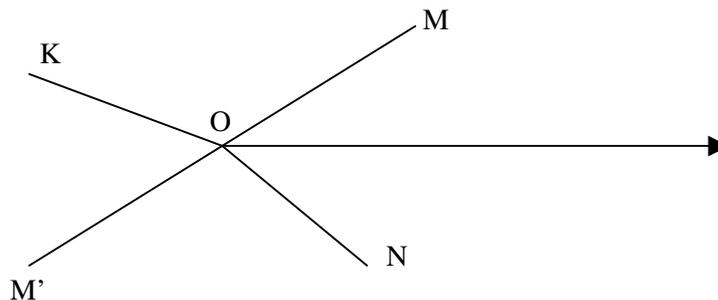
convenientemente [o princípio em questão] logo faz desaparecer a nossa elementar ambigüidade: contanto que se tenha em vista o sinal + e - de cada coordenada, assim como o valor desta, nunca haverá a menor incerteza sobre a região correspondente ao ponto proposto, porque essa região desde então ficará distinta das outras três por uma combinação apropriada dos dois sinais simultâneos (Comte, [188-?], p. 10).

Para Comte, o único sistema de coordenadas às vezes usado em Geometria Analítica seria o Polar, oriundo da Geometria celeste e originado espontaneamente de simples considerações geográficas sobre a comparação de diversos lugares terrestres, por meio da combinação de suas distâncias com suas respectivas direções.

Esse sistema consiste em se determinar a posição de um ponto em um plano, pela sua distância de um ponto fixo (pólo) e pelo ângulo que essa distância forma com uma reta fixa (raios vetores).

---

<sup>14</sup> “Na minha opinião, Descartes não expressou claramente esse princípio, como Comte afirma, mas somente a partir de Newton, em 1673, ele foi tratado sistematicamente” (Silva, 1999, p. 161).



Sendo os raios vetores  $OM=OM'=ON=OK= \mu$  e o ângulo  $MO\phi = \psi$

(Figura 12)

Dessa maneira, de acordo com o filósofo de Montpellier, as grandezas das duas coordenadas seriam suficientes para a determinação de um ponto, sem que fosse necessário qualquer sinal, mesmo que para distinguir suficientemente a posição M de sua oposta M', em que o ângulo  $\psi$ , sempre contado no mesmo sentido, como em trigonometria, mudou para um valor acrescido de  $180^\circ$ .

Segundo ele, essa característica do Sistema Polar que, a princípio, poderia ser considerada motivo de superioridade, torna-o, contrariamente, desfavorável ao seu uso analítico. De acordo com Comte:

Sem insistir aqui sobre as vantagens tão evidentes quanto eminentes desta descoberta fundamental [inversão das grandezas concretas por meio da inversão dos sinais], sobretudo inteiramente indispensável à existência da geometria analítica, devemos sentir que esta lei obsta a interpretação concreta do sinal, em referência às grandezas que, contadas em direções variáveis, não poderiam comportar uma verdadeira oposição de sentido; pois, desde que se reconhece que a mudança de sinal exprime a inversão, nenhuma outra atribuição pode jamais comportar, sob pena de ficar reduzida a um destino vago e até arbitrário. O que significa, por exemplo, a pretendida diferença de sinal entre os raios vetores OM e OM' aplicada ao conjunto de direções? Ela reduz-se evidentemente a supor positivos os raios tirados para cima do eixo Oφ e negativos os tirados para baixo. Ora, a distinção assim estabelecida entre estas duas classes é fictícia e ilusória, como atendo-se apenas à interposição deste eixo; concebamos suprimida essa vã separação e não haverá certamente mais diferença real entre OM e ON, que então se afeta de sinais contrários, do que entre OM e OK, a que todavia dá-se o mesmo sinal; isto torna logo saliente o quanto semelhante uso é radicalmente contrário a toda e qualquer interpretação da lei do sinal concreto (Idem, p. 28).

É claro que, se Comte tivesse feito corretamente a aplicação, não haveria o problema por ele alardeado. Ou seja, o problema estaria resolvido se fossem feitas as seguintes convenções: o ângulo  $\psi$  é positivo, quando medido no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, e negativo, quando concorda com aquele

sentido;  $\mu$  é positivo, quando medido do pólo ao ponto, sobre o lado terminal do ângulo, e negativo, quando medido no sentido oposto, isto é, sobre o prolongamento do lado terminal, além de O. Exemplificando com números: supondo que  $OM = \mu = 5$  unidades de comprimento e que  $\psi$  é igual a  $\pi/4$ , o ponto M pode ser expresso pelos seguintes pares:  $(5, \pi/4)$  ou  $(-5, 5\pi/4)$ .

Além disso, essa convenção permite chegar a determinadas conclusões a respeito da simetria:

- (a) quando a equação não se altera pela substituição de  $\psi$  por  $-\psi$ , a curva é simétrica em relação ao raio vetor;
- (b) a curva é simétrica em relação a  $\psi = \pi/2$ , quando a equação não se altera pela substituição de  $\psi$  por  $\pi - \psi$ ;
- (c) uma curva é simétrica em relação ao pólo, quando sua equação não se altera pela substituição de  $\mu$  por  $-\mu$  ou pela substituição de  $\psi$  por  $\pi + \psi$ .

Após esse preâmbulo, que o filósofo julgava indispensável na redução de idéias geométricas a idéias numéricas, é iniciada o que ele chama de “exposição direta da concepção fundamental” da Geometria Analítica, de acordo com a fundação de Descartes, ou seja, com o estabelecimento de uma harmonia profunda e mútua entre as linhas e as equações.

A seguir, apresentar-se-á um trecho que, embora longo, é importante para mostrar que Comte não possuía uma visão muito clara - ou pelo menos não conseguiu mostrá-la nessa obra - do que era função, bem como de sua distinção da equação de uma curva:

Quando um ponto se desloca arbitrariamente sobre um plano, variam suas duas coordenadas independentemente uma da outra. Se, porém, em seu movimento, o ponto segue um trajeto rigorosamente determinado, aliás de forma qualquer, estas duas variáveis não poderiam mais ser tidas como independentes. Basta, com efeito, uma delas para então determinar o ponto em relação ao qual a linha proposta ocupa o lugar da que corresponderia a outra coordenada. Em tal caso só pode esta receber valores subordinados ao da primeira, da qual assim se torna analiticamente, segundo a linguagem dos Geômetras, uma verdadeira *função*, aliás assinalável ou não, caracterizada por uma conveniente *equação* entre essas duas variáveis. Ora, como esta equação traduz exatamente a condição de um tal trajeto, é justamente chamada *equação da linha* correspondente, visto constituir uma rigorosa definição analítica que a nenhuma outra figura pode convir, na qual, devendo o mesmo valor da abscissa produzir um valor diferente para a ordenada também deve necessariamente mudar a relação existente entre os dois valores.

(...)

O princípio geral de semelhante correspondência só poderia ser convenientemente apreciado se considerarmos as idéias de equação ou de função

do modo mais extenso e se cuidadosamente evitássemos confundir a concepção, sempre possível, de cada equação com sua formação efetiva, muitas vezes difícil e não raras vezes inacessíveis (Comte, [188-?], pp. 12-13).

Percebe-se claramente que Comte tinha a idéia bastante comum em sua época de que todas as funções usadas eram representadas por expressões analíticas bem comportadas. Em última análise, esse tipo de concepção levava a uma noção, pode-se dizer, ingênua, sobre o que seria uma função, noção essa baseada no uso de fórmulas e gráficos, implicando admitir que toda curva definia uma função contínua e toda função contínua possuía uma derivada. Só mais tarde, com o surgimento de casos patológicos, como funções contínuas sem derivadas, ou uma curva que preenchia um quadrado, é que o conceito de função foi sendo paulatinamente clarificado, culminando com sua separação do conceito de curva e sendo definido de maneira mais ampla, a partir da Teoria dos Conjuntos. A partir dessa concepção mais moderna, o que não era percebido por Comte, é claro que nem toda curva no plano cartesiano é gráfico de alguma função. Pode-se citar, por exemplo, o círculo e a elipse, cuja Geometria já era bem conhecida desde Apolônio, e que, embora não representem funções, podem servir para elucidar as relações numéricas que as expressam.

Obviamente, isso não constitui um demérito para sua obra, pois a intenção era primordialmente didática, isto é, pretendia expor de modo acessível aos alunos e professores o conhecimento da época, o qual não havia ainda chegado a um grau sofisticado do conceito de função.

Comte ressalta que essa correspondência fundamental entre linhas e equações não poderia ser absoluta, ou seja, havia exclusividade de certas relações analíticas e de certas formas geométricas. Isso quer dizer que a representação analítica de qualquer linha depende do sistema de coordenadas escolhido. A ligação entre linha reta e equação do primeiro grau e entre seção cônica e equação do segundo grau é sempre decorrente do emprego generalizado do sistema retilíneo de coordenadas. Evidentemente, essas linhas teriam outras representações analíticas em outros sistemas de coordenadas. Muitas vezes, pode ser muito difícil discernir quais representações algébricas possuem a mesma origem geométrica. É claro que é sempre possível, por meio de manipulações algébricas, transformar uma representação analítica de uma linha, em um

determinado sistema de coordenadas, para uma representação analítica em outro sistema.

Embora com essa ressalva, Comte aponta o quanto a equação assinala a verdadeira natureza invariável da linha correspondente, em meio à variedade quase indefinida de seus atributos geométricos:

devemos assinalar aqui com todo o cuidado, em princípio, como propriedade essencial desta correspondência da equação com a linha, para cada sistema de coordenadas, sua independência necessária da diversidade das definições próprias a uma mesma figura. Ainda que a equação resulte inevitavelmente da definição, não é, entretanto, suscetível de variar com ela, se a linha não experimentar mudança real; pois que as mesmas abscissas sempre devem corresponder às mesmas coordenadas, enquanto a sucessão de pontos não tiver variado, qualquer que seja o novo aspecto sobre o qual possamo-la considerar (Idem, p. 14).

Para ele, como já dito, a concepção fundamental da Geometria Analítica consistia na capacidade de representar as linhas planas por equações com duas variáveis. A partir daí, para apreciação mais geral desse método, é imprescindível estudar o sentido inverso dessa concepção, ou seja: representar linhas planas por equações algébricas. Isso implica dizer, por exemplo, que se soubermos que um círculo de raio “r” e centro na origem é representado, em coordenadas retilíneas, pela equação  $x^2 + y^2 = r^2$ , o inverso também é verdadeiro, ou seja, dada a equação  $x^2 + y^2 = r^2$ , sabe-se que ela representa um círculo de raio “r”. Nas palavras do próprio Comte:

Essa dupla explicação geral da íntima harmonia natural que a grande concepção de Descartes organizou definitivamente entre as idéias de linha e as de equações caracteriza já o verdadeiro espírito e a principal dificuldade da Geometria Analítica. Todas as linhas que podem ser o assunto das indagações da geometria plana, sendo assim representadas em um sistema conveniente por outras tantas equações, cada fenômeno geométrico que a elas se refira torna-se desde logo suscetível de expressão analítica, quer seja concernente às circunstâncias isoladas de cada uma das linhas propostas, quer às suas relações mútuas. Sob este primeiro aspecto, trata-se, sobretudo em geometria analítica, de descobrir o equivalente analítico de cada construção geométrica. Reciprocamente, toda equação abstrata a duas variáveis, pelo menos, sendo do mesmo modo representada por uma curva correspondente, não há modificação algébrica que não deva comportar uma certa interpretação geométrica, cuja descoberta constituirá habitualmente, sob este segundo aspecto, a dificuldade essencial da geometria analítica (Idem, pp. 16-17).

Sobre o que ele denomina de segundo aspecto da Geometria Analítica, é feita uma análise importante, em que é enfatizada a sua maior generalidade no que diz respeito à primeira perspectiva. Isso porque, estabelecer a linha correspondente a uma equação, num dado sistema de coordenadas, poderia implicar não só a descoberta de novas curvas e figuras importantes, mas também,

em última análise, de suas definições rigorosas. Outro ponto ressaltado, na obra em questão, é o valor de se esclarecer a qual sistema de coordenadas se refere a equação estudada. Isso porque, pois, de uma mesma equação, poder-se-ia certamente tirar uma infinidade de linhas diferentes, de acordo com o sistema de coordenadas escolhido. Um exemplo óbvio é o da equação  $y = ax$  que, em coordenadas retilíneas, representa uma linha reta e, por outro lado, em coordenadas polares, uma espiral.

Para Comte, o mais importante desse princípio básico da Geometria Analítica - de representar linhas por equações e vice-versa - é que ele permitiria a relação entre o que ele chamava de Matemática abstrata (a Álgebra) e a Matemática concreta (a Geometria). Daí a importância fundamental da Geometria Analítica no desenvolvimento da Matemática, culminando com a criação do Cálculo Transcendente, tão marcante no desenvolvimento das ciências, a partir do século XVII.

Embora exaltasse as eminentes vantagens lógicas e científicas desse vigoroso método, ele chamou a atenção para suas limitações, na época, fazendo questão de esclarecer que não pretendia superá-las, mas as considerava passíveis de serem superadas no futuro. Fica nítida sua preocupação didática e filosófica, em contrapartida às suas ambições em Matemática, sobre a qual não pretendia criar novas teorias ou idéias, mas sim, apresentar da melhor maneira possível o que já se conhecia. Mais ainda, nitidamente pretendia fazer com que o leitor pensasse nesse conteúdo, com ênfase histórica e filosófica, inserindo-o sempre em um contexto mais amplo, muito diferente da maior parte dos livros didáticos que, até hoje, dão maior relevo ao conteúdo e à sua apresentação lógica.

A primeira dessas limitações referia-se à representação analítica de parte de uma linha, que não seria traduzida algebricamente com absoluta fidelidade:

A representação analítica das linhas é atualmente imperfeita, porque a equação, excedendo algumas vezes a estrita definição, convém a todo conjunto de cada linha, mesmo quando a geração proposta é restrita a uma porção determinada. Por exemplo, procurando a equação retilínea ou polar do lugar do vértice de um ângulo invariável em que cada lado do qual passa por um ponto fixo, achar-se-á que ela convém viciosamente à totalidade do círculo correspondente, ainda que a definição só convenha a um arco limitado, que poderá mesmo ser muito pequeno se o ângulo for muito obtuso. A maior parte das soluções da equação não se refeririam neste caso ao ângulo proposto, mas ao seu suplemento (Idem, p. 17).

A outra restrição ao método analítico dizia respeito a não se levar em conta as soluções imaginárias das equações, mas apenas as reais. Comte procurou discutir esse problema e, para tanto, dividiu-o em três partes, quais sejam:

- (a) **a equação admite soluções imaginárias e reais** – Poder-se-ia tentar interpretar geometricamente a equação, quando possui soluções reais e quando possui imaginárias. Por exemplo, a equação  $x^2 + y^2 = 1$ , que possui soluções reais para  $-1 < x < +1$  e, nesse caso, pode ser representada geometricamente, em um sistema de coordenadas retangulares, por um círculo de centro na origem. Por outro lado, se  $x$  é maior ou igual a 1 e menor ou igual a  $-1$ , a equação fica representada por uma hipérbole, considerando no eixo  $x$  os números reais e no  $y$  os imaginários;
- (b) **a equação admite apenas um número limitado de soluções reais** – Nessa hipótese, a figura não caracterizará efetivamente a equação que se quer representar. Isso pode ser facilmente observado no caso em que  $x^2 + y^2 = 0$ , que só admite a solução  $x = 0$  e  $y = 0$ , mas de cuja representação geométrica podem vir uma infinidade de outras equações. Facilmente pode-se inferir a mesma restrição para um número limitado de soluções reais;
- (c) **a equação admite apenas soluções imaginárias** – Estranhamente, já que representa soluções imaginárias no caso do item “a”, Comte não admitia representações geométricas para o caso de a equação só possuir soluções imaginárias. Como exemplo, ele citava várias equações:  $x^2 + y^2 + 1 = 0$ ,  $x^2 + y^4 + 1 = 0$ ,  $x^4 + y^6 + 1 = 0$ ,  $y^2 + e^x = 0$  etc.

Ele continua suas considerações iniciais sobre esse novo método, abordando os motivos que levaram à preferência do sistema retilíneo propriamente dito (eixos perpendiculares) sobre os demais, o que teria ocorrido de forma espontânea.

Para essa investigação, o problema foi dividido em duas partes. A primeira, referente à representação analítica das curvas e, a segunda, à representação geométrica das equações. Considerando apenas o primeiro aspecto, é afirmado que não existem motivos para a utilização de qualquer sistema de coordenadas específico, conforme é relatado a seguir:

Sob o primeiro aspecto provisoriamente isolado, nenhum sistema de coordenadas poderia evidentemente merecer uma preferência invariável, quer quanto à facilidade de formar a equação de cada linha, quer quanto à simplicidade da equação obtida; visto como, segundo o número precedente, ora é num sistema, ora em outro qualquer, que cada definição fornece logo uma equação simplíssima. O uso preponderante do sistema retilíneo não poderia, pois, haver de modo algum resultado dessa primeira ordem de motivos, que levaria a escolher sucessivamente cada um dos outros sistemas imagináveis, para os casos adaptados a sua natureza (Idem , p. 23)

Por outro lado, o segundo ponto de vista é que teria sido necessária a adoção do sistema retilíneo de coordenadas, como de uso universal na Geometria Analítica. Para Comte, os motivos seriam os descritos no seguinte trecho:

O mesmo, porém, não acontece sob o segundo aspecto, que manifesta claramente uma superioridade constante e necessária deste sistema [retilíneo] sobre outro qualquer no que é concernente à representação geométrica das equações, quanto à facilidade e nitidez de semelhante pintura e por conseguinte quanto à eficácia lógica. Esta vantagem resulta em primeiro lugar da natureza das linhas empregadas, visto que os pontos são aí evidentemente determinados pela interseção das mais simples linhas possíveis. Contudo, esta primeira explicação não bastaria, pois existe, como já vimos, uma infinidade de outros sistemas de coordenadas em que igualmente só se introduzem linhas retas. Portanto é mister para precisar convenientemente tal discussão, atender também ao modo de variação destas linhas, o que acaba de por em evidência esta superioridade geral do sistema ordinário. Com efeito, o deslocamento de uma reta por uma simples translação paralelamente a um eixo fixo constitui por certo a maior simplicidade possível em uma imagem geométrica que, por seu destino, deve sempre conter algum elemento variável. Podemos, portanto, considerar esse sistema como sendo necessariamente aquele em que melhor se representa a correspondência elementar entre o movimento do ponto e a variação numérica de suas coordenadas; de onde devemos concluir sua aptidão superior para a interpretação geométrica de todas considerações analíticas (Idem , pp. 23-24).

Continuando a sua argumentação, o autor do *Tratado de Geometria Analítica* expõe o motivo da preferência usualmente dada, no sistema retilíneo, à utilização de eixos perpendiculares. Para ele, tal opção não seria pela idéia mais familiar de sua inclinação e tampouco pelas simplificações analíticas que porventura essa escolha viesse a causar. Isso porque, muitas vezes outros ângulos levariam a melhores representações geométricas das expressões analíticas a serem estudadas. O ponto crucial para o uso de coordenadas perpendiculares seria o fato de elas dividirem o plano em quatro regiões exatamente idênticas, o que não acontece, obviamente, nos eixos oblíquos, dificultando a representação de curvas que ocupassem mais de uma dessas regiões, o que quase sempre ocorre. Um exemplo claro da maior facilidade de representação em eixos perpendiculares pode ser dado pela equação  $x^2 + y^2 = 1$ , em que a mudança de sinal da abscissa

não influi nos valores da ordenadas, e se estende nos quatro quadrantes. Isso quer dizer que, para que essa expressão analítica fique representada com fidelidade, as quatro regiões em que os eixos dividem o plano devem ser passíveis de perfeita concordância.

Para Comte, malgrado a superioridade da representação das equações por meio de eixos retilíneos e perpendiculares - em que, aliás, ele afirma serão construídas todas as teorias gerais em sua obra-, na prática, eles podem ser abandonados para certas curvas, de modo a evitar excessivas complicações algébricas. Em alguns casos de aplicações concretas da Geometria abstrata, nem sempre a simplificação das equações seria o motivo de se abandonar o sistema canônico, mas sim, a melhor possibilidade de interpretação física, como ocorreria no caso dos “astrônomos levados a preferir habitualmente as equações polares, a respeito de curvas cujas equações retilíneas seriam todavia mais simples” (Idem, p. 25).

O primeiro capítulo da primeira parte, que trata das noções fundamentais necessárias à compreensão da Geometria Analítica, é encerrado com duas explanações, consideradas indispensáveis por Comte, sobre dois assuntos relacionados, denominadas por ele, respectivamente, de *Teoria da Homogeneidade Geométrica* e *Construção Elementar de Fórmulas Algébricas*.

A lei da homogeneidade, para Comte, consistia na mais ampla de todas as compreendidas pela Filosofia da Matemática, uma vez que se aplicaria a toda e qualquer relação do abstrato com o concreto. Em seu Curso de Filosofia Positiva, na 5ª lição, esse princípio é enunciado da seguinte maneira: “A exatidão de toda relação entre grandezas concretas, quaisquer que sejam elas, é independente do valor das unidades às quais fazemos referência ao exprimi-las em números” (Comte, 1907, p. 121). Isso implica dizer, por exemplo, que a relação existente entre as três medidas dos lados de um triângulo não se altera se forem realizadas em metros, em milhas, em polegadas etc.

Advém dessa consideração geral que qualquer equação, que exprime a lei analítica de um fenômeno qualquer, deve gozar dessa propriedade, pois, de modo algum, pode sofrer alteração se modificadas simultaneamente todas as unidades correspondentes às quantidades que a compõem.

Com o intuito de apreciar as conseqüências analíticas dessa lei, em relação às equações algébricas propriamente ditas, é necessário especificá-las, dividindo-

as em dois grupos distintos: as que só contêm grandezas de mesma espécie e as que possuem grandezas de espécies distintas.

No primeiro caso, que seria o mais comum em Geometria Analítica, é iniciada a explicação por meio da relação entre linhas, reduzida à apreciação do efeito isolado da mudança proposta para cada termo da equação. Em outras palavras, tornando-se  $m$  vezes maiores todos os fatores que exprimem as linhas consideradas, é simples perceber, a princípio, que todos os termos de primeiro grau ficarão também multiplicados pelo mesmo fator  $m$ . Isso vale para qualquer forma algébrica (inteira, racional ou irracional), como por exemplo:  $3a$ ;  $\frac{ab}{e}$ ;  $\frac{2}{3}ab$ ;

$$\sqrt{abc}; \sqrt[3]{\frac{abcd}{e}} \text{ etc.}$$

Dessa circunstância, pode-se inferir que cada um dos termos de grau superior ficará, então, com uma forma qualquer  $m^2$ ,  $m^3$ ,  $m^4$  etc. vezes maior, consoante seja do segundo, terceiro, quarto etc. graus, “como produto de igual número de fatores de primeiro grau” (Comte, [188-?], p. 30).

No segundo caso, têm-se duas situações distintas: as unidades heterogêneas são independentes entre si ou subordinadas umas às outras. Se não há nenhuma ligação obrigatória entre as unidades, como acontece em Geometria nas relações simultaneamente lineares e angulares, a lei da homogeneidade não terá o seu sentido essencial alterado. Mas, deverá ser observada uma variedade maior de preceitos em relação ao primeiro caso, uma vez que todos os termos da equação terão que apresentar graus idênticos, tanto no caso de conter somente fatores lineares ou angulares, quanto se tiver os dois tipos ao mesmo tempo. Na outra situação, em que as unidades não são independentes, ou seja, embora heterogêneas, conservam uma subordinação entre elas,

a lei fica necessariamente modificada, por isso que não se pode mais avaliar o grau de cada termo segundo a prática puramente algébrica, por meio da simples enumeração uniforme dos fatores convenientes. É necessário então apreciar esses diversos fatores segundo suas respectivas origens, aplicando-lhes uma certa ponderação analítica derivada da ligação primitiva das unidades. Para formular esta ponderação nas equações geométricas em que podem coexistir comprimentos, áreas e volumes, basta reconhecer que o encadeamento das três unidades é então necessariamente tal que, tornando-se a primeira  $m$  vezes menor, fica-o a segunda  $m^2$  vezes, e a outra  $m^3$  vezes. De acordo com isto, a homogeneidade deve então existir contando cada fator superficial como dois fatores lineares e cada fator sólido como três. Ainda que este modo difira essencialmente do precedente, a sua natureza igualmente determinada torna-o do mesmo modo próprio para fornecer espontaneamente em geometria úteis verificações algébricas (Idem, p. 31).

Comte encerra o capítulo utilizando-se do princípio da homogeneidade na construção de fórmulas algébricas. Ressalta a importância de não se confundir a construção de fórmulas com a de equações. Por ser essa última muito mais complexa e importante, optou por estudá-la no decorrer do *Tratado*, quando já tivessem sido abordadas e discutidas as idéias necessárias à sua compreensão.

Mesmo a construção de fórmulas excessivamente compostas exigiria uma tal acumulação de linhas que seria inexequível a utilização da construção gráfica, pois a solução seria obscurecida pelo traçado gráfico complexo.

Foram discutidas as construções, com o auxílio da teoria da proporcionalidade, das seguintes fórmulas: as inteiras, cujos termos são da forma

$2a$ ,  $5a$ ,  $\frac{3}{4}a$ ,  $na$ ,  $\frac{p}{q}a$  etc.; as fracionárias, em que o numerador e o denominador

são monômios ( $x = \frac{ab}{c}$ ,  $x = \frac{abcd}{efg}$ ); as fracionárias, quando o numerador e o

denominador são polinômios ( $x = \frac{abcde + fghik - lmnopq}{rstu - noch}$ ); e, finalmente, as

irracionais de segundo grau ( $x = \sqrt{ab}$ ).

Após a discussão dessas regras elementares de construção, é proposta, como aplicação e com as orientações necessárias, a construção da fórmula algébrica

$$x = \sqrt{\frac{a + \sqrt{b}}{c - \sqrt{d}}}$$

Comte convida, então, os principiantes a criarem outros exemplos, de modo a se exercitarem nas técnicas de construção apresentadas, mas com a sugestão de não perderem muito tempo com esses exercícios.

Ainda sobre a lei da homogeneidade, no segundo capítulo da primeira parte, é feita uma interessante aplicação, quando da determinação da equação da reta em coordenadas retilíneas, para Comte, a mais adequada para esse tipo de linha. Após determinar a equação fundamental  $y = ax + b$ , que representaria todas as retas do plano, atribuindo às constantes  $a$  e  $b$  os valores convenientes, é afirmado que, independentemente da figura, a lei da homogeneidade indicaria, sem auxílio de qualquer outro método, que a constante  $b$  deveria ser linear e a constante  $a$  angular. Comte explicita melhor, em nota de rodapé, o que está querendo dizer:

Se  $a$  fosse considerada como linear, assim como uma tangente trigonométrica o é, com efeito, a equação não seria mais homogênea; mas isso proveria evidentemente de ter-se tomado para unidade o raio trigonométrico. Seria preciso então restabelecer a homogeneidade, escrevendo segundo a regra,

$$y = \frac{a}{r}x + b$$

Deve-se pois preferir habitualmente conceber  $a$  como uma simples função abstrata do ângulo  $\alpha$ ; eis porque lhe tenho, há muito tempo, aplicado a denominação característica de coeficiente angular, que começa agora a tornar-se espontaneamente de um uso universal (Idem, p. 39).

Assiste razão a Silva, quando afirma que a concepção de Comte a respeito da homogeneidade é limitada a grandezas de mesma espécie, e que ele a emprega, como Descartes e Lacroix, basicamente em construções gráficas (1999, p. 173).

Em verdade, embora tivesse uma grande admiração por sua obra, a concepção de Comte sobre homogeneidade não tinha a mesma profundidade de Fourier, cujo objetivo seria a redução de grandezas a conjunto de poucas unidades fundamentais, com a pretensão, comum no século XIX, de

obter equações, que representam leis científicas, a partir de considerações sobre a dimensionalidade das grandezas físicas – ou seja, sem ser necessário dispor de uma teoria, propriamente dita, sobre o assunto, nem dispor de informações obtidas empiricamente (Martins, 2004, p. 391).

Obviamente, essa concepção é reflexo de um espírito característico principalmente na França, no final do século XVIII, surgido em um ambiente científico e epistemológico, em que se acreditava que o conhecimento científico poderia ser obtido *a priori*. Hoje, esse método, denominado Análise Funcional, tem objetivos bem mais modestos, baseados em uma outra concepção de ciência (Cf. Martins, 2004, p. 401).

Nesta oportunidade não se tem a pretensão de esgotar todos os assuntos tratados no livro de Comte. Por isso, foi efetuada simplesmente a discussão do primeiro capítulo da primeira parte, que trata das noções fundamentais da Geometria Analítica. Buscou-se, na medida do possível, utilizar as próprias palavras do autor, de maneira a perceber como ele se preocupava - embora muitas vezes essa preocupação o torne repetitivo – em explicitar cada conceito a ser estudado, bem como as bases em que estavam assentados os assuntos tratados em sua obra. Ficaram, então, evidenciados em todo o seu trabalho os focos de interesse, primordialmente filosóficos e didáticos, em Matemática.

Ele demonstra uma tendência constante de situar o conhecimento que está sendo exposto em um contexto mais geral e histórico, sempre de forma a parecer

“uma conversa” com o leitor, diferindo bastante de outras obras matemáticas, cujo enfoque era simplesmente no encadeamento lógico do conteúdo a ser ensinado, sem nenhuma preocupação com o destinatário do livro, sob nítida influência dos *Elementos* de Euclides.

Pode-se inferir, assim, que o principal interesse de Comte, em didática, não estava nos formalismos matemáticos, o que é corroborado pela inclusão do livro *Eléments de géométrie* (1741), de Aléxis Claude Clairaut (1713-1765), em sua biblioteca positivista. O livro de Clairaut, fugindo ao usual da época, procurou apresentar sua *Geometria* não a partir dos *Elementos* de Euclides, mas sim, de um método que motivasse o estudo e a compreensão da Geometria. Esse método baseou-se na história, não através da

reconstituição detalhada das descobertas geométricas, mas por meio de um caminho – que poderia ter sido aquele percorrido pelos descobridores – que apresentasse essas descobertas como soluções encontradas pelos homens na tentativa de resolver os problemas que a eles se apresentavam (Miorim, 1998, p. 46).

Pode-se ainda perceber, da análise do primeiro capítulo dessa obra, a tentativa de apresentar os assuntos de acordo com o seu princípio, já enunciado de forma clara em seu *Curso de Filosofia Positiva*, que se pode denominar de genético, concebido a partir da Lei dos Três Estados:

O ponto de partida sendo necessariamente o mesmo para a educação do indivíduo e para a da espécie, as diversas fases principais da primeira devem representar as épocas fundamentais da segunda. Ora, cada um de nós, contemplando sua própria história, não se lembra de que foi sucessivamente, no que concerne às noções mais importantes, teólogo em sua infância, metafísico em sua juventude e físico em sua virilidade? Hoje é fácil esta verificação para todos os homens que estão ao nível de seu século (Comte, 1983, p. 5).

Essa visão de Comte teve grande influência nas discussões, no século XIX e início do século XX, sobre o uso da História da Matemática nas práticas pedagógicas. Miguel et al chega a afirmar que “o princípio genético ou recapitulacionismo pedagógico<sup>15</sup> parece ter-se constituído a partir da Lei dos Três Estados ou, pelo menos, com base nela, ter exercido uma influência considerável sobre o pensamento pedagógico” (2004, p. 75).

---

<sup>15</sup> Em verdade, a denominação “princípio genético” foi criada para classificar “uma versão pedagógica da ‘lei biogenética’ de Ernst Haeckel (1834 -1919). Essa lei sugeriu que, durante o seu desenvolvimento, o embrião humano atravessaria os mais importantes estágios pelos quais teriam passado seus ancestrais adultos (...). A versão pedagógica (...) considera que todo indivíduo, em sua construção particular do conhecimento, passaria pelos mesmos estágios que a humanidade teria passado na construção desse conhecimento” (Miguel et al., 2004, p. 40).

Outro fato importante a se destacar no *Tratado de Geometria Analítica* é a preocupação do autor em anular a oposição que existia na época entre a Geometria sintética e a Geometria analítica. Ele defende ser falsa a idéia de que existiria uma Geometria pura, livre das referências cartesianas, além de afirmar a importância da Geometria no desenvolvimento da Análise.

É bem difícil avaliar hoje a influência da obra de Comte sobre seus contemporâneos, uma vez que não se constata referência direta a ela em nenhuma obra clássica de História da Matemática, pois, como ele próprio reconhecia, não trazia nada de novo para o conhecimento Matemático em si. Seu principal interesse era pedagógico, assinalando as deficiências ainda encontradas na Geometria Analítica, sem, no entanto, apresentar propostas de solução. Contudo, de acordo com Gentil:

O tratado de Comte nunca foi um manual de ensino difundido como tal, provavelmente porque ele se afastava demais das normas do programa; mas ele influenciou fortemente e de modo durável os professores de matemática. Dizia-se de Comte que ele tinha, na sua qualidade de examinador, um método específico de interrogação, e muitos professores vinham assistir aos exames orais que ele realizava. Em geometria analítica, o candidato devia achar a solução do exercício indicando como ele escolhia o método de resolução (2002, p. 9).

Ainda em concordância com Gentil, a grande contribuição de Comte foi mesmo de ordem pedagógica:

Os pontos de vista novos de Comte, nós os acharemos no sentido dado por ele à geometria analítica, por exemplo, na equivalência entre linha reta (uma forma espacial) e equação linear (uma função, explica ele). Assim, o conceito abstrato de *linha reta* vai se instalar nos hábitos escolares. Ele definirá a teoria analítica da linha reta pelo *próprio* da equação de uma reta que consiste em dois coeficientes de natureza diferente. Devemos, aliás, a Comte o termo de *coeficiente angular*, “expressão que começa agora a tornar-se sistematicamente de um uso universal”, como ele menciona com alegria em sua obra (Idem, ibidem).

E no Brasil, qual foi a efetiva influência do *Tratado de Geometria Analítica* do filósofo de Montpellier? Se tomarmos como certas as palavras de Silva, essa obra de Comte foi de fundamental importância nas Academias Militares e, posteriormente, na Escola Politécnica, pelo fato de Benjamim Constant tê-lo adotado em suas aulas, em substituição ao conceituado livro-texto de Lacroix (1999, p. 253). Outro trabalho de Silva (2002) leva à mesma conclusão, ou seja, de que o livro de Lacroix sobre a disciplina de Geometria Analítica foi adotado nos cursos de Matemática, no Brasil, até a década de 1870, sendo posteriormente substituído pela obra de Comte.

Entretanto, tais afirmações, tanto de Gentil quanto de Silva, devem ser recebidas com uma certa reserva. Segundo às asserções de Gentil, como já dito, não há referências sobre a obra de Comte nos clássicos sobre História da Matemática e, além disso, não foi localizado, pelo autor desta Tese, nenhuma obra que a situe no contexto educacional Francês, ou de qualquer outro país mais desenvolvido na época. Quanto às conclusões de Silva, a reserva se deve ao fato de que, até hoje, não foram efetuados estudos mais profundos sobre a influência do livro de Comte na Matemática escolar (Curso Secundário), tampouco nos cursos superiores da época (Academias Militares e Escola Politécnica).

## 5.5 Sistema de Política Positiva

A segunda grande obra de Auguste Comte, escrita entre 1851 e 1854, na etapa final de sua vida, reúne a maior parte de suas elaborações políticas e recebeu o título, não por acaso, de *Système de Politique Positive ou Traité de Sociologie instaurant la Religion de l'Humanité*, em quatro volumes.

Esse trabalho é o mais importante da chamada “segunda fase” de Comte e ocasionou o rompimento de vários de seus seguidores com sua Filosofia, ou melhor, com sua visão política, especialmente pela instituição de uma religião que, para esses seguidores, representaria uma contradição à sua grande obra *Cours de Philosophie Positive*.

Ele nega veementemente a divisão de seu pensamento filosófico em duas fases distintas e defende a coerência de seu sistema filosófico. Sustenta que essa “segunda fase” já estava prevista em seus primeiros escritos, tanto que anexa, ao final do quarto Tomo, uma seleção desses seus escritos da juventude, para demonstrar a unidade de sua Filosofia e sua intenção de reformar a sociedade.

Ele lamentou que seu *Curso* tenha gerado grandes equívocos a pensadores como Littré e Stuart Mill, fazendo-o arrependê-lo de tê-lo publicado, conforme seu comentário em uma carta de 28 de maio de 1857, pouco antes de sua morte, escrita a seu discípulo Dr. Audiffrent:

Mesmo que eu tivesse tido que ensinar e mesmo escrever *Curso de Filosofia Positiva*, não devia publicá-lo senão no fim da minha carreira, a título de puro documento histórico, justamente com meu volume pessoal de 1864. A preparação que ele realiza era-me realmente indispensável; mas podia e devia tê-lo evitado ao público, junto do qual o caminhar do positivismo teria certamente sido mais seguro e mais rápido se eu me tivesse manifestado diretamente através da

minha Política Positiva após a minha regeneração mental, de um modo plenamente conforme ao principal espírito dos meus opúsculos fundamentais, diretamente orientados para um fim social ... (Comte apud Arbousse- Bastide, 1984, p. 27).

A sua intenção, com a publicação do *Curso*, era preparar sábios com “capacidade científica”, que reputava raros em sua época. Dessa forma, antes de almejar seus objetivos de reforma social, já esboçados em seus *Opúsculos Sociais*, visava a instruir esses sábios nas ciências positivas, como esclarece o trecho a seguir:

Compreende-se o sentimento de Comte. Parece haver uma assimetria no tom e na intenção entre os ‘opúsculos’ da juventude e o *Curso*. A continuidade do movimento do pensamento é, no entanto, manifesta. Foi porque sentiu, sobretudo, nas Considerações sobre o poder espiritual – o opúsculo decisivo de 1826 -, a importância e a escassez de sábios realmente dotados de ‘capacidade científica’ que Comte decidiu empreender para eles – e talvez também para si mesmo – uma exposição didática, sistemática e educativa. O *Curso* não é mais do que a escola preparatória para a missão política dos ‘sábios’. Comte prevê os órgãos antes de precisar as funções e a sua ordenação (Idem, pp. 27-28).

De acordo com seu intuito, a parte referente às ciências naturais e à Matemática é naturalmente inferior à do *Curso*, mas vale a pena ser discutida, pois, de certa maneira, denota a mudança do pensamento de Comte em relação a essa ciência.

Sem perder de vista o foco desta pesquisa, será estudada *A Introduction Fondamentale, a la fois scientifique e logique*, constante do Tomo I, dividida em três capítulos: Chapitre premier - Appréciation générale de cette introduction; Chapitre deuxième - Introduction indirecte, essentiellement analytique, ou Cosmologie; e Chapitre troisième - Introduction directe, naturellement synthétique, ou Biologie.

A análise será efetuada por meio do cotejo entre o livro *Política Positiva de Augusto Comte: resumo completo do Sistema de Política Positiva ou Tratado de Sociologia*, de Antonio Valença de Mello, e a obra original de Comte. Toda vez que for feita uma citação, uma nota de rodapé indicará a página em que ela pode ser encontrada na obra do criador da Religião da Humanidade.

O primeiro capítulo, em que é feita uma apreciação geral do tema da Introdução Fundamental, inicia com o objetivo de seu trabalho, qual seja, a síntese entre a inteligência e o sentimento:

A solução da crise fatal que, desde o último quartel do século XVIII, faz oscilar o Ocidente entre a anarquia e a retrogradação (sic) exige a coordenação

profunda dos três modos essenciais de nossa existência, que jamais foram bem combinados, após a antiga ruptura da unidade preliminar, instituída pela Teocracia.

Urge fundar uma síntese completa e definitiva, ao mesmo tempo mais favorável à inteligência, à atividade e ao sentimento do que o foram separadamente na civilização grega, na sociabilidade romana e na disciplina católico-feudal (Mello, 1979, p. 167)<sup>16</sup>.

Depois disso, Comte discorre sobre a Religião da Humanidade, argumentando que teria todas as condições de realizar a sua consolidação, bem como que, ao final, demonstraria a supremacia da sociabilidade sobre a inteligência. O trecho transcrito, apesar de extenso, demonstra bem o seu pensamento:

Todas essas condições fundamentais são igualmente preenchidas pela Religião demonstrada, a qual compreende três partes distintas, embora solidárias: o Dogma, o Regime e o Culto. Concorrendo respectivamente nas três ordens conexas de atributos fundamentais: pensamentos, atos e sentimentos, elas caracterizam nossas três grandes construções contínuas: a Filosofia, a Política e a Poesia.

Apesar da conexão natural, sua sistematização não poderia ser simultânea. Para regular e, bem assim, para ligar, toda Religião deve subordinar o conjunto de nossa existência a um poder exterior; ela deve apreciá-lo primeiramente, a fim de determinar, em seguida, a conduta que ele prescreve e a veneração que comporta. Desse modo, o Regime supõe o Dogma e o Culto resulta de ambos, para a consolidação de nossas crenças e nossos deveres por sua ligação contínua com as afeições que nos dominam.

Essa marcha natural prevaleceu sempre, mesmo quando a Religião se prendia a seres puramente fictícios, cujas primeiras noções foram espontâneas. Com mais forte razão, ela convém à Religião final, relativa a uma existência profundamente real. Portanto, se a Teocracia e a Teolatria repousaram sobre a Teologia, a base sistemática da Sociocracia e da Sociolatria é constituída pela Sociologia.

Embora a elaboração do Dogma deva prevalecer inicialmente, ela permanece insuficiente, enquanto não fornece espontaneamente indicações diretas em relação ao regime e mesmo ao Culto. Nossas concepções sadias sendo finalmente destinadas a regular nossas ações e sentimentos. Essa aptidão constitui sempre o melhor critério de sua própria maturidade. Até uma tal verificação, nossa inteligência persiste ainda no estado científico que, sobretudo entre os modernos, precede e prepara o verdadeiro estado religioso.

Essas reações espontâneas sobre o Regime e o Culto não tendem somente a consolidar nossa construção atual; elas devem também secundá-la muito pela estimulação que imprimem à inteligência, assim chamada muitas vezes ao nobre sentimento direto de sua eficácia moral ou social. A alta racionalidade de tais processos filosóficos decorre de sua evidente conformidade com o gênio eminentemente sintético que convém a toda Religião e que deve caracterizar sobretudo a Religião final, destinada a instituir uma ligação mais completa e mais homogênea entre todos os modos de nossa existência.

Qualquer manifestação oportuna dessa íntima solidariedade adquire hoje uma nova importância, a fim de melhor resguardar-se de um deplorável regime de dispersão empírica. Agora, quando essa Filosofia finalmente se eleva à suprema

<sup>16</sup> Veja (Comte, 1912, pp. 401-402).

dignidade de Religião, seu surto anunciará espontaneamente a subordinação normal da inteligência à sociabilidade (Idem, pp. 167-168, grifos nossos)<sup>17</sup>.

Percebe-se que, em verdade, a última fase a ser atingida pelo ser humano não é a científica, mas sim, a religiosa, quando seria levado em conta, além da razão, o sentimento. Essa idéia da Filosofia, chegando ao seu estágio final como religião é o cerne de sua *Política Positiva* e, é claro, tal concepção influenciou seu pensamento em relação às ciências. Ele considerava que, em sua época, a lógica ainda não estava sistematizada e isso seria uma prioridade para os “verdadeiros” pensadores ocidentais. A nova lógica, a lógica positiva, deveria ser uma combinação das diferentes formas racionais utilizadas no passado da humanidade, resumidas nas três fases a seguir descritas, das quais a etapa Metafísica só denominava de lógica a última, pois seria a mais adequada para a dedução, embora não conviesse muito ao método indutivo:

as três fases de nossa longa infância, o Fetichismo, o Politeísmo e o Monoteísmo desenvolveram respectivamente, para elaboração espontânea de nossas especulações abstratas e gerais, o poder dos sentimentos, a eficácia das imagens e a aptidão dos sinais naturais ou artificiais. Mas essa cultura parcial foi sempre muito exclusiva e não podia mais do que preparar espontaneamente o estado normal da razão humana (Idem, 1979, p. 169)<sup>18</sup>.

A superação da concepção Metafísica da Lógica deveria ser efetuada por meio da combinação de todas as formas que o ser humano possui para inferir as leis exteriores. Para Comte, “um profundo conhecimento do homem e da humanidade justifica o emprego lógico do sentimento” (Idem, ibdem)<sup>19</sup>.

Ele salienta a importância do sentimento, principalmente, nas ciências preliminares, uma vez que na Sociologia ele é utilizado naturalmente, pela própria natureza de seu conteúdo. Assim, a sistematização científica deveria levar em conta também o sentimento, com o objetivo de subordinação paulatina da inteligência a serviço da sociabilidade. Isso se justifica pelo fato de a nova religião necessitar de uma introdução, o que a religião “primitiva” não necessitaria, por ser espontânea. O entendimento do “Grande-Ser” como sendo a Humanidade - ao invés de um ser onipotente, onipresente, onisciente e bom, que tantas dificuldades trouxe à Metafísica - era superior, pela razão de suprir as pesquisas e as necessidades humanas. Nesse “Grande-Ser” não estariam incluídos todos os

<sup>17</sup> Veja (Comte, 1912, pp. 402-405).

<sup>18</sup> Veja (Idem, p. 406).

<sup>19</sup> Veja (Idem, ibdem).

homens, “mas apenas aqueles que são assimiláveis, de acordo com uma verdadeira cooperação com a existência comum” (Arbousse-Bastide, 1984, pp. 42-43). Isso implica dizer que somente aqueles que cooperam, com seus sentimentos, idéias e ações, para a obra comum do progresso e da elevação moral e espiritual da Humanidade, é que dela fazem parte, ou seja, eliminam-se as pessoas inúteis ou prejudiciais à sociedade.

Dessa maneira, a essência do pensamento religioso de Comte, que o diferencia da Teologia, é que a humanidade tende sempre ao progresso, pois toda vez que é descoberto um princípio qualquer no domínio da ciência, a Humanidade aumenta o seu cabedal de conhecimentos e, conseqüentemente, a posteridade humana é beneficiada pelo novo desenvolvimento.

Para ele, a Humanidade estava subordinada a leis próprias, não redutíveis às das outras ciências, e seu conhecimento seria o objeto da Sociologia Estática e Dinâmica, cujo estudo só seria realmente proveitoso após o estudo racional, sistemático e metódico das outras ciências mais gerais e mais simples.

Esse era o princípio fundamental do Positivismo: toda existência humana está subordinada a fenômenos que obedecem a leis invariáveis. Essa concepção implica que “sem essa constância das diversas relações naturais, não se poderia conceber nenhuma marcha seguida em nossas especulações, nenhum fim determinado para nossas ações nem mesmo um caráter fixo em nossas inclinações” (Mello, 1979, pp. 173)<sup>20</sup>.

Segundo Comte, a Filosofia Teológica possuía a tendência de explicar os fenômenos físicos pelas leis morais, e o sentido da evolução positiva seguia o caminho inverso, isto é, explicava os fenômenos morais por meio de leis físicas. Daí seria imprescindível o estudo das ciências positivas na ordem enciclopédica. Mesmo os melhores espíritos não conseguiriam atingir o estado positivo sem esse preâmbulo, não sendo possível abordar de forma consistente os estudos superiores, sem a prévia preparação nas ciências mais abstratas e menos complexas.

As ciências preliminares seriam, então, a iniciação para a ciência final, mas ao mesmo tempo teriam de ser necessariamente organizadas por ela, sob pena de

---

<sup>20</sup> Veja (Comte, 1912, p. 414).

se perder a visão de conjunto. Hoje, dir-se-ia que Comte possuía uma visão Holística do mundo, senão vejamos:

O mais orgulhoso metafísico jamais desconheceu a necessidade de subordinar sua razão aos teoremas matemáticos ou astronômicos. Desse modo, nossa arrogante razão faz que seu principal mérito consista em refletir fielmente o mundo real, a fim de que nossas operações interiores possam suprir as indicações exteriores, segundo o espetáculo, muito pouco admirado, que nos oferece a previsão científica. Essa mistura de submissão e grandeza constitui uma de nossas melhores glórias e também um dos mais poderosos auxiliares de nossa educação moral.

(...)

A ciência propriamente dita, orgânica ou inorgânica, assim se mostra dotada de uma alta aptidão religiosa, não só para ligar como para regular. Tornada para sempre uma introdução necessária à religião, ela adquire, na futura Sociocracia, uma consagração mais completa e mais durável do que aquela com que a honrou a Teocracia inicial.

Essa missão é a fonte de uma verdadeira sistematização das ciências preliminares. Se precedem e preparam a ciência final, elas, por sua vez, só podem ser coordenadas por esta. Já se tornaram incapazes de apreciar suas respectivas teorias os que não podem ligar a uma vista de conjunto.

(...)

A ciência inorgânica pareceria comportar uma constituição própria, independente da ciência final, desde que seu objetivo teórico podia ser concebido sem nenhuma relação com o homem que não estivesse na qualidade de espectador. Todavia, além de que a sociabilidade reprovará cada vez mais essa utopia, sua racionalidade seria só aparente, porquanto a natural imensidade do domínio especulativo lhes suscitaria divagações indefinidas, que além de sua esterilidade, se tornariam breves, contrárias a toda a sistematização.

(...)

As exigências racionais do futuro erigem, portanto, as ciências preliminares, orgânicas ou inorgânicas, em introdução indispensável, direta ou indireta, da ciência humana. Além disso, esses estudos preparatórios possuem altas propriedades religiosas para regularizarem e manterem a suprema existência. Amar e, por conseguinte, agir caracterizarão sobretudo a vida real, como entre os verdadeiros filósofos, que, aliás, só constituirão sempre uma imperceptível minoria. Sua felicidade privilegiada deverá consistir em pensar por amor, em vista da natureza de suas atribuições (Idem, pp. 174-177)<sup>21</sup>.

Comte enfatizava a distinção entre os estudos concretos e os abstratos, o que conduzia à divisão essencial entre Teoria e Prática:

No que se refere à distinção fundamental entre as especulações concretas e as abstratas, a observação é concreta ou abstrata, conforme ela é atinente aos seres ou aos acontecimentos. Embora esses dois modos concorram em todas as nossas construções intelectuais, o primeiro, essencialmente sintético, convém mais à Arte, estética ou técnica, e o segundo, primitivamente analítico, aplica-se principalmente à Ciência propriamente dita (Idem, p. 177)<sup>22</sup>.

<sup>21</sup> Veja (Comte, 1912, pp. 418-423).

<sup>22</sup> Veja (Idem, p. 424).

Concluía, entretanto, que só haveria, em realidade, ciências abstratas e que a construção teórica, a grande síntese dos conhecimentos, poderia ser limitada a elas, desde que abrangesse todos os fenômenos. Essa concepção tinha como principal conseqüência, segundo ele, que a direção da conduta prática seria sempre subordinada às indicações da ciência abstrata, que guiariam e coordenariam “os diversos indícios que forneceria, em cada caso, um sensato empirismo” (Mello, 1979, 178)<sup>23</sup>.

Apesar dessa “supremacia” da Teoria, Comte tinha consciência de que as leis gerais, por serem abstratas e simples, eram modelos do real, implicando o conceito de que a completa generalidade seria incompatível com uma realidade perfeita. Ele entendia que, na nova lógica que surgiria no estado positivo da sociedade, seriam levadas em consideração as duas concepções, igualmente indispensáveis, primeiramente separadas, para depois serem novamente combinadas de maneira mais sábia. Para ele, tanto leis puramente empíricas, quanto o dogmatismo abstrato, não seriam formas eficientes do desenvolvimento científico. No primeiro caso, serviria a uma erudição estéril, impedindo a realização de novas previsões a partir dessas leis, pois faltaria um arcabouço teórico para isso; e, no segundo caso, não se considerando a empiria, corre-se o grande risco de cair em discussões apenas especulativas, totalmente desvinculadas do mundo real, ou seja, ocorreria um retrocesso ao pensamento metafísico. De qualquer forma, Comte não concebia os estudos práticos como, por exemplo, a Geografia e a Meteorologia, como verdadeiras ciências, mas sim, como generalidades práticas, não sendo possível a construção de um sistema concreto, mesmo apoiado no sistema abstrato. Isso se justifica pelo fato de esses conhecimentos práticos serem sempre múltiplos, devido à independência e à diversidade de seus objetos. Bastaria, para confirmar isso, pensar na “ciência” prática dos complexos fenômenos meteorológicos e no número de conhecimentos necessários para se fazer qualquer previsão confiável.

Malgrado o exposto, Comte termina por fazer uma total separação entre teoria e prática, que se depreende do texto a seguir:

Quando finalmente a ciência abstrata tiver construído suficientemente o fundo geral da sabedoria humana, os únicos exercícios teóricos que habitualmente prevalecerão serão estéticos e, não, científicos. Quanto às especulações abstratas,

---

<sup>23</sup> Veja (Comte, 1912, p. 425).

que não forem gerais, e as concretas, que não forem úteis, serão igualmente condenadas.

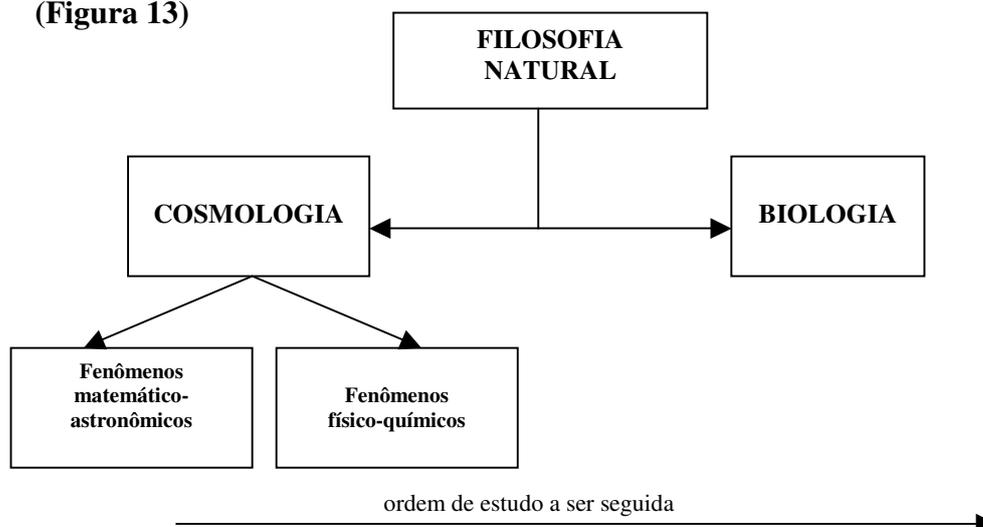
Reduzindo a distinção real entre os estudos abstratos e os concretos à divisão fundamental entre a teoria e a prática, vê-se que absolutamente não existe ciência concreta propriamente dita. Toda ciência se torna necessariamente abstrata, quando ela se desprende o bastante da Arte de que mais depende (Idem, 1979, pp. 182-183)<sup>24</sup>.

No estágio positivo, quando seria atingido o regime final, ele divide as funções de acordo com as habilidades humanas, que chama de espírito teórico (sempre generalista) e espírito prático (sempre especializado):

O regime final não comportará sábios especiais [especialistas] além dos anunciados hoje imperfeitamente pela classe transitória dos engenheiros. Todos os puros teóricos serão verdadeiramente filósofos ou sacerdotes, devotados à construção e aplicação da síntese fundamental. Nessa fonte universal, os práticos estabelecerão as bases racionais de suas sínteses especiais, únicas que lhes podem sabiamente constituir, como únicos capazes de lhes conhecer assaz a natureza e o fim (Idem, p. 185)<sup>25</sup>.

Essas considerações, de certa forma já efetuadas em seu *Curso*, foram aprofundadas na obra analisada e Comte, novamente, pelos motivos expostos, faz apenas o estudo das ciências abstratas, já que as concretas foram reduzidas a generalidades práticas. A sua classificação das ciências, embora não mude na essência, assume um aspecto distinto do apresentado em seu *Curso*. A Filosofia Natural que, necessariamente, deve anteceder a Filosofia Social, é decomposta em duas grandes ciências: a Cosmologia e a Biologia, sendo a Cosmologia dividida em dois pares: o matemático-astronômico (inicial) e o físico-químico (intermediário). Essa divisão pode ser visualizada no gráfico:

(Figura 13)



<sup>24</sup> Veja (Comte, 1912, pp. 432-433).

<sup>25</sup> Veja (Idem, pp. 433-434).

A ordem hierárquica escolhida está de acordo com os critérios utilizados em seu *Curso*, ou seja: da mais abstrata e simples à mais concreta e complexa. Essa hierarquia resultaria da generalidade decrescente e da maior dependência dos fenômenos correspondentes, que determinam, em verdade, o local ocupado pela ciência, de acordo com sua relação mais ou menos direta com os fenômenos humanos, que são os menos gerais e mais dependentes dos outros.

Comte afirma que o método objetivo deve prevalecer na coordenação sistemática dos estudos preliminares, tanto na ordem dogmática quanto na filiação histórica. Porém, fato não considerado em seu *Curso*, deveria ser levado em conta o método subjetivo na construção da nova lógica:

Na verdade, nossa constituição lógica só poderia ser completa e durável através de uma íntima combinação dos dois métodos. O passado não nos autoriza de nenhum modo a olhá-los como radicalmente inconciliáveis, contanto que ambos sejam sistematicamente regenerados, segundo sua destinação comum, ao mesmo tempo mental e social.

Para isto, basta que o método subjetivo, renunciando à vã investigação das causas, tenda diretamente, como o objetivo, para a descoberta das leis, a fim de melhorar nossa condição e nossa natureza. Essa transformação, outrora impossível, decorre da extensão das teorias positivas à evolução humana.

Assim regenerado, esse método desenvolve melhor sua aptidão exclusiva para fazer prevalecer diretamente a consideração do conjunto. Sem o seu ascendente normal sobre o método objetivo, este não poderia evitar suficientemente as aberrações teóricas que lhes são próprias, não só por divagação como por ilusão.

(...)

Convergingo as diversas teorias positivas para um conjunto, no início naturalmente confuso, semelhante conjunto, pelo acordo mútuo dos dois métodos, reagirá para a sistematização final das concepções preliminares que concorrem para formá-lo. Em resumo, um tirou da Ciência uma Filosofia, que o outro converte em Religião completa e definitiva (Mello, 1979, pp. 189-190)<sup>26</sup>.

O Positivismo pode, então, ser analisado sob dois aspectos. O primeiro diz respeito à renovação do método subjetivo, de forma a proceder à sua regeneração e à sua cooperação harmoniosa com o método objetivo. Essa seria uma das grandes vantagens da sistematização promovida pelo Positivismo. O método objetivo viria do mundo para o homem, enquanto que o subjetivo vem do mundo para a vida. Em outros termos, o primeiro refere-se à lógica da razão que, por meio da análise, prevalece na elaboração científica da Filosofia Positiva, e o segundo, ligado à lógica do sentimento, adquire sua positividade na fundação da Sociologia e sua consequência, a religião da Humanidade, por meio da síntese. O

<sup>26</sup> Veja (Comte, 1912, pp. 445-448).

segundo aspecto, referente à sistematização religiosa, afeta a própria classificação científica, pois cria uma nova ciência, que coroa a escala enciclopédica. Dessa forma, alcançar a perfeita e fundamental harmonia entre os dois métodos (objetivo e subjetivo) significaria constituir a verdadeira lógica humana, onde a análise e a síntese seriam transformadas em concepções complementares, uma suprimindo as deficiências da outra (Cf. Petit, 1999, p. 42).

Comte afirmava que essa verdadeira lógica, que permitiria desenvolver um objetivo pacífico, utilizando-se da lógica do sentimento e da lógica da razão, precisava, ainda, ser construída em sua totalidade:

Pertence, portanto, ao futuro o desenvolvimento da verdadeira lógica religiosa, ao mesmo tempo subjetiva e objetiva, a qual acaba apenas de surgir. Seu elemento racional, único até aqui cultivado, não podia ser devidamente concebido, por falta de um conhecimento real das leis intelectuais, somente apreciáveis na evolução científica da Humanidade. A elaboração metafísica não chegou jamais senão a preceitos vagos e estéreis e a Lógica afetiva, dado o empirismo sobre os fenômenos correspondentes, só foi cultivada seriamente na Idade Média, sob o impulso católico, cujo declínio lhe suscitou ainda admiráveis ensaios entre os principais místicos (Mello, 1979, p. 191)<sup>27</sup>.

No capítulo segundo da *Introduction Fondamentale* do Tomo I, de seu *Système de Politique Positive*, Comte faz a análise da grande ciência Cosmologia. Aqui, em função do tema deste trabalho, será enfatizado apenas o seu ramo inicial: o matemático-astronômico.

Para ele, o estudo da Cosmologia deveria ser efetuado, de acordo com a obra estudada, de forma geral e indireta, essencialmente analítica, uma vez que se referia ao estudo do mundo. Ao contrário da Biologia, que deveria ser estudada de forma especial e direta, essencialmente sintética, pois trataria do estudo da vida. Essas duas ciências, com suas formas distintas de serem apreendidas, serviriam de base ao conhecimento próprio da Humanidade, objetivo final de qualquer estudo sistemático.

Os estudos cosmológicos, conforme o filósofo, seriam os mais independentes de todos, já que estariam menos ligados à humanidade. Essa liberdade faria com que tais estudos fossem, também, os mais insubmissos, menos afeitos à disciplina e, portanto, os que teriam mais necessidade dela.

Isso após acentuar que a Cosmologia estava, na época, sujeita a divagações científicas, que tinham como conseqüências desvios lógicos, afastando-a de um

---

<sup>27</sup> Veja (Comte, 1912, p. 451).

ponto de vista verdadeiramente positivo. Por isso, a Cosmologia precisaria muito mais de disciplina, a ser efetuada por retificações difíceis e urgentes, mas que levariam à sua regeneração. Isso implicaria uma maior eficácia lógica e científica em relação à Biologia, a qual não necessitaria tanto de disciplina, considerando tratar-se de uma ciência menos propensa à dispersão.

Comte classifica a Cosmologia em duas grandes ciências inorgânicas: a *Cosmologia Celeste*, que tem por objetivo o estudo das relações gerais da Terra com os outros astros, e trata de fenômenos imodificáveis, só explorados pela observação direta, com a preponderância do uso da dedução; e a *Cosmologia Terrestre*, que estuda a Terra em sua existência particular e, além da observação, seus fenômenos modificáveis comportam a experimentação propriamente dita, cuja lógica preponderante deve ser principalmente a indutiva.

Para ele, essas duas grandes ciências diferiam, também, quanto a seus resultados filosóficos mais gerais:

Os fenômenos imodificáveis fornecem a primeira noção sistemática da ordem natural, cujas leis são aí de melhor apreensão e, ao mesmo tempo, mais irrecusáveis. Todavia, embora suas teorias mais perfeitas comportem previsões mais longínquas e mais precisas, elas só nos servem para melhor nos adaptarem às fatalidades correspondentes, sem poderem jamais melhorá-las. Em relação aos fenômenos modificáveis começamos a sentir a ação contínua sobre o mundo exterior, onde reside o progresso material da humanidade. Também as artes físico-químicas, que dependem sobretudo da Cosmologia terrestre, são mais variadas, mais desenvolvidas e, na verdade, mais importantes do que as Artes matemático-astronômicas, que dependem principalmente da Cosmologia celeste.

No que se refere à aptidão diretamente religiosa, a superioridade pertence naturalmente, [bem] como a prioridade, à ciência mais geral e mais simples. É em relação aos fenômenos imodificáveis que o espírito e o coração têm de começar sempre a aprendizagem decisiva de uma submissão contínua, determinada por uma necessidade irresistível. Enquanto o orgulho individual se acha comprimido, a sociabilidade é diretamente fortificada pelo sentimento habitual de uma fatalidade comum a todos (Idem, p. 195)<sup>28</sup>.

Resumindo, a Cosmologia Terrestre serviria de base a generalidades práticas, que permitiriam ao homem uma ação efetiva na natureza, modificando-a de acordo com seus interesses, o que não ocorria com a Cosmologia Celeste, cujas artes dela dependentes são muito menos desenvolvidas e variadas.

A partir dessas constatações, Comte conclui que as duas cosmologias seriam complementares no desenvolvimento do indivíduo e da espécie, pois, se o estudo da primeira pode levar ao fatalismo sistemático, o estudo da segunda permite a

---

<sup>28</sup> Veja (Comte, 1912, p. 458).

sua superação. Em suma, a Cosmologia Celeste desenvolveria o sentimento de resignação diante do que não pode ser modificado, e a Terrestre, por outro lado, inspiraria a atividade, a percepção do que pode ser mudado para o desenvolvimento do ser humano. Em suma, a primeira ajudaria a desenvolver a noção de ordem, enquanto a segunda, a de progresso.

A Cosmologia Celeste, ciência apresentada neste trabalho, seria a que

compreende as leis mais simples e mais gerais da existência inorgânica, reduzida unicamente aos fenômenos de extensão e movimento, sem os quais nenhum corpo se nos tornaria acessível. Todos os outros fenômenos quaisquer dependem desses fenômenos elementares, que, ao contrário, são independentes daqueles.

Aí então se encontram dois estudos gerais diferentes. Pode-se primeiramente apreciar a existência real como um atributo universal dos seres [mesmo] os mais complexos, fazendo a abstração dos diversos fenômenos superiores que a acompanham. Em segundo lugar essa primeira existência material, geométrica ou mecânica, pode-se estudar como própria dos seres que não nos oferecem outra. É o caso de corpos celestes apenas acessíveis a nossa longínqua exploração visual (Idem, p. 196)<sup>29</sup>.

Essa concepção levou Comte a dividir a Cosmologia Celeste em duas ciências fundamentais: a Matemática, ou Cosmologia Abstrata, e a Astronomia, ou Cosmologia Concreta. Em realidade, as duas abarcariam os mesmos fenômenos básicos. O que as diferenciaria, em essência, seria a análise subjetiva, que subordina a segunda à primeira.

Os fenômenos matemáticos seriam os mais simples, que proporcionariam recursos dedutivos poderosos às outras ciências superiores, embora a recíproca possa não ser verdadeira. A Geometria nunca teria se desenvolvido se tivesse ficado presa simplesmente aos casos celestes, uma vez que seria necessária a sua preparação paulatina, por meio de um demorado estudo abstrato de figuras simples, bem definidas, até se chegar a figuras ideais, para melhor desenvolver os raciocínios indutivo e dedutivo. O desenvolvimento desses poderosos recursos metodológicos seria, então, largamente utilizado pelas ciências menos simples, mas a Matemática, em realidade, seria privada de sua utilização. Em suma, em vez de motivos científicos, a lógica seria o motivo principal dessa divisão da Cosmologia Celeste em Matemática e Astronomia.

Comte ressalta a importância da Matemática na construção da lógica positiva, dada a sua alta eficácia religiosa, ao ordenar os sentimentos dos mais orgulhosos pensadores, por meio da subordinação às indispensáveis

---

<sup>29</sup> Veja (Comte, 1912, p. 459).

demonstrações, que lhes são peculiares. Essa característica seria o recurso primeiro na disciplina da razão, que permitiria a subordinação da personalidade à sociabilidade, ou seja, do indivíduo ao social.

Por outro lado, essa independência da Matemática teria levado à anarquia, fazendo com que seus estudos descambassem para especulações sem objetivo, particulares, bem como com que os matemáticos, em geral, virassem especialistas, sem a visão de conjunto necessária à sua sistematização, crucial para o cumprimento do que seria sua verdadeira finalidade: a construção de uma base lógica, que permitisse o desenvolvimento das demais ciências positivas. Os geômetras teriam exagerado no culto a essa ciência, desenvolvendo-a sem qualquer vínculo, com cada vez mais cálculos abstratos, e avançando na sua algebrização sem objetivos, transformando-a em uma língua quase ininteligível. Para sanear esse tipo de desvio seria necessária a Religião Positiva que, no início, poderia parecer restringir o surto teórico, mas, em verdade, serviria para

melhor desenvolver seu principal domínio, preservando-o das ociosas divagações para as quais ele [o surto teórico] tende sempre. Tais abusos, muitas vezes culpáveis, de um espírito científico que toma o meio como o fim serão severamente reprimidos pela Moral pública e mesmo privada, por consumirem em puerilidades orgulhosas as forças que mais se devem poupar (Idem, p. 177)<sup>30</sup>.

Percebe-se claramente que, para Comte, as ciências, aí incluída a Matemática, devem ter um fim social. Ele não aconselha a perda de tempo com especulações filosóficas, dando mais valor ao método, o que acabaria por confundir o meio com a finalidade que se deseja atingir, perdendo-se o rumo do objetivo almejado

A partir daí, Comte apresenta a Matemática de maneira similar à de seu *Curso*, diferindo na linguagem, menos fria e impessoal, com ênfase em sua subordinação à Filosofia Social, bem como na necessidade da regeneração da lógica dos sentimentos para o seu desenvolvimento.

A Matemática seria, então, dividida conforme descrito nas palavras a seguir:

Apesar do nome múltiplo, decorrente de sua cultura sempre dispersiva, a ciência matemática só compreende realmente três elementos essenciais: o Cálculo, a Geometria e a Mecânica, cuja íntima conexão foi espontaneamente sentida pelos antigos. Facilmente se reconhece que o progresso realizado a partir de Arquimedes só consistiu em desenvolver o domínio primitivo.

Esses três elementos matemáticos diferem entre si pelos graus de independência, universalidade e simplicidade dos fenômenos correspondentes. Sua sucessão caracteriza a tendência gradual das concepções matemáticas para um

---

<sup>30</sup> Veja (Comte, 1912, p.423).

domínio superior. É pelas teorias geométricas e mecânicas que essa primeira ciência fundamental se liga à seguinte. No entanto, seu próprio surto depende inicialmente das especulações numéricas, únicas cuja cultura abstrata pode surgir espontaneamente (Idem, p. 198)<sup>31</sup>.

As idéias a respeito do número seriam, segundo ele, mais universais e independentes do que quaisquer outras, ou seja, representariam o primeiro domínio da positividade racional. Essas idéias permitiram ao espírito filosófico, mesmo sob predomínio total do teologismo, o desenvolvimento das deduções, proporcionado por induções e analogias muito simples e importantes. Pode-se concluir daí que foi no cálculo que nasceu “o dogma fundamental da sã filosofia: a invariabilidade das relações reais, não só subjetivas como objetivas”. O cálculo teria, então, provocado o “primeiro sentimento sistemático não só das leis lógicas como das leis físicas”, apesar de parecer que, nesse processo, esteja apenas envolvida a dedução abstrata (Mello, 1979, p. 199)<sup>32</sup>.

Comte ressalta que as três partes em que se divide a Matemática (Cálculo, Geometria e Mecânica) nunca poderiam ser pensadas como ciências diversas e, apesar disso, a ordem que deveria ser seguida em seu ensino - do Cálculo à Mecânica - pressuporia a construção completa da precedente para preparar a seguinte. A ordem dogmática coincidiria com a ordem histórica, de acordo com o desenvolvimento da inteligência individual. Mais uma vez, é defendida a idéia de que a sistematização da Matemática e, conseqüentemente, das ciências preliminares, deveria ter como objetivo principal guiar a educação racional para seu fim necessário: a Filosofia Social.

O filósofo de Montpellier salienta a grande importância da combinação da Geometria com o Cálculo, iniciada por Descartes, que desenvolveria a harmonia geral entre as concepções abstratas e concretas, servindo de principal exemplo da verdade contida em sua hierarquia enciclopédica, pois mostraria a subordinação metódica de cada uma das ciências às investigações mais simples e gerais. Ele aponta uma característica a ser seguida na educação racional: a história do desenvolvimento da Matemática, que seria um melhor método do que a regularidade abstrata, para desenvolver o verdadeiro espírito dessa ciência. Assim, deveriam ser esboçados primeiramente o Cálculo e a Geometria, nessa ordem,

---

<sup>31</sup> Veja (Comte, 1912, pp. 463-464).

<sup>32</sup> Veja (Idem, p. 465).

para em seguida ser mostrada a intensa harmonia que existiria entre eles, responsável por muitas das concepções originais desenvolvidas no Cálculo. A Mecânica não deveria entrar nesse estudo, embora o utilizasse de forma intensa, posto que:

O estudo racional do movimento e do equilíbrio não comporta nenhum surto decisivo sem o auxílio contínuo do Cálculo e da Geometria. Mas sua reação não sugeriu aí concepções originais como as que o Cálculo deveu muitas vezes à Geometria. Embora uma equação possa ser representada tanto por um movimento como por uma figura, essa imagem muito complicada não comportaria nenhuma eficácia lógica (Mello, 1979, p. 200)<sup>33</sup>.

Comte fazia questão de enfatizar que a Mecânica deveria ser integralmente ensinada após o Cálculo e a Geometria, os quais seriam ministrados desde cedo, em estreita aliança, embora ele admitisse que, mesmo em sua época, quando ainda prevalecia a anarquia, característica de um regime de transição, essa ordem histórica no ensino era respeitada. A crítica se referia ao que ele denominava de “anarquia intelectual”, que teria feito com que as especulações algébricas invadissem a Geometria, principal domínio Matemático, sem qualquer objetivo definido. Isso teria implicado o abuso do Cálculo em Matemática, responsável por especulações onde se concebem fenômenos desprovidos de qualquer lei, como seria o caso do cálculo das probabilidades, assunto pelo qual Comte não nutria muita simpatia, como ele próprio revela:

a ausência de toda disciplina filosófica viciou radicalmente a primeira base do verdadeiro sistema de nossos conhecimentos teóricos. A irracional consagração concedida ao pretoso cálculo das probabilidades bastaria para caracterizar, a todos os bons espíritos, os danos científicos de tal anarquia matemática (Idem, p. 201)<sup>34</sup>.

Essa aversão à Teoria das Probabilidades não era fortuita, mas estava de acordo com seu sistema filosófico, pois ela violava um axioma filosófico fundamental desse sistema: o princípio da invariabilidade das leis naturais. Vale ressaltar que Comte viveu em uma época em que a referida teoria sofria ataques de vários cientistas importantes (Ver Coumet, 2003).

Muito importante, na visão das Ciências no Positivismo, é que o estudo de qualquer uma delas deveria ser provisório, pois seu objetivo central derivaria necessariamente de suas relações com as ciências superiores, até atingir o final da escala enciclopédica. Assim, Auguste Comte desprezava os Geômetras que

---

<sup>33</sup> Veja (Comte, 1912, p. 467).

<sup>34</sup> Veja (Idem, p.469).

estudavam a Matemática por ela mesma, sem perceber que ela seria apenas uma preparação à ciência seguinte. Ele considerava esses matemáticos como dotados de uma visão estreita, levando-os a um espírito de detalhe, que impossibilitaria toda a perspectiva do conjunto. Isso representaria uma degradação da Análise, a qual Descartes teria visto como uma poderosa ferramenta de generalizações.

Só com o início do estudo da Estática Social é que se começaria a perceber a verdadeira grandeza das diversas teorias preliminares segundo suas relações mútuas e a Sociologia dinâmica as caracteriza[ria] melhor por sua filiação histórica. Nenhuma Ciência pode ser devidamente concebida sem sua história essencial e nenhuma verdadeira História especial é possível senão após a História geral (Idem, pp. 203-204)<sup>35</sup>.

Essa concepção de Comte revela a principal característica de sua visão da Filosofia como um Sistema, cujas partes só poderiam ser bem entendidas em um contexto mais amplo. Por isso, seria imprescindível o estudo científico por meio da seqüência enciclopédica criada por ele, pois só estudando cada um de seus componentes relacionados entre si, sem perder de vista o objetivo mais geral, seria possível uma compreensão melhor do mundo, permitindo a ação do homem sobre ele, de modo a tornar a vida natural e social menos penosa. A conclusão a que ele chega, a partir desse ponto de vista, é que: “os verdadeiros sociólogos são portanto os únicos capazes de bem entender a Matemática” (Idem, 204)<sup>36</sup>.

Essa afirmação pode ser compreendida se for considerado que o sociólogo poderá captar melhor o sentido da Matemática no contexto maior das outras Ciências, bem como a sua finalidade no contexto social. Porém, o matemático específico não deixaria de existir, mas teria que ser guiado em suas pesquisas pelos espíritos mais generalistas, a fim de não se perderem em questões fúteis, que em nada contribuiriam para o progresso social e para o alcance do verdadeiro estado positivo. Em suma, o sociólogo teria uma visão mais filosófica da Matemática e seria capaz de situar o seu desenvolvimento, não só em relação às outras ciências positivas, mas também em uma perspectiva histórica, o que a um especialista - hoje seria chamado de um cultor da Matemática pura - seria negado.

Nessa obra, Comte ratifica sua tendência à algebrização da Aritmética. Essa afirmação está de acordo com o arrazoado a seguir, que discute a relação entre as duas partes que compõem o Cálculo - a Aritmética e a Álgebra:

<sup>35</sup> Veja (Comte, 1912, p. 475).

<sup>36</sup> Veja (Idem, p. 475).

No concernente à Matemática, considerando a Ciência do Cálculo sob duas faces principais, a que convêm os nomes de Aritmética e Álgebra, são a rigor apenas as duas partes sucessivas de todo Cálculo completo; antes de avaliar os números procurados, deve-se determinar a sua relação explícita com os números dados. A separação dessas duas fases só se pode mesmo fazer nitidamente quanto às questões mais simples, para que aí se descubra a fórmula sem especificar nenhum valor. Os dois cálculos se alternam muitas vezes, podendo-se porém caracterizar cada operação parcial, que será aritmética ou algébrica, conforme ela se referir a valores ou a relações.

O cálculo aritmético manifesta-se único, enquanto se limita a questões bastante simples para que a elaboração algébrica seja espontânea, sem exigir nenhuma regra própria. À medida que os problemas se complicam, ela tende a concentrar os principais esforços (...). Eis porque o Cálculo moderno consiste sobretudo na Álgebra, enquanto o antigo se limitava à Aritmética (Idem p. 204-205)<sup>37</sup>.

O grande impulso da Álgebra propiciou a sua aplicação na Geometria, sua segunda fonte de desenvolvimento, tanto dogmática quanto histórica, de certa maneira

ainda mais natural do que a sua origem aritmética. Relações precisas aí se apresentam em breve, sob a forma de proporções. Distintamente cultivada pelos Geômetras gregos, essa lógica artificial dispõe, em seguida, a simplificar e generalizar, reduzindo as grandezas a números indeterminados, sem especificação geométrica, que só tenderia a retardar suas operações (Idem, p. 205)<sup>38</sup>.

Após esse surto de desenvolvimento algébrico, ou seja, da condição abstrata da Matemática, a constituição dessa ciência teria necessitado de um desenvolvimento de sua condição concreta, efetuada pela síntese legada pelo grande filósofo francês Descartes: a Geometria Analítica, a qual Comte costumava denominar de Geometria geral, em contrapartida à dos antigos, que qualificava de Geometria especial.

O desenvolvimento da Geometria geral teria permitido, dessa forma, tratar a Geometria não mais em relação a objetos, mas sim, a assuntos, uma vez que bastaria “que estes [objetos] fossem conduzidos a definições uniformes, comportando uma fácil generalização, substituindo cada figura por sua equação” (Mello, 1979, p. 207)<sup>39</sup>.

Assim, a Álgebra teria atingido seu ápice como uma lógica, em todas as averiguações que podem ser convertidas em questões numéricas. Idealmente, pode-se conceber que, não obstante todas as sutilezas metafísicas a respeito de

<sup>37</sup> Veja (Comte, 1912, pp. 477-478).

<sup>38</sup> Veja (Idem, pp. 478-479).

<sup>39</sup> Veja (Idem, pp. 479).

qualidade e quantidade, não existem fenômenos – mesmos os sociais - por mais complexos que sejam, que não pudessem ser transformados em questões numéricas, ou seja, passíveis de serem interpretadas por meio de uma equação, conhecendo-se com exatidão a lei que rege o fenômeno. Contudo, essa constatação não passaria de uma utopia, pois, em realidade, a pretensão esbarra no mundo concreto, em que a maior parte dos fenômenos se traduz em leis ou equações muito complicadas, cuja descoberta é até mesmo impossível. Comte relata essa limitação do método algébrico, da seguinte forma:

É necessário renunciar finalmente a conceber a Álgebra como um tesouro universal de deduções e induções realizadas previamente para todos os problemas possíveis. O conjunto das tentativas modernas confirmou a restrição essencial de semelhante Lógica aos estudos geométricos (Idem, p. 208)<sup>40</sup>.

Novamente, o criador da Religião Positiva enfatiza o equívoco dos matemáticos que procuravam o desenvolvimento do Cálculo como uma ciência à parte, independente, o que os teria levado somente a vãs divagações, distanciando-os do verdadeiro sentido positivo das Ciências. Para ele, o Cálculo deveria ser considerado não uma verdadeira ciência, mas sim, um simples método, cuja finalidade última seria facilitar as especulações geométricas, das quais ele deveria se tornar inseparável. Isso porque, a Geometria constituiria um freio a abstrações inúteis (além das generalizações, efetivamente necessárias), a que o Cálculo pode ser levado, quando não contido pelo ramo concreto da Matemática.

Malgrado essa restrição ao Cálculo como ciência isolada, Comte advogava o seu ensino, em primeiro lugar, de forma isolada, como teria acontecido na história da Humanidade, porém, com o cuidado de reduzir as abstrações desnecessárias, de forma a aplicá-lo na Geometria, que deveria ser desenvolvida de maneira a dirigir todas as evoluções algébricas posteriores.

A essa revolução algébrica, iniciada por Descartes, seguiu-se a criação da Análise Transcendental, que constituiria o “complemento necessário” da sistematização da Matemática. Esse desenvolvimento da Matemática foi uma conseqüência direta da criação da Geometria geral. Apesar da variedade quase indefinida das teorias geométricas, as mais importantes questões se referiam às retificações, quadraturas e cubaturas, que constituiriam os principais objetivos da Geometria, levando à maior generalidade dessa Ciência.

---

<sup>40</sup> Veja (Comte, 1912, p. 482).

Segundo Comte, para construir essa nova Geometria foi necessário buscar uma nova forma de cálculo. Para tanto, Leibnitz<sup>41</sup> teria combinado a concepção cartesiana aos conceitos de Arquimedes sobre medidas geométricas, que constariam basicamente na redução de figuras curvilíneas a figuras retilíneas. Tal perspectiva teria levado às generalizações dessas teorias particulares do mundo antigo, por meio do uso de “elementos artificiais”, ao invés de grandezas naturais, porém, complexas. Essa criação da Análise Transcendente, que se tratava, segundo ele, de um grande avanço da Álgebra, teria sido uma consequência natural,

necessária e indispensável, [um] complemento da revolução geométrica realizada por Descartes. A construção dogmática caracteriza[ria] profundamente essa filiação histórica, que só o método sociológico pode bem apreciar. [Seria] preciso mesmo que o ensino final manifest[asse] espontaneamente a maneira pela qual as diversas deficiências geométricas (...) [teriam necessitado] sucessivamente das diferentes fases principais da Álgebra transcendente e muitas vezes as inspiraram (Idem, p. 210)<sup>42</sup>

A intensa agregação do Cálculo à Geometria teria sido fundamental na sistematização das duas partes da Matemática. A importância desse fato seria a limitação das especulações abstratas sem objetivo, bem como a sua utilização na generalização e coordenação das teorias concretas. Ou seja, a Geometria, que seria uma ciência empírica, sujeitaria a Álgebra a objetivos concretos e definidos, sem os quais não se poderia alcançar o estado positivo da Matemática, perdendo-se em investigações metafísicas sem qualquer finalidade prática, capitaneadas pelos geométricos especialistas e com visão estreita. A conclusão desse pensamento levou Comte à defesa da impossibilidade do estudo da Lógica isoladamente, isto é, separado da Ciência<sup>43</sup>, o que ocorreria quando se estudava somente a Álgebra. Isso poderia ser constatado, por exemplo, com “os esforços relativos à avaliação de estéreis integrais, que não se sabe mais determinar entre limites outros que não sejam os do tema factício” (Mello, 1979, p. 201).

O único inconveniente dessa incorporação do Cálculo à Geometria seria a ocultação da generalidade inerente às teorias algébricas, que serviriam também para a Mecânica, última parte da Matemática, de acordo com a divisão criada por Comte. Mas esse fato não seria um problema sério, pelo já exposto até aqui, bem

<sup>41</sup> Comte cita Leibniz, e não Newton, como criador da Análise Transcendental.

<sup>42</sup> Veja (Comte, 1912, p. 485).

<sup>43</sup> Essa idéia foi aprofundada em seu último livro *Síntese Subjetiva*.

como pela possibilidade de ser superado pela forma com que os métodos abstratos devem ser estudados: cada um deles deve ser sempre desenvolvido em toda a sua extensão original, antes de ser particularizado de acordo com o sistema concreto que lhe deu origem.

As teorias mecânicas seriam, então, o ápice alcançado pelo espírito matemático, pois não haveria existência sem movimento que, junto com a extensão, eram princípios universais da Matemática.

Na Mecânica, seria sempre considerado o movimento, mesmo no seu ramo que estuda o equilíbrio (Estática), uma vez que neste último seriam estudadas as leis que regem a sua neutralização, o que implicaria o caráter essencialmente dinâmico da ciência Mecânica. Concluir-se-ia, dessa maneira, pela impossibilidade de a Geometria ser confundida com a Estática, bem como pela possibilidade de dividir a Matemática dita concreta em Matemática Estática e Dinâmica. A primeira seria a Geometria que, embora trate também do movimento, só o faz por meio de imagens. A segunda seria a Mecânica, pois, mesmo no equilíbrio, seria implícito o movimento. Estaria, assim, fundado

o primeiro esboço completo do sentimento sistemático das leis naturais, ao mesmo tempo lógicas e físicas. Os pensadores mais hostis podem reconhecer aqui a extrema importância, mesmo moral, de semelhante base de educação racional, a fim de proporcionar à grande e sagrada noção da ordem uma consistência verdadeiramente inabalável (Idem, p. 213)<sup>44</sup>.

Nesse trecho, percebe-se nitidamente a preocupação com a ordem social a ser buscada, mesmo no estudo da Matemática. Vê-se que Comte já estava imbuído de um objetivo, no qual, consciente ou inconscientemente, procurou enquadrar essa ciência. Esse objetivo seria o de superar a anarquia que ele acreditava vigente na Europa, mais particularmente na França, após a revolução de 1789. Sente-se, aliás, que, apesar de seus elogios à ciência Matemática, ela é colocada de modo subalterno em relação às outras, principalmente as sociais.

Ele encerra seu estudo sobre a Matemática com preocupação pedagógica, o que demonstra coerência com a grande importância que atribuía à educação na construção do novo mundo, baseado nas ciências positivas. Para ele, eram as idéias que mudavam a realidade, a partir do efetivo conhecimento das leis que a governavam. Assim, a mudança para uma nova ordem se daria pelo

---

<sup>44</sup> Veja (Comte, 1912, p.489-490).

convencimento, utilizando-se da razão. Como deveria ser ensinada, então, a Matemática? A resposta está expressa nas palavras a seguir:

A primeira das Ciências preliminares compreende definitivamente: um preâmbulo necessário, destinado ao surto isolado do Cálculo, estritamente reduzido ao que exige sua primeira aplicação geométrica; em segundo lugar, um domínio essencial, onde a Geometria, primeiramente especial, depois geral, se combina intimamente com o desenvolvimento total do cálculo, sobretudo o transcendente; em terceiro lugar e finalmente, um complemento indispensável, que termina a evolução matemática, estabelecendo as leis gerais do movimento e do equilíbrio.

Esse estudo, desenvolvendo o sentimento das leis lógicas, também manifesta as leis físicas. Seu domínio, bastante extenso, caracteriza já a verdadeira sucessão das teorias positivas e mesmo os perigos próprios da usurpação dos estudos superiores pelas Ciências inferiores. Aí se preparam de longe as bases inabaláveis da Moral sistemática por uma primeira apreciação da ordem universal. Sabiamente dirigido, tal estudo secundará o justo ascendente do coração, assegurando a digna submissão do espírito (Idem, p. 218)<sup>45</sup>.

## 5.6 Síntese Subjetiva

A última obra de Auguste Comte foi publicada em 1856 e foi denominada *La Synthèse subjective: ou système universel des conceptions propres à l'état normal de l'humanité*. Apenas o primeiro volume, *Système de la Logique Positive ou Traité de Philosophie Mathématique*, dedicado a Daniel Encontre, seu antigo mestre de Matemática no Liceu de Montpellier, foi escrito e impresso. Isso porque o fundador da Religião da Humanidade morreu sem ter tido tempo de escrever os três últimos tomos: *La Morale théorique, la Morale Pratique et le Traité d'Industrie Positive*, conforme havia planejado.

No primeiro tomo da *Síntese*, o autor teve por objetivo central a explanação última de suas concepções em relação à Lógica e à Matemática. Para tanto, essa obra foi dividida de acordo com seu entendimento do que seria a Matemática. Em linhas gerais, a estrutura apresentada é a seguinte: 1º capítulo - cálculo aritmético; 2º capítulo - cálculo algébrico; 3º capítulo - geometria preliminar (geometria sintética); 4º capítulo - geometria algébrica (geometria analítica); 5º capítulo – geometria diferencial; 6º capítulo – geometria integral e, por último, 7º capítulo – mecânica geral.

Em seu prefácio, é usada como recurso de escrita a suposição de que o autor já estivesse vivendo no futuro, mais precisamente no ano de 1927, o que é

---

<sup>45</sup> Veja (Comte, 1912, pp. 497-498).

justificado pelo fato de ele estar escrevendo para destinatários, que ainda não existiam. A *Síntese* seria uma obra, na época, sem leitores. O artifício estava de acordo com seu “ofício sacerdotal”, em que ele criou uma espécie de “artifício temporal”, que o fazia acreditar estar vivendo como um sacerdote de sua religião, em um tempo futuro, em que a humanidade já estaria regenerada (Cf. Benoit, 1991, p.36).

Comte inicia seu livro traçando seus objetivos com a escrita da *Síntese*, que sabia ser sua última grande obra. Em suma, para ele, o sentido maior de nossa inteligência seria conhecer e aperfeiçoar a natureza humana, o que seria obtido por meio da síntese subjetiva e definitiva, correspondente ao estado positivo do desenvolvimento social:

O desenvolvimento da ciência, na idade moderna, concorreu para que a filosofia metafísica pretendesse construir uma síntese objetiva baseada em princípios científicos. A simples apreciação da irreduzibilidade, entre os fenômenos inorgânicos e os que se referem ao homem, vem mostrar a impossibilidade radical de se encontrar uma lei científica da qual se derivassem todas as outras ou para a qual convergissem todas as apreciações teóricas.

Afastada a possibilidade de continuar a síntese com seu caráter objetivo, a forma positiva inaugura definitivamente a síntese subjetiva e relativa, instituindo o tipo social. A síntese é subjetiva, por isso que todas as nossas concepções, teóricas e práticas, são sempre referidas à Humanidade (Pernetta, 1957, pp. 20-21, grifos nossos)

É oportuno ressaltar que o autor desta Tese não compartilha da opinião de que há duas fases distintas no pensamento de Comte, mesmo a respeito da Matemática, como acredita, por exemplo, Silva:

A matemática é considerada, na primeira fase do pensamento comtiano (1830-1842), um instrumento para o conhecimento das demais ciências; todavia, na segunda fase, quando ele cria a religião da humanidade, essa área do conhecimento passa a ter um papel menos destacado. Ele questiona: em que a Matemática pode contribuir para o aperfeiçoamento moral do homem? A ciência torna-se importante não apenas pelo progresso que ela traz à humanidade, mas como um elemento que pode auxiliar no seu avanço social (1999, p. 143).

Nesse arrazoado, Silva apenas descreve a visão que Comte defendeu em todas as suas obras a respeito da Matemática, ou seja, sua subordinação ao social. O que ocorreu foi apenas um aprofundamento dessa concepção, mas, mesmo no primeiro de seus ensaios da juventude, que trata dessa ciência, já se vislumbra a preocupação em se discutir tal questão, como se pode verificar em um dos tópicos, já citado anteriormente, constante de seu índice: “Do gênero principal e do grau principal de utilidade do estudo da matemática, ou a discussão desta questão: o

estudo da matemática contribui para tornar o espírito justo?” (Comte, 1970, p. 492).

Basta uma leitura da discussão das obras de Comte, a respeito da Matemática, feita até aqui neste capítulo, para se verificar que, mesmo em seu *Curso de Filosofia Positiva*, ele sempre adotou um posicionamento muito crítico quanto às matemáticas. Ele nunca teve a devoção ilimitada a essa ciência, atribuída ao Positivismo até mesmo por seus seguidores. Sua postura sempre foi muito mais complexa, consciente de sua importância na formação básica, mas subordinada a um propósito maior, e nunca encerrada em si mesma, no que denominava de “algebrismos”. Na Sociologia, estigmatizava “importações da Matemática como ‘pretensões vãs, abusos grosseiros de crédito’ e ‘aberrações nocivas’” (Petit, 1996, p. 185)

Mesmo nas ciências naturais, como é demonstrado de forma cabal nos trechos a seguir, extraídos do *Curso* por Annie Petit, Comte não admitia o “imperialismo” das matemáticas. Quanto à Física, ele alertava seus praticantes a não se deixarem levar pelos avanços excessivos e perigosos da Matemática, mas sim, a desenvolver seus estudos de maneira experimental. Na Química, ele adverte contra os riscos ainda maiores do uso das matemáticas. Contudo, é na Biologia que ele seria ainda mais perigoso :

Sendo a introdução das teorias analíticas, nas pesquisas físicas, mediata ou imediata, convém empregá-las somente com uma extrema circunspeção, após ter severamente escrutado a realidade do ponto de partida, que é a única a estabelecer a solidez das deduções [...]. e o próprio gênio de física deve dirigir sem parar o uso racional deste potente instrumento. É necessário convir que a totalidade destas condições foi raramente cumprida de forma conveniente pelos geômetras que, na maioria dos casos, tomando os meios pelo alvo, embarçaram a física com uma multidão de trabalhos analíticos fundados sobre hipóteses muito arriscadas, ou até em concepções totalmente quiméricas e onde, em consequência, os bons espíritos não podem realmente ver realmente meros exercícios matemáticos, cujo valor abstrato é algumas vezes muito eminente, sem que sua influência possa, de forma alguma, acelerar o progresso natural da física.

(...)

Qualquer tentativa de enquadrar os assuntos químicos na área das doutrinas matemáticas deve ser tida até aqui, e provavelmente para sempre, profundamente irracional, como sendo antipática à natureza dos fenômenos [...]. Não devemos temer em garantir que se, por uma aberração felizmente quase impossível, o uso da análise matemática adquiriria nunca na química uma tal preponderância, ele determinaria inevitavelmente, e sem qualquer compensação, na economia inteira desta ciência, uma imensa e rápida retrogradação, [...] substituindo uma laboriosa exploração dos fatos por uma fácil verborrêia algébrica.

(...)

O estudo dos corpos vivos afasta diretamente [...] qualquer verdadeiro uso dos procedimentos matemáticos [...] Sua extrema diversidade e sua multiplicidade

inextricável não poderiam, de forma alguma, permitir que nossa fraca inteligência prosseguisse com eficácia as combinações lógicas [...] Além do mais, uma complicação similar se opõe radicalmente a que estas leis elementares possam um dia ser matematicamente explicadas [...] Nenhuma idéia de números fixos, e muito mais ainda, nenhuma lei numérica, e sobretudo, finalmente, nenhuma investigação matemática pode ser vista como compatível com o caráter fundamental das pesquisas biológicas. (Comte apud Petit, 1996. pp. 184-185, grifos nossos).

Na *Síntese*, ocorre apenas um aprofundamento da visão messiânica e utópica que, em realidade, permeia todos os trabalhos de Comte. Nicola Abbagnano (2000, pp. 70-91), aliás, insere o Positivismo comteano como uma das correntes do Romantismo. Gomes (2002) não possui uma visão tão radical, mas abraça a concepção de Cruz Costa, que encontra pontos comuns entre o Romantismo e o Positivismo, e salienta o fato de essas duas correntes do pensamento terem um objetivo comum, qual seja, o de estudar o passado, para nele encontrar o embrião do futuro, contudo, de formas diferentes (pp. 211-212). De qualquer maneira, não cabe aqui aprofundar essa questão, até mesmo pelo fato de, no terceiro capítulo desta tese, já se ter discutido as influências sofridas por Comte na elaboração de sua filosofia, como, por exemplo, dos tradicionalistas românticos De Bonalds, De Maistre etc.

Desde o último volume de sua *Política Positiva*, que trata do futuro humano, Comte antevê uma reformulação total de sua obra, sob o título de *Síntese Subjetiva*. Isso porque, a partir 1847, Comte proclamou-se grande sacerdote da Religião da Humanidade e, de certa forma, renegou o *Curso de Filosofia Positiva*, que ele acreditava ter sido escrito prematuramente, atrapalhando os seus planos iniciais de criar uma religião que regenerasse a humanidade, retirando-a do estado de anarquia em que se encontrava, principalmente, após a grande revolução francesa. Pode-se dizer que Comte partiu de uma crítica científica da teologia (com o *Curso*) para culminar, em sua última obra, como profeta de uma nova religião (com a *Síntese*).

Apesar dessa consciência, o autor deste trabalho reafirma que não se encontra entre os que contestam a unidade da doutrina de Comte, mas compreende o fato, na época, de alguns de seus discípulos, notadamente Littré, terem abandonado a sociedade positivista, em face da aparente nova postura de Comte. Isso pode ser explicado principalmente por, inspirado no amor platônico por sua musa filosófica Clotilde, ele ter entrado em uma espécie de delírio político-religioso. Contudo, esse encontro com Clotilde pode ter exacerbado seu

sentimento religioso e a pretensão de ser o profeta de uma nova religião, mas nunca de ter sido o seu causador, pois, mesmo antes do *Curso de Filosofia Positiva*, destacadamente em seu *Opúsculo Fundamental*, publicado em 1822, ele já imaginava que a filosofia positiva terminaria finalmente em aplicações políticas e na fundação de uma nova religião. Em suma, a *Síntese*, obra incompleta, deveria ser o coroamento de todo o pensamento de Auguste Comte, com a intenção de regenerar a humanidade, que encontraria o seu estágio final de acordo com a Lei dos Três Estados.

O volume publicado da *Síntese* é, em verdade, “a exposição definitiva das idéias comteanas com relação à lógica e à Matemática” (Gomes, 2002, p. 212). Foi um aprofundamento de sua visão a respeito desses temas, muito cedo presente em sua obra, desde os escritos da juventude.

A análise que será feita aqui sobre a *Síntese Subjetiva*, pelo menos em parte, está pautada nas idéias contidas na dissertação de mestrado de Evandro Luís Gomes *Sobre a história da lógica no Brasil: da lógica das faculdades à lógica positiva (1808-1909)*, defendida em 2002.

Gomes (2002, pp. 214-215) inicia a análise da estrutura conceitual da lógica positiva de Comte, salientando o comprometimento de sua visão de lógica, com suas posições filosóficas individuais, ou seja, Comte tinha a pretensão de inseri-la em um contexto maior: o seu Sistema Filosófico. Tal sistema, como já abordado anteriormente, embora pautado no desenvolvimento histórico das sociedades humanas, previa o fim da história. É bem verdade que Comte tinha uma visão histórica estrutural e não como um desenrolar de fatos e acontecimentos, ponto de vista predominante entre os historiadores do século XIX. Mesmo assim, prevaleceu em seu pensamento, o que é bastante nítido na *Síntese*, a perspectiva do fim da história em um determinado ponto do futuro. Ele se dirigia às pessoas desse futuro, já vivendo sobre a égide da Religião da Humanidade, da qual ele foi fundador e principal profeta. É óbvio que, como qualquer sistema filosófico que prevê o fim da história, logo foi atropelado por transformações que não pôde prever, tendo sido ultrapassado pelas novas idéias que surgiram, tanto nas ciências em geral quanto, particularmente, nas matemáticas.

No início da *Síntese*, como assinala Gomes (2002, pp. 215-216), ficam claras as atitudes românticas e proféticas do autor, que tinha como objetivo

principal a reforma social, de maneira a superar a anarquia intelectual, prática e moral, em que, segundo ele, se encontravam as sociedades ocidentais:

Subordinar o progresso à ordem, a análise à síntese e o egoísmo ao altruísmo, tais são os três enunciados, prática, teoria e moral do problema humano, cuja solução deve constituir uma unidade completa e estável. Respectivamente apropriados aos três elementos da nossa natureza, estes três modos distintos de formular uma mesma pergunta são não somente conexos, mas equivalentes, visto a dependência mútua entre a atividade, a inteligência e o sentimento.

(...)

A anarquia ocidental diz respeito sobretudo à inteligência, da qual a desordem constitui a principal fonte das alterações do sentimento e dos desvios da atividade. Minha síntese subjetiva está em harmonia especial com as necessidades essenciais da situação moderna, onde o espírito teórico encontra-se sozinho, tornando-se diretamente perturbador. Ela deve lhe fazer naturalmente sofrer uma irresistível disciplina, primeiramente regenerando sua fonte matemática, depois constituindo seu destino moral (Comte apud Gomes, 2002, pp. 215-216).

Continuando o exame da *Síntese*, baseado em Gomes (2002), a lógica que Comte almejava apresentar seu trabalho era a dos sentimentos, característica do estado normal da humanidade, constituída da combinação da “dimensão afetiva”, estabelecida ainda no estado fetichista, com a “dimensão positiva”. Tal fato representa uma contradição à Lei dos Três Estados, que é clara ao estabelecer que o estado fetichista estaria definitivamente superado quando fosse atingido o estado positivo, o último a ser alcançado pelas sociedades humanas. Comte estava ciente das incoerências que poderiam surgir com essa combinação entre o estado positivo e a primeira fase do estado teológico, o fetichismo. Apesar disso, o autor da *Síntese* acreditava que essa conciliação era “proveitosa, necessária e indispensável” (pp. 217-218).

Como já dito, essa sua visão já tinha sido defendida no *Sistema de Política Positiva*, no qual a nova lógica, isto é, a lógica positiva, deveria ser uma combinação das diferentes formas racionais utilizadas no passado da humanidade, de forma a superar a concepção metafísica da lógica. Para tanto, deveria ocorrer uma verdadeira harmonia entre os métodos objetivos e os subjetivos, com o intuito de desvendar as verdades que interessassem.

Comte tentava justificar essa contradição por meio da regeneração do método subjetivo, que deveria renunciar à investigação estéril das causas últimas dos fenômenos e, juntamente com o método objetivo, conduzir-se para as descobertas das leis. Isso só seria possível no estado positivo da evolução humana, no qual o método subjetivo regenerado permitiria, com sua aptidão exclusiva, uma

visão de conjunto das diversas teorias positivas, impedindo as aberrações teóricas, próprias do método objetivo, não só por divagação mas também por ilusão. Comte sintetizava essa união entre os dois métodos da seguinte forma: “um [o método objetivo] tirou da Ciência uma Filosofia, que o outro [o método subjetivo] converteu em uma Religião completa e definitiva” (Cf. Comte, 1912, pp. 445-448).

Gomes (2002) afirma que, embora Comte estivesse ciente dos paradoxos que surgiriam pela junção do fetichismo (sentimento) com o estado positivo (objetividade), essa consciência não era suficiente para anulá-los.

O autor desta Tese tem um olhar diferente a respeito das justificativas arroladas por Comte para explicar a utilização do método subjetivo. Há que se proceder a essa análise deve ser efetuada tendo por base o fato de que o Positivismo é um sistema filosófico, em que todas as partes devem ser estudadas com vistas no todo. Dessa maneira, as explicações dadas por Comte estão fundamentadas no sentido de que, desde o início de sua vida filosófica, ele tinha por objetivo fundar uma religião que guiasse a humanidade, no que ele acreditava ser o último estágio da civilização. Sendo assim, no interior de seu sistema, a lógica positiva não era contraditória, pois elucidava e fundamentava a criação dessa religião. Ora, se o seu sistema seria logo ultrapassado pelo desenvolvimento científico, incluída aí a própria lógica, é uma outra questão, que não diz respeito às incoerências na construção filosófica de Comte.

Antes de dar sua definição definitiva de Lógica, o criador da Sociologia faz referência àquela apresentada no *Sistema de Política Positiva* que, segundo ele, foi satisfatória, em relação aos meios:

Para caracterizar a lógica relativa que convém à Síntese Subjetiva, é preciso comparar a sua definição normal com o esboço que formulei, seis anos antes, na introdução da minha obra principal. Guiado pelo coração, eu já ali proclamei e mesmo sistematizei a influência teórica do sentimento. Uma apreciação mais completa fez-me também consagrar, no mesmo lugar, o ofício fundamental das imagens nas especulações quaisquer. Sob este duplo aspecto, o referido esboço foi satisfatório pois abraçou o conjunto dos meios lógicos, retificando a redução que deles fazia a metafísica que só empregava os sinais (Comte, 1933, p. 3).

Comte apontou, então, a deficiência da definição anterior, que não estaria nos meios, mas sim, na finalidade, como fica bem claro em suas próprias palavras:

Toda essa imperfeição desse esboço consiste em que o destino de tais meios achou-se excessivamente restrito, por não me haver eu desprendido bastante dos hábitos científicos. Parece, por essa definição, que a verdadeira lógica limita-se a

*desvendar-nos* as *verdades* que nos convém, como se o domínio fictício não existisse para nós, ou não comportasse nenhuma regra. Nós devemos sistematizar tanto a conjectura quanto a demonstração, votando todas as nossas forças quaisquer, ao serviço contínuo da sociabilidade, única fonte da verdadeira unidade.

Reconstruída convenientemente, a definição da lógica (...) exige duas retificações conexas, não no que se refere aos meios, mas sim no que se refere ao fim. Deve-se substituir nela *desvendar as verdades* por *inspirar as concepções*, para caracterizar a natureza essencialmente subjetiva das construções intelectuais, e a extensão total de seu domínio, não menos interior do que exterior (Idem, pp. 4-5, grifos do autor).

A partir dessas considerações e após as retificações das deficiências apontadas, Comte apresenta a sua definição definitiva de Lógica: “O concurso normal dos sentimentos, das imagens, e dos sinais, para inspirar-nos as concepções que convêm às nossas necessidades morais, intelectuais e físicas” (Idem, *ibidem*).

Após essa definição, Comte julga importante esclarecê-la, por meio de duas explicações relacionadas, uma referente aos meios e outra ao fim que a definição indica.

No primeiro aspecto, é considerado ser necessário apenas que a definição de Lógica esteja ligada de forma conveniente à teoria fundamental da natureza humana, que defende que “o conjunto do cérebro concorre para as operações quaisquer da sua região especulativa. Elaborada pelo espírito sob o impulso do coração assistido do caráter, todas as nossas concepções devem trazer a marca destas três influências” (Comte, 1933, p. 5).

Gomes (2002) auxilia na interpretação desse trecho que, no decorrer da exposição da Síntese, se tornará mais claro. A dinâmica da Lógica é resultado da combinação dos elementos lógicos (sentimentos, imagens e signos) com os seus respectivos métodos (construção, indução e dedução), o que resultaria na verdadeira Lógica (Cf. pp. 220). Isso implica dizer que as operações mentais espontâneas (elementos lógicos) estariam combinadas com seu respectivo resultado mental (construção, indução e dedução).

Dessa forma, o segundo aspecto que Comte julga necessário esclarecer, para se ter uma concepção correta da Lógica, refere-se ao pretense destino dessas operações e resultados mentais, de maneira que as deduções, induções ou construções tornem-se tão claras quanto exigir o seu destino estético, teórico ou prático (Comte, 1933, p.5).

Inicialmente, ao esboçar as características que deveriam ter a lógica positiva, Comte discute a impossibilidade de sistematizá-la, sem que haja uma supremacia dos sentimentos sobre os outros dois elementos lógicos, como demonstra o trecho a seguir:

À frente dos meios lógicos, é preciso pois colocar os sentimentos que, por fornecerem ao mesmo tempo a fonte e o destino dos pensamentos, servem-se da conexão das emoções correspondentes para combiná-los. Nada poderia substituir esta lógica espontânea, à qual se devem sempre, não somente os primeiros sucessos dos espíritos sem cultura, mas também os mais poderosos esforços das inteligências bem cultivadas.

Não podemos sistematizar a lógica, como não podemos regular o conjunto da existência humana, senão subordinando os dois outros meios essenciais a este processo fundamental, único comum a todos os modos e graus de entendimento. As operações intelectuais limitadas a este regime, poderiam ser fortes e profundas, mas ficariam vagas e confusas, porque ele não comporta a precisão e a rapidez exigidas por tais operações, visto a impossibilidade de ele se tornar bastante voluntário. Juntas aos sentimentos, as imagens tornam o espírito mais pronto e mais nítido, por ser o uso delas mais facultativo. Elas combinam-se com eles, mediante a ligação natural entre cada emoção e o quadro da sua realização. Toda eficácia delas resulta dessa conexão, que permitem às imagens evocarem os sentimentos dos quais elas inicialmente derivaram (Comte, 1933, p. 5).

A seguir, Auguste Comte aprofunda a discussão sobre a diferença entre os dois regimes lógicos: um que se baseia apenas nos métodos lógicos, ou seja, na razão, utilizando-se de sinais; e outro fundado apenas no sentimento. Nenhum dos dois isoladamente seria suficiente para criar a verdadeira lógica. Só com a junção de ambos, com a supremacia do sentimento, é que tal intuito seria atingido:

Sob tal assistência, o coração institui um segundo regime lógico mais preciso e mais rápido do que o primeiro, mas menos seguro e menos poderoso, no qual as concepções formam-se pelas combinações das imagens. Uma espontaneidade menor distingue este modo do precedente e não lhe permite uma equivalente generalidade, embora ela surja sem cultura. Nunca ele basta para tornar as deduções, as induções, ou as construções, tão prontas e tão nítidas quanto o exige o seu destino estético, teórico ou prático. Elas só podem preencher estas condições juntando o socorro dos sinais propriamente ditos ao poder dos sentimentos assistido das imagens. Tal é o complemento necessário da verdadeira lógica, inteiramente esboçada na animalidade, mas só desenvolvível pela sociabilidade (Idem, pp. 5-6).

Ele procura, então, situar historicamente os modos utilizados na elaboração de quaisquer pensamentos, mostrando a preponderância de cada um deles de acordo com a fase histórica vivida:

Remontando até ao fetichismo, o método afetivo, e sobretudo simpático, sempre conservou, mesmo no estado latente, a supremacia que lhe foi abertamente proporcionada, pela nossa primeira infância. Vê-se em seguida o politeísmo, menos poderoso, menos universal, e menos durável, fazer, na aparência, prevalecer as imagens, enquanto que os sinais obtiveram enfim a principal atenção sob o

monoteísmo, mais fraco, mais restrito e mais passageiro do que os dois regimes precedentes (Comte, 1933, p. 6).

Em suma, prevaleceu, na idade fetíctica, a lógica do sentimento; na política, a lógica das imagens; e, finalmente, na monotéica, a lógica dos sinais. Comte passa a explicitar a sistematização dos três métodos lógicos, pelo Positivismo. Nesses três métodos preponderantes, destacam-se os elementos lógicos respectivos, isto é,

as três fases da preparação lógica [sentimento, imagem e sinais] (...) [são] naturalmente suscitadas pela preponderância sucessiva da construção, da indução e da dedução, às quais convém respectivamente os três modos da elaboração mental. Sob tal marcha, o empirismo metafísico, apesar da sabedoria sacerdotal, reduziu o sistema lógico ao último elemento desenvolvido, que, embora o menos poderoso, mas suscetível de mais fácil surto, dissimulou o que os completava (Idem, p. 7).

Auguste Comte estabelece o que se pode chamar de “Teoria Cerebral”, em que é proposta a sistematização dos três elementos lógicos, e a partir da qual se poderia imaginar essa teoria como uma protopsicologia, que se baseava na Frenologia<sup>46</sup>, fundada por Franz Joseph Gall (1758-1828), no final do século XVIII.

Gall, em linhas gerais, acreditava que o cérebro era o órgão do espírito, constituído por um agregado de muitos órgãos, cada um responsável por uma faculdade psicológica específica, ou seja, o cérebro seria o órgão que abrigaria todos os sentimentos e competências, e seria formado de vários órgãos particulares, nos quais se originariam os pensamentos e sentimentos, faculdades intrinsecamente diferentes.

Comte não abraçava integralmente as idéias de Gall, embora aceitasse a grosso modo que o cérebro estivesse dividido em regiões cerebrais. Questionava o método puramente objetivo de Gall, que tirava suas conclusões a partir da dissecação de cérebros de animais e pessoas mortas. O autor da *Síntese Subjetiva* restabeleceu subjetivamente, isto é, sob o ponto de vista do sujeito, a classificação elaborada por Gall (Cf. Robinet, [19--?], pp. 97-108). Ele destacou dezoito funções interiores do cérebro, todas integrantes de uma das três funções cerebrais básicas: as instintivas, as intelectuais e as práticas.

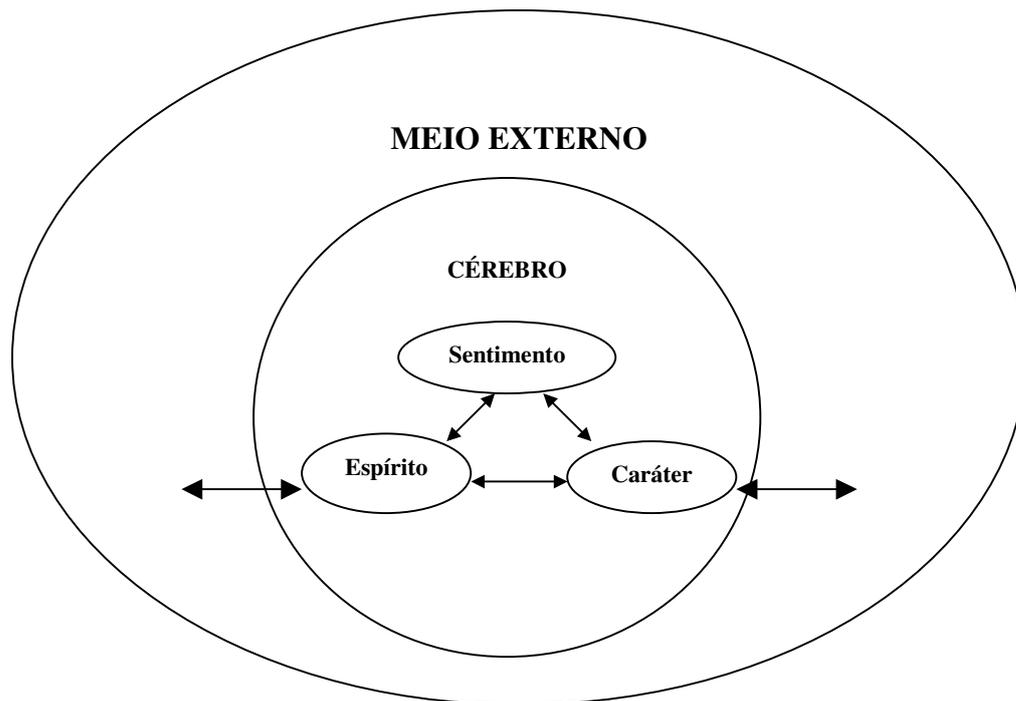
---

<sup>46</sup> Os adeptos da Frenologia negavam que a espécie humana fosse uma unidade e tinham a presunção de instituir as categorias das diferenças entre os seres humanos, por meio das relações entre a forma e as dimensões do cérebro.

Ele estabelece a relação entre a sua “Teoria Cerebral” e os elementos lógicos, conforme descrito abaixo:

Afastando as preocupações exclusivas, o positivismo terminou vãos debates consagrando cada um segundo a sua natureza, os três métodos sucessivamente surgidos durante a iniciação humana. A religião universal, fundando o estado normal do entendimento sobre a verdadeira teoria da alma, instituiu a lógica final pela sistematização do concurso espontâneo das três regiões cerebrais em cada resultado mental. Uma apreciação geral faz logo reconhecer a correspondência de cada uma dessas regiões com um dos três modos de elaboração. Se a fonte do método afetivo nada tem de duvidosa, preciso também considerar o emprego das imagens como manifestando a participação do aparelho especulativo, cujo pleno surto é caracterizado pela produção delas. É igualmente certo, embora menos evidente, que, pelo uso dos sinais, a atividade concorre nas operações da inteligência; porque o ofício deles na concepção deriva de serem destinados à expressão, a qual sempre se realiza da mesma maneira que a ação. Vê-se assim, o quadro cerebral representar o conjunto do método normal, explicando a independência e o concurso dos seus três elementos. Podemos pois encarar a potência respectiva e a subordinação mútua desses três elementos como regulados pela teoria positiva da alma, a qual prova que, mesmo sob o aspecto lógico, a sua filosofia deve sempre ser essencialmente simpática (Comte, 1933, pp. 7-8).

Para se entender essa doutrina cerebral de Comte, é necessário, em primeiro lugar, esclarecer que ele denominava de “alma” as nossas faculdades intelectuais e morais, sediadas no cérebro. O sentimento (denominado também de instinto ou coração) seria o centro essencial da existência moral, sem relação direta com o mundo exterior, mas sim, com as outras duas regiões cerebrais, uma responsável pelas funções intelectuais (ou espírito) e a outra pelas funções práticas (ou caráter). Essas duas funções é que teriam relação direta com o mundo exterior, não só para conhecê-lo, mas também para transformá-lo. Embora predominantes as funções responsáveis pelo sentimento, existiria uma relação dialética entre elas e as outras duas funções. Assim, a região afetiva, a partir das impressões dela mesmo emanadas, transmitiria os impulsos oriundos de seus desejos espontâneos para as regiões responsáveis pelas funções intelectuais e práticas; da mesma forma, essas regiões estimulariam a região afetiva, não só nas funções especulativas, mas também por meio de atos práticos. A figura a seguir busca representar o que se pode denominar de psicologia primitiva do Positivismo comteano:



(Figura 14)

É, então, a partir dessa Teoria cerebral, que Comte estabelece associações entre os elementos lógicos e os “aspectos da cognição humana e de seu suposto psiquismo” (Gomes, 2002, p. 219).

Após o estabelecimento dos principais componentes de sua teoria lógica, bem como dos alicerces em que ela estaria assentada, o autor da *Síntese Subjetiva* realiza, baseado na Lei dos Três Estados, uma descrição histórica, de como a coordenação dos elementos lógicos foi sentida nas etapas que compõem o desenvolvimento humano. Em linhas gerais, para ele, a verdadeira coordenação dos elementos lógicos foi intuída já sob o fetichismo e respeitada sabiamente pela teocracia que, no entanto, não possuía os meios de sistematizá-los. O teologismo, malgrado seus problemas teóricos, teria possuído um sentido prático que, de certa forma, compensava essa falta de ordenação. Porém, com a evolução da civilização helênica, a ordenação desses elementos lógicos teria passado a não mais ser considerada, ocorrendo uma prevalência dos sinais<sup>47</sup> sobre os outros elementos lógicos. Para ele, só na Idade Média é que houve uma tentativa de resistir a essa concepção e instituir o verdadeiro regime lógico, com a predominância do

<sup>47</sup> Sinal ou “signo” na *Síntese* designa a imagem reduzida dos diagramas geométricos e símbolos algébricos e mesmo a referência abstrata às imagens” (Gomes, 2002, p. 220, nota nº 732).

sentimento (coração) sobre os outros componentes lógicos. E em suas próprias palavras:

Devemos ligar muita importância à apreciação desta única tentativa, não obstante o seu inevitável malogro. Nela, o catolicismo, precursor extremo do positivismo, pôs, sob as formas próprias à Idade Média, o princípio fundamental da verdadeira lógica, proclamando a subordinação contínua da razão à fé, que, realmente equivalia à subordinação do espírito ao coração. Ela não foi opressora para a inteligência, senão quando o sacerdócio degenerou, tomando o meio pelo fim, esforçou-se por prolongar pela violência o domínio esgotado do menos durável teologismo. Trazida ao sentido positivo, a regra católica constituiu, apesar da revolta moderna, o primeiro esboço da lei fundamental que submete os vivos aos mortos. Neste ponto de vista, a prescrição da Idade Média sobre a submissão do exame à tradição acha-se consagrada pela religião final, que proclama, como base necessária da ordem humana, a inteira subordinação do homem à humanidade (Comte, 1933, pp. 9-10).

Nesse trecho, percebe-se claramente a influência romântica que Comte recebeu dos pensadores conservadores, principalmente de De Maistre, que acreditava ser possível voltar à organização e à ordem social do passado. No entanto, Comte não absorveu esse pensamento acriticamente, pois sabia ser impossível a volta ao passado. Apenas se apropriou de muitas características da Igreja Católica, na criação de sua Religião da Humanidade.

A lógica dos metafísicos, para Comte a fase transitória e preparatória para o estado positivo, era, baseada no surto grego, necessariamente individual, sem objetivos práticos, proclamando a prevalência da inteligência sobre os sentimentos. Dessa maneira, a lógica dos metafísicos foi fundada no que Comte denominava estado normal da razão teórica, e o que melhor caracterizaria essa degradação era a sistematização da lógica exclusivamente pelo uso dos sinais, esquecendo-se do sentimento e mesmo das imagens. A consequência mais nefasta, segundo o autor da *Síntese*, seria que essa lógica não permitiria a concepção e a regulação do estado social, o que significa dizer que a especulação abstrata só pôde ser instituída, com o afastamento do ponto de vista coletivo, acarretando o isolamento do homem em face da Humanidade.

O sentido da lógica positiva seria a regeneração da sociedade, libertando-a da lógica dos metafísicos, uma espécie de doença da qual estavam sendo acometidas, na época, as sociedades ocidentais. Para tanto, seria necessária a instituição “simpática da lógica”, tarefa dos positivistas, terminando com a revolução moderna, iniciada na França, em 1789. Essa instituição seria atingida fazendo prevalecer sistematicamente a sociabilidade sobre a inteligência. A

verdadeira harmonia lógica, impossível no estágio transitório que as sociedades ocidentais estariam atravessando, somente seria alcançada no estágio positivo e seria o seu primeiro fruto. Essa harmonia consistiria “em fazer sempre concorrer a força dos sentimentos com a nitidez das imagens e a precisão dos sinais para elaborar as concepções que nos convêm” (Comte, 1933, pp. 10-11).

Conclui-se então que, para Comte, a elaboração dos pensamentos deveria ser comandada pelos sentimentos, com a participação auxiliar dos sinais e das imagens. Em suas próprias palavras:

Devemos considerar os sinais e as imagens como auxiliares dos sentimentos na elaboração dos pensamentos. Esta existência acha-se assim fornecida pelas duas partes essenciais do aparelho intelectual, respectivamente consagradas um à concepção, a outra à expressão, sendo que esta exige sempre a ação. Toda meditação que não produz imagem é incompleta e toda contemplação torna-se confusa sem semelhante guia. Uma e outra são, pois, caracterizadas pelas imagens, cuja consideração, ativa ou passiva, forma o principal domínio do espírito interiormente dirigido pelo coração. Uma última função torna-se então necessária para transmitir ao exterior o resultado geral da elaboração realizada no interior. Referidos a este destino, do qual se deriva a sua reação mental, os sinais adquirem a sua principal dignidade (...) (Comte, 1933, pp.13-14).

Essa teoria lógica seria confirmada, segundo o autor, pelo emprego efetivo que ela teria tido na constituição de sua síntese subjetiva, da seguinte forma:

O amor, que é por instinto peculiar Grão-Ser, torna-se a alma artificial do Grão-Fetice, e mesmo enfim do Grão-Meio. Todavia, os dois outros modos lógicos acham-se convenientemente representados na construção fundamental da Síntese Subjetiva. Quanto às imagens, ela consagra e desenvolve o seu uso, assimilando a matéria, e mesmo o espaço, ao tipo humano, sem alterar nenhuma natureza. No que se refere aos sinais, o conjunto deste volume fará diretamente sentir, por meio das especulações que os utilizam melhor, quanto à sistematização simpática do espaço enobrece e fortifica o ofício intelectual deles (Comte, 1933, pp. 13-14).

Comte propõe, em realidade, fazer a conexão entre os elementos lógicos e os componentes do que pode ser chamado de trindade positiva, estabelecida a partir da associação entre os sentimentos e as ciências da natureza. Essa trindade seria composta do Grande-Ser (Humanidade), do Grande-Fetice (Terra) e do Grande-Meio (Espaço)<sup>48</sup>. O Espaço seria a representação da fatalidade em geral. A sociocracia teria, pois, o objetivo de buscar a unidade final, que seria uma forma de demonstrar gratidão para com o Grão-Ser. A fim de alcançar essa unidade, seria necessária uma compreensão da importância de se vencer essa

<sup>48</sup> Segundo Nicola Abbagnano, “estas últimas especulações de Comte demonstram apenas uma desconcertante ausência do sentido do ridículo” (2000, p. 89).

fatalidade, bem como entendê-la como algo que tem o seu apoio no Espaço, dotado de sentimento, mas não de atividade ou de inteligência. Com essa concepção de Espaço, deverão aparecer “impressos os conceitos, as imagens e também os diagramas geométricos e os símbolos algébricos” (Cf. Abbagnano, 2000, p. 89).

Essa síntese feita com suporte nos sentimentos pode ser percebida como uma tentativa, da parte de Auguste Comte, de classificar todos os nossos conhecimentos reais, em relação ao sujeito do conhecimento, ou seja, a quem faz a observação e tem a concepção da ordem natural. Em última análise, é a Humanidade. Assim, a síntese subjetiva não teria a pretensão de representar

a realidade objetiva do mundo, porém sim, a idéia que dela faz o nosso entendimento (o sujeito); a coordenação de suas concepções sob seu ponto de vista, e sua unidade toda lógica, absolutamente não existem fora dele, e é ainda o nosso entendimento que tira de si mesmo os processos e os meios desta construção (Robinet, [19--?], p. 58).

Por outro lado, Comte também entendia que, embora abstrata, essa ordem seria a mais fiel representação da ordem natural ou concreta, uma vez que a hierarquia das existências concordaria espontaneamente com os estágios dos seres e dos corpos. De acordo com Robinet,

os mais simples dentre eles [corpos ou seres], os astros não apresentam com precisão, quase para nós, senão propriedades de ordem matemática; em nosso globo, os minerais só têm, além destas últimas qualidades, propriedades físicas e químicas; os corpos vivos, quer vegetais quer animais, a estes diversos acontecimentos, reúnem novas qualidades, quais sejam: o duplo movimento interior de assimilação e desassimilação, e para os últimos, ainda, a sensibilidade e a mobilidade. Enfim, os povos, seres coletivos da ordem social, nos oferecem, além dessas propriedades já consideradas, novos fenômenos de atividades, de inteligência e de moralidade que só neles se encontram como característico desenvolvimento ([19--?], pp. 58-59).

Em todas as obras importantes de Comte, percebe-se que não há separação entre a lógica e as demais ciências. A existência da primeira não teria sentido isolada, mas somente se aplicada a uma ciência específica. Além disso, as sete ciências (incluída a Moral) não são redutíveis umas às outras. Isso significa dizer que cada categoria, desde os fenômenos matemáticos até os mais complexos, como os morais, contém pelo menos um elemento a mais, que a distingue da anterior e que impede a sua classificação nessa última. Essa concepção foi se aprofundando até chegar ao seu ápice na síntese subjetiva, uma vez que a lógica

teria apenas o fim de disciplinar a inteligência (espírito), de acordo com seguinte trecho extraído da *Síntese*:

Considerada quanto ao seu fim, a lógica teve de ser ao mesmo tempo a mais antiga e a mais viciosa das construções filosóficas. Ela quis diretamente regular o elemento médio da existência humana separando-a da sua fonte social e do seu destino prático. Ciência, a lógica pôs o aforismo fundamental que subordina a ordem intelectual à ordem física, sem daí concluir que o conhecimento da primeira exigia a apreciação da segunda, cujo estudo achava-se então limitado aos fenômenos mais simples. Arte, ela não pôde instituir mais do que um vão aparelho, de regras metafísicas, que não comportavam outra eficácia, senão a de compensar, por alguns hábitos de generalidade, a especialidade necessária da posição preliminar. Por ter renunciado ao domínio poético, a lógica, na sua exclusiva preocupação da verdade, não tardou a sentir-se incapaz de iniciativa, e contentou-se com sistematizar a aptidão, mais nociva que útil, de provar sem achar (Comte, 1933, pp. 15).

A conclusão de Comte era que não se poderia fundar a Lógica, antes que a Religião Positiva tivesse sido desenvolvida, pois a solução para o caos gerado pela época revolucionária consistiria primordialmente em disciplinar o espírito, por ter sido ele o constituinte da lógica, mais perturbado pela revolução social.

Um fato importante a ser ressaltado é que, para Comte, a Lógica positiva era social e não individualista, como queriam os metafísicos. Com esse entendimento, ele conclui naturalmente que, somente a partir da fundação da Sociologia, houve a possibilidade do advento da verdadeira Lógica. Em resumo, a Lógica ficaria, assim, subordinada à Sociologia.

Aprofundando ainda mais essa dissociação da Lógica do que sempre a caracterizou - sua independência de indagar e suas questões específicas -, Comte a subordina definitivamente à sua sétima ciência na escala enciclopédica, qual seja, à Moral. Assim, “subordinada à Moral, a Lógica deve ser sistematicamente reduzida às especulações exigidas pela preparação normal da ciência final, à qual se deve reservar a elaboração decisiva de todas concepções, quer concernentes ao método quer concernentes à doutrina” (Comte, 1933, p. 47).

O que ele pretendia era mostrar as vantagens intelectuais ocorridas com a supremacia dos sentimentos sobre a inteligência, sob o argumento de que a Lógica religiosa não se limitaria mais a hipóteses verificáveis, além de serem criadas concepções próprias de desenvolver o sentimento, sem que ocorressem ofensas à razão. Com essa visão, ele se afasta mais do empirismo, aproximando-se da concepção de um conhecimento *a priori*, pelo menos, no que diz respeito às necessidades morais do homem. Essas afirmações podem ser constatadas a seguir:

Sob este regime, o sentimento, introduzido na lógica em seguimento da imaginação, toma nele um irrevogável ascendente, que a razão sanciona como tão favorável ao seu surto especial quanto à unidade geral. Uma sã apreciação das condições próprias à elaboração mental faz logo reconhecer as vantagens intelectuais da supremacia afetiva. Limitado mesmo ao seu ofício teórico, o espírito sente o poder de uma síntese que facilita as induções e as deduções, suscitando aproximações e fortificando a atenção, segundo uma digna semelhança entre o objeto e o sujeito. A lógica religiosa, desprendida do empirismo científico, não se restringe mais ao domínio das hipóteses verificáveis, único que convinha à preparação positiva. Esse domínio deve ser finalmente completado pelo das concepções próprias a desenvolver o sentimento sem chocar a razão: este é muito mais vasto e legítimo do que o outro. As instituições da verdadeira poesia, mais adaptadas às nossas necessidades morais, conformam-se tanto com as condições intelectuais da Síntese relativa quanto as da Sã filosofia. Elas devem doravante obter a mesma extensão e influência na Sistematização lógica, a qual no entanto nunca exporá a confundir dois modos abertamente consagrados, um à realidade, o outro à idealidade (Comte, 1933, p. 22).

Essa sistematização dos sentimentos, embora já percebida de forma embrionária em suas outras obras, só é assumida por Comte a partir de 1846, com a publicação do primeiro volume do *Sistema de Política Positiva*, quando declara a primazia do método subjetivo, único capaz de permitir a síntese total dos conhecimentos. Os dois métodos – subjetivo e objetivo - teriam a sua função. O método objetivo e analítico permitiria a abordagem da realidade a partir de fora, ou seja, sem levar em conta o sujeito da observação. Por outro lado, o subjetivo ou sintético permitiria que o real fosse percebido a partir de dentro, levando-se em conta os sentimentos do observador. O segundo método não só englobaria o primeiro, mas também o regeneraria, colocando-o a serviço do sujeito coletivo, isto é, da Humanidade, resgatando pois a função social da lógica. Essa regeneração, a partir da prevalência do método subjetivo, permitiria que os conhecimentos parciais e analíticos, elaborados pelo surto científico, fossem coordenados em uma síntese, caracterizada necessariamente pela perspectiva humana e pelas vistas de conjunto.

Essa concepção subordina a dedução e a indução à construção, o que, dito em outras palavras, implica a submissão da razão ao sentimento. Por isso, Auguste Comte chega à seguinte máxima, em relação à Lógica positiva: “Induzir para deduzir, a fim de construir” (Comte, 1933, p. 33). Essa formulação geral da Lógica positiva só poderia ser completada, quando as necessidades sociais tivessem expressado, em uma intensidade suficiente, a urgência da regeneração ocidental. Comte falava assim para o futuro, quando já estivesse implantado o estágio final da evolução humana: “Ligada à instituição da religião final, a

sistematização direta do método universal teve de realizar-se mediante o conjunto das preparações desenvolvidas sob a anarquia moderna” (Idem, ibdem).

Essa fixação no que denominava de anarquia moderna parece ser o reflexo, tanto de sua biografia, quanto do meio e da época em que vivia. No aspecto pessoal,

os heróicos combates que Comte sustentou, desajudado pela medicina da época, contra a dissolução mental, fazem-no digno de admiração. Mas os golpes de estado racionais instituíram ou reinstituíram um regime policial na sua organização psíquica, a regulamentação compulsiva da conduta e do pensamento, em que o menor desvio das linhas pré-traçadas provoca angústia (Coelho, 2005, p. 106).

Suas crises psíquicas e emocionais influenciaram-no em uma visão que concebia o estado normal (final) da humanidade como desprovido de todos e quaisquer conflitos e contradições que, em realidade, são indissociáveis da vida, tanto pessoal quanto social.

Por outro lado, não se pode imaginar que a visão filosófica de Comte estivesse apenas alicerçada em sua biografia. A sua percepção do mundo traz a marca indelével do meio social em que viveu e refletiu sobre o mundo. Sua visão não é, como ele queria, alicerçada na humanidade, mas sim, em uma parte dela, a burguesia, a qual havia destruído a organização social do feudalismo, sem ter criado novas normas, que substituíssem as vigentes até então. Comte viveu em uma época de grandes transformações revolucionárias e, por conseguinte, de grandes instabilidades. Dessa maneira, o Positivismo criado por ele tomou partido da ordem, de uma regeneração social que permitisse a construção de uma sociedade hierárquica, em que fossem suprimidos “os sentimentos de isolamento, insegurança e temor ante ao desconhecido” (Idem, p. 107), experimentados pelas classes burguesas frente às convulsões sociais que atravessaram as civilizações ocidentais, principalmente nos séculos XVIII e XIX. O que ele pretendeu foi construir uma síntese que subordinasse a razão ao sentimento, impondo-lhe limites, “eliminando tudo que afigura irregular e apresenta dificuldades de integração num sistema” (Idem, ibdem).

O autor da *Síntese Subjetiva* conclui que, somente a partir da constituição final de uma religião, poder-se-ia submeter dignamente a razão ao sentimento. Para tanto, seria necessário que a religião fizesse despontar a simpatia como fonte única, não só da unidade geral, mas também e principalmente, da harmonia mental. Só a religião poderia auxiliar a unidade simpática, estabelecendo a ligação

do homem à Humanidade, tendo como elo a vida subjetiva. Essa religião teria como função principal o aperfeiçoamento da obediência, tornando familiar a todos os membros da sociedade a subordinação normal, ou seja, aquela oriunda da hierarquização social, gerada pelo estado final da sociedade humana. Essa submissão digna seria possível pelo fato de ser alcançada, não por meio da submissão das classes pela força, mas sim, pelo poder da persuasão e da educação.

A partir dessa concepção de Lógica, em que a razão se submete ao sentimento, Comte instituiu o que denomina de “verdadeira ciência”, surgida a partir de uma harmonia inalterada que teria como fim a ligação do Grande-Meio, do Grão-fetichismo e do Grão-ser, com os sinais, as imagens e os sentimentos, de forma a deduzir, induzir e construir:

Então surge a instituição final da verdadeira ciência, necessariamente composta de três partes nas quais o espírito teórico aprecia sucessivamente o espaço, a terra e a Humanidade. Gradualmente contrária para a síntese subjetiva, a minha hierarquia enciclopédica vem desfechar neste classamento, combinando duas condensações separadamente familiares, primeiro entre os três elementos da filosofia inorgânica, depois entre os três domínios orgânicos. Ela é assim conduzida a concentrar todo o saber teórico na progressão normal que formam a Lógica, a Física e a Moral: as duas primeiras ciências sendo puramente preliminares, uma quanto ao método, a outra quanto à doutrina, e a última a única e final (Comte, 1933, pp. 40-41).

Comte aproxima a hierarquia lógica da hierarquia científica, uma vez que as regras enciclopédicas são evidentemente as mesmas: de acordo com a generalidade decrescente e complexidade crescente. A tabela número 1 (Cf. Gomes, 2002, p. 223), na página seguinte, mostra claramente o esquema geral da Lógica positiva, em comparação à escala enciclopédica das ciências abstratas.

Após o estabelecimento da Lógica positiva, Comte propõe a mudança do nome Matemática por Lógica, o que significa dizer que essas duas ciências seriam mutuamente redutíveis. Tal atitude, embora sem explicações mais profundas, justifica-se por sua intenção de subordinar o que chamava de “orgulho dedutivo”, característica da maior parte dos Geômetras, à Lógica dos sentimentos, ou melhor dizendo, à Lógica positiva. Por outro lado, essa percepção da Matemática reforçava a idéia de que o método não deveria existir por si mesmo, pela sua esterilidade, mas sempre estar atrelado a uma doutrina, capaz de manifestar todas as partes fundamentais desse método.

(Quadro 3)

ESQUEMA GERAL DA LÓGICA POSITIVA EM AUGUSTE COMTE									
Lógica Positiva		Fundamentos		Método Lógico e sua concretização em cada ciência					
↑ Importância Hierárquica Crescente	Lógica dos Sentimentos (Moral)	Feminina Afetiva	Subjetividade	Construção (persuasão)	Moral ----- Dedução transcendente			↑ Generalidade decrescente	↑ Especificidade Crescente
	Lógica das Imagens (Intellectual)	Teórica Estética Filosófica	Analiticidade Objetividade	Indução (generalização)	Sociologia ----- filiação histórica Biologia ----- comparação taxonômica Química ----- nomenclatura Física ----- experimentação Astronomia ---- observação				
	Lógica dos Signos (Prática)	Prática Técnica	Analiticidade Objetividade	Dedução (convicção)	Matemática ---- dedução				

A pretensão do primeiro volume da *Síntese* seria, pois, a regeneração da Matemática (ou Lógica) que, para seu autor, se restringia “aos seus três elementos necessários número, extensão e movimento” (Comte, 1933, p. 42). Mesmo para sua época, essa visão da Matemática era muito limitada e desatualizada, discussão que será novamente levantada mais à frente.

Seguindo a explanação de Comte, é atribuído ao estudo da Matemática uma dupla finalidade: preparar o estudo da Moral e instituir base científica da Física. Do primeiro objetivo resulta uma subordinação à Moral, da qual a Matemática passa a ser simplesmente uma ciência preparatória e cujas especulações deveriam ser reduzidas àquelas que interessam à Ciência final. A segunda missão, embora não interfira na primeira, é menos própria que o objetivo essencialmente lógico da Matemática, pois seria possível, mesmo se depurando ao máximo a sua sistematização, efetuar muitas especulações totalmente inúteis na Física, mas que deveriam ser conservadas apenas pela sua eficácia lógica.

Comte enuncia então a sua definição de Matemática, contendo suas duas destinações: “é a ciência que estuda a ordem universal reduzida aos atributos de número, extensão e movimento, comum a todas as existências” (Comte, 1933, p. 48). Esse conceito da ciência primeira era, conforme ele acreditava, mais geral e abrangente que o dado no curso de Filosofia Positiva – ciência que objetiva determinar as grandezas umas pelas outras, mediante as relações precisas que existam entre elas –, uma vez que este indica apenas o seu destino físico, como se ele fosse o único (Cf. idem, ibidem).

Isso se justifica porque a Matemática, regenerada sob o nome de Lógica, estaria sempre vinculada à ordem universal e, com isso, seria sustado o seu surto inicial, que tanto prejuízo teria trazido ao desenvolvimento científico. De acordo com o próprio Comte:

Elaborada de conformidade com a sua constituição normal, a ciência matemática, regenerada sob o nome de Lógica, há de inspirar sempre aos verdadeiros pensadores um interesse análogo ao que susteve os seus principais promotores. Este estudo, no qual prevalecem os sinais, combinou-os dignamente com as imagens, desde a renovação cartesiana. Referido ao seu destino principal, ele espera do positivismo uma plenitude sistemática que só pode resultar da sua relação direta com o sentimento. Este deve enfim penetrar nele, primeiro a título especial de complemento necessário, depois como regulador sintético de toda elaboração analítica. Todavia, mesmo assim, a ciência fundamental não pode aspirar ao pleno desenvolvimento dos meios lógicos e dos métodos universais, os quais só podem obter o seu surto principal na ciência final, sem excetuar os sinais e a dedução (Comte, 1933, pp. 48-49).

O filósofo da Religião Universal defendia assim a urgência e a importância da regeneração dos estudos matemáticos, que deveriam estar submetidos à síntese dos sentimentos:

Devemos aplicar-nos tanto mais à regeneração simpática do início matemático da positividade racional, quanto foi nele que surgiu e cresceu a fatal insurreição do espírito contra o coração durante a transição ocidental. Nenhum outro caso poderia oferecer tanta importância e tanta dificuldade para a sistematização final das ciências preliminares. É na Matemática que, sob o atrativo contínuo de sucessos mais fáceis e mais completos, o espírito teórico mais pode consumir-se em divagações tão nocivas à inteligência quanto ao sentimento. Só uma disciplina severa e precisa é que pode prevenir ou reparar nesse domínio os desvios que a religião positiva deve sempre condenar invocando não só a razão mas também a moral (Idem, p. 49).

Nesse passo, contradizendo o que muitas vezes se repete a seu respeito, Comte foi paulatinamente reduzindo a importância da Matemática em seu sistema filosófico. A ciência fundamental, na hierarquia positivista, passa a ser vista como uma mera iniciação lógica, cujo desenvolvimento deveria ficar limitado à construção da ciência final. Isso, obviamente, leva à conclusão que os estudos matemáticos não deveriam ser efetuados por si mesmo, o que significa a não existência - de acordo com a denominação atual - de uma Matemática Pura, contrariando o que foi a principal contribuição do século XIX ao desenvolvimento da Matemática. De qualquer forma, a atitude de Comte para com essa ciência pode ser conferida em suas próprias palavras:

Estudada de conformidade com a sua natureza e o seu destino, a Matemática, ou antes a Lógica, pode ser inteiramente purgada dos seus vícios intelectuais e mesmo morais, essencialmente devidos à indisciplina quase contínua sob o qual se realizou a sua longa evolução. Todas as censuras com razão levantadas contra ela por uma solicitude empírica (...) só devem afetar a sua cultura isolada, sem atingir a sua constituição normal. É verdade que a simplicidade do seu domínio afasta-o mais do que nenhum outro dos impulsos diretamente religiosos, sempre ligados à ciência final. No entanto, se a ciência fundamental fica restrita aos seus justos limites, a síntese simpática pode habitualmente dirigir a sua cultura normal. Apreciada de acordo com o seu destino final, o surto ocidental do gênio abstrato fez empiricamente surgir, em todos os gêneros, concepções que, convenientemente depurada, incorporam-se à sistematização positiva, *sem dever suscitar trabalhos contínuos, salvo os aperfeiçoamentos didáticos* (Idem, pp. 51-52, grifos nossos).

Percebe-se que ele acreditava que a Matemática não teria mais desenvolvimentos importantes, mas tão somente apurações em seu ensino, isto é, na sua didática.

Acentuando ainda mais essa dependência da Matemática às ciências morais, ele afirma que, na sua educação enciclopédica, apenas dois anos de estudos são suficientes para o estudo da Matemática, em conjunto com a Astronomia:

É assim que os dois primeiros anos da instrução enciclopédica podem realmente bastar, com duas lições hebdomadárias, para abranger todas as noções verdadeiramente essenciais da Lógica, mesmo ajuntando-lhes a Astronomia que as completa aplicando-as. As especulações matemáticas, depuradas pela religião que as consagra, perdem a *secura* que lhes vinha mais do seu empírico isolamento do que de sua própria natureza. Sempre acessíveis ao sentimento, em virtude da sua reação moral, estes estudos podem e devem tornar-se tão simpáticos quanto sintéticos. Uma invocação avisadamente contínua do destino e da natureza deles, deve normalmente bastar, quando estão regenerados, para impedir que desenvolvam o orgulho, e mesmo que disponham à *secura* (Idem, p. 52).

Annie Petit fala da dualidade do pensamento de Comte a respeito da Matemática, e que ele sempre teve relações ambivalentes com ela. Ao mesmo tempo em que a julga necessária e incontornável, desconfia do que ele mesmo denominava de “imperialismo matemático”. Nessa sua última obra, esse dualismo ainda é mais acentuado, com a prevalência da sua desconfiança, o que faz com que imagine uma nova pedagogia, aliada a novas instituições. Nelas, tanto a ciência quanto os cientistas, mais “particularmente os ‘geômetras’ estariam sob um estrito controle ideológico, integrados num vasto ‘sistema’ com finalidades intelectuais submetidas às metas de renovação social, política e religiosa” (1996, pp. 174-175).

Quanto à concepção da Matemática em si, não houve alterações em relação à sua visão anterior, trazida a partir do *Curso de Filosofia Positiva*. Por essa razão, serão apresentadas de forma muito resumida as partes em que Comte dividia a Matemática e sua hierarquia, sem entrar em detalhes sobre suas subdivisões, já bastante explicitadas nos itens anteriores deste capítulo.

A Matemática, ou Lógica, seria dividida, sem qualquer dúvida, em três elementos: Cálculo, Geometria e Mecânica, uma vez que ela seria redutível aos três atributos: número, extensão e movimento, referentes à existência comum de todos os seres significativos. Tendo em vista sua composição, a ciência fundamental reproduziria a classificação hierárquica das ciências, ou seja, de acordo com a generalidade decrescente e a complexidade crescente. Todavia, é importante destacar que, diferentemente da classificação das ciências, existia uma combinação mais íntima desses três elementos constitutivos. O mais simples não poderia, nem deveria, ser inteiramente separado dos outros dois, embora o mais

complexo poderia, e deveria, permanecer totalmente diverso, a não ser pela subordinação normal aos sentimentos. Em suma, o Cálculo seria a base e a Mecânica o complemento do que representaria o seu principal domínio: a Geometria. Daí a preponderância espontânea da palavra “Geometria” para designar o conjunto da ciência matemática e de “Geômetras” para os seus praticantes.

Essa hierarquia das partes componentes da Lógica seria, por conseguinte, seguida em seu ensino, o qual deveria estar de acordo com a iniciação teórica do indivíduo, reproduzindo a da espécie, embora sintetizada, para permitir um ritmo adequado a esse ensino, com o aumento gradativo das ligações entre seus três ramos. Dessa forma, teríamos que estudar “primeiro as leis numéricas, depois as leis geométricas, enfim as leis mecânicas” (Comte, 1933, p. 57).

A coordenação dos componentes da Matemática, ou Lógica, pretendida por Comte, por meio de sua Síntese Subjetiva, fica muito bem descrita na passagem a seguir:

Reduzida ao seu verdadeiro ofício, a álgebra, convenientemente subordinada à geometria, torna-se, sob a disciplina religiosa, um instrumento de racionalidade destinado sobretudo a ligar uns aos outros os três elementos da lógica. Vemos assim o número, a extensão e o movimento suscitarem especulações profundamente conexas, apesar da sua heterogeneidade natural, invencível sem tal socorro. Mas a transformação das questões concretas em pesquisas abstratas torna-se ilusória, mesmo em geometria, se referente a soluções especiais: ela só é plenamente eficaz nas apreciações gerais, que bastam para elaborar o método universal. Neste ponto de vista, a constituição matemática deve ser verdadeiramente satisfatória logo que a síntese subjetiva a tenha sistematizado depurando-a. A nossa iniciação teórica encontra nela o melhor tipo da verdadeira racionalidade quando a abstração limita-se a generalizar as induções e a coordenar as deduções a fim de elaborar o método universal construindo doutrinas suficientemente simples. Tal sistema representa o conjunto da síntese subjetiva, resumido na trindade positiva, cujos membros correspondem especialmente aos elementos da Lógica, dos quais o Cálculo liga-se ao Espaço, a Geometria à Terra, e a Mecânica à Humanidade. Sob o regime sintético, a ciência fundamental adquire a consistência e a dignidade que o empirismo analítico nunca lhe pôde dar (Comte, 1933, p. 70).

Os capítulos específicos, relativos às diversas áreas da Matemática, não serão aqui analisados, devido ao fato de o pensamento de Comte a respeito dessa ciência fundamental não ter sofrido mudanças significativas, no decorrer de sua vida.

A intenção de seu estudo da *Introdução Geral da Síntese Subjetiva* foi mostrar a concepção de Lógica do fundador do positivismo religioso, bem como o

seu esforço de encaixar a Matemática em um sistema filosófico pré-definido. Isso com o fito de auxiliar no que é, afinal de contas, o foco deste trabalho de pesquisa: alcançar a visão que Comte tinha da Educação Matemática.

## 5.7 Considerações Finais

Não houve evolução significativa do pensamento de Comte com relação à Matemática e, principalmente, de seus conhecimentos sobre os conteúdos matemáticos, desde o primeiro tomo do *Curso de Filosofia Positiva* (1932) até a publicação da *Síntese Subjetiva* (1856). Isso justifica a afirmação de Gomes (2002) no sentido de que, quanto mais o tempo passava, mais anacrônicos pareciam os enunciados feitos pelo criador da Religião da Humanidade (p. 233).

Essa - pode-se dizer - estagnação de Comte quanto aos conhecimentos matemáticos pode ser atribuída a duas causas principais. A primeira refere-se à sua já citada intenção de permanecer distante do mundo exterior, submetendo-se, a partir de 1838, a não ler qualquer trabalho científico, mas somente os grandes poetas ocidentais. Isso não só pelo esforço mental que dispndia a cada obra escrita e das críticas que recebia, mas também, pelo fato de acreditar que a ele estava destinada a missão de revelar a verdadeira filosofia do último estágio da civilização humana, o que, obviamente, requeria uma boa dose de originalidade.

Um trecho do prefácio pessoal do sexto volume de seu *Curso de Filosofia Positiva* dá bem a medida desse alheamento de Comte, que se refletiria na Matemática, em relação a representantes filósofos da modernidade:

Mesmo para com esta ciência final [Sociologia], pode-se facilmente reconhecer que (...) sempre reduzi tanto quanto possível as minhas leituras preparatórias. Eu nunca li, em nenhuma língua, nem Vico, nem Kant, nem Herder, nem Hegel, etc; não conheço suas obras exceto por algumas relações indiretas e alguns resumos. Quaisquer que possam ser os inconvenientes reais dessa negligência voluntária, estou convencido de que muito contribuiu para a pureza e a harmonia da minha filosofia social. Mas esta filosofia já estando irrevogavelmente constituída, proponho-me em breve aprender, à minha maneira, a língua alemã, para melhor apreciar as relações necessárias da minha nova unidade mental com os esforços sistemáticos das principais escolas germânicas (Comte, 1908, p. XXV, nota nº 1).

A segunda causa dessa ausência de progresso de Comte em relação ao pensamento Matemático foi a sua intenção de subordiná-lo a um sistema filosófico pré-definido. Tudo que contrariasse esse propósito não seria “boa

Matemática”, além de ajudar na permanência do surto algébrico da Matemática, contribuindo para a manutenção do caos em que se encontravam, na época, os países dito civilizados. Seu maior compromisso seria, então, com a regeneração social e não com o desenvolvimento da que seria hoje chamada de Matemática Pura.

A esse seu relativo atraso no conhecimento do conteúdo Matemático pode ser atribuído o veto de seu nome ao exercício definitivo da cátedra de Análise, cargo que ocupou provisoriamente após a morte de Louis Navier (1785-1836). A escolha de Duhamel não foi por suas qualidades como professor, já que os estudantes tinham em alta conta a forma como Comte proferia seus ensinamentos, mas sim, por seu comprovado conhecimento mais perfeito da Matemática contemporânea e por sua defesa da necessidade de se assegurar, previamente, a convergência das séries utilizadas na Análise. Comte, malgrado os trabalhos de Abel e Cauchy, insistia na admissão das séries divergentes (Cf. Vassilief, 1900, p. 159). Conclui-se também que os ataques feitos por ele à Politécnica e à Academia de Ciências podem ter sido, inicialmente, apenas fruto de seu temperamento. É claro que, após ele trazer a público suas pendengas, notadamente em seu prefácio pessoal de 1942, os membros da comunidade científica da época podem ter se deixado levar pelo lado pessoal, quando de sua demissão dos cargos que exercia na Escola Politécnica de Paris.

A percepção de Comte de fim de história, ou seja, ao prever para a civilização humana o atingimento de um estágio final de desenvolvimento, no qual restaria aos cientistas somente o aperfeiçoamento do já descoberto, em última análise, pode ser entendida como o estabelecimento de um limite para o conhecimento humano.

Um grande equívoco, na visão de Comte sobre a Matemática, foi a subordinação da Álgebra à Geometria, logo desmentida com a evolução das estruturas algébricas, tornando-a independente, até mesmo, da Aritmética.

Essa idéia vai contra a História da Matemática, na qual os séculos XVI a XVIII foram de importância capital. Neles ocorreu o que hoje pode ser chamado de período de transição entre a Matemática antiga e a moderna.

O Século XV terminou sem um grande passo além do já realizado pelos gregos e árabes. Entretanto, já nas primeiras décadas do Século XVI, matemáticos

italianos conseguiram provar que era possível uma teoria matemática que escapasse às civilizações do mundo antigo e aos árabes (Cf. Struik, 1989, p. 144).

Essa teoria levou ao que se pode considerar como o feito matemático mais importante do século XVI, qual seja, a descoberta das soluções algébricas das equações de terceiro e quarto graus.

Por volta de 1515, Scipione Del Ferro (1465-1526), professor da Universidade de Bolonha, teria descoberto a solução das equações cúbicas, porém, não a publicou e falou a poucos amigos sobre ela. Apesar disso, parece que a idéia da existência de uma solução algébrica para uma equação cúbica se propagou e motivou os matemáticos da época a encontrá-la.

Um dos discípulos de Ferro, Antônio Maria Fior, conhecia a solução para o tipo  $x^3 + px = q$ , com  $p$  e  $q$  positivos<sup>49</sup>. Fior desafiou Tartaglia (1499-1557) para uma disputa pública a respeito de soluções de equações cúbicas. Cada um dos competidores propôs ao outro trinta questões a serem resolvidas. Quando da apresentação dos resultados, Tartaglia tinha resolvido corretamente todos os problemas propostos por Fior, enquanto este não conseguiu resolver sequer um dos apresentados por Tartaglia. O segredo estava na descoberta por Tartaglia, além do tipo conhecido por Fior, da solução algébrica da equação cúbica  $x^3 + px^2 = n$ .

Mais tarde, Girolamo Cardano (1501-1576), médico e professor de Matemática, teria conseguido, após um juramento solene, que Tartaglia lhe fornecesse a citada solução da equação cúbica. Posteriormente, em seu livro *Ars Magna*, publicado em 1545, Cardano revelou a solução algébrica de Tartaglia para as Equações Cúbicas. Esse fato gerou uma grande polêmica, em que Ludovico Ferrari, discípulo de Cardano, argumentou que seu mestre teria recebido as informações de terceiro e acusava Tartaglia de ter usado a mesma fonte.

A resolução das equações quárticas foi também apresentada pela primeira vez no *Ars Magna*. Entretanto, a solução foi obtida por Ludovico Ferrari (1522 - 1560), a pedido do autor do livro.

O mais importante no "Ars Magna" de Cardano foi o impulso dado à pesquisa em Álgebra, tanto na generalização, de modo a incluir as equações

---

<sup>49</sup> Como na época os coeficientes negativos praticamente não eram usados, havia tantos tipos de cúbicas quantas são as possibilidades de coeficientes positivos e negativos (Cf. Boyer, 1974, p. 207).

polinomiais de qualquer ordem, quanto no estudo de um novo tipo de número surgido da solução da cúbica: os números complexos.

A Álgebra, domínio em que se deram esses avanços, estava na época completamente permeada pela linguagem e métodos da Geometria. Era essa a tradição grega, notadamente dos *Elementos* de Euclides (séc. III a.C.), obra em que se encontram muitas proposições, correspondentes a fatos algébricos simples, enunciadas em linguagem puramente geométrica. Tal fato - relevante pela extraordinária influência do livro de Euclides ao longo dos tempos - tem gerado debates sobre suas causas e significado. Sem entrar em tais controvérsias, pode-se dizer que, para a gênese dessa atitude, são em geral apontadas as dificuldades dos gregos ante as quantidades irracionais, que emergem da aplicação do Teorema de Pitágoras (séc. VI a.C.): naturais, portanto, do ponto de vista geométrico, os números irracionais teriam criado problemas filosóficos que adiaram por séculos o progresso da Álgebra.

Já no final do século XVI, a Álgebra inicia um processo gradual de independência da Geometria, com a progressiva introdução de simbologia mais concisa, o uso de letras para denotar coeficientes e incógnitas e o abandono do princípio geométrico da homogeneidade dimensional. As principais figuras desses alicerces ao início de um processo de generalização e, conseqüentemente, de "libertação" da Álgebra, foram François Viète (1540-1603), René Descartes (1596-1650), Pierre Fermat (1601-1665) e John Wallis (1616-1703), mas o processo continuou até meados do século XVIII.

Os progressos da Álgebra e de suas notações e a introdução da Geometria Analítica criaram as condições para a invenção do Cálculo Diferencial e Integral por Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716), extraordinário instrumento que permitiu a resolução de inúmeros problemas matemáticos, astronômicos e físicos.

A partir do final do século XVIII, os conteúdos e formalismos já são praticamente os do nosso tempo. Pode-se mesmo dizer que parte apreciável dos tópicos abordados em certas disciplinas básicas das licenciaturas em Matemática de hoje são conhecidos, de uma forma ou de outra, há pelo menos 200 anos.

Em verdade, a abstração da Álgebra teve seu início ainda antes de Comte escrever seus primeiros trabalhos sobre Matemática, o que enfatiza o seu distanciamento dessa ciência fundamental. Conforme trecho a seguir, já a partir de 1815,

vários matemáticos da Universidade de Cambridge, como Charles Babbage (1792-1871), George Peacock (1791-1855) e John Herschel (1792-1878) fundaram a *Analytical Society*, uma sociedade cuja finalidade imediata era reformar o ensino do cálculo, adotando as notações em uso no continente. Porém, sua contribuição fundamental foi repensar e discutir os fundamentos da Álgebra.

Em 1830, Peacock publicou seu *Treatise on Algebra* onde tenta dar a esta disciplina uma estrutura lógica comparável à dada na geometria nos Elementos de Euclides; isto é, apresentá-la como o desenvolvimento abstrato das conseqüências de um certo conjunto de postulados.

A obra, que fora ampliada a dois volumes até 1845, marca o verdadeiro início do pensamento axiomático em Álgebra. No primeiro volume, Peacock tenta exibir as leis fundamentais da Aritmética, trabalhando apenas com números e dando aos símbolos + e - apenas o seu significado ordinário.

No segundo volume, desenvolve uma “Álgebra Simbólica” e as mesmas regras são aplicadas a símbolos sem conteúdo específico. Para ele, a Álgebra era a ciência que trata das combinações de símbolos arbitrários cujo sentido é definido através de leis de combinação também arbitrárias. Na Aritmética, as definições das operações determinam as regras. Na Álgebra simbólica, são as regras que determinam o sentido das operações.

(...)

Augusto de Morgan (1806-1871), na sua *Trigonometry and Double Álgebra*, publicada também em 1830, assume o mesmo ponto de vista, deixando os símbolos sem significação pré-estabelecida e, como ele mesmo diz, letras como A e B poderiam representar, por exemplo, virtudes ou vícios, e os símbolos + e - recompensas ou castigos.

(...)

Embora Peacock e De Morgan tenham de fato explicitado o ponto de vista abstrato em Álgebra, sua apresentação tem ainda uma limitação. Os axiomas que eles utilizam são aqueles abstraídos da Aritmética. Eles não perceberam que a escolha poderia ser feita livremente, tornando a Álgebra independente da experiência Aritmética, tal como a geometria não euclidiana tinha se tornado independente da experiência sensorial, com a adoção de axiomas que não são “verdades evidentes” (Milies, 2005, pp. 28-29).

Esse derradeiro avanço seria dado por Hamilton (1805-1865), em 1843, com o abandono da “lei” comutativa da multiplicação, quando da invenção de seus quatérnios. Esse salto abstrato permitiu aos matemáticos perceberem que era por demais restritiva a suposição de que a Álgebra deveria ser embasada - que até então se supunha imutável - nos postulados da Aritmética racional. Essa nova perspectiva derrubou barreiras, causando a criação de várias álgebras, já que restou mostrado que nenhum dos postulados da “Álgebra comum” era mais necessário para garantir consistência na construção de uma álgebra qualquer. Isso ia ao encontro do que os Geômetras estavam realizando na criação de novas Geometrias, consistentes, porém independentes do postulado das paralelas (Cf. Bell, 1985, p. 200). Essa tendência implica dizer que, em 1843, ou seja, 13 anos antes de Comte afirmar a subordinação da Álgebra à Geometria, os estudiosos já tinham alcançado um grau de abstração tal, que tinha tornado a Álgebra

totalmente independente, inclusive da Aritmética, da qual teria sido uma consequência natural. É fato também que a Álgebra, no transcorrer de todo o século XIX foi elevando seu grau de abstração, com a criação das estruturas algébricas, cujo desenvolvimento contou com a colaboração de vários matemáticos, tais como: Lagrange (1736-1813), Ruffini (1765-1822), Abel (1802-1829), Galois (1811-1832) e Cauchy (1789-1857), que colaboraram, principalmente, na criação do conceito de Grupos.

Uma das características do Positivismo foi fazer uma extensa e minuciosa classificação dos vários campos do conhecimento humano, com o intuito de criar um Sistema Filosófico, que terminou por gerar uma nova Religião, sem Deus, mas que pretendia controlar a vida intelectual e social do estágio positivo a ser atingido por todas as civilizações humanas. Esse objetivo levou Comte a algumas delimitações incorretas e extremamente infelizes na Matemática, por não se encaixarem em seus esquemas pré-estabelecidos. Com isso, foram recusados pelo autor da *Síntese Subjetiva* conceitos importantes, tais como o das funções descontínuas e o das séries divergentes, bem como de várias teorias importantes, como a Teoria das Probabilidades e a Teoria dos Números.

A Matemática que Auguste Comte apresenta em seus trabalhos, como ficou claro no desenvolvimento deste capítulo, foi a que se pode chamar hoje de Matemática elementar: a Aritmética; a Álgebra elementar; o Cálculo Diferencial e Integral elementares, sem um rigor mais apurado; a Geometria Euclidiana e Analítica; e a Mecânica Racional. Não há nada de novo em relação à Matemática já desenvolvida no século XVIII. Todo o desenvolvimento da abstração da Álgebra, da aritmetização da Análise, enfim, tudo que significou o desenvolvimento explosivo do formalismo e da Matemática pura, maior característica da Matemática do século XIX, não deixou sequer indícios na obra do sumo sacerdote da Religião da Humanidade. A impressão que se tem é que Comte não promoveu um grande desenvolvimento em suas obras, em comparação ao conteúdo de Matemática constante de seus cadernos, da época em que estudou na Escola Politécnica de Paris, conforme se vê nos arquivos da *Casa de Auguste Comte*, em Paris (Gentil, 2002, pp. 54-55):

## Os cadernos manuscritos de Auguste Comte

### Curso de química do Sr. Thenard: 5 cadernos

**1º caderno:** Generalidades. Lição sobre a afinidade.

**2º caderno:** Nomenclatura dos corpos ponderáveis, noções sobre o oxigênio, o hidrogênio, o boro, o carbono, o fósforo, o enxofre, o iodo, o cloro, o azoto, o ar atmosférico, os metais.

**3º caderno:** A combinação dos corpos combustíveis não metálicos, os boretos, os carburetos, os fosforetos, os sulfuretos, os iodetos, os cloretos, os azotúrias.

**4º caderno:** As ligas, os óxidos não metálicos, os ácidos.

**5º caderno:** Os ácidos, os óxidos metálicos.

### Curso de física do Sr. Petit: 6 cadernos

(19 lições, de novembro de 1814 a março de 1815)

**1º caderno:** Gravidade, gravidade específica, calórica.

**2º caderno:** Efeitos do calor dos corpos.

**3º caderno:** Teoria dos tubos capilares, teoria dos gases compressíveis, lei de Marlotte. Lei de dilatação dos gases pelo calórico, elasticidade do ar.

**4º caderno:** Dos vapores, o fenômeno de ebulição, lei dos aumentos da força elástica dos vapores.

**5º caderno:** Eletricidade, atrações e repulsões elétricas, instrumentos elétricos, estado elétrico da atmosfera, o galvanismo.

**6º caderno:** O magnetismo.

### Curso de mecânica do Sr. Poisson: 3 cadernos

(27 lições, de 28 de março de 1815 a 30 de maio de 1815)

**1º caderno:** Estática, equilíbrio de um ponto material, equilíbrio de um corpo sólido.

**2º caderno:** Estática (continuação), equilíbrio das forças dirigidas num plano e no espaço, centros de gravidade, atrito.

**3º caderno:** Equilíbrio de um corpo flexível, princípio das velocidades virtuais. Dinâmica, movimento uniforme.

### Curso de análise aplicada à geometria, do Sr. Arago: 1 caderno

(9 lições, de 13 de janeiro a 16 de março de 1816)

Plano tangente de uma superfície qualquer, busca da normal e da linha de maior declive.

Das superfícies cilíndricas, cônicas, de revolução. Das superfícies envelopes.

Uso da característica para a integração das equações às derivadas parciais.

### Curso de análise do Sr. Poinot: 2 cadernos.

(9 sessões, de 3 de novembro de 1814 a 22 de novembro de 1814. O sr. Poinot foi substituído pelo sr. Reynaud a partir da quarta sessão)

**1º caderno:** Resolução geral das equações de 3º grau, da equação geral do 4º grau, das equações binômias, a fórmula do binômio.

**2º caderno:** As séries recorrentes, desenvolvimento em série de algumas funções.

## Curso de análise infinitesimal do Sr. Cauchy: 1 caderno.

### Cálculo integral.

Integração por séries, das integrais duplas, aplicações do cálculo integral à medição das superfícies curvas, integração das diferenciais a algumas variáveis, integração das equações diferenciais, das soluções específicas, integração das equações diferenciais das ordens superiores, integração das equações diferenciais simultâneas, representação geométrica da equação às diversas parciais da primeira ordem e das soluções específicas.

Ora, de todo o exposto até aqui, fica claro que o conteúdo matemático na obra de Comte não traz nada de novo e, o que é mais significativo, todo o desenvolvimento da Matemática, no século XIX, seguiu um percurso totalmente diverso do previsto por ele. Isso implica dizer que o filósofo de Montpelleir não teve qualquer influência no desenvolvimento dessa ciência básica. Pelo contrário, sua visão de fim da história, inerente à Lei dos Três Estados, fez com que sua obra em relação à Matemática já nascesse, em boa parte, ultrapassada, pois ele acreditava que ela já teria atingido o seu estágio positivo, bem como que os espíritos mais desenvolvidos da época já entendiam que, no desenvolvimento da Matemática, só restavam aperfeiçoamentos e nada de revolucionário faltava ser descoberto. Como a história demonstrou, ele estava absolutamente equivocado. Considerando os trabalhos de Comte, pode-se afirmar, de maneira peremptória, que nunca existiu uma Matemática Positivista!

O que, em verdade, o filósofo desenvolveu em seus livros foi uma visão positivista da Matemática, ou seja, não existe uma Matemática original, que possa ser extraída de sua obra. Mesmo no contexto da Filosofia da Matemática, Comte em nada influenciou o debate a respeito dos fundamentos da Matemática, do qual surgiram as três vertentes filosóficas, cada uma com suas nuances, que dominaram, ainda no século XIX e no começo do século XX, as discussões a respeito desses fundamentos: o Logicismo, o Intuicionismo e o Formalismo<sup>50</sup>. Nenhum deles conseguiu resolver os questionamentos gerados principalmente pelo aparecimento das Geometrias não-euclidianas, da fundamentação da Análise Matemática e do aparecimento de uma quantidade significativa de Álgebras, que influenciaram a criação (ou descoberta?) das estruturas algébricas. Embora não solucionasse em definitivo tais questionamentos - o que muito provavelmente é

---

<sup>50</sup> Para uma exposição mais completa, inclusive histórica, dessas correntes filosóficas, veja (Costa, 1962) e (Barker, 1976).

impossível -, ao se discutir os fundamentos da Matemática, tanto na Geometria quanto na Teoria dos Números, ou na Álgebra Abstrata, está-se filosofando, no sentido dado à filosofia de uma procura por um conhecimento organizado e coerente, tentando-se deixar de lado o senso comum, os mitos e os preconceitos. Esses questionamentos não são puramente especulativos, sem conseqüências práticas na evolução da Matemática, pois provocaram um grande progresso mesmo na parte técnica da Matemática, ao se pensar em que tipo de conhecimento ela pode ser enquadrada. O exemplo mais notável foi a criação, no século XIX, das Geometrias não-euclidianas, a partir da tentativa de se entender as bases em que se assentava, então, a Geometria. O mais surpreendente é que, no início do século XX, Einstein, com sua Teoria Geral da Relatividade, mostra que a descrição do universo fica mais próxima do observado experimentalmente, utilizando-se o sistema geométrico de Riemman, que é uma Geometria não-euclidiana. Em suma, questionamentos filosóficos levaram não só ao desenvolvimento da parte técnica da Matemática, mas também da Física, que é uma ciência natural.

Mas nada disso fez parte da concepção de Matemática defendida por Comte. Em última análise, o que ele fez em todos os seus livros, de forma muito repetitiva, e cada vez mais veemente, foi tentar dar uma visão geral sobre o conhecimento dessa ciência na época, insistindo na sua inclusão em seu esquema doutrinário pré-determinado. Mas, mesmo o conhecimento de “sua época” por ele utilizado, como já dito, já estava ultrapassado, devido à sua postura de não mais acompanhar o desenvolvimento científico que estava ocorrendo, não só na Matemática, mas também em todas as áreas do conhecimento humano.

Antes de uma análise mais apurada de sua visão sobre a Matemática, percebem-se classificações artificiais, que não contribuem de maneira significativa para a natureza dessa ciência, muito pelo contrário, ressaltam a falta de rigor com que Comte trata o conteúdo apresentado em sua obra. É claro que, nessa análise inicial, há uma dose de distorção, tendo em vista que ela está sendo feita muito tempo depois e após o grande desenvolvimento e aumento do escopo da Matemática pura, difícil de ser imaginado até mesmo para os matemáticos de primeira linha, do início do século XIX.

Toda essa explanação teve a intenção de mostrar que, até mesmo na Filosofia da Matemática, Comte não teve qualquer influência em seu

desenvolvimento. As próprias afirmações a seguir, muitas vezes atribuídas ao sistema gerado por Comte, pelos menos em sua maioria, não são características do sistema criado pelo filósofo de Montpellier, como ficou patente nas explanações feitas neste capítulo: não apresentar aplicações do conhecimento matemático; valorizar as ciências em relação direta com o grau de matematização que teriam atingido; ser predominantemente internalista de conceber o desenvolvimento da Matemática como resultado de problemas "internos"; e, finalmente, procurar atingir a objetividade de tal forma que raramente se admitam ambigüidades relativas ao contexto em que ocorrem as descobertas (ou criações) matemáticas.

Comte estava interessado em fazer filosofia e não aplicar o conteúdo matemático, contudo, em todos os seus trabalhos, fica evidente a sua preocupação com a utilidade do conhecimento, para poder “prever para prover”, famoso lema positivista. Ele não admitia, em seu sistema filosófico, uma ciência que não tivesse alguma função prática. Quanto à objetividade, no decorrer do desenvolvimento de sua doutrina, ele vai paulatinamente se voltando para a obtenção da unidade da ciência, para o sujeito do conhecimento, buscando encontrar um método subjetivo que cumprisse esse intento, uma vez que tinha chegado à conclusão que nem o objeto nem o método davam conta desse objetivo. A matematização não é vista por Comte como um grau maior de desenvolvimento de uma ciência, conforme igualmente já foi visto em vários contextos até aqui. Muito crítico com relação à Matemática e enfático quanto as suas limitações, ele alerta para o fato de que, em algumas ciências, as leis não seriam descritas pela Matemática. Seu último livro, *Síntese Subjetiva*, aprofunda esse pensamento, transformando a Matemática em Lógica, com o objetivo precípuo o treinamento do raciocínio. Cada vez mais, no transcorrer da evolução de seu pensamento, ele vai assumindo a concepção de que a Matemática deveria estar subordinada à Sociologia e, em última análise, à Moral. Isso significa que seu desenvolvimento, bem como os temas que deveriam despertar seu interesse, seriam controlados pelos interesses coletivos da sociedade. Além disso, ele possuía uma visão histórica do progresso da Matemática, embora previsse uma fase final a ser atingida. Em suma, essas idéias fazem parte muito mais de um cientificismo difuso que dominou, principalmente, o final do século XIX e início do século XX, que do Positivismo de Comte, apesar de muitas vezes serem atribuídas a esse último.

É importante destacar que os *Escritos da Juventude*, no tocante à Matemática, não são meras curiosidades históricas, mas servem para mostrar uma tendência - pelo menos de forma embrionária, e que foi se aprofundando com o tempo-, de subordinação da Matemática ao social. Mais que isso, esses “fragmentos” mostram o fio condutor que perpassa toda a filosofia da Matemática de Comte, impossibilitando a sua divisão em duas partes estanques, como alegavam muitos dos adeptos de sua obra. Hoje, com a necessária distância histórica, pode-se afirmar que a concepção da ciência fundamental do Positivismo era a mesma, em essência, desde o início de sua carreira filosófica. É óbvio que dos *Escritos da Juventude* até a *Síntese Subjetiva* há diferenças, nuances, e algumas idéias, antes apenas insinuadas, que foram sendo aprofundadas. Porém, o que há de mais significativo, em todos os seus trabalhos, é a importância de se perceber a Matemática, por meio de uma visão geral, sem se perder nos detalhes dos especialistas. Isso com a intenção precípua de entendê-la, bem como as demais ciências, em um contexto mais amplo: o social. Esse objetivo de Comte foi sendo burilado no decorrer de sua vida até atingir o ponto máximo em sua última obra, onde ele subordina a Matemática (reduzida à Lógica), sétima e última ciência de sua escala enciclopédica.

Em suma, todo o desenvolvimento da Matemática deveria estar sujeito aos interesses sociais, o que implica dizer que não haveria Matemática pura, ou seja, pesquisas matemáticas sem relação com alguma aplicação de interesse da sociedade ou de outra ciência. O seu maior objetivo seria servir de método inicial, na base da escala enciclopédica, para treinar a mente, a fim de, como diria Comte, auxiliar as pessoas, por meio da educação, a “atingirem o estado positivo” e, conseqüentemente, levar a sociedade da qual faziam parte a também alcançar essa derradeira etapa do progresso humano.

Em última análise, ele percebia a Matemática como uma lógica. Isso porque, mesmo quando pensa na Geometria como ciência concreta, que deve dominar a Álgebra para não deixá-la produzir surtos anárquicos, ela serve também, primordialmente, em sua forma cartesiana, como uma lógica, e essa concepção vai se aprofundando até atingir o ápice em sua última obra.

A reação de uma pessoa ao ler a obra de Comte, tendo como embasamento somente o que o senso comum divulga a respeito do Positivismo, seria de perplexidade. Com efeito, nos trabalhos do filósofo, não se encontra, como seria

esperado, um matematicismo simplório, que pretendesse explicar tudo por meio de números, equações, gráficos e diagramas. Ao contrário, ele vai, no decorrer de sua vida e de seus trabalhos, reduzindo cada vez mais a importância dessa ciência, até sua redução à Lógica, na *Síntese Subjetiva*. A Matemática passa a ser importante especialmente como método, no auxílio da disciplina do pensamento, o que, na prática, leva a Astronomia a ser a primeira ciência na escala enciclopédica. Aliás, essa ciência foi a escolhida por ele ao ministrar um curso que tinha a classe operária como público alvo. Enfim, não procede a crítica que normalmente se faz ao Positivismo, com relação à supervalorização da Matemática, pelo menos no sistema criado pelo fundador da Religião da Humanidade.

Uma importante característica do pensamento matemático de Comte é a pouca utilização de um formalismo mais acurado, o que se verifica em várias situações, tais como: a não preocupação com as séries divergentes; a sua concepção de função que, em nenhuma de suas obras, fica bem definida; a pouca valorização da forma euclidiana de apresentar a Geometria, sendo que, em sua *Biblioteca Positivista no século XIX*, não se encontram os *Elementos* de Euclides, mas sim, os *Eléments de géométrie*, de Clairaut. Este último, de estrutura totalmente diversa do outro, partia exclusivamente de problemas de agrimensura, com as idéias mais gerais aos poucos sendo inseridas, a fim de evitar a feição estritamente lógica. Esse enfoque ia ao encontro do pensamento didático de Comte, pois percorria o que se acreditava ser o caminho trilhado pela humanidade no desenvolvimento dessa ciência. Outro ponto que vale a pena destacar e que confirma sua “displicência” com o rigor, foi a posição que defendeu nos debates sobre a maneira como deveria ser ministrado o curso de Análise, reputado, na época, como o mais importante e difícil do Curso da Politécnica de Paris. No seguinte trecho, pode-se constatar sua postura ante a controvérsia:

o ensino da análise era objeto de debates na época (...): devia-se explicar o cálculo diferencial de maneira simples, graças a uma intuição geométrica (por exemplo, a determinação das tangentes a uma curva, como o faz Carnot) ou devia-se seguir a via da pesquisa teórica dos conceitos analíticos novos que permitirão a generalidade máxima? Estas duas tendências estão bem representadas pelos dois professores que [Comte] terá sucessivamente, primeiro Poinot e depois Cauchy. Auguste Comte escolherá (...) o campo de Poinot.

Para Auguste Comte e seus camaradas, o contraste foi completo. Cauchy retomava em suas aulas os fundamentos da análise algébrica sob o signo do rigor. Ele dirigirá seus esforços no sentido de definir os conceitos de base, o *do limite de uma função, de infinitamente pequeno, de convergência das séries, de*

*continuidade de uma função, de derivada*, e aplicará estas definições ao cálculo diferencial e integral.

Os refinamentos de rigor de Cauchy, dizia o próprio Poinot, darão aos alunos um desgosto pela ciência. Todos estavam errados. É verdade que Poinot dizia poucas coisas em cada lição, mas ele o dizia tão bem! Cauchy só era compreendido pelos alunos de elite e interessava somente aos melhores deles, os quais guardavam sua marca.

O jovem Comte era efetivamente um aluno de elite (se classificava entre os três ou quatro primeiros em análise), no entanto, ele não gostava de Cauchy. Mais tarde, ele o chamará de “professor deplorável”. O fato é que não há qualquer marca do ensino de Cauchy no *Curso de filosofia positiva*. Consta apenas que ele critica “as análises inoportunas e mal conhecidas onde brilha, às vezes, como se vê sobretudo nos trabalhos tão notáveis do Sr. Cauchy, um grande valor abstrato cujo único efeito ordinário é de tornar ainda mais pernicioso a sua influência sobre a filosofia da ciência” (Gentil, 2002, pp. 53-54, grifos do autor).

De certa forma, os questionamentos desta pesquisa, quanto à visão da Matemática na obra de Auguste Comte, já se encontram, pelos menos de forma dispersa, dirimidos no conteúdo deste capítulo. Resta, porém, apresentá-los de forma sintética e organizada.

Inicialmente, refaz-se a seguinte questão: que tipo de conhecimento trata a Matemática, na filosofia criada pelo sumo sacerdote da religião Positiva?

Partindo de sua definição de Matemática, baseada na finalidade dessa ciência que, para ele, seria a medida indireta das grandezas, tem-se como objetivo das pesquisas matemáticas a determinação de quantidades desconhecidas, por meio de relações existentes entre elas, bem como de outras quantidades conhecidas. Em sua *Síntese Subjetiva*, Comte não muda em essência sua definição de Matemática, mas procura complementá-la, a fim de obter seu enquadramento de forma mais precisa em seu sistema filosófico, o qual buscava a ordem do estágio positivo, que estava por chegar. A Matemática passa, então, a ser entendida como a ciência que estuda a ordem universal, quando concebida em suas características de número, extensão e movimento, comum a todas as existências. Enfim, o conceito da *Síntese* tem apenas a finalidade de expandir a definição inicial, que indicava somente o seu destino físico, como se ele fosse o único, sem levar em conta a finalidade, comum a toda ciência, de contribuir para a concepção e implantação do estágio último a ser atingido por qualquer civilização. Assim, sua função mais importante seria social, não fazendo sentido o seu estudo apartado, apenas com o intuito de desenvolver a Matemática como uma ciência autônoma, tônica dos séculos XIX e XX, o que contrariava a concepção comtiana.

Comte dividia, sob o nome de Matemática, duas ciências bem separadas pela sua natureza: a Matemática abstrata ou Cálculo; e a Matemática concreta, composta da Geometria e da Mecânica.

A Matemática abstrata seria uma adequação da Lógica natural a uma certa série de deduções. A Geometria e a Mecânica, por outro lado, seriam verdadeiras ciências naturais, fundadas, como todas as outras, na observação. A partir daí, pode-se indagar quais critérios sustentam as verdades matemáticas? O Cálculo seria um tipo de conhecimento que se valeria do raciocínio dedutivo<sup>51</sup> para validar suas premissas, enquanto que a Matemática concreta (Geometria e Mecânica) dependeria de comprovações empíricas. Mas se deve aprofundar um pouco mais tais assertivas, uma vez que Comte possuía uma visão mais sutil da Matemática.

Em verdade, ele entendia que a Geometria não era uma ciência puramente racional, independente da observação, mas sim, ao contrário, uma ciência natural, porém bem mais simples e, por conseguinte, mais perfeita que qualquer outra. O que ele achava é que o conhecimento geométrico era, em seus fundamentos, alicerçado na observação, e constituía a base necessária a todas as deduções. Dessa maneira, existia sempre, em relação a cada corpo estudado pelos geômetras, um certo número de fenômenos primitivos que, se não estabelecidos por nenhum raciocínio, somente poderiam ser concebidos pela experiência. Sintetizando, para o criador do Positivismo religioso, o conhecimento matemático era, em sua origem, empírico e, em seu posterior desenvolvimento, dedutivo, o que obviamente determina os parâmetros para obtenção dos critérios de validade de uma proposição matemática, que podem ser experimentais ou analíticos, de acordo com o caso a ser estudado. Mas o principal critério a ser utilizado seria o dedutivo, embora o conhecimento matemático estivesse assentado no conhecimento empírico, uma vez que após o estabelecimento desses princípios empíricos, todo o desenvolvimento posterior seria embasado no raciocínio lógico-dedutivo. Até a Geometria, a partir do método criado por Descartes, teria como objetivo principal a generalização de princípios geométricos, a serem aplicados ao maior número possível de casos e, para isso, utilizar-se-ia o método analítico.

---

<sup>51</sup> É aquele cujas premissas fornecem provas decisivas para a verdade de sua conclusão. Como exemplo, pode-se afirmar que todo argumento da forma "Todos os  $x$  são  $y$  (premissa);  $A$  é  $y$ . Portanto,  $A$  é  $x$  (dedução)" é dedutivo, visto que, se a premissa é verdadeira, a conclusão deverá ser verdadeira. Exemplificando: "Todos os números pares são divisíveis por 2; 4 é divisível por 2; portanto, 4 é um número par."

A concepção de Comte, que reconhecia a Geometria como ciência experimental, era totalmente oposta às doutrinas filosóficas que imperavam no continente. A principal delas era a criada por Kant, filósofo alemão do século XVIII, que caracterizava a Lógica por lidar com conhecimentos *a priori* e os raciocínios dedutivos e as ciências naturais, pelo conhecimento empírico. Entretanto, para o conhecimento matemático, a classificação não seria tão óbvia, visto que, se o imaginarmos *a priori*, ou seja, não baseado na experiência, em que ele se fundamenta?

Antes dele, os filósofos se dividiam em duas grandes escolas: a Empirista, representada por Hume, Berkeley e Locke; e a Racionalista, representada por Spinoza, Descartes e Leibniz. Os empiristas acreditavam que todo conhecimento é dado pelos sentidos, já os racionalistas afirmavam que certos conhecimentos não precisam dos sentidos para serem explicados. Kant teve por objetivo resolver esta controvérsia que, obviamente, é muito profunda e complexa, para ser considerada neste oportunidade. O que interessa aqui é a solução dada por ele na caracterização do conhecimento matemático. Para tanto, Kant introduziu uma nova classificação para os tipos de conhecimento: analíticos e sintéticos.

Os enunciados analíticos são aqueles que, para se verificar se são verdadeiros, basta que sejam compreendidos os conceitos envolvidos, bem como a forma em que estão combinados. Exemplificando: "Todos os solteiros não são casados". Fica claro que a análise dessa afirmativa vai refletir na maneira pela qual se entende a linguagem utilizada.

Um enunciado é sintético se, e somente se, não for analítico, ou seja, não for suficiente a reflexão sobre os conceitos nele envolvidos, para se definir a sua veracidade ou falsidade. Para tanto, é necessário mais um elemento que, para Kant, é a experiência sensorial. Exemplificando: "A altura média dos alemães é maior que a dos brasileiros". Não é possível, somente com a análise dos conceitos, atestarmos a veracidade da afirmação.

É óbvio que, pelo acima exposto, a lógica se refere apenas a enunciados analíticos e as ciências naturais a enunciados sintéticos empíricos.

Kant classificou a Matemática como um conhecimento sintético "a priori". Se um enunciado é sintético, não se pode analisá-lo apenas com uma reflexão sobre os conceitos nele envolvidos e, se além disso, ele é "a priori", não podemos apelar para a experiência sensorial. Como podemos, então, verificar a sua

veracidade? A resposta dada por Kant a essa questão foi que esse tipo de conhecimento se fundamenta em idéias intrínsecas à mente humana, que independem dos sentidos.

Como pode ser observado, a concepção de Auguste Comte está muito mais próxima dos empiristas ingleses, pois ele entende a construção do conhecimento matemático a partir de conhecimentos empíricos, malgrado também conceber que, com o seu desenvolvimento, a Matemática teria se transformado em um método, uma lógica.

Nesse entendimento - pode-se dizer - dual da Matemática, merece relevo a dificuldade de se conceber a visão que Comte tinha da Matemática, em relação a seus entes. Eles teriam ou não existência real? Uma das respostas possíveis (essa concepção é devida a Platão) é que eles teriam existência real, preexistiriam à realidade física<sup>52</sup>, ou seja, não seriam criados, mas sim, descobertos na realidade da qual faziam parte. As outras respostas seriam no sentido de que a Matemática é uma ciência que não possui objeto, consistente apenas de axiomas, definições e teoremas, com seus objetos construídos pela mente, não existindo em qualquer realidade. Talvez essa questão metafísica não tivesse a menor importância para Comte mas, de qualquer forma, a pergunta continua sem resposta.

A última questão a ser discutida é: qual a finalidade da Matemática? De acordo com A. Vassilief, após estabelecer esta distinção entre o caráter filosófico da Matemática pura e abstrata e o da Matemática concreta, Comte procura apresentar qual o sentido de se estudar Matemática:

Sendo obrigado a examinar em cada fenômeno várias quantidades ligadas nas suas mudanças: “daí resulta a extensão naturalmente indefinida, e mesmo, a rigorosa universalidade lógica da ciência matemática”. A definição que Comte dá das matemáticas o convence, ao mesmo tempo, de que somente as estudando poderemos adquirir as verdadeiras noções da natureza da ciência: “Toda ciência consiste na coordenação dos fatos; se as diversas observações fossem inteiramente isoladas, não haveria ciência. Podemos mesmo dizer, em geral, que a ciência destina-se essencialmente a dispensar toda observação direta, se os diversos fenômenos o comportarem, permitindo deduzir a partir do menor número possível de dados imediatos o maior número de resultados”.

Estas particularidades características de uma ciência são fortemente pronunciadas nas matemáticas. É por isto que: “toda educação científica que não começa por um tal estudo peca necessariamente em sua base. É pelo estudo das matemáticas e só por ele que podemos ter uma idéia justa e aprofundada do que é

---

<sup>52</sup> Segundo Platão, os objetos matemáticos seriam substâncias supra-sensíveis, que existiriam apenas em âmbito transcendente e o estudo da Matemática elevaria a alma na sua busca do conhecimento das verdades eternas, que habitariam o mundo das idéias (Cattanei, 2005, p. 13 e p. 21-22).

uma ciência. É lá unicamente que devemos tentar conhecer com precisão o método geral que o espírito humano usa constantemente em todas as suas pesquisas positivas, porque em nenhum outro lugar as questões são resolvidas de maneira tão completa, e as deduções prolongadas com uma severidade rigorosa” (1900, p. 165).

A Matemática seria, pois, principalmente na educação, a primeira ciência da iniciação positiva. Porém, ele ressalta a importância de não se depender somente dela, o que significa dizer que não adianta querer formar matemáticos, sem que estes tenham uma cultura científica mais ampla. Um cientista positivista somente terá sua formação completa após o estudo de todas as ciências, na ordem determinada em sua escala enciclopédica. Finalizando, revelam-se oportunas as palavras de Annie Petit, que reflete muito bem sobre a concepção do objetivo da Matemática, extraída das obras de Comte:

Formado pela matemática que ele amou, ensinou, criticou e cuja filosofia ele queria reformar, Auguste Comte sempre a considerou como uma ciência fundamental: o *berço* da positividade. Agora, lhe oferecer o trono e a possibilidade de reger tudo ou de imiscuir-se em todo lugar representava um absurdo para Comte e, pior que a “infilosofia”, o entrave à verdadeira filosofia positiva. Tudo tendia para que sua qualidade intrínseca fizesse dela a área privilegiada dos maiores vícios. Pelo seu esforço em opor os ritos de uma nova religião da humanidade às tentações da aridez especulativa da análise e à hipertrofia do intelecto, Comte espera desenvolver uma sentimentalidade adequadamente temperada, de onde deveria surgir o equilíbrio renovado da sociedade como Grande-Ser, escapando dos imperialismos matematizantes (1996, p. 192).