

APENDICE 2

TESTES DE ADERÊNCIA

A2.1 - INTRODUÇÃO

Este apêndice apresenta uma descrição teórica dos testes de aderência utilizados no Capítulo 3. São ainda apresentados os valores limites das estatísticas " χ^2 " e "d" extraídos das tabelas. O conteúdo deste Apêndice foi extraído das referências 34, 37, 38, 39 e 40.

Para melhor compreensão dos referidos testes, alguns conceitos são descritos a seguir:

- Nível de Significância

Seja H_0 uma hipótese nula que deva ter seu grau de veracidade avaliado probabilisticamente. Os possíveis resultados de um teste estatístico de hipóteses são resumidos na tabela apresentada abaixo:

		REALIDADE	
		Ho Verdadeira	Ho Falsa
D E C I S I O	Ho é aceita	Decisão Correta ($1 - \alpha$)	Erro Tipo II (β)
	Ho é rejeitada	Erro Tipo I (α)	Decisão Correta ($1 - \beta$)

O nível de significância " α " está relacionado com a probabilidade de ocorrência de um erro conhecido como TIPO I, ou seja, rejeitar H_0 quando na realidade esta hipótese é verdadeira. Quando a variável Z sob teste admite suposição de normalidade, a formulação do teste apresenta-se da seguinte forma:

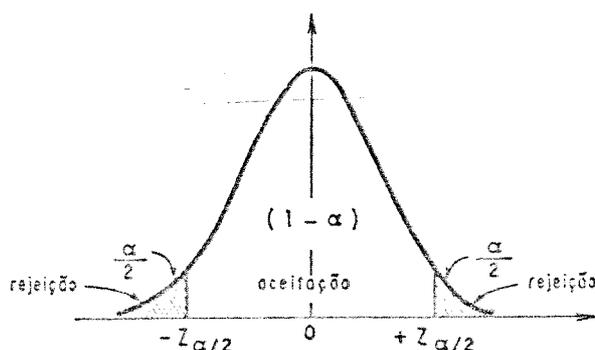


FIG. A2.1. Região de rejeição de um teste de hipótese

A região crítica do teste é a região de rejeição, ou seja, $-Z_{\alpha/2} > Z > +Z_{\alpha/2}$. Se Z estiver na região de aceitação não terá havido, no nível de significância considerado " α ", evidência suficiente significativa para a rejeição da hipótese H_0 , que deverá ser ACEITA.

Em resumo um teste de hipótese nula é reduzido ao problema de determinar a região de rejeição, que depende essencialmente do nível de significância " α ", assumido.

De acordo com a literatura disponível a idéia básica é escolher o valor de " α " o menor possível. Valores de $\alpha = 0.05$ e 0.1 são comumente utilizados (correspondem a intervalos de confiança de 95 e 90%).

- Grau de Liberdade

O grau de liberdade de uma estatística está associado

ao nível de conhecimento prévio exigido para cálculo desta estatística.

O número de graus de liberdade é igual ao número de observações independentes da amostra, ou seja, o seu tamanho menos o número de parâmetros que devem ser estruturados por meio da amostra.

A2.2 - TESTE DO QUIQUADRADO (TESTE χ^2)

O teste χ^2 utiliza a distribuição quiquadrática para verificar a hipótese que uma variável possui uma certa distribuição teórica. Esta distribuição teórica pode ser a normal, binomial, uniforme ou qualquer outra. O teste é baseado na diferença entre a frequência observada na amostra e a frequência esperada obtida da distribuição teórica.

Uma medida da discrepância existente entre as frequências observadas e esperadas é proporcionada pela estatística χ^2 , expressa por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Onde:

O_i -> frequência observada de uma determinada classe ou valor da variável sob teste

E_i -> frequência esperada, segundo o modelo testado, da classe ou valor da variável sob teste

k -> nº de classes ou valor considerado.

Se o modelo testado for verdadeiro a estatística calculada " χ^2 " seguirá uma distribuição χ^2_v com $v = k-1-m$

graus de liberdade, onde m é o nº de parâmetros do modelo, estimados independentemente, a partir da amostra.

Se as frequências observadas não diferem muito das frequências esperadas o valor calculado de χ^2 será pequeno, indicando uma boa aderência. Caso haja uma grande diferença entre as frequências observadas e esperadas o valor de χ^2 será grande, indicando uma fraca aderência.

Uma boa aderência leva a aceitação da hipótese nula H_0 (a distribuição da amostra concorda com a distribuição teórica); uma fraca aderência conduz a rejeição da hipótese H_0 .

Basicamente a aplicação do teste consiste no cálculo da estatística χ^2 e na sua comparação com o valor crítico $\chi^2_{v, \alpha}$ onde α é o nível de significância estabelecido. O modelo cuja aderência está sendo testada será impugnado se:

$$\chi^2 > \chi^2_{v, \alpha}$$

O valor $\chi^2_{v, \alpha}$ é obtido das tabelas da distribuição quadrática, disponíveis na literatura.

Algumas considerações sobre o teste χ^2 :

- O teste χ^2 é o mais antigo e mais utilizado e talvez o mais versátil pois pode ser utilizado com qualquer distribuição.

- Para que o teste χ^2 seja válido deve-se impor que $E_i \geq 5$, para qualquer i . Caso haja classes em que isso não seja verdade, deve-se fundir os intervalos até que esta restrição seja aceita.

- O teste χ^2 é pouco sensível para detectar modelos inadequados

quando o n^o de observações é pequeno.

- A principal dificuldade da aplicação do teste χ^2 consiste no estabelecimento adequado dos intervalos.

A2.3 - TESTE KOLMOGOROV - SMIRNOV (KS)

A variável testada neste caso é a maior diferença observada entre a função distribuição de probabilidade do modelo, $F_x(x)$ e a função distribuição de probabilidade da amostra $G_x(x)$.

$$d = \max [F_x(x) - G_x(x)]$$

O valor de "d" é comparado com o valor crítico $d_{n,\alpha}$ (tabelas). Este valor é dependente do número (n) de elementos da amostra e do nível (α) de significância do teste. O modelo cuja aderência está sendo testado será rejeitado se:

$$d > d_{n,\alpha}$$

O teste KS é tido como mais poderoso que o χ^2 , mas só é válido, em termos rigorosos para distribuições contínuas. Sua utilização no caso discreto é aceitável como aproximação.

A2.4 - VALORES CRITICOS EXTRAIDOS DAS TABELAS

- TESTE KS : d_{tab}

$$\text{para } \begin{cases} n = 45 \\ \alpha = 0.05 \end{cases} \implies d_{tab} = 0.2025$$

- TESTE χ^2 : χ^2_{tab}

ν	$\alpha = 0.05$
1	3.84
2	5.99
3	7.81
4	9.49
5	11.07